

# OTIMIZAÇÃO DA TRAJETÓRIA DE UMA ESTRUTURA PARALELA UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

**Plínio José Oliveira<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Goiás – Campus de Catalão (GO) – Brasil.

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, nº 1120, CEP: 75701-220, Catalão.

Fone : (64) 411 – 3929 e-mail: [plinio127@ibest.com.br](mailto:plinio127@ibest.com.br)

**Fernando Rodrigues Gonzalez<sup>2</sup>**

**João Carlos Mendes Carvalho<sup>2</sup>**

**Sezimária F. Pereira Saramago<sup>2</sup>**

<sup>2</sup>Universidade Federal de Uberlândia – Campus Santa Mônica

Av. João Naves de Ávila, 2160, CEP: 38408-100 Uberlândia (MG) – Brasil.

Fone: (34) 3239 - 4156 e-mail: [saramago@ufu.br](mailto:saramago@ufu.br)

**Resumo.** Manipuladores paralelos são de grande interesse principalmente porque apresentam vantagens em varias aplicações, mostrando grande resistência, exatidão de posicionamento, capacidade de carga maior que manipuladores seriais e podem ser operados a altas velocidades e acelerações. No Laboratório de Robótica e Mecatrônica em Cassino, Itália, foi criado um mecanismo paralelo moderno com três graus de liberdade, chamado CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator). O objetivo principal deste trabalho é otimizar a trajetória da estrutura paralela CaPaMan, em termos da energia gasta por seus atuadores. Conhecendo-se os ângulos iniciais e finais de cada mecanismo, a trajetória pode ser calculada assumindo que os ângulos de entrada são representados por uma função cúbica do tempo  $t$ . A modelagem cinemática é obtida derivando-se a equação da trajetória em relação ao tempo. O modelo analítico para a dinâmica inversa do CaPaMan utiliza as equações de Newton-Euler. A cadeia cinemática peculiar e as propriedades de simetria da arquitetura do CaPaMan são úteis nesta formulação, que permite calcular os torques de entrada, responsáveis pela obtenção de uma determinada trajetória da plataforma móvel. Como método de otimização, propõe-se a utilização de algoritmos genéticos como alternativa ao método sequencial. A presença de mínimos locais justifica a utilização de métodos randômicos. Alguns exemplos numéricos são apresentados para verificação e validação da metodologia proposta.

**Palavras-chave:** robótica,estruturas paralelas, otimização.

## 1. INTRODUÇÃO

O CaPaMan é composto de uma plataforma fixa (PF) e uma móvel (PM) as quais são conectadas entre si por três pernas. Cada uma delas fixada à PF através de um mecanismo articulado de quatro barras, os quais se mantém sempre na vertical e possuem juntas rotacionais. Os centros das bases destes mecanismos estão dispostos nos vértices de um triângulo equilátero na PF, de modo que os planos que os contém, formam entre si ângulos de 120°; atribuindo desta forma propriedades de simetria ao manipulador.

