

# **UTILIZAÇÃO DE ÓRBITAS DO TIPO HALO PARA MISSÕES TERRA-LUA**

**Gislaine de Felipe**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

São José dos Campos - SP - 12227-010 – Brazil - E-mail: gislaine@dem.inpe.br

**Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

São José dos Campos - SP - 12227-010 – Brazil - E-mail: prado@dem.inpe.br

**Resumo.** Neste trabalho será estudada uma missão completa para um veículo espacial viajar entre a Terra e a Lua, passando por uma órbita de estacionamento do tipo halo em torno do ponto lagrangiano intermediário  $L_1$  e retornando à Terra. Órbitas Halo são órbitas que existem dentro do modelo dinâmico dado pelo problema restrito de três corpos. Trata-se de uma órbita tridimensional, em torno de um dos pontos Lagrangianos (pontos de equilíbrio das equações de movimento) de um sistema de três corpos. Sendo assim, essa órbita possui a característica de estar centrada em torno de um ponto onde não existe um corpo massivo. A missão completa incluiria as seguintes fases: i) lançamento, a partir de uma órbita de estacionamento em torno da Terra a 7000km do veículo espacial até uma órbita do tipo Halo em torno do ponto Lagrangiano; ii) lançamento de um sub-veículo espacial até uma órbita lunar; iii) retorno da órbita lunar para a órbita Halo, após a realização da missão (sendo assim a técnica de Rendezvous também é estudada e incluída a missão); iv) retorno da órbita Halo até uma órbita de estacionamento em torno da Terra. Esse trabalho pretende realizar esta missão, mapeando os valores dessa manobra, envolvendo três de órbitas Halo da mesma família.

**Palavras-chave:** Astrodinâmica, órbitas Halo; Transferências orbitais.

## **1. A MISSÃO COMPLETA TERRA-HALO-LUA-HALO-TERRA**

Utiliza-se a técnica do “Problema de Lambert” (Prado e Broucke, 1996) para a realização das manobras de transferência.

Para o primeiro passo da manobra completa aplica-se um impulso que insere o veículo espacial em uma trajetória de transferência que o retira de uma órbita de estacionamento em torno da Terra e o coloca em uma órbita de transferência entre a Terra e a órbita Halo. Este primeiro impulso é dado por:

$$\Delta V_1 = \sqrt{(V_{S_x} - V_{t_{1ix}})^2 + (V_{S_y} - V_{t_{1iy}})^2 + (V_{S_z} - V_{t_{1iz}})^2} \quad (1)$$

Onde:  $V_{S_{x,y,z}}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo quando em órbita da Terra a 7000 km, imediatamente antes da aplicação do primeiro impulso;  $V_{t_{1ix,y,z}}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo quando da inserção na trajetória  $T_1$ , imediatamente depois da aplicação do primeiro impulso;  $\Delta V_1$  = impulso total para inserção do veículo espacial na primeira

Para o segundo passo aplica-se um impulso para inserir o veículo espacial na órbita Halo, a partir da órbita de transferência T<sub>1</sub>. Este impulso é dado por:

$$\Delta V_2 = \sqrt{(Vh_{1x} - Vt_{1fx})^2 + (Vh_{1y} - Vt_{1fy})^2 + (Vh_{1z} - Vt_{1fz})^2} \quad (2)$$

Onde:  $Vt_{1fx,y,z}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo na órbita de T<sub>1</sub> quando da sua chegada na órbita Halo, imediatamente antes da aplicação do segundo impulso;  $Vh_{1x,y,z}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo quando de sua inserção na órbita Halo, imediatamente após a aplicação do segundo impulso;  $\Delta V_2$  = impulso total para inserção do veículo espacial na órbita Halo.

