

# **ANÁLISE DE PERDAS HIDRÁULICAS EM BOCAIS SUPERSÔNICOS DE SUPERFÍCIE RUGOSA**

**Vlassov D.**

Departamento de Engenharia Mecânica da UFPR, Centro Politécnico, c/p 19011, Curitiba, Paraná, Brasil, CEP 81531-990.

vlassov@demec.ufpr.br

**Vargas J.V.C.**

Departamento de Engenharia Mecânica da UFPR, Centro Politécnico, c/p 19011, Curitiba, Paraná, Brasil, CEP 81531-990.

jvargas@demec.ufpr.br

**Resumo.** Neste trabalho, realizou-se um estudo teórico de escoamentos adiabáticos de gases compressíveis através de bocais cônicos supersônicos com a superfície interna rugosa. Os resultados mostram que em bocais com a superfície rugosa existem ângulos críticos de abertura de bocais, nos quais não se observa aumento adicional de velocidade do gás. Observa-se também que o valor do ângulo crítico cresce com aumento da velocidade do escoamento e da rugosidade da superfície das paredes do bocal. Mostra-se que para cada valor de resistência hidráulica provocada pela rugosidade há um valor ótimo de ângulo de abertura do bocal que provoca mínima perda hidráulica através do bocal.

**Palavras-chave:** gasodinâmica, bocais supersônicos, resistência hidráulica,

## **1. INTRODUÇÃO**

O aperfeiçoamento contínuo de motores térmicos que usam bocais supersônicos para a criação de empuxo exige redução ao mínimo de perdas no bocal. A grande velocidade do escoamento dos gases na parte divergente do bocal e a rugosidade da superfície interna do bocal fazem com que a perda, devido ao atrito, aumente consideravelmente.

Sabe-se que um motor de foguete desenvolve empuxo máximo quando a pressão na saída do bocal de Laval é igual à pressão atmosférica. À medida que a altitude varia com a trajetória do foguete, a pressão atmosférica varia e o motor perde uma parte de empuxo. Para compensar esta perda de empuxo é necessário aumentar/diminuir o comprimento e a área na seção de saída do bocal de acordo com a trajetória. Deve-se, portanto, empregar bocais com a geometria variável. Uma das construções, que permite gradualmente aumentar o comprimento e a área na saída do bocal, consiste de duas partes, uma curta e outra mais comprida que é continuação da primeira. Neste bocal com a geometria gradualmente variável as paredes são feitas de um material de tecido flexível que obviamente é rugoso. A rugosidade da superfície interna do bocal, determinada pela própria estrutura do material, aumenta a perda hidráulica que aumenta ainda mais com aumento de expansão de gases no bocal (Vlassov, 1987).

Em bocais convencionais, em condições reais de funcionamento, o aumento da rugosidade da superfície interna pode ser provocado por vários razões. Em motores de foguete de combustível sólido, o fluido condensado na fase líquida gruda-se sobre a superfície do bocal e passa para a fase

sólida. As partículas de fase condensada acumulam-se na superfície, tornando-a similar a uma superfície de lixa de papel.

Outra situação que pode provocar o aumento da rugosidade do bocal supersônico é o uso para fabricação do bocal de um polímero de ablação que faz parte da proteção térmica. A superfície interna dos bocais sob ação do escoamento de gases a altas temperaturas é submetida à erosão que aumenta a rugosidade. Em outros casos, quando são usadas matérias especiais, a rugosidade da superfície é condicionada pela estrutura do próprio material. Deve ser observado que a enumeração dos fatores apresentados, que provocam aumento de rugosidade, não está completa e na prática é muito provável uma ação conjunta dos fatores acima citados que consideravelmente aumenta a rugosidade da superfície dos bocais e, por conseguinte, a perda provocada por atrito.

Uma das características mais importantes de um motor de foguete é o empuxo desenvolvido em vácuo (Kudriavtsev, 1975). O valor absoluto deste empuxo não depende da pressão atmosférica e é determinado somente por parâmetros internos na câmara de combustão e do bocal. O empuxo criado no vácuo pelo motor de foguete é determinado pela seguinte equação:

$$P = p_c F^* \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} z(\lambda_a), \quad (1)$$

onde:  $P$  - empuxo em vácuo, N;

$p_c$  - pressão na câmara de combustão, Pa;

$k$  - índice adiabático de gases;

$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$  - função gasodinâmica;

$\lambda = \frac{V}{a^*}$  - coeficiente de velocidade;

$V$  - velocidade de gases, m/s;

$a^* = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_c}$  - velocidade crítica, m/s;

$\lambda_a$  - coeficiente de velocidade na saída do bocal;

$R$  - constante específica de gases, J/kgK;

$T_c$  - temperatura de estagnação de gases na câmara de combustão, K;

$F^*$  - área da seção crítica, m<sup>2</sup>;

- os índices "a" e "\*" indicam parâmetros na saída do bocal e na seção crítica respectivamente.