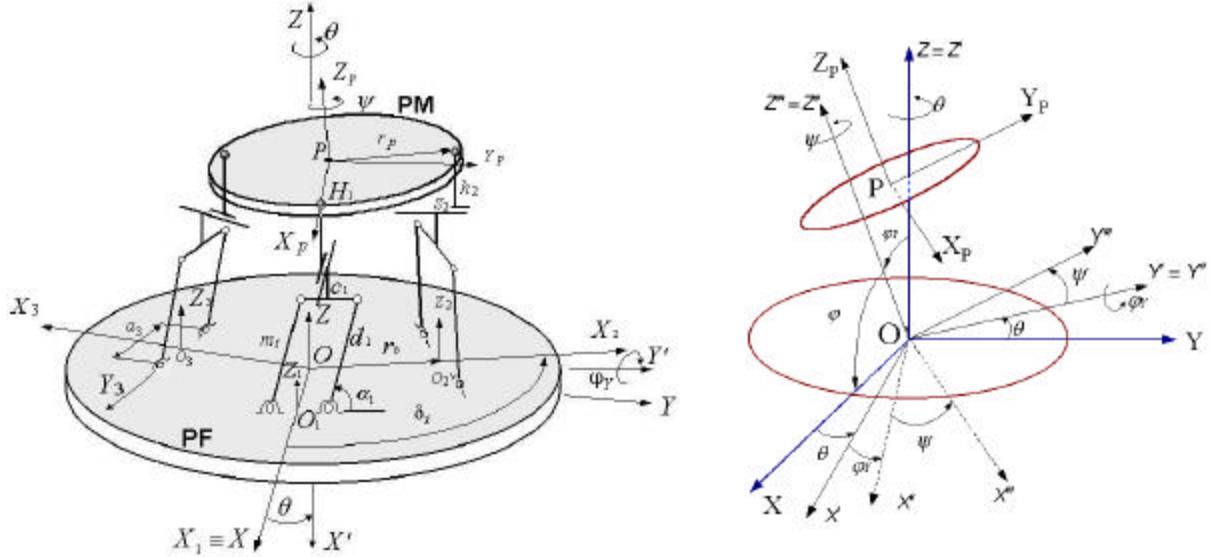


Figura 1. Arquitetura e parâmetros do CaPaMan

Conforme representado na Fig. 1, as barras conectadoras entre as pernas dos mecanismos de quatro barras  $h_i$  e a PM são constituídas por duas juntas; uma esférica conectando a extremidade superior da barra à PM nos respectivos  $H_i$  e a outra prismática, a qual é fixada no ponto médio e numa posição transversal à biela do mecanismo de quatro barras. Considerando o índice  $i=1,2,3$  os parâmetros da perna do CaPaMan são:  $a_i$ =bases dos mecanismos de quatro barras,  $m_i$ =comprimento das manivelas de entrada,  $c_i$ =comprimento das bielas,  $d_i$ =comprimento das manivelas de saída,  $h_i$ =comprimento das barras conectadoras,  $r_P$ =raio da PM é dado pela distância do centro P da PM às juntas esféricas  $H_i$ ,  $r_B$ =raio da PF é dado pela distância do centro O da PF aos pontos médios Q das bases,  $S_i$ =coordenadas dos deslocamentos das juntas prismática,  $\delta_i$ =ângulos de rotações estruturais entre  $OX_1$  e  $OX_i$  bem como entre  $PH_1$  e  $PH_i$ ,  $\alpha_i$ =ângulos de entrada, formados entre as bases e as manivelas de entrada dos mecanismos de quatro barras (são as variáveis cinemáticas).

Para descrever o comportamento cinemático e dinâmico do CaPaMan considera-se dois sistemas. Um sistema inercial OXYZ é fixado à PF, sendo que a origem O é o centro da PF. O outro sistema  $PX_PY_PZ_P$  é atado à PM e P é o centro da PM, o eixo X tem a mesma direção do segmento ligando os pontos O e  $O_1$ . O eixo Z é perpendicular ao plano da PF e Y é tomado neste plano de modo a definir um sistema cartesiano. O sistema móvel  $PX_PY_PZ_P$  é fixado de modo que o eixo  $X_P$  seja coincidente com a linha que une os pontos  $P(x, y, z)$  e  $H_1$ . O eixo  $Y_P$  é colocado sobre a PM de maneira que o sistema móvel seja ortogonal. Como os planos que contém os mecanismos de quatro barras formam entre si ângulos de  $120^\circ$ , cada sistema cartesiano de referência  $QX_iY_iZ_i$  para  $i=1,2,3$  é tomado de maneira que Q coincida com o centro da base  $a_i$  do mecanismo de quatro barras. O eixo X é perpendicular ao plano do mecanismo de quatro barras, o eixo  $Y_i$  coincide com a base do mecanismo e  $Z_i$  é tomado de modo que o sistema de referência  $O_iX_iY_iZ_i$  seja cartesiano. Desse modo cada  $X_i$  é girado de  $120^\circ$  em relação ao  $X_i$  imediatamente anterior. A orientação do sistema móvel  $PX_PY_PZ_P$  fixo à PM é descrita em relação ao sistema inercial OXYZ pelos ângulos de Euler  $\theta, \varphi$  e  $\psi$ , onde  $\theta$  é a rotação em torno do eixo Z,  $\varphi$  é a rotação em torno do eixo Y, rotação que inclina a PM em relação ao sistema inercial e  $\psi$  é uma rotação em torno do eixo  $Z_P$ .

## 2. MODELAGEM GEOMÉTRICA

Utilizando-se as propriedades de simetria do CaPaMan (Carvalho e Ceccarelli, 2001) obtém-se a posição do ponto  $P(x,y,z)$  centro da plataforma móvel e sua orientação em termos dos ângulos de Euler  $\theta, \varphi$  e  $\psi$ , em relação ao sistema fixo OXYZ como :

$$x = \frac{y_3 - y_2}{\sqrt{3}} - \frac{r_P}{2} (1 - \mathbf{s} \mathbf{j}) c(\mathbf{y} - \mathbf{q}), \quad y = y_1 - r_p (c \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{y} + s \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{j} \mathbf{c} \mathbf{y}), \quad z = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 + z_3) \quad (1)$$

$$y = \operatorname{tg}^{-1} \left( \sqrt{3} \frac{z_3 - z_2}{2z_1 - z_2 - z_3} \right), \quad \mathbf{q} = \operatorname{sen}^{-1} \left[ \frac{2(y_1 + y_2 + y_3)}{3r_P(1 + \mathbf{s} \mathbf{j})} \right] - \mathbf{y}$$

$$j = \cos^{-1} \left( \pm \frac{2}{3r_P} \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_1 z_2 - z_1 z_3 - z_2 z_3} \right) \quad (2)$$

$$y_i = m_i \mathbf{c} \mathbf{a}_i, \quad z_i = m_i \mathbf{s} \mathbf{a}_i + h_i \quad (3)$$

onde, c e s representam o cosseno e seno de um dado ângulo. O deslocamento da junta prismática é dado por:

$$S_i = \frac{x}{c \mathbf{d}_i} + r_P (R_{11} + \operatorname{tg} \mathbf{d}_i R_{12}) + y_i \operatorname{tg} \mathbf{d}_i - r_P \quad (4)$$