Para o terceiro passo aplica-se um terceiro impulso para inserir o veículo espacial na trajetória de transferência T<sub>2</sub>, que leva o veículo da órbita Halo até a Lua. O ponto de saída mais econômico não é o mesmo ponto de chegada da trajetória T<sub>1</sub>, o que implica em uma espera na órbita Halo independente dos objetivos da missão. Sendo assim, o terceiro impulso é dado por:

$$\Delta V_3 = \sqrt{(Vh_{2x} - Vt_{2ix})^2 + (Vh_{2y} - Vt_{2iy})^2 + (Vh_{2z} - Vt_{2iz})^2} \quad (3)$$

Onde:  $Vt_{2ix,y,z}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo na órbita de T<sub>1</sub> quando da sua chegada na órbita Halo, imediatamente após a aplicação do terceiro impulso;  $Vh_{2x,y,z}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo quando na órbita Halo no instante da sua inserção na trajetória T<sub>2</sub>, imediatamente antes da aplicação do terceiro impulso;  $\Delta V_3$  = impulso total para inserção do veículo espacial na trajetória de transferência 2.

Para o último passo da viagem de ida até a Lua aplica-se um quarto impulso que insere o veículo espacial em sua órbita final ao redor da Lua. A magnitude desse quarto impulso é dada por:

$$\Delta V_4 = \sqrt{(VL_x - Vt_{2fx})^2 + (VL_y - Vt_{2fy})^2 + (VL_z - Vt_{2fz})^2} \quad (4)$$

Onde:  $Vt_{2fx,y,z}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo quando na trajetória T<sub>2</sub> no instante de sua inserção em órbita lunar, imediatamente antes da aplicação do quarto impulso;  $VL_{x,y,z}$  = componentes x, y, z da velocidade do veículo espacial quando em órbita da Lua a 1960 km, imediatamente após a aplicação do quarto impulso;  $\Delta V_4$  = impulso total para inserção do veículo espacial em órbita da Lua.

Desta forma o consumo total ( $\Delta V$ ) é obtido, somando-se os consumos:  $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4$

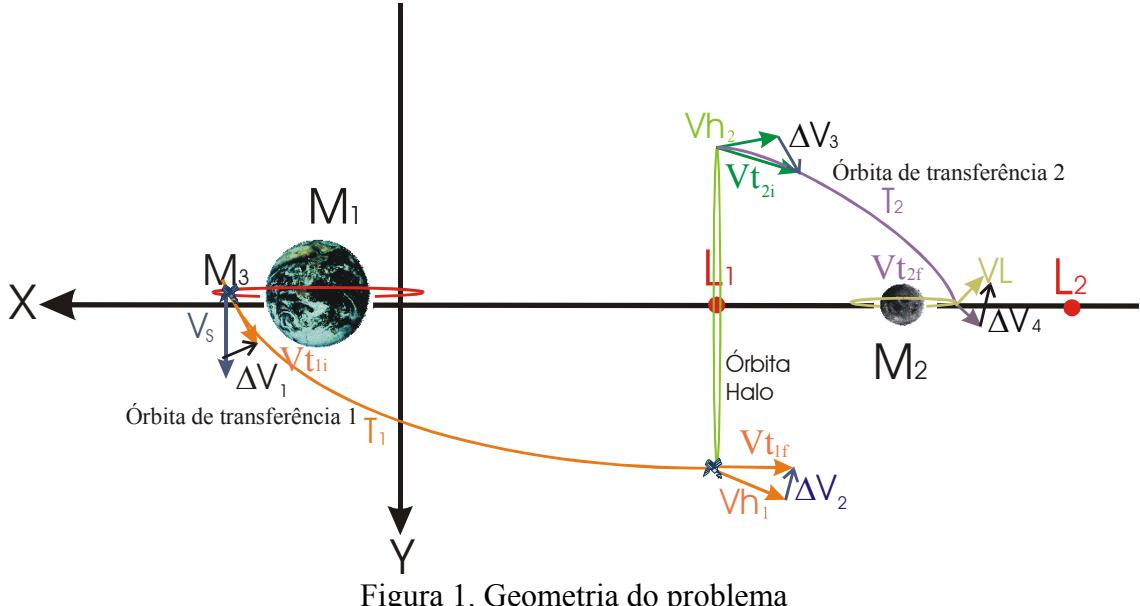


Figura 1. Geometria do problema

A Figura (1) ilustra a manobra completa para a viagem de ida até a Lua. Para a viagem de retorno até a Terra utiliza-se a mesma para a transferência entre as órbitas Halo e a Terra e a técnica de Rendez-vous para o encontro do veículo espacial que deixa a órbita da Lua para encontrar com a nave mãe que se encontra na órbita Tipo halo