Na Equação (1), o único parâmetro variável é a função gasodinâmica  $z(\lambda_a)$ . O valor numérico de  $z(\lambda_a)$  na parte supersônica do bocal aumenta, partindo do valor  $z(\lambda=1) = 2,0$  na seção crítica. A função gasodinâmica  $z(\lambda_a)$  atinge seu valor teórico máximo, quando o coeficiente de velocidade

atinge seu valor teórico máximo  $\lambda_{\max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$  (para  $k = 1,2$   $\lambda_{\max} = 3,317$ ). Deve ser observado que

o coeficiente de velocidade aumenta com o aumento da área da seção transversal na saída do bocal  $F_a$ . Sob o valor fixo da área na saída do bocal  $F_a$ , a otimização do valor do empuxo em vácuo consiste na determinação do valor máximo possível da função gasodinâmica, que no caso do bocal com a superfície rugosa depende do semi-ângulo de abertura do bocal  $\alpha$ .

A teoria de escoamentos unidirecionais de gases compressíveis, para o caso de bocais supersônicos de superfície rugosa, emprega simultaneamente duas ações, a saber: ação geométrica (bocal divergente) e ação de atrito (Leontiev, 1997). Para determinar a influência do atrito sobre o

escoamento supersônico do bocal cônico divergente é necessário resolver um sistema de equações diferenciais que liga o coeficiente de velocidade  $\lambda$  com a pressão estática  $p$  e a área da seção transversal do bocal  $F$ :

$$\frac{d\lambda}{d\bar{F}} = \frac{\lambda}{\lambda^2 - 1} \frac{1}{\bar{F}} \left[ \tau(\lambda) - \xi \frac{k}{k+1} \lambda^2 \frac{1}{4 \operatorname{tg}\alpha} \right], \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{F}} = \frac{2k}{k+1} \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} \frac{\bar{p}}{\bar{F}} \left[ 1 - \frac{\xi}{4} \frac{k}{k+1} \frac{\lambda^2}{\tau(\lambda)} \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \right], \quad (3)$$

onde:  $\bar{F} = \frac{F}{F^*}$ ;

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \quad \text{- função gasodinâmica;}$$

$\xi$  - coeficiente de resistência hidráulica;

$\alpha$  - semi-ângulo de abertura do bocal cônico;

$$\bar{p} = \frac{p}{p^*} \quad \text{- pressão relativa;}$$

$p^*$  - pressão crítica, Pa.

Da análise das Eqs. (2) e (3) segue que no bocal com superfície rugosa existe um semi-ângulo mínimo da abertura  $\alpha_{min}$ , sob o qual o escoamento não se acelera, pois  $\frac{d\lambda}{d\bar{F}} = 0$  e a pressão não diminui, apesar do aumento da área da seção transversal do bocal com o aumento do comprimento do bocal  $\frac{d\bar{p}}{d\bar{F}} = 0$ .

O valor numérico de  $\alpha_{min}$  é determinado a partir da condição que a expressão entre colchetes das Eqs. (2) e (3) é igual ao zero, portanto:

$$\operatorname{tg}\alpha_{min} = \frac{\xi}{4} \frac{k}{k+1} \frac{\lambda^2}{\tau(\lambda)}. \quad (4)$$

Da Equação (4) segue que para cada combinação de valores de coeficiente de velocidade  $\lambda$  e de coeficiente de resistência  $\xi$  corresponde um próprio valor do semi-ângulo mínimo de abertura do bocal  $\alpha_{min}$ . Sob este valor de  $\alpha_{min}$ , o trabalho de expansão adiabática do gás é por completo absorvido pelo trabalho das forças de atrito, por conseguinte o acréscimo da velocidade de gás será igual ao zero  $dV = 0$ . Daqui resulta que, quando o gás atinge parâmetros críticos, um aumento adicional da velocidade do gás é possível somente quando o semi-ângulo de abertura do bocal for maior que o valor mínimo, i.e.  $\alpha > \alpha_{min}$ , para determinada combinação de  $\lambda$  e  $\xi$ . Deve-se observar, ainda que o valor absoluto de  $\alpha_{min}$  aumenta com o aumento da rugosidade da superfície do bocal.