$$\text{onde, } R = \begin{pmatrix} c \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{j} \mathbf{c} \mathbf{y} - s \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{y} & -c \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{j} \mathbf{s} \mathbf{y} - s \mathbf{q} \mathbf{c} \mathbf{y} & c \mathbf{q} \mathbf{c} \mathbf{j} \\ s \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{j} \mathbf{c} \mathbf{y} + c \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{y} & -s \mathbf{q} \mathbf{s} \mathbf{j} \mathbf{s} \mathbf{y} + c \mathbf{q} \mathbf{c} \mathbf{y} & s \mathbf{q} \mathbf{c} \mathbf{j} \\ -c \mathbf{j} \mathbf{c} \mathbf{y} & c \mathbf{j} \mathbf{s} \mathbf{y} & s \mathbf{j} \end{pmatrix} \quad (5)$$

### 3. CINEMÁTICA DO CAPAMAN

Como na robótica industrial as unidades de motor são controladas em posição e velocidade, o ângulo de entrada pode ser dado por uma função cúbica do tempo  $t$ . Dados os pontos  $\alpha_0$  e  $\alpha_F$ , inicial e final, considerando o tempo total de percurso  $T$  como variável, a trajetória  $\alpha_i(\gamma)$  é aproximada por B-splines cúbicas uniformes com os nós  $0 = \mathbf{g}_0 < \mathbf{g}_1 < \dots < \mathbf{g}_{n-1} < \mathbf{g}_n = 1$ . Neste caso, uma nova variável de tempo definida como  $\gamma = t/T$  varre o intervalo  $[0, T]$  sobre o intervalo  $[0, 1]$ . Assim, conforme demonstrado por Saramago e Steffen (1998), tem-se:

$$\mathbf{a}_i(\mathbf{g}) = \sum_{j=0}^{N_p-1} \mathbf{a}_j^i(\mathbf{g}), \quad i=1, \dots, n=3 \quad (6)$$

$$\text{onde, } \mathbf{a}_j^i(\mathbf{g}) = C_{j-3}^i b_{-3}(\mathbf{g}) + C_{j-2}^i b_{-2}(\mathbf{g}) + C_{j-1}^i b_{-1}(\mathbf{g}) + C_{j-0}^i b_{-0}(\mathbf{g}) \quad (7)$$

Neste caso,  $C_j^i$  são os coeficientes da B-spline que aproximam  $\alpha_i(\gamma)$  no intervalo  $I_j$ . Assim,  $\alpha_j^i(\gamma)$  é um polinômio cúbico em  $\mathbf{g}$  e suas derivadas em relação a  $\mathbf{g}$  são bem definidas. Seja um intervalo  $I_j = [\mathbf{g}_j, \mathbf{g}_j + \mathbf{D}]$ ,  $\mathbf{D} = 1/(m-1)$ , os quatro segmentos que compõe as funções base, não-nulas neste intervalo, são dados por:

$$b_{-0}(\mathbf{g}, \mathbf{g}_j) = \mathbf{m}_j^3(\mathbf{g})/6, \quad \mathbf{g} \in I_j = [\mathbf{g}_j, \mathbf{g}_j + \Delta], \quad \mathbf{m}(\mathbf{t}) = (\mathbf{g} - \mathbf{g}_j)/\Delta \quad (8)$$

$$b_{-1}(\mathbf{g}, \mathbf{g}_{j+1}) = [1 + 3\mathbf{m}_{j+1}(\mathbf{g}) + 3\mathbf{m}_{j+1}^2(\mathbf{g}) - 3\mathbf{m}_{j+1}^3(\mathbf{g})]/6, \quad \mathbf{g} \in I_{j+1} = [\mathbf{g}_{j+1}, \mathbf{g}_{j+1} + \Delta], \quad \mathbf{m}_{j+1}(\mathbf{g}) = (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{j+1})/\Delta \quad (9)$$

$$b_{-2}(\mathbf{g}, \mathbf{g}_{j+2}) = [4 - 6\mathbf{m}_{j+2}^2(\mathbf{g}) + 3\mathbf{m}_{j+2}^3(\mathbf{g})]/6, \quad \mathbf{g} \in I_{j+2} = [\mathbf{g}_{j+2}, \mathbf{g}_{j+2} + \Delta], \quad \mathbf{m}_{j+2}(\mathbf{g}) = (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{j+2})/\Delta \quad (10)$$

$$b_{-3}(\mathbf{g}, \mathbf{g}_{j+3}) = [1 - 3\mathbf{m}_{j+3}(\mathbf{g}) + 3\mathbf{m}_{j+3}^2(\mathbf{g}) - \mathbf{m}_{j+3}^3(\mathbf{g})]/6, \quad \mathbf{g} \in I_{j+3} = [\mathbf{g}_{j+3}, \mathbf{g}_{j+3} + \Delta], \quad \mathbf{m}_{j+3}(\mathbf{g}) = (\mathbf{g} - \mathbf{g}_{j+3})/\Delta \quad (11)$$

Assim, as trajetórias  $\alpha_i$  são modeladas por splines cúbicas. A velocidade e a aceleração são obtidas pelas derivadas temporais destas splines. Portanto, as equações (1) a (3), podem ser usadas para simular as operações cinemáticas do CaPaMan quando suas dimensões e parâmetros de movimento são fornecidos.