## 2. RESULTADOS

Simulam-se as transferências onde o veículo espacial deve deixar a órbita da Terra de um ponto localizado a 7000 km do centro da Terra, incluindo um vínculo para que o veículo deixe a órbita de forma tangente ao movimento anterior. O ponto final da transferência será um dos quatro pontos de cada uma das três órbitas Halo obtidas. Necessita-se desta discretização das órbitas Halo para a utilização e solução do método de Lambert. Obtém-se o consumo de cada transferência, com o objetivo de encontrar a transferência com o menor consumo.

A seguir, estuda-se o consumo para transferências a partir dos pontos que pertencem a Halo até um ponto em uma órbita em torno da Lua, com 1960 km de altitude. Utiliza-se a técnica de rendezvous para o retorno da Lua para a Terra. Para as transferências entre as órbitas Halo, os pontos foram escolhidos de um tal modo que o tempo que o veículo espacial gasta para viajar entre eles seja constante. A seguir, combina-se cada ponto da órbita inicial com cada ponto da órbita final. Para cada par de pontos, resolve-se o problema de Lambert para uma série de tempos de vôo.

Para este primeiro estudo, geram-se três órbitas Halo diferentes, com a aplicação do método de Linstedt-Poincaré (Felipe, Beauge, e Prado, 2000a). Todas elas pertencem à mesma família ao redor do ponto lagrangiano  $L_1$ . A diferença entre elas é expressa pelo parâmetro  $\beta$ , que representa a amplitude linear no eixo z. Em termos deste parâmetro, as órbitas utilizadas neste estudo são: 0,001; 0,05, e 0,100. A Figura (2) mostra estas órbitas Halo, já discretizadas nos quatro pontos.

