

## **Acúmulo de Dano em Barras de Alumínio AA2011 Através da Utilização de um Modelo para Materiais Elasto-Plástico via Mecânica do Dano Contínuo.**

**Paulo André Menezes Lopes**

POLICAB, DMC, Fundação Universidade Federal do Rio Grande,  
Av. Itália, Km 8 – Campus Carreiros,  
96201-900 – Rio Grande, RS, Brasil,  
[paulo\\_andreml@yahoo.com.br](mailto:paulo_andreml@yahoo.com.br)

**Giangiacomo Minak**

DIEM, Università degli Studi di Bologna, Itália,  
[Giangiacomo.minak@mail.ing.unibo.it](mailto:Giangiacomo.minak@mail.ing.unibo.it)

**Heraldo Costa Mattos**

MLTA, DEM, Universidade Federal Fluminense – RJ, Brasil,  
[heraldo@mec.uff.br](mailto:heraldo@mec.uff.br)

Fulvio E.G. Chimisso

POLICAB, DMC, Fundação Universidade Federal do Rio Grande – RS, Brasil,  
[fulvio@dmc.furg.br](mailto:fulvio@dmc.furg.br)

**Resumo.** Os efeitos de sobretensão e subtensão para a verificação da integridade estrutural de um componente mecânico são usualmente analisados através de procedimentos lineares de acúmulo de dano, sendo a regra de Palmgren-Miner a mais utilizada para estes propósitos.

Apesar do fácil emprego, a utilização desta regra de fadiga ou dano acumulativo implica na perda de informações valiosas: perde-se tanto o efeito da ordem de solicitação na vida do componente mecânico bem como o efeito do endurecimento ou do amolecimento cíclico, tornando os resultados bastante conservativos.

Neste trabalho, é utilizado um modelo elasto-plástico desenvolvido através da mecânica do dano contínuo, sendo a lei de evolução do dano uma função das variáveis associadas aos endurecimentos cinemático e isotrópico. Dessa forma, consegue-se levar em conta na vida do componente tanto a ordem das amplitudes das solicitações impostas, bem como os efeitos de endurecimento ou de amolecimento cíclico, obtendo-se resultados mais reais.

Utilizando-se os dados de uma liga de alumínio estrutural ASTM AA2011, foram realizadas simulações de fadiga a baixo ciclo, com ciclos totalmente reversos, variando-se a amplitude dos mesmos. Os resultados foram comparados tanto com os resultados experimentais (obtidos em corpos de prova executados neste mesmo material, sob condições de solicitação semelhantes), como com a regra de Palmgren-Miner. Os ensaios foram realizados no DIEM – Dipartimento di Costruzioni Meccaniche e Nucleari – da Universidade de Bolonha, Itália.

**Palavras-chave:** fadiga de baixo ciclo, dano, mecânica do dano contínuo.

## 1. O MODELO.

Neste trabalho, uma teoria de acúmulo de dano para materiais elasto-plásticos é utilizada para estudar o comportamento de barras submetidas à fadiga de baixo ciclo, com ciclos totalmente reversos e de amplitude variada. A análise é executada através de uma teoria de dano, na qual considera-se que o material possui uma subestrutura ou microestrutura.

Nesta teoria, os movimentos microscópicos são levados em consideração através de uma variável de dano. Uma equação de balanço é adicionada para incluir as forças microscópicas relacionadas a esta variável. Além disso, a energia livre não é considerada apenas um função da variável dano, mas dependente também de sua variação ao longo do tempo. A teoria permite uma descrição macroscópica convincente da degradação induzida pelo processo de deformação cíclica, levando em consideração os endurecimentos cinemático e isotrópico, bem como a ordem dos carregamentos.