#### 4. DINÂMICA DO CAPAMAN

As equações de Newton-Euler para o CaPaMan podem ser formuladas considerando-o como um corpo rígido (Tsai, 1999). A posição, a velocidade e a aceleração da plataforma móvel são obtidas da cinemática do CaPaMan. Nesta formulação os três mecanismos de quatro barras são paralelogramos articulados com  $a_i = c_i$  e  $m_i = d_i$ . Considera-se também  $r_B = r_P$ .

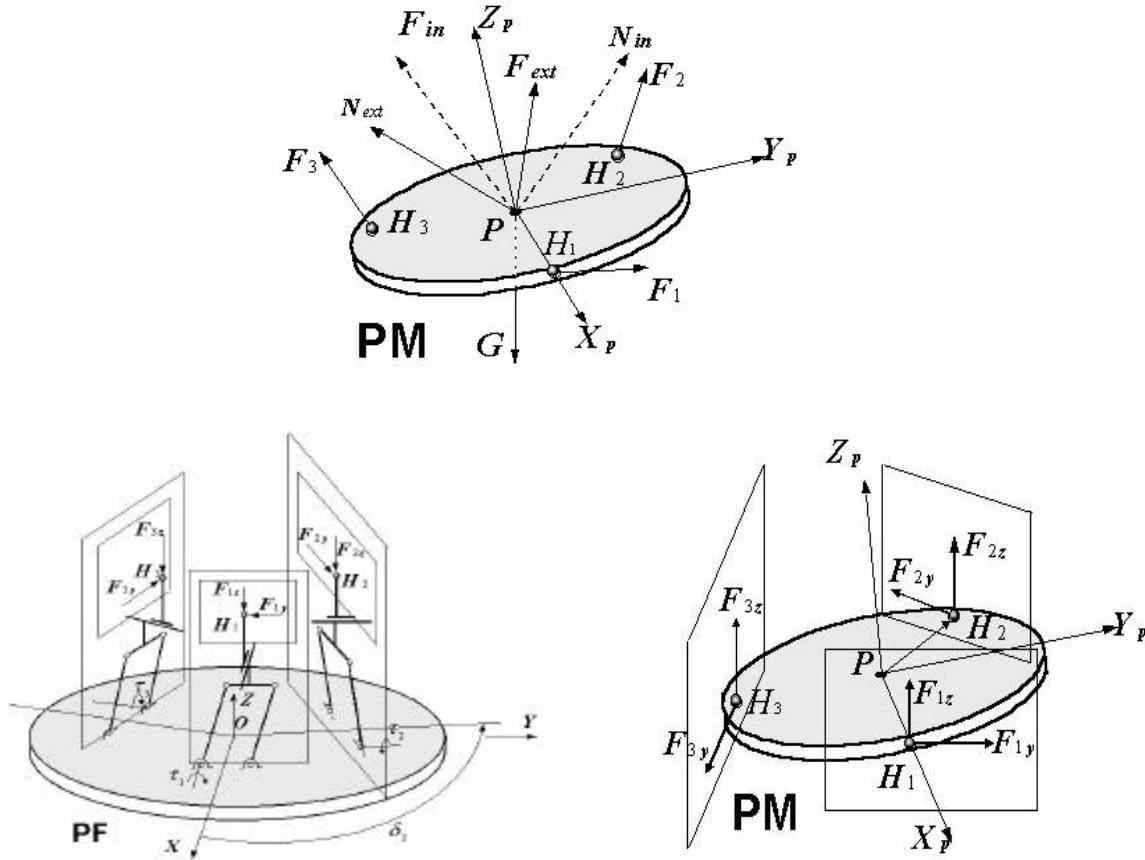


Figura 2. Forças na plataforma fixa e móvel

Deste modo, o equilíbrio dinâmico para a PM é representado pelas equações de Newton-Euler na forma:

$$F + F_{ext} + G = F_{in} , \quad N + N_{ext} = N_{in} \quad (12)$$

onde,  $F_{ext}$  é a força externa;  $N_{ext}$  é o torque externo;  $G$  é o peso da plataforma móvel;  $F$  é a soma das forças de reação  $F_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) nos pontos  $H_i$  da PM;  $N$  é o torque resultante em relação ao sistema de referência OXYZ fixo na base PF. Além disso, devem ser considerar as expressões:

$$F_{in} = Ma_P, \quad N_{in} = I \dot{\dot{u}} + \dot{u} \times I \dot{u}, \quad F = \sum_{i=1}^3 F_i, \quad N = \sum_{i=1}^3 (r_P R u_{Pi}) \times F_i \quad (13)$$

onde,  $M$  é a massa da PM;  $a_P$  é a aceleração do ponto central P;  $\dot{w}$  e  $\omega$  são a aceleração angular e velocidade;  $I$  é a matriz de inércia da plataforma móvel. A matriz de inércia  $I$  pode ser determinada por:

$$I = R I_c R^t \quad (14)$$

considerando  $R$  a matriz de rotação,  $R'$  a sua transposta e  $I_c$  a matriz de inércia da PM com respeito ao centro de massa. Quando o atrito nas juntas é desprezado, e consideram-se somente as forças aplicadas aos pontos articulados  $H_i$  pela barras conectadoras  $h_i$ , as quais estão contidas em planos paralelos aos respectivos planos dos paralelogramos articulados, então estas forças nas juntas têm somente as componentes  $F_{iy}$  e  $F_{iz}$  para  $i=1,2,3$ . As componentes da força resultante  $F$  e torque  $N$ , dados respectivamente pelas Eqs. (13), são descritas por:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} F_{2y} + \frac{\sqrt{3}}{2} F_{3y} \\ F_{1y} - \frac{1}{2} F_{2y} - \frac{1}{2} F_{3y} \\ F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} \\ -u_{1z} F_{1y} + \frac{1}{2} u_{2z} F_{2y} + \frac{1}{2} u_{3z} F_{3y} + u_{1y} F_{1z} + u_{2y} F_{2z} + u_{3y} F_{3z} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} u_{2z} F_{2y} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{3z} F_{3y} + -u_{1x} F_{1z} - u_{2x} F_{2z} - u_{3x} F_{3z} \\ \frac{1}{2} (\sqrt{3} u_{2y} - u_{2x}) F_{2y} - \frac{1}{2} (\sqrt{3} u_{3y} + u_{3x}) F_{3y} + u_{1x} F_{1y} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\text{considerando } \begin{pmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ u_{iz} \end{pmatrix} = r_P R \begin{pmatrix} c\mathbf{d}_i \\ s\mathbf{d}_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

onde, a matriz de transformação  $R$  é dada pela Eq. (5). As equações de (12) a (16) podem ser resolvidas analiticamente, obtendo-se as componentes de força  $F_{iy}$  e  $F_{iz}$  expressas pela equação matricial:

$$\begin{pmatrix} F_{1y} \\ F_{2y} \\ F_{3y} \\ N_{1z} \\ N_{2z} \\ N_{3z} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} \quad (17)$$

onde, as matrizes A e B apresentadas em Carvalho e Ceccarelli (2001), dependem dos  $u_{ix}$ ,  $u_{iy}$ ,  $u_{iz}$ . Os torques de entrada  $t_{Pi}$ , devidos à inércia da plataforma móvel na manivela de cada mecanismo articulado de quatro barras, podem ser obtidos do equilíbrio dinâmico das pernas através das seguintes expressões:

$$\mathbf{t}_{Pi} = \frac{F_{iz} b_i s(2\mathbf{a}_i)}{2s(2\mathbf{a}_i)} - F_{iy} b_i s(\mathbf{a}_i) \left( 1 + \frac{h_i}{c_i + tg(\mathbf{a}_i)} \right) \left( 1 - \frac{h_i}{c_i s(\mathbf{a}_i) + h_i c(\mathbf{a}_i)} \right) \quad (18)$$

Através da análise cinetostática de mecanismos obtém-se os torques de entrada dos mecanismos de quatro barras devido à inercia das pernas do CaPaMan. Os quais são dados por:

$$\mathbf{t}_{Mi} = 2I_{bi} F_{inbi} s(\mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i - \mathbf{p}) + F_{23i} b_i s(\mathbf{a}_i + \mathbf{p} - \mathbf{g}_i) + (b_i c(\mathbf{a}_i) + c_i/2) m_{ci} g \quad (19)$$

$$I_{bi} = \frac{b_i}{2} + \frac{I_{Gbi} \ddot{\mathbf{a}}_i}{F_{inbi}} \frac{1}{s(\mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i + \mathbf{p})}; \quad \mathbf{g}_i = \operatorname{tg}^{-1} \left\{ \frac{F_{inbi} \left[ c(\mathbf{b}_i + \mathbf{p}) + \frac{s(\mathbf{p} - \mathbf{b}_i)}{2 \operatorname{tg}(\mathbf{a}_i)} \right]}{\left[ \frac{F_{inbi} s(\mathbf{b}_i + \mathbf{p})}{2} \right]} \right\}$$

$$F_{23i} = \left| \sqrt{\left\{ F_{inbi} \left[ c(\mathbf{b}_i + \mathbf{p}) + \frac{s(\mathbf{p} - \mathbf{b}_i)}{2 \operatorname{tg}(\mathbf{a}_i)} \right] \right\}^2 + \left[ \frac{F_{inbi} s(\mathbf{b}_i + \mathbf{p})}{2} \right]^2} \right| \quad (20)$$

Visto que as equações deduzidas são algébricas e lineares nas forças de inércia, o princípio da superposição pode ser aplicado. Desse modo os efeitos dinâmicos da plataforma móvel podem ser superpostos aos efeitos dinâmicos dos paralelogramos articulados. Assim, o torque total  $\mathbf{t}_i$  na manivela de entrada de cada paralelogramo articulado pode ser obtido somando os torques  $\mathbf{t}_{Pi}$  e  $\mathbf{t}_{Mi}$ , Eqs. (18) e (19), que são obtidos pela análise dinâmica da plataforma móvel e dos paralelogramos articulados respectivamente.