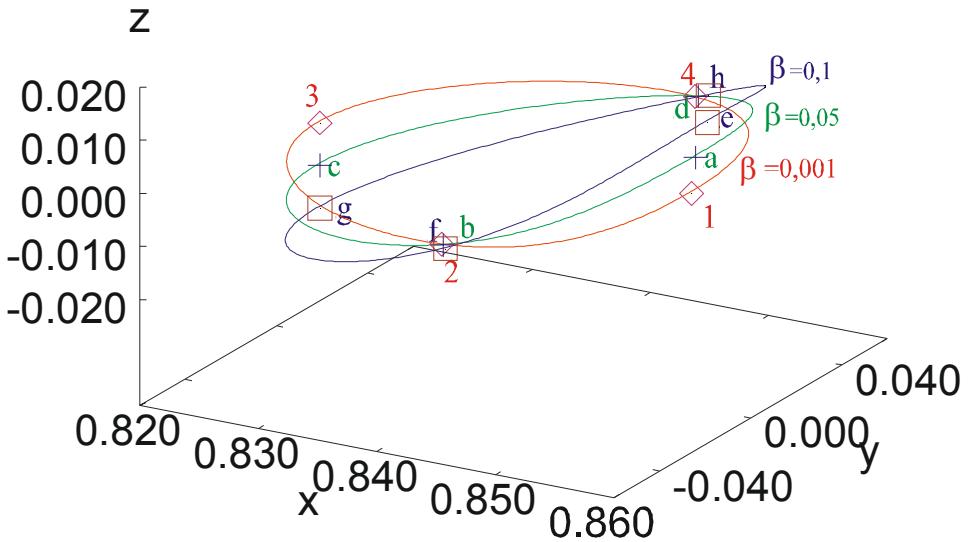


Figura 2. Órbitas Halo que mostram os pontos utilizados para as transferências

A seguir, estuda-se a transferência entre a Terra e as órbitas halo (Felipe, Beauge, e Prado, 2000b), entre as órbitas Halo e entre as órbitas Halo e a Lua. Para todas as tabelas as linhas em negrito representam os consumos mínimos entre cada órbita e a linha sombreada representa o valor de consumo mínimo dentre todas as manobras. A Tabela (1) mostra os consumos para transferências entre um ponto em uma órbita ao redor da Terra com 7000 km de altitude e os pontos das órbitas Halo. A Tabela (2) mostra o consumo para transferências entre as órbitas Halo e um ponto em uma órbita com 1960 km de altitude ao redor da Lua. A Tabela (3) representa os consumos do encontro do veículo espacial envolvendo as órbitas do tipo Halo. A Tabela (4) mostra os resultados obtidos das transferências entre as diferentes órbitas halo. Cada ponto da órbita assumida como inicial é combinada com todos os quatro pontos da órbita assumida como final. A Tabela (5) representa os consumos do encontro do veículo espacial envolvendo a órbita da Lua da Lua e as órbitas do tipo Halo.

Tabela 1. Transferências entre a Terra e as órbitas Halo

Da Terra pra Halo	t	$\Delta v$
1	1,5	0,989468170
2	1,6	1,254305096
3	1,5	1,228422645
4	4,5	1,169758074
a	1,5	0,988210419
b	1,6	1,252341424
c	1,5	1,229551750
d	1,4	1,250673612
e	<b>1,5</b>	<b>0,984494785</b>
f	1,6	1,246591335
g	1,5	1,232882171
h	1,4	1,246032828

Para Terra da Halo	t	$\Delta v$
1	1,50	0,988934623
2	1,4	1,253298050
3	1,5	1,227564215
4	3,9	4,386580178
a	1,5	0,987189139
b	1,4	1,251709287
c	1,5	1,228694321
d		
e	<b>1,5</b>	<b>0,983497375</b>
f	1,4	1,247055011
g	1,5	1,232027757
h	3,9	4,398280012

Tabela 2. Transferências entre as órbitas halo e a Lua

Para Lua da Halo	t	$\Delta v$
1	1,1	0,525300723
2		Sem convergência
3	1,2	0,265352344
4	1,3	0,374592306
a	1,1	0,519728791
b		Sem convergência
c	1,2	0,267432268
d	1,3	0,375038032
e	1,1	0,503248037
f	1,0	0,364600573
<b>g</b>	<b>0,11</b>	<b>0,253146017</b>
h	6,1	1,051701219

Da Lua pra Halo	t	$\Delta v$
1	1,1	0,525219888
2	1,3	0,374734726
3	1,2	0,265202410
4	1,0	0,371368244
a	1,1	0,519838652
b	1,3	0,375184078
c	1,2	0,267278068
d	1,0	0,369724158
e	1,1	0,503376304
f	1,3	0,376486086
g	1,2	0,273425700
<b>h</b>	<b>6,3</b>	<b>0,181703165</b>

Tabela 3. *Rendez-vous* entre halos

De halo 1 para	t	$\Delta v$
<b>b</b>	<b>0,624999090</b>	<b>0,018003916</b>
c	1,371949222	0,250932382
d	2,118899355	0,582090706
f	0,625304873	0,038677599
g	1,372620453	0,355653877
h	2,119936033	0,579663581
De halo 2 para	t	$\Delta v$
b	0,624999090	0,185393928
c	1,371949222	0,292758509
<b>d</b>	<b>2,118899355</b>	<b>0,160383239</b>
f	0,625304873	0,192047007
g	1,372620453	0,307767330
h	2,119936033	0,164967928
De halo 3 para	t	$\Delta v$
b	0,624999090	0,275857005
c	1,371949222	0,319743723
d	2,118899355	3,910289632
f	0,625304873	0,289655428
g	1,372620453	0,384669316
h	2,119936033	3,910961182
De halo 4 para	t	$\Delta v$
<b>b</b>	<b>0,624999090</b>	<b>0,257996278</b>
c	1,371949222	0,520572358
d	2,118899355	0,946544511
f	0,625304873	0,265064705
g	1,372620453	0,546784028
h	2,119936033	0,946103885

Da halo a para	t	$\Delta v$
f	0,625304873	0,020676104
g	1,372620453	0,257507881
h	2,119936033	0,575964064
Da halo b para	t	$\Delta v$
f	0,625304873	0,194415600
g	1,372620453	0,303069899
<b>h</b>	<b>2,119936033</b>	<b>0,166642854</b>
Da halo c para	t	$\Delta v$
f	0,625304873	0,303875659
g	1,372620453	0,428775483
h	2,119936033	3,912118964
Da halo d para	t	$\Delta v$
f	0,625304873	0,267449955
g	1,372620453	0,558586891
h	2,119936033	0,946027489