Além das variáveis clássicas que caracterizam a cinemática de um meio contínuo (deslocamentos, velocidades e acelerações de pontos do material), é introduzida uma variável adicional  $\beta$  [0,1], chamada de variável de coesão. Esta variável está relacionada com movimentos microscópicos e pode ser interpretada como uma medida do estado local de coesão do material. Se  $\beta=1$ , todas ligações entre as partículas estão preservadas. Se  $\beta=0$ , uma ruptura local é considerada, uma vez que todas as ligações entre as partículas estão quebradas. Com fins práticos, uma variável de dano  $D$  pode ser introduzida através de uma troca de variáveis:  $D = 1 - \beta$ .

Uma importante característica do modelo proposto é que as equações características foram desenvolvidas com base na Termodinâmica dos Processos Irreversíveis, considerando que a energia livre é uma função da deformação total,  $\underline{\varepsilon}$ , da deformação plástica,  $\underline{\varepsilon}^p$ , de duas variáveis auxiliares relacionadas respectivamente com o endurecimento cinemático e isotrópico, da variável dano  $D$  bem como de seu gradiente  $\nabla D$ .

Os princípios propostos podem ser considerados como um caso especial de teorias de microestruturas propostas por Mindlin (1964), Toupin (1964), Goodman and Cowin (1972). Estes princípios são muito semelhantes aos propostos na teoria de materiais elásticos com vazios, Cowin and Nunziato (1983). Entretanto, a definição e a interpretação física da variável cinemática adicional e também as equações constitutivas propostas tornam as duas teorias bem diferentes. Na teoria de materiais elásticos com vazios a variável adicional está relacionada com a mudança em uma fração de volume do sólido. A teoria presente assume que a degradação está relacionada a micro-fissuras e não a micro-vazios, Fremond, Costa Mattos e Mamyia (1990) , (1992) , e portanto, o corpo danificado não é considerado um meio poroso e a variável coesão não está diretamente relacionada a mudanças de volume, Costa Mattos e Sampaio (1993) e Chimmiso (1994).

Neste artigo, o modelo restringe-se ao caso unidimensional. Para uma barra com seção transversal circular, submetida a um carregamento unidimensional do tipo tração-compressão de baixo ciclo, as equações de estado e as leis de evolução podem ser apresentadas na seguinte forma evolutiva:

$$\dot{\sigma} = (1-D)E(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) - \dot{D}E(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (1)$$

$$\dot{x} = (1-D)(a\dot{\varepsilon}^p - b\lambda x) - \dot{D}ac \quad (2)$$

$$\dot{y} = (1-D)v_1 v_2 e^{-v_2 p} \dot{p} - \dot{D} \left[ v_1 (1 - e^{-v_2 p}) + \sigma_y \right] \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\sigma - x}{|\sigma - x|} \quad (4)$$

$$\dot{p} = \lambda \quad (5)$$

$$\dot{c} = \dot{\varepsilon}^p - \frac{b}{a} \lambda x \quad (6)$$

$$\dot{D} = \left\langle \frac{\lambda}{2S_0} \left\{ E (\varepsilon - \varepsilon^p)^2 + ac^2 + 2 \left[ v_1 \left( p + \frac{e^{-v_2 p}}{v_2} \right) + p \sigma_y \right] \right\} + C \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \right\rangle \quad (7)$$

onde  $\langle a \rangle = \max(0, a)$  e  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange:  $\lambda \geq 0$ ,  $F \leq 0$ ,  $\lambda F = 0$ .

$E$  é o módulo de elasticidade,  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento,  $x$  é o endurecimento cinemático,  $y$  é o endurecimento isotrópico,  $\varepsilon^p$  é a deformação plástica,  $p$  é o acúmulo de deformação plástica e  $c$  é a variável de estado relacionada ao endurecimento cinemático.  $v_1$ ,  $v_2$  e  $C$  são constantes positivas.  $a$ ,  $b$ ,  $S_0$  são parâmetros dependentes da deformação e  $S_0$  é um parâmetro relacionado com a evolução do dano.