## 5. REVISÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS

Trata-se de um processo randômico de otimização que utiliza valores aleatórios a serem atribuídos às várias variáveis que compõem o sistema. Denomina-se por indivíduo o conjunto de valores atribuídos para cada variável. A probabilidade ou aptidão de cada indivíduo é um valor que representa o grau de adaptabilidade deste, ou seja, o quanto próximo este conjunto de valores está do conjunto solução do problema em relação a um agrupamento de indivíduos.

A programação genética faz com que sejam produzidas várias gerações, com o mesmo número de indivíduos da geração inicial. A definição dos indivíduos das gerações seguintes é baseada em três operadores: seleção, cruzamento e mutação. No processo de seleção, os indivíduos de baixa aptidão são eliminados e os de aptidão mais alta são repetidos com uma taxa de repetição proporcional à respectiva aptidão. O cruzamento é geralmente feito após a seleção e consiste na criação de indivíduos intermediários entre outros dois indivíduos genitores. Alguns algoritmos genéticos são baseados no cruzamento heurístico, para o qual o indivíduo descendente tende mais para o indivíduo genitor de que apresenta melhor valor para a função-objetivo, similarmente ao conceito de dominância da biologia. A probabilidade de ocorrência do cruzamento entre dois indivíduos pode ser determinada pelo usuário, sendo 25% um valor bastante utilizado. O processo de mutação permite que a rotina de otimização percorra uma grande quantidade de máximos ou mínimos locais para facilitar a determinação do extremo global. Baseia-se na variação aleatória de alguma ou de todas as variáveis do indivíduo. A probabilidade de ocorrência da mutação mais utilizada é de 1%. Este valor também pode ser modificado pelo usuário. Ao término destes três processos, estará concluída a nova geração de indivíduos.

## 6. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Seja o problema de otimização definido como:

$$\text{Minimizar: } E = \int_0^T \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [t_{ji}(t) \dot{a}_{ji}(t)] dt \quad (21)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \alpha_{0i} < \alpha_{ji} < \alpha_{fi} \\ \max | \Delta W_{ji}(t) | \leq \Delta W_{max} \\ \max | t_{ji}(t) | \leq t_{max} \quad ; \text{ para } j=1, \dots, m \text{ e } i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (22)$$

onde,  $T$  é o tempo total de percurso,  $E$  é a função objetivo definida pela energia mecânica,  $\alpha_{0i}$  e  $\alpha_{fi}$  são os ângulos iniciais e finais de cada mecanismo,  $\Delta W_{max}$  é a restrição da variação de aceleração (jerk),  $t_{max}$  é a restrição de torque.

Assim, adotados  $m$  pontos, para um manipulador com  $n=3$  mecanismos, ao desenvolver a Eq. (6) para o deslocamento, obtém-se um total de  $n(m+2)$  incógnitas a determinar. O número total de equações para cada mecanismo devido ao deslocamento é  $m$ . Torna-se necessário, portanto, considerar conhecidas as velocidades iniciais e finais para obter duas novas equações (normalmente  $\dot{a}_{oi} = \dot{a}_{fi} = 0$ ). Desta forma, obtém-se um sistema de  $n(m+2)$  equações lineares e  $n(m+2)$  incógnitas  $C_j$  a serem determinadas. No problema de otimização da trajetória as variáveis de projeto são os coeficientes dos polinômios  $C_j^i$  e o tempo total  $T$ .

## 7. SIMULAÇÃO NUMÉRICA.

Durante as simulações foram adotados: o tempo inicial  $T=2$  s, torque máximo  $\tau_{max} = 10$  N, variação máxima de aceleração (jerk)  $\Delta W_{max} = 300$  rad/s<sup>3</sup>. A spline foi construída considerando  $m=80$  pontos. A velocidade dos pontos iniciais e finais é nula. Utilizou-se um programa elaborado no MATLAB para cálculo da energia, em conjunto com o programa de otimização GAOT.