Tabela 4. Transferências entre as diferentes órbitas halo

De e para:	t	$\Delta v$
1	0,85	0,273686570
2	0,62	0,038531233
3	1,11	0,193891638
4	0,82	0,280661992
De f para:	t	$\Delta v$
1	0,82	0,281566563
2	1,41	0,103938697
3	0,75	0,038420900
4	1,41	0,061007747
De g para:	t	$\Delta v$
1	1,09	0,200032932
2	0,77	0,268996540
3	0,91	0,253167554
4	0,74	0,038510888
De h para:	t	$\Delta v$
1	0,64	0,038318003
2	1,26	0,042885496
3	0,78	0,267202707
4	1,32	0,100379591
De e para:	t	$\Delta v$
a	0,58	0,278320134
b	0,62	0,020549708
c	1,25	0,150105039
d	0,81	0,297181426
De f para:	t	$\Delta v$
a	0,81	0,297647158
b	0,12	0,104410746
c	0,75	0,020511341
d	1,43	0,062083455
De g para:	t	$\Delta v$
a	1,24	0,162766321
b	0,77	0,285457137
c	0,71	0,257150736
d	0,75	0,020568870
De h para:	t	$\Delta v$
a	0,65	0,020512544
b	1,26	0,050864117
c	0,78	0,284484371
d	0,11	0,100973691
De a para:	t	$\Delta v$
1	1,03	0,262335934
2	0,62	0,017919671
3	1,24	0,151801055
4	0,82	0,263582007
De b para:	t	$\Delta v$
1	0,82	0,263937309
2	0,75	0,083915128
3	0,75	0,017946219
4	1,5	0,029042611
De c para:	T	$\Delta v$
1	1,24	0,155990325
2	0,77	0,251301407
3	1,08	0,243324804
4	0,74	0,017946655
5		
De d para:	t	$\Delta v$
1	0,63	0,017876647
2	1,25	0,017584569
3	0,77	0,250639145
4	0,65	0,082046492

De 1 para:	t	$\Delta v$
a	1,03	0,262335939
b	0,63	0,017876695
c	1,24	0,155990324
d	0,82	0,263937248
De 1 para:	t	$\Delta v$
e	0,85	0,273686580
f	0,64	0,038318047
g	1,09	0,200032945
h	0,82	0,281566522
De 2 para:	t	$\Delta v$
a	2,82	0,263582076
b	0,65	0,082047226
c	0,75	0,018003250
d	1,46	0,028360674
De 2 para:	t	$\Delta v$
e	0,82	0,280662052
f	1,32	0,100379785
g	0,74	0,038510893
h	1,41	0,061007929
De 3 para:	t	$\Delta v$
a	1,24	0,151801072
b	0,77	0,250639137
c	1,08	0,243324808
d	0,75	0,017946231
De 3 para:	t	$\Delta v$
e	1,11	0,193891663
f	0,78	0,267202718
g	0,91	0,253167559
h	0,75	0,038420914
De 4 para:	t	$\Delta v$
a	0,62	0,017919696
b	1,25	0,017584640
c	0,77	0,251301416
d	0,75	0,083913889
De 4 para:	t	$\Delta v$
e	0,62	0,038531253
f	1,26	0,042885454
g	2,39	1,046032490
h	1,41	0,103938115
De a para:	t	$\Delta v$
e	0,58	0,278320163
f	0,63	0,020512544
g	1,24	0,162766349
h	0,81	0,297647138
De b para:	t	$\Delta v$
e	0,81	0,297181476
f	0,113	0,100965826
g	0,75	0,020568875
h	1,43	0,062083624
De c para:	t	$\Delta v$
e	1,25	0,150105086
f	0,78	0,284484391
g	0,71	0,257150758
h	0,75	0,020511338
De d para:	t	$\Delta v$
e	0,62	0,020549726
f	1,26	0,050864102
g	0,77	0,285457143
h	0,123	0,104397009