Os valores do  $\alpha_{min}$  calculados pela Eq. (4) para vários valores de velocidade e rugosidade e índice adiabático  $k = 1,2$  são apresentados na Fig. 1. Da Fig. 1 segue que valores de  $\alpha_{min}$  aumentam com aumento da velocidade do escoamento  $\lambda$  e do coeficiente de resistência  $\xi$ . Quando o

coeficiente de velocidade atinge seu valor máximo  $\lambda_{\max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$  (para  $k = 1, 2$  e  $\lambda_{\max} = 3,317$ ) o semi-ângulo de abertura do bocal torna-se igual a  $90^\circ$ .

A determinação do valor de  $\alpha_{\min}$  tem um claro significado prático. No dimensionamento de um bocal, com valores dados de coeficiente de velocidade e de coeficiente de resistência, o valor de  $\alpha_{\min}$  determina um limite inferior de região de valores admissíveis dos semi-ângulos de abertura dos bocais.

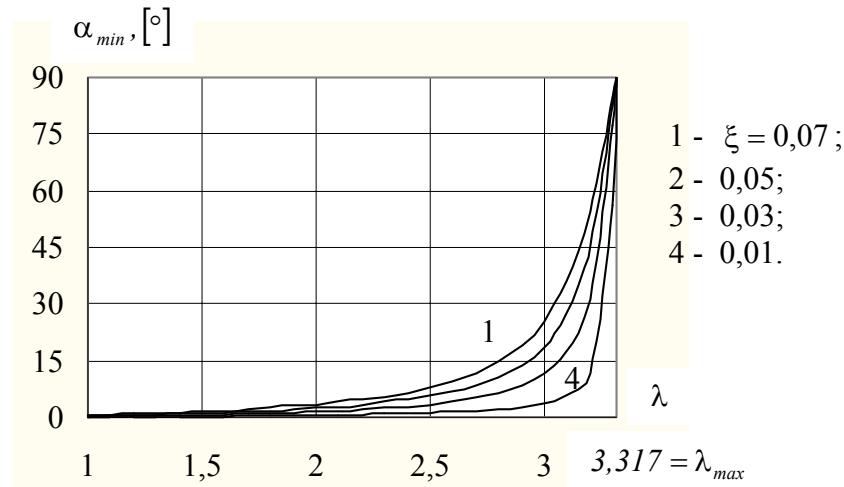


Figura 1. Variação de  $\alpha_{\min}$  em função de rugosidade da superfície do bocal e de velocidade relativa de gases.

Em função de considerações físicas gerais pode ser concluído que para um bocal supersônico cônico deve existir um valor ótimo de semi-ângulo de abertura do bocal  $\alpha_{opt}$  que sob um valor dado de  $\bar{F}_a = \frac{F_a}{F^*}$  resulta em máximo aumento do empuxo. A existência do máximo do empuxo é condicionada pelas seguintes razões: sob dado valor de  $\bar{F}_a$ , a diminuição do semi-ângulo de abertura do bocal  $\alpha$  resulta em um aumento de área das paredes internas do bocal, e por conseguinte um aumento das perdas por atrito; por outro lado, com o aumento de  $\alpha$ , as perdas por atrito diminuem, mas aumenta a perda de empuxo  $\varphi(\alpha)$  devido ao aumento da componente radial da velocidade dos gases na saída do bocal. Para bocais cônicos, esta perda geralmente é calculada por:

$$\varphi(\alpha) = \frac{1 + \operatorname{Cosa}}{2}. \quad (5)$$

A determinação do valor ótimo do semi-ângulo de abertura do bocal  $\alpha$  pode ser feita resolvendo o sistema formulado pelas Eqs. (2) e (3). Os valores do  $\alpha$  foram variados de 0 a 24; o coeficiente de resistência assumiu valores  $\xi = 0; 0,01; 0,02; 0,04; 0,06$ . O aumento relativo da área na saída do bocal assumiu valores de  $\bar{F}_a = 23; 12; 6; 3; 2$ . O resultado do cálculo é apresentado pelo produto da função gasodinâmica multiplicada pelo coeficiente de perda do empuxo, i.e., o grupo  $z(\lambda_a)\varphi(\alpha)$ , que caracteriza o empuxo.