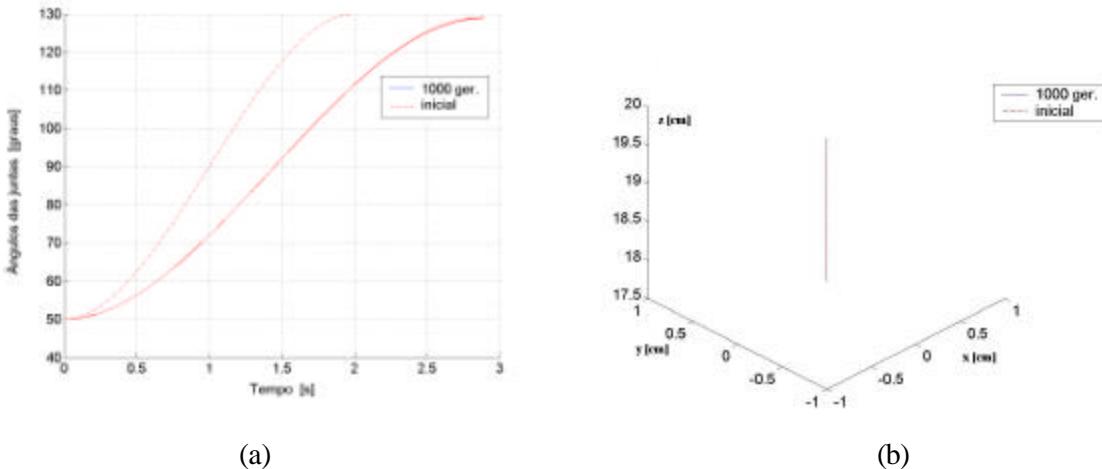


Figura 3. Resultados obtidos para o caso 1, com três ângulos iguais:  
(a) Angulo dos mecanismos , (b) Trajetória do manipulador

No primeiro caso em estudo considerou-se que os três mecanismos possuem os ângulo de entrada iguais  $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3$ , variando de  $50^\circ$  a  $130^\circ$ . Durante o processo de otimização adotou-se para o algoritmo genético 200 indivíduos e 1000 gerações. A energia inicial calculada vale  $E= 1,83$

Nm. A variação dos ângulos de entrada são representados na Fig. 3(a). Para este caso a trajetória resulta em um movimento vertical, como pode ser observado na Fig. 3(b). O tempo ótimo obtido foi  $T=3$  s e a energia ótima 1,75 Nm (reduz a 95% do valor inicial). O tempo computacional necessário foi de 70 s.

O segundo caso considera que os ângulos de entrada de cada mecanismo podem variar de forma independente. Adotou-se para o algoritmo genético 200 indivíduos, 3000 gerações. A variação adotada para os ângulo de entrada são:  $80^\circ < \alpha_1 < 90^\circ$ ,  $70^\circ < \alpha_2 < 80^\circ$ ,  $50^\circ < \alpha_3 < 120^\circ$ . A variação dos ângulos de entrada são representados na Fig. 4(a) e a trajetória curvilínea na Fig. 4(b). O cálculo da energia inicial resultou em  $E= 0,25$  Nm. O tempo ótimo obtido foi  $T=2,5$  s e a energia ótima  $E=0,22$  Nm (reduz a 88% do valor inicial). O tempo computacional é maior neste caso (em torno de 200 s), o número de gerações é maior devido a complexidade do modelo dinâmico.

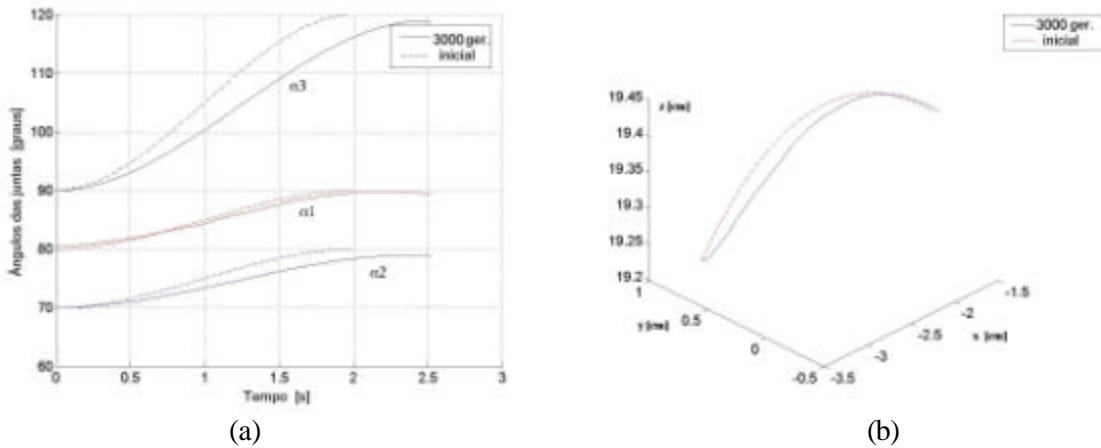


Figura 4. Resultados obtidos para o caso 2, variando os três angulos:  
(a) Angulo dos mecanismos , (b) Trajetória do manipulador

Vale ressaltar que nos primeiros testes o algoritmo genético foi aplicado sem especificar o tipo da função de mutação. Desta forma os 4 tipos de mutação disponíveis no GAOT foram aplicados de forma aleatória, conforme as probabilidades pré-existentes no programa. Entretanto observou-se que, devido à falta de controle sobre o operador mutação, os valores estimados para os coeficientes das splines apresentaram saltos, reduzindo a suavidade das curvas que descrevem os ângulos de entrada dos mecanismos. Isto resultou em grandes variações de aceleração e fez com que o Jerk sempre apresentasse valores superiores ao máximo permitido. Resultados satisfatórios só foram obtidos utilizando a mutação não-uniforme (“nonUnifMutation”), onde a variável aleatória tem seu valor modificado de acordo com o valor original da variável e de acordo com a geração onde o algoritmo está trabalhando, segundo a função:

$$x'_i = \begin{cases} x_i + (x_i^u - x_i) \left[ r_2 \left( 1 - \frac{Ger}{G_{max}} \right) \right]^b, & \text{se } r_1 < 0.5 \\ x_i - (x_i + x'_i) \left[ r_2 \left( 1 - \frac{Ger}{G_{max}} \right) \right]^b, & \text{se } r_1 \geq 0.5 \end{cases} \quad (23)$$

onde:  $x'_i$  = é o valor da variável após a mutação;  $x_i$  = é o valor original da variável;  $r_1$  e  $r_2$  : números randômicos entre (0,1);  $Ger$  = geração onde o algoritmo se encontra  $G_{max}$  = número máximo de gerações;  $b$  = parâmetro de ajuste (quanto maior, menor será a variação da mutação);  $x'_i$  e  $x^u_i$  = os limites inferior e superior de busca.