Tabela 5. *Rendez-vous* da lua para halo

Da Lua pra Halo	t	$\Delta v$
1		
2	0,624999090	1,449683579
3	1,371949222	1,378433578
4	2,118899355	1,607362233
a		
b	0,624999090	1,451590397
c	<b>1,371949222</b>	<b>1,379516606</b>
d	2,118899355	1,606787048
e		
f	0,624999090	1,457233569
g	1,371949222	1,382710346
h	2,118899355	1,605093726

## 2.1. Hipóteses para a missão

Para desenvolver a missão utilizamos as tabelas anteriores para os valores de consumos das transferências e considera-se algumas hipóteses, descritas esquematicamente abaixo:

Para a ida:

- a) Transferência da nave-mãe de uma órbita ao redor da Terra para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,1$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,984494785$  e  $t = 1,5$ . Esta nave permanece nesta órbita e daí sai um sub-veículo que realizara uma transferências da órbita do tipo Halo  $\beta = 0,1$  para a órbita ao redor Lua:  $\Delta V = 0,253146017$  e  $t = 0,11$ esta forma o consumo total é:  **$\Delta V = 1,237640802$  e  $t = 1,61$** .
- b) Transferência da nave-mãe de uma órbita ao redor da Terra para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,05$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,988210419$  e  $t = 1,5$ . Esta nave permanece nesta órbita e daí sai um sub-veículo que realizara uma transferências da órbita do tipo Halo  $\beta = 0,05$  para a órbita ao redor Lua:  $\Delta V = 0,267432268$  e  $t = 1,2$ . Desta forma o consumo total é:  **$\Delta V = 1,255642687$  e  $t = 2,7$** .
- c) Transferência da nave-mãe de uma órbita ao redor da Terra para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,001$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,989468170$  e  $t = 1,5$ . Esta nave permanece nesta órbita e daí sai um sub-veículo que realizara uma transferência da órbita do tipo Halo  $\beta = 0,001$  para a órbita ao redor Lua:  $\Delta V = 0,265352394$  e  $t = 1,2$ . Desta forma o consumo total é:  **$\Delta V = 1,254820514$  e  $t = 2,7$** .
- d) Agora considera-se a transferência utilizando transferências entre as órbitas Halo, assim temos: Transferência da nave-mãe de uma órbita ao redor da Terra para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,1$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,984494785$  e  $t = 1,5$  (igual ao caso a). Esta nave permanece nesta órbita. Realiza-se a transferência do sub-veículo da órbita do tipo Halo  $\beta = 0,1$  para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,001$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,03831800$  e  $t = 0,64$ . Agora realiza-se a transferência do sub-veículo da órbita tipo Halo  $\beta = 0,001$  para órbita ao redor Lua:  $\Delta V = 0,265352344$  e  $t = 1,2$ . Desta forma o consumo total é:  **$\Delta V = 1,288165129$  e  $t = 3,34$** .
- e) Considera-se a transferência utilizando transferências entre as órbitas Halo, assim temos: Transferência da nave-mãe de uma órbita ao redor da Terra para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,1$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,984494785$  e  $t = 1,5$  (igual ao caso a). Esta nave permanece nesta órbita.

Realiza-se a transferência do sub-veiculo da órbita do tipo Halo  $\beta = 0,1$  para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,05$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,020511341$  e  $t = 0,75$ . Agora realiza-se a transferência do sub-veiculo da órbita tipo Halo  $\beta = 0,05$  para órbita ao redor Lua:  $\Delta V = 0,26732268$  e  $t = 1,2$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 1,272328806$  e  $t = 3,45$ .

**f)** Considera-se a transferência utilizando transferências entre as órbitas Halo, assim temos: Transferência da nave-mãe de uma órbita ao redor da Terra para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,05$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,988210419$  e  $t = 1,5$  (igual ao caso b). Esta nave permanece nesta órbita. Realiza-se a transferência do sub-veiculo da órbita do tipo Halo  $\beta = 0,05$  para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,001$ , cujo consumo é:  $\Delta V = 0,017584569$  e  $t = 1,25$ . Agora realiza-se a transferência do sub-veiculo da órbita tipo Halo  $\beta = 0,001$  para órbita ao redor Lua:  $\Delta V = 0,265202410$  e  $t = 1,2$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 1,270977398$  e  $t = 3,95$ .