Considera-se inicialmente uma barra indeformada, com deslocamentos axiais prescritos nas extremidades. Desta forma, obtém-se as condições de contorno,

$$u(z=0, t)=0, u(z=L, t)=0; D(z=0, t)=D(z=L, t)=0, \text{ e as}$$

condições iniciais,

$$(z, t=0) = p(z, t=0) = c(z, t=0) = D(z, t=0) = 0$$

## 2. A LIGA DE ALUMÍNIO AA2011 T6

A liga de alumínio, utilizada nos testes de fadiga realizados neste trabalho, foi a liga ASTM AA2011 T6, com composição química apresentada na Tab. (1) e propriedades mecânicas apresentadas na Tab. (2).

Tabela 1. Composição química da liga ASTM AA2011 T6.

	Si(%)	Fe(%)	Cu(%)	Mn(%)	Mg(%)	Cr(%)
ASTM AA2011	0,18	0,24	5,15	0,04	0,04	0,006
	Zn(%)	Ni(%)	Ti(%)	Pb(%)	Bi(%)	
ASTM AA2011	0,024	0,005	0,020	0,32	0,22	

Tabela 2. Propriedades mecânicas da liga ASTM AA2011 T6.

	$\sigma_u [MPa]$	$\sigma_y [MPa]$	All.%	E[GPa]	HBR
ASTM AA2011	403	280	34,5%	74	70,7

Os ensaios de fadiga de baixo ciclo foram realizados no laboratório de ensaios mecânicos do DIEM, Universidade de Bolonha (Itália), conforme Ferrari, Minak e Chimirro (2002), de acordo com a norma ASTM E 606 (1998), utilizando-se corpos de prova conforme Figs. (1) e (2).

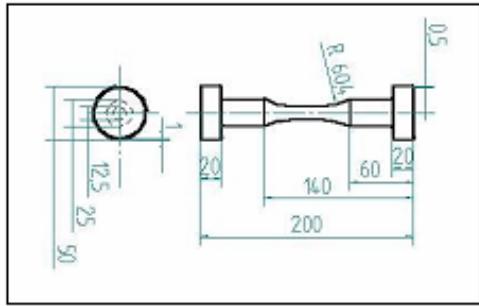


Figura 1. Dimensões do corpo de prova (mm), com comprimento efetivo de 30mm.

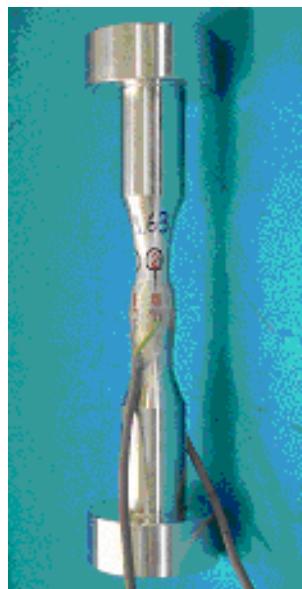


Figura 2. Corpo de prova da liga ASTM AA2011 T6.

Com estes ensaios determinaram-se os parâmetros relativos ao endurecimento isotrópico,  $v_1=112$  Mpa,  $v_2=10,8$  e os parâmetros relativos ao endurecimento cinemático  $a,b$ . Verificou-se que estes últimos são dependentes do nível de deformação imposta:

$$a = 15,119 \left( \frac{\Delta\varepsilon}{2} \right)^{-1,326} \quad (8)$$

$$b = 0,203 \left( \frac{\Delta\varepsilon}{2} \right)^{-1,359} \quad (9)$$

Desta forma, obteve-se as expressões que regem os comportamentos relativos aos endurecimentos cinemático e isotrópico do material:

$$x = \frac{a}{b} + ce^{-b\varepsilon^p} \quad (10)$$

$$y = \sigma_y + v_1 (1 - e^{-v_2 p}) \quad (11)$$

Verificou-se que adotando  $C=0,01$  para o parâmetro de difusão do dano no modelo obtiveram-se respostas satisfatórias.

O parâmetro  $S_0$ , relacionado com a evolução do dano, é dependente do nível de deformação imposta:

$$S_0 = 649 \left( \frac{\Delta\epsilon}{2} \right)^{-3,278} \quad (12)$$

A Fig.(3) mostra a curva  $\varepsilon N$  obtida pelo modelo, comparada com os resultados experimentais. Pode-se observar uma boa concordância entre as previsões teóricas e experimentais.