Para reduzir ainda mais a variação da mutação, atribuiu-se um valor de 6 ao parâmetro **b** (duas vezes o valor “default” do GAOT). Assim, foi possível manter o processo de mutação sem ocorrência de variação excessiva dos coeficientes das splines.

Para aumentar a velocidade do processo, foi atribuída uma nova restrição à rotina de cálculo dos coeficientes. Tal restrição implica que se um indivíduo apresenta uma variação de coeficientes grande, este será eliminado do processo de otimização. Após estes cuidados, todas as restrições impostas foram obedecidas.

## 8. CONCLUSÃO

Neste trabalho é apresentada uma formulação genérica para a otimização de trajetórias de estruturas paralelas. O problema ótimo foi definido pela minimização da energia mecânica consumida pelos atuadores. A trajetória é modelada por B-splines cúbicas. É apresentado um modelo analítico para a dinâmica inversa do CaPaMan, utilizando as equações de Newton-Euler. A cadeia cinemática peculiar e as propriedades de simetria da arquitetura do CaPaMan são úteis nesta formulação, que permite calcular os torques de entrada, responsáveis pela obtenção da energia. Algoritmos genéticos mostrou-se eficiente na solução do problema ótimo, sendo necessário controlar o operador mutação para obter curvas suaves.

## 9. REFERÊNCIAS

- Carvalho, J.C.M., Ceccarelli, M., 2001, “A closed-form formulation for inverse dynamics of a Cassino Parallel Manipulator”, Multibody Sistem Dynamics, Vol. 5, pp. 185-210.
- Saramago, S.F.P., Steffen Jr, V., 1998, “Optimization of the Trajectory Planning of Robot Manipulators Taking Into-Account the Dynamics of the System”, Mechanism and Machine Theory, Elsevier Science. Ltda, Vol. 33, N. 7, pp. 883-894.
- Tsai, L.W., 1999, “Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators”, John Wiley & Sons, New York.
- Tsai, K.Y and Kohli, D., 1990, “Modified Newton-Euler Computational Scheme for Dynamic Analysis and Simulation of Parallel Manipulators with Applications to Configuration Based on R-L Actuators”, Proc. 1990 ASME Design Engineering Technical Conferences, Vol.24, pp.111-117.

## 10. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído em seu trabalho.

# OPTIMIZATION OF THE TRAJECTORY OF A PARALLEL STRUCTURE USING GENETIC ALGORITHM

**Plínio José Oliveira<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Federal University of Goiás-Campus de Catalão (GO)- Brazil  
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, nº 1120, CEP: 75701-220, Catalão.  
Fone : (64) 411 – 3929 e-mail: [plinio127@ibest.com.br](mailto:plinio127@ibest.com.br)

**Fernando Rodrigues Gonzalez<sup>2</sup>**

**João Carlos Mendes Carvalho<sup>2</sup>**  
**Sezimária F. Pereira Saramago<sup>2</sup>**

<sup>2</sup>Federal University of Uberlândia- Campus Santa Mônica (MG)- Brazil  
Av. João Naves de Ávila, 2160, CEP: 38408-100, Uberlândia.  
Fone: (34) 3239 - 4156 e-mail: [saramago@ufu.br](mailto:saramago@ufu.br).

**Abstract.** Parallel manipulators are of great interest to industry, mainly because they present advantages in many applications: more strength, more positioning precision, greater load carrying capacity when compared with serial manipulators, and can be operated at great velocities and accelerations. CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator) is a three-degree of freedom parallel mechanism that has been designed and built at Laboratory of Robotics and Mecatronics in Cassino, Italy. The main objective of this work is to optimize CaPaMan trajectories in terms of the energy consumed by actuators connected to the robots legs. The kinematics and inverse dynamics of the CaPaMan parallel structure are described in a closed form in order to compute the input torque on mechanism legs. The inertia effects of the movable platform have been obtained using Newton-Euler formulation and the kinetostatic analysis of mechanism computing the inertial effects of the parallelogram legs. From this formulation a general optimum path planning procedure is presented. Given the initial and final input angles the trajectory is defined using cubic spline functions. The minimal mechanical energy consumed by actuators is considered to build an objective function. The numerical solution of the optimization problem is investigated by using genetic algorithm. Some numerical results of the optimum procedure is presented in order to show the efficiency of the proposed formulation.

**Keywords:** *Robotics, Parallel Structures, Optimization*