*Desta forma, o consumo total e mínimo para a ida corresponde à hipótese a.*

Para a volta:

**a)** A nave mãe encontra-se na órbita  $\beta = 0,1$ .

Tem-se o *rendez-vous* entre a Lua e a Halo  $\beta = 0,1$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 1,382710346$  e  $t = 1,37$ . Transferência da halo  $\beta = 0,1$  para a Terra. O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,983497375$  e  $t = 1,37$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 2,366207721$  e  $t = 2,81$ .

**b)** A nave mãe encontra-se na órbita  $\beta = 0,05$ .

Tem-se o *rendez-vous* entre a Lua e a Halo  $\beta = 0,05$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 1,379516606$  e  $t = 1,37$ . Transferência da halo  $\beta = 0,05$  para a Terra. O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,987189139$  e  $t = 1,5$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 2,366705745$  e  $t = 2,87$ .

**c)** A nave mãe encontra-se na órbita  $\beta = 0,001$ .

Tem-se o *rendez-vous* entre a Lua e a Halo  $\beta = 0,001$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 1,378433578$  e  $t = 1,37$ . Transferência da halo  $\beta = 0,001$  para a Terra. O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,988934623$  e  $t = 1,5$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 2,367368201$  e  $t = 2,87$ .

**d)** A nave mãe encontra-se na órbita  $\beta = 0,1$  e o modulo em  $\beta = 0,001$ .

Transferência da órbita da Lua para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,001$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,265202410$  e  $t = 1,2$ . Tem-se o *rendez-vous* entre a Halo  $\beta = 0,001$  e  $\beta = 0,1$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,038677549$  e  $t = 0,62$ . Transferência da halo  $\beta = 0,1$  para a Terra. O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,983497375$  e  $t = 1,5$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 1,287377384$  e  $t = 2,32$ .

**e)** A nave mãe encontra-se na órbita  $\beta = 0,1$  e o modulo em  $\beta = 0,05$ .

Transferência da órbita da Lua para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,05$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,26728068$  e  $t = 1,2$ . Tem-se o *rendez-vous* entre a Halo  $\beta = 0,05$  e  $\beta = 0,1$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,166642854$  e  $t = 2,12$ . Transferência da halo  $\beta = 0,1$  para a Terra. O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,983497375$  e  $t = 1,5$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 1,417203983$  e  $t = 4,82$ .

**f)** A nave mãe encontra-se na órbita  $\beta = 0,05$  e o modulo em  $\beta = 0,001$ .

Transferência da órbita daLua para a órbita do tipo Halo  $\beta = 0,001$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,265202410$  e  $t = 1,2$ . Tem-se o *rendez-vous* entre a Halo  $\beta = 0,001$  e  $\beta = 0,05$ . O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,018003916$  e  $t = 0,62$ . Transferência da halo  $\beta = 0,05$  para a Terra. O consumo é dado por:  $\Delta V = 0,987189138$  e  $t = 1,5$ . Desta forma o consumo total é:  $\Delta V = 1,270395464$  e  $t = 3,32$ .

*Desta forma, o consumo total e mínimo para a volta corresponde à hipótese f.*

Observa-se que o consumo mínimo da missão para ida não corresponde ao consumo mínimo da missão para a volta. Têm-se duas considerações a serem feitas:

1) Calcula-se o mínimo consumo da ida com a volta correspondente: hipótese a:  $\Delta V$  TOTAL: 3,603815741 e  $t = 4,48$ .

2) Calcula-se o mínimo consumo da volta com a ida correspondente: hipótese f:  $\Delta V$  TOTAL: 2,541372862 e  $t = 7,27$ .

Como o sistema encontra-se em unidades canônicas, faz-se a conversão de unidades para unidades do sistema internacional. Para isto, utiliza-se as seguintes relações: Unidade de distância = 384400km; Unidade de tempo = 4,34 dias; Unidade de velocidade = 1,023km/s. Tem-se:  $\Delta V$  TOTAL: 2,59982446258 km/s e  $t = 31,40$  dias.