Na Figura 2 é apresentada a influência de semi-ângulo de abertura do bocal e do coeficiente de resistência sobre o grupo  $z(\lambda_a)\varphi(\alpha)$ . No bocal cônico com a superfície lisa  $\xi = 0$ , o aumento do semi-ângulo de abertura  $\alpha$  provoca a redução de empuxo, devido ao aumento da componente radial

da velocidade de escoamento na saída do bocal. O aumento do coeficiente de resistência  $\xi > 0$  obviamente diminui o empuxo em relação ao bocal liso, entretanto no gráfico aparecem evidentes máximos, correspondentes aos valores ótimos de  $\alpha$ . Com o aumento da rugosidade da superfície, esses máximos deslocam-se ao lado dos maiores valores de  $\alpha$  (vide curva 6 na Fig. 2).

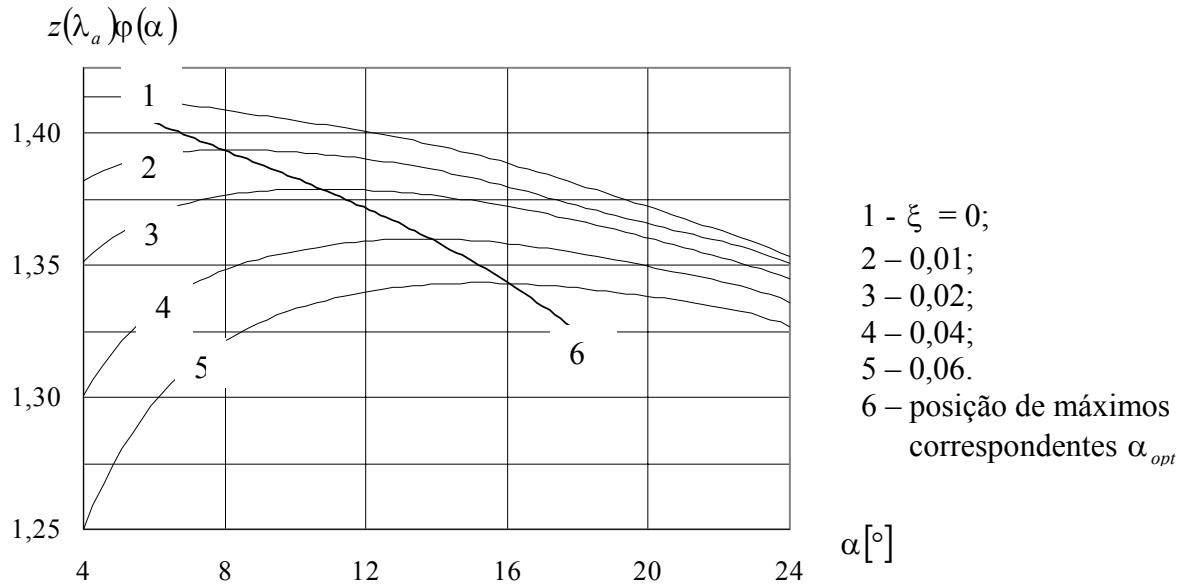


Figura 2. A influência de ângulo de abertura do bocal e de rugosidade de superfície sobre complexo  $z(\lambda_a)\varphi(\alpha)$

A Figura 3 apresenta a influência do semi-ângulo de abertura  $\alpha$  e do aumento relativo de área da seção transversal na saída do bocal  $\bar{F}_a$ , sobre o grupo  $z(\lambda_a)\varphi(\alpha)$ , sob o valor fixo do coeficiente de resistência  $\xi = 0,06$ .