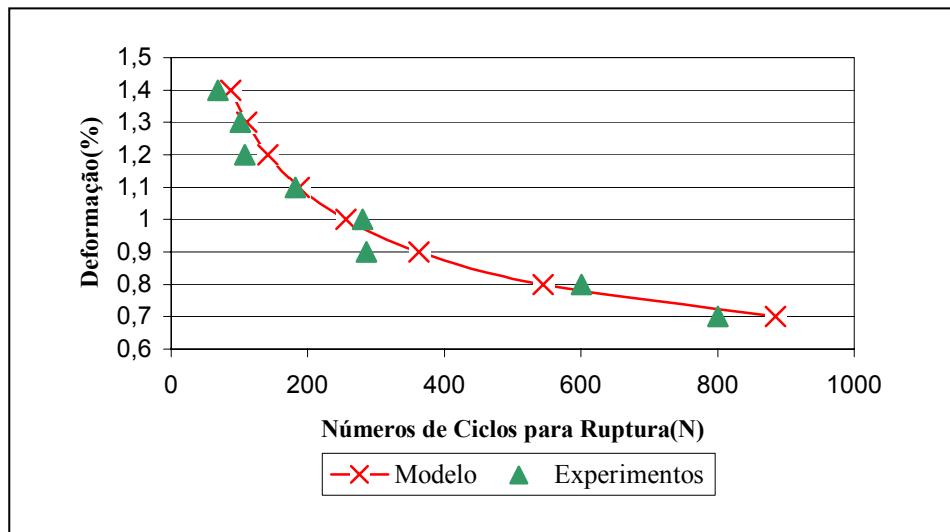


Figura 3. Curva  $\varepsilon N$  teórica x experimental.

A fig. 4 mostra o loop de histerese para o ciclo estabilizado, onde se verifica a boa concordância entre os dados experimentais e a previsão do modelo.

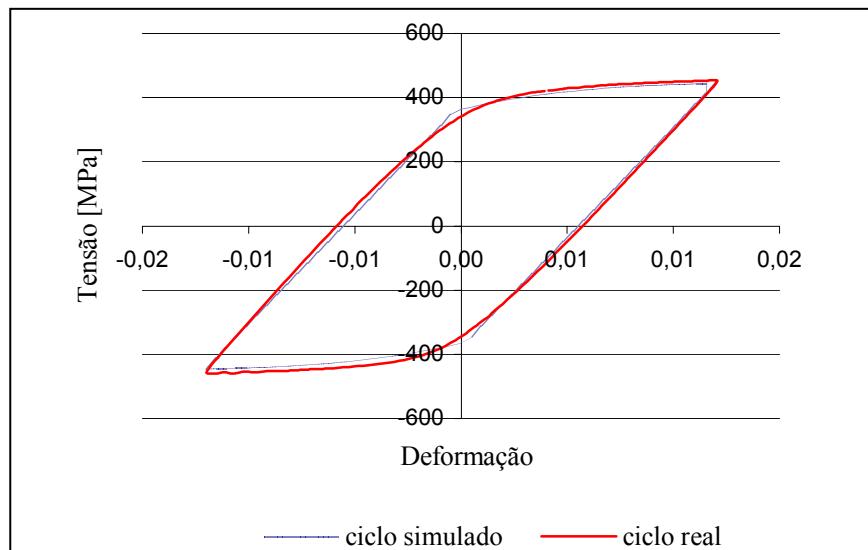


Figura 4. Comparaçao entre ciclo estabilizado real e simulado.

### 3. ACÚMULO DE DANO.

A fim de verificar o comportamento do modelo tanto em relação ao efeito da preservação da ordem da solicitação atuante quanto em relação ao endurecimento cíclico, foram realizados os ensaios que seguem.