### 3. CONCLUSÕES

Para este artigo todos os métodos foram implementados com sucesso, gerando assim a missão completa com os resultados esperados. O consumo total de combustível para se transferir um veículo espacial da Terra para Lua utilizando a órbita Halo como estacionamento e levando em consideração as inclinações e direções de velocidade é  $\Delta V$  TOTAL: 2,59982446258 km/s e  $t = 31,40$  dias, menor que o consumo obtido com a transferência de Hohmann, cujo valor é:  $\Delta V_t = 3,84576\text{km/s}$  e  $t = 3,74$  dias. Este resultado é obtido devido a uma dinâmica mais realista utilizada, conforme citado por Belbruno e Miller, 1993.

### 4. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelas concessões de pesquisa recebidas através dos Contatos: 2003/03262-4, 2000/7074-0 e 1999/08740-4.

### 5. REFERENCIAS

Hohmann, W. **Die erreichbarkeit der himmelskörper**. Oldenbourg: s.ed., 1925.

Prado, A.F.B.A. Optimal rendezvous maneuvers for space vehicles. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. 18, n. 3, p.297-301, 1996a.

Prado, A.F.B.A.; Broucke, R.A. The minimum delta-v Lambert's problem. **SBA Controle & Automação**, v. 7, n. 2, p. 84-90, May/Aug. 1996.

Felipe, G., Beauge, C. e Prado, A.F.B.A., 2000, "Determinação Analítica de Órbitas do Tipo Halo". Resumo publicado no "Boletim da Sociedade Astronômica Brasileira", Vol. 20, No. 1, 2000, pg. 115. Congresso realizado entre 23 e 27 de julho, Mangaratiba, Rio de Janeiro, Brasil.

Felipe, G., Beauge, C. e Prado, A.F.B.A., 2000b. "Transferências Orbitais Envolvendo Órbitas do Tipo Halo". Resumos dos Trabalhos do "X Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital", pg. 45. Nazaré Paulista, 20 a 24 de novembro. Promovido pela Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (FEG), UNESP.

Felipe, G., Prado, A.F.B.A. e Beaugé, C., 2001, "Minimum Fuel Transfers Between Halo Orbits". Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM), Uberlândia, 26 a 30 de novembro. Publicação em resumo no livro de resumos na página 11.5 e completa em CD-ROM (ISBN: 85-85769-07-6) nas páginas 85-94.

Belbruno, E. A.; Miler, J. K., Sun Perturbed Earth to Moon transfers with ballistic capture, Journal of Guidance, Control and Dynamics 16, 770-775, 1993.

## USE OF HALO ORBITS OF THE EARTH-MOON MISSIONS

**Gislaine de Felipe**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

São José dos Campos - SP - 12227-010 – Brazil - E-mail: gislaine@dem.inpe.br

**Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

São José dos Campos - SP - 12227-010 – Brazil - E-mail: prado@dem.inpe.br

**Abstract.** In this paper a complete mission for a space vehicle to travel between the Earth and the Moon, passing by a parking orbit of the type halo around the point intermediary lagrangian  $L_1$  will be studied. Halo orbits are orbits that exist in the dynamic model given by the restricted problem of three bodies. It is a tri-dimensional orbit, around one of the lagrangian points (equilibrium points of the equations of motion) of a system of three bodies. That orbit has the characteristic of being centered around a point where a massive body does not exist. The complete mission would include the following phases: i) release, starting from a parking orbit around the Earth at 7000 km altitude to an Halo orbit around the lagrangian point; ii) release of a space sub-satellite until a lunar orbit; iii) return from the lunar orbit to Halo orbit, after the accomplishment of the mission (the technique of Rendezvous is also included in the mission); iv) return from the lunar orbit to Halo orbit to a parking orbit around the Earth. This work intends to accomplish this mission, mapping the values of all the phases i) to iv), using three different Halo orbits of  $L_1$ .

**Keywords:** Astrodynamics, Halo Orbits, Transfer orbits.