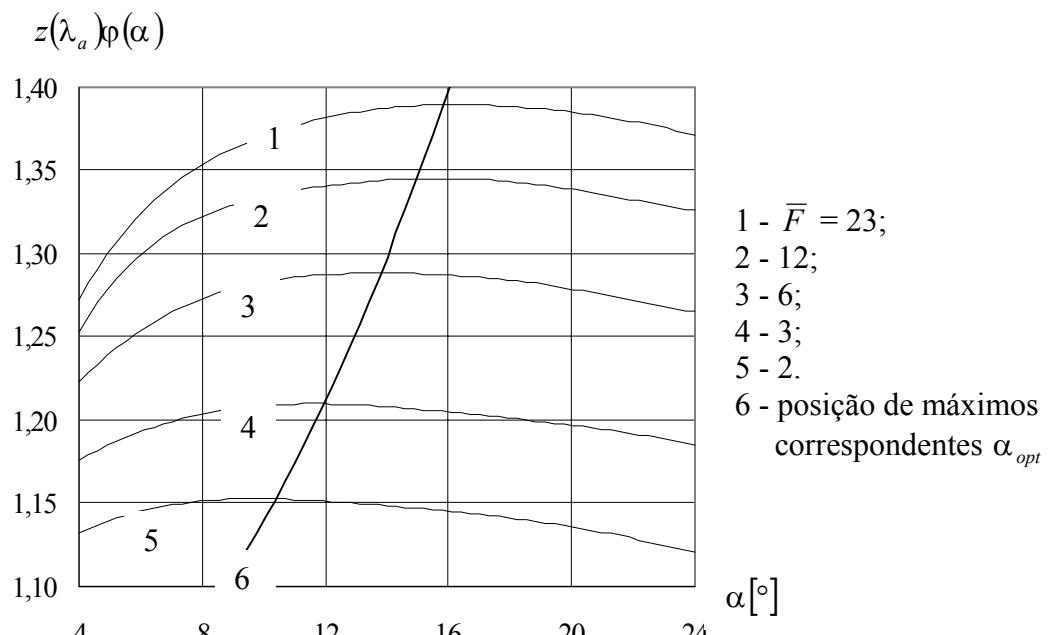


Figura 3. Influência de ângulo de abertura do bocal e de taxa de expansão sobre o complexo  $z(\lambda_a)\varphi(\alpha)$ .

Sob o valor fixo do semi-ângulo da abertura do bocal  $\alpha = Const$ , o aumento de  $\bar{F}_a$  (aumento da área na saída do bocal  $F_a$ ) provoca um aumento do valor do grupo  $z(\lambda_a) \rho(\alpha)$  (aumento do empuxo) devido ao aumento da velocidade de escoamento dos gases. O aumento do comprimento do bocal faz com que o valor ótimo do semi-ângulo de abertura do bocal gradualmente aumente (vide curva 6 na Fig. 3).

### 3. CONCLUSÕES

As principais conclusões do estudo realizado neste artigo são listadas a seguir:

1. Revelou-se a existência de um mínimo valor de semi-ângulo de abertura do bocal em estudo, sob o qual se torna impossível um aumento adicional da velocidade dos gases. Este ângulo cresce bruscamente com o aumento do coeficiente de velocidade do escoamento  $\lambda$  e do coeficiente de resistência  $\xi$  que caracteriza a rugosidade da superfície, e
2. Demonstrou-se que para cada valor do coeficiente de resistência  $\xi$  corresponde um certo valor ótimo do semi-ângulo de abertura do bocal  $\alpha_{opt}$ , sob o qual a perda do empuxo é mínima.

### 4. REFERÊNCIAS

- Kudriavtsev V.M., 1975, Bases de Teoria e Cálculo de Motores de Foguete de Combustível Líquido”, Ed. Escola Superior, Moscou, pp 77-80.  
Leontiev A.I., 1997, “Dinâmica de Gases”, Ed. MHTS, Moscou, pp 259-279.  
Vlassov D., Mazing G.I., 1987, “Sobre as Perdas em Bocais de Superfície Rugosa”, Jornal de “Construção de máquinas”, N9, Rússia, pp 81-85.

### 5. DIREITOS AUTORIAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## ANALYSIS OF HYDRAULIC LOSSES IN ROUGH SURFACE SUPERSONIC NOZZLES

### Vlassov D.

Departamento de Engenharia Mecânica da UFPR, Centro Politécnico, c/p 19011, Curitiba, Paraná, Brasil, CEP 81531-990.

vlassov@demec.ufpr.br,

### Vargas J.V.C.

Departamento de Engenharia Mecânica da UFPR, Centro Politécnico, c/p 19011, Curitiba, Paraná, Brasil, CEP 81531-990.

jvargas@demec.ufpr.br.

**Abstract.** In this work, a theoretical study of compressible gases adiabatic flows was conducted through conical nozzles with internal rough surface. The results show that in rough surface nozzles there are critical angles of nozzle opening, at which additional increase in gas velocity is not observed. It is also observed that the critical angle value increases as the flow velocity and the nozzle internal surface roughness increase. It is shown that for each value of the hydraulic resistance caused by the roughness there is an optimal value of nozzle opening for minimum hydraulic loss across the nozzle.

**Keywords:** gas dynamics, supersonic nozzles, hydraulic resistance.