Primeiramente foram realizados ensaios de fadiga de baixo ciclo com o objetivo de determinar a vida dos corpos de prova para os níveis de deformação de 0,7% e 1,0%. Para a deformação de 0,7 % obteve-se uma vida de 800 ciclos e para a deformação de 1,0 % obteve-se uma vida de 280 ciclos.

A seguir, foram realizados dois ensaios de fadiga, variando-se a amplitude de deformação prescrita durante cada ensaio. No primeiro ensaio, foram realizados 132 ciclos com uma deformação prescrita de 0,7% e logo após aplicou-se ao corpo de prova uma deformação de 1,0 % até a ruptura do mesmo. A falha ocorreu após 185 ciclos. No segundo ensaio, foram realizados 132 ciclos com uma deformação de 1,0% e logo após aplicou-se ao corpo de prova uma deformação de 0,7% até a ruptura do mesmo. A falha ocorreu após 405 ciclos.

Os resultados destes ensaios encontram-se na Tab. (3).

Tabela 3. Ensaios de fadiga acumulada.

	$n_1$	$n_2$	$n_T = n_1 + n_2$
Ensaio 01	( $\Delta\epsilon = 0,7 \%$ ) 132	( $\Delta\epsilon = 1,0 \%$ ) 185	317
Ensaio 02	( $\Delta\epsilon = 1,0 \%$ ) 132	( $\Delta\epsilon = 0,7 \%$ ) 404	537

Estas mesmas situações foram fornecidas ao modelo, cujos resultados encontram-se na Tab. (4).

Tabela 4. Simulações de fadiga acumulada.

	$n_1$	$n_2$	$n_T = n_1 + n_2$
Ensaio 01	( $\Delta\epsilon = 0,7 \%$ ) 132	( $\Delta\epsilon = 1,0 \%$ ) 186	318
Ensaio 02	( $\Delta\epsilon = 1,0 \%$ ) 132	( $\Delta\epsilon = 0,7 \%$ ) 417	549

Verifica-se uma boa concordância entre os resultados previstos pelo modelo e os ensaios realizados.

Os resultados obtidos, tanto com os ensaios realizados como com as simulações do modelo, foram então comparados com os resultados obtidos utilizando-se a regra de Palmgren – Miner, a qual é representada pela equação,

$$\sum \frac{n_i}{N_{fi}} = C \quad (13)$$

onde  $n_i$  é o número de ciclos de deformação prescrita aplicados ao corpo e  $N_{fi}$  é a vida correspondente a este valor de deformação prescrita, segundo a curva  $\epsilon N$  do material. A constante  $C$ , conforme Fuchs (1980) pode assumir valores entre 0,7 e 2,2 sendo que, em geral, utiliza-se valor unitário.

Verificou-se que, utilizando a regra de Miner para os mesmos ensaios realizados, a constante  $C$  da Eq.(13) fornece valores diferentes. Os resultados podem ser vistos na Tab. (5). Isto provavelmente deve-se ao fato de que a regra de Miner não leva em consideração a ordem dos carregamentos nem os efeitos de endurecimento cinemático e isotrópico

Tabela 5. Valores da constante C.

Ensaio	C
01	0,826
02	0,978

#### 4. CONCLUSÕES.

O modelo proposto neste trabalho reproduz de forma eficiente o mecanismo de ruptura de barras submetidas a carregamentos unidimensionais com amplitudes variáveis (fadiga acumulada).

Os resultados obtidos pelas simulações do modelo são melhores do que os obtidos pela regra clássica de Miner, a qual não preserva a ordem da solicitação imposta podendo revelar-se tanto conservadora como não nas previsões de vida à fadiga acumulada.

#### 5. REFERÊNCIAS.

- ASTM E 606-98, Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing, 1998.
- Chimisso, F.E.G. and Costa Mattos,H.S. 1994. Modeling the softening behavior of damageable elasto-plastic bars, *Proceedings of Localized Damage III*. Udine, Italy. 297-304.
- Chimisso, F. E.G. 1994. A Continuum damage model for materials with elasto - plastic behavior (In Portuguese). Doctor Thesis, Department of Mechanical Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Costa Mattos, H.S., Fremond,M. and Mamyia,E.N. 1992. A simple model of the mechanical behavior of ceramic-like materials. *Int. J. of Solids Str.* 24:3185-3200.
- Costa Mattos,H.S. and Sampaio, R.1993. Analysis of the fracture of brittle elastic materials using a continuum damage model. *Proceedings of the XII Brazilian Mechanical Engineering Congress*. 1449-1462.
- Cowin, S. C. and Nunziato, J.W. 1983. Linear materials with voids. *Journal of Elasticity*. 13:125 – 147.
- Ferrari,E., Minak, G. and Chimisso, F., Sperimentazioni volte all'applicazione di un modello termodinamico per la simulazione del comportamento a fatica a basso numero di cicli delle leghe di alluminio AA2011 e AA2030, *AIAS – Associazione Italiana per l' Analisi delle Sollecitazioni*, XXXI Convegno Nazionale, settembre 2002, Parma, Italia.
- Fremond,M., Costa Mattos,H.S. and Mamyia,E.N.1990. A thermodynamically consistent mechanical model for damageable elastic materials. *Technical. Report. N. 7, IPRJ*, Nova Friburgo. Brasil.
- Goodman, M. and Cowin, S.C. 1972. A continuum theory for granular materials. *Arch.Rat. Mech. Anal.* 44: 249 - 266.
- H. O Fuchs., R. I. Stephens, *Metal fatigue in engineering* , John Wiley & Sons , New York, 1980.
- Mindlin, R.D.1964. Microstructure in linear elasticity. *Arch. Rat. Mech. Anal.* 16:51-80.
- Toupin, R.A.1964. Theories of elasticity with couple-stress. *Arch. Rat. Mechanics Anal.*17: 85 - 112.

## **6. DIREITOS AUTORAIS.**

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

# **Damage Growth in ASTM AA 2011 Aluminium Alloy Through the Use of an Elastoplastic Continuum Damage Model**

### **Paulo André Menezes Lopes**

POLICAB, DMC, Fundação Universidade Federal do Rio Grande,  
Av. Itália, km 8 – Campus Carreiros,  
96201-900 - Rio Grande, RS, Brasil,  
[paulo\\_andreml@yahoo.com.br](mailto:paulo_andreml@yahoo.com.br)

### **Giangiacomo Minak**

DIEM, Università degli Studi di Bologna, Itália,  
[Giangiacomo.minak@mail.ing.unibo.it](mailto:Giangiacomo.minak@mail.ing.unibo.it)

### **Heraldo Costa Mattos**

MLTA, DEM, Universidade Federal Fluminense – RJ, Brasil,  
[heraldo@mec.uff.br](mailto:heraldo@mec.uff.br)

### **Fulvio E. G. Chimisso**

POLICAB, DMC, Fundação Universidade Federal do Rio Grande – RS, Brasil,  
[fulvio@dmc.furg.br](mailto:fulvio@dmc.furg.br)

**Abstract.** *The effects of push-pull tensions in the verification of structural integrity of a mechanical component are usually analized through linear procedures of damage accumulation, and for these purposes the Palmgren-Miner's rule is the most used.*

Although the application of Palmgren-Miner's rule is simple, its results doesn't consider two important informations: the effects of the sequence solicitation and the cyclical hardening and softening.

In this paper is developed an elasto-plastic model through a continuous damage theory, and the evolution law of the damage variable is a function of variables associated with the cyclical isotropic and kinematic hardening. On this way, is possible to consider in the life of the component the order of solicitation and the effects of cyclical hardening, getting more realistic results.

*Using the avaible data for the ASTM AA2011 aluminium alloy, were realized simulations of low cycle fatigue, with totally reverse cycles and of variable amplitude. The results were compared with experimental data (obtained in specimens of the same material, under similar conditions) and with the Palmgren-Miner's rule. The tests were made in the DIEM – Dipartimento di Costruzioni Meccaniche e Nucleari – of Boulogne University, Italy.*

**Keywords:** *Damage Mechanics, Low Cycle Fatigue, Damage growth.*