

CONTROLE LQG APLICADO A UM ROBÔ AEROSTÁTICO

Firmino N. Veroneze Dos Santos e Vitor I. Gervini

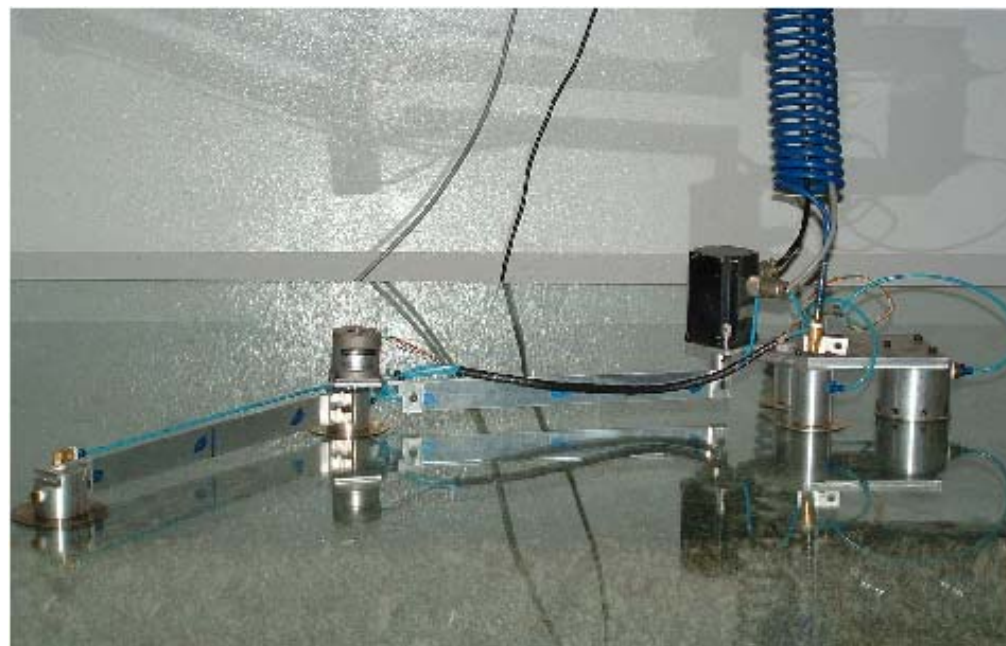
ITA- Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50- Vila das Acácias
S. J. dos Campos- S. Paulo – Brasil - CEP 12228-900
e-mails: veroneze@mec.ita.br, gervini@ele.ita.br

Luiz Carlos S. Góes e Alberto Adade Filho.

ITA- Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50- Vila das Acácias
S. J. dos Campos- S. Paulo – Brasil - CEP 12228-900
e-mails: goes@mec.ita.br, adade@mec.ita.br

Resumo: Este trabalho tem por finalidade a obtenção do Lagrangeano (modelo matemático) utilizando o método do formalismo discreto para representar o sistema do robô aerostático com dois graus de liberdade, efetuar uma discretização utilizando parâmetros concentrados seguido de uma linearização para a obtenção de uma equação de estado, para finalmente projetar e implementar um sistema de controle LQG (Linear Quadrático Gaussiano) que é o principal foco deste trabalho. Este sistema de controle em ambiente MatLAB Simulink irá controlar a posição angular das duas juntas motoras com o menor deslocamento da base do robô e atenuando as vibrações dos dois elos seriais flexíveis no menor tempo possível. Serão obtidos resultados teóricos e simulados que posteriormente serão comparados com resultados práticos obtidos com os testes que serão realizados com o robô.

PALAVRAS-CHAVE: Controle Robusto, Robô Aerostático, Elos Flexíveis, Mancais Aerostáticos, Simulador De Gravidade Zero.



Introdução

Os manipuladores espaciais utilizados na captura e liberação de satélites ou montagem de estruturas espaciais, funcionam como um braço mecânico cuja base geralmente é uma espaçonave ou satélite. No entanto, quando efetuam qualquer movimento, transmitem uma reação que altera o posicionamento de sua base, sendo necessária a aplicação de medidas corretivas para fazê-la retornar à posição inicial ou de referência. A simulação e o estudo na Terra dessa situação é a motivação do desenvolvimento desse sistema. Tanto a base do robô como suas articulações são apoiadas sobre mancais aerostáticos axiais, que deslizam sobre uma superfície de vidro nivelada, garantindo, assim, um atrito mínimo (gravidade zero). O controle LQG deve não somente posicionar o órgão terminal de uma forma otimizada, movendo a sua base o mínimo possível, como também eliminar as vibrações dos elos flexíveis no menor tempo. O monitoramento e realimentação de posição serão realizados por sensores angulares, acoplados aos motores. Sensores de flexão distribuídos estrategicamente nos dois elos flexíveis possibilitarão um controle para eliminar as vibrações estruturais. Assim, o trabalho apresenta e discute o método de controle LQG, obtém resultados teóricos e simulados que posteriormente serão comparados com resultados práticos obtidos com os testes que serão realizados com o robô.

É importante ressaltar que este trabalho é pioneiro no Brasil e segue referências internacionais como Yoshida, K (1989) e Heppler, G.R. (1999).

O grande desafio deste trabalho é contornar a dificuldade que este sistema com apenas dois graus de liberdade com elos flexíveis apresenta a um controle de malha fechada.. Portanto, qualquer resultado obtido neste sentido é de grande valia para evolução e desenvolvimento tecnológico deste projeto.

Modelamento

Neste trabalho utilizamos o formalismo discreto (lumped mass approach) [MACHADO, C. C. 1998]. A técnica consiste em dividir cada elo em duas partes de mesmo comprimento e posicionar as articulações fictícias na metade de cada uma dessas partes, surgindo assim seis elementos rígidos conectados por quatro articulações fictícias (passivas) e duas reais que promovem o torque (ativas) conforme o esquema do robô.

A equação de Euler-Lagrange que descreve o movimento é dada por :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = f_i(t)$$
(01)

$$L = T - V$$

Onde T é a coenergia cinética total e V a energia potencial total do sistema.

Deve-se ressaltar que as componentes rotacionais de energia cinética (em torno do centro de massa), tanto dos elementos rígidos quanto da carga terminal, foram negligenciadas, Isto é, foram consideradas pequenas em relação as de translação.

$$T = T_{ri} + T_{mi} + T_{mc} + T_{mB}$$

$$T_{ri} = \frac{1}{2} I_{r1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_{r2} \dot{\theta}_4^2$$
(energia cinética dos rotores)

$$T_{mi} = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2)$$
(energia cinética devido ao movimento das massas m_i (elos))

$$T_{mc} = \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2)$$
(energia cinética devido ao movimento da carga no end point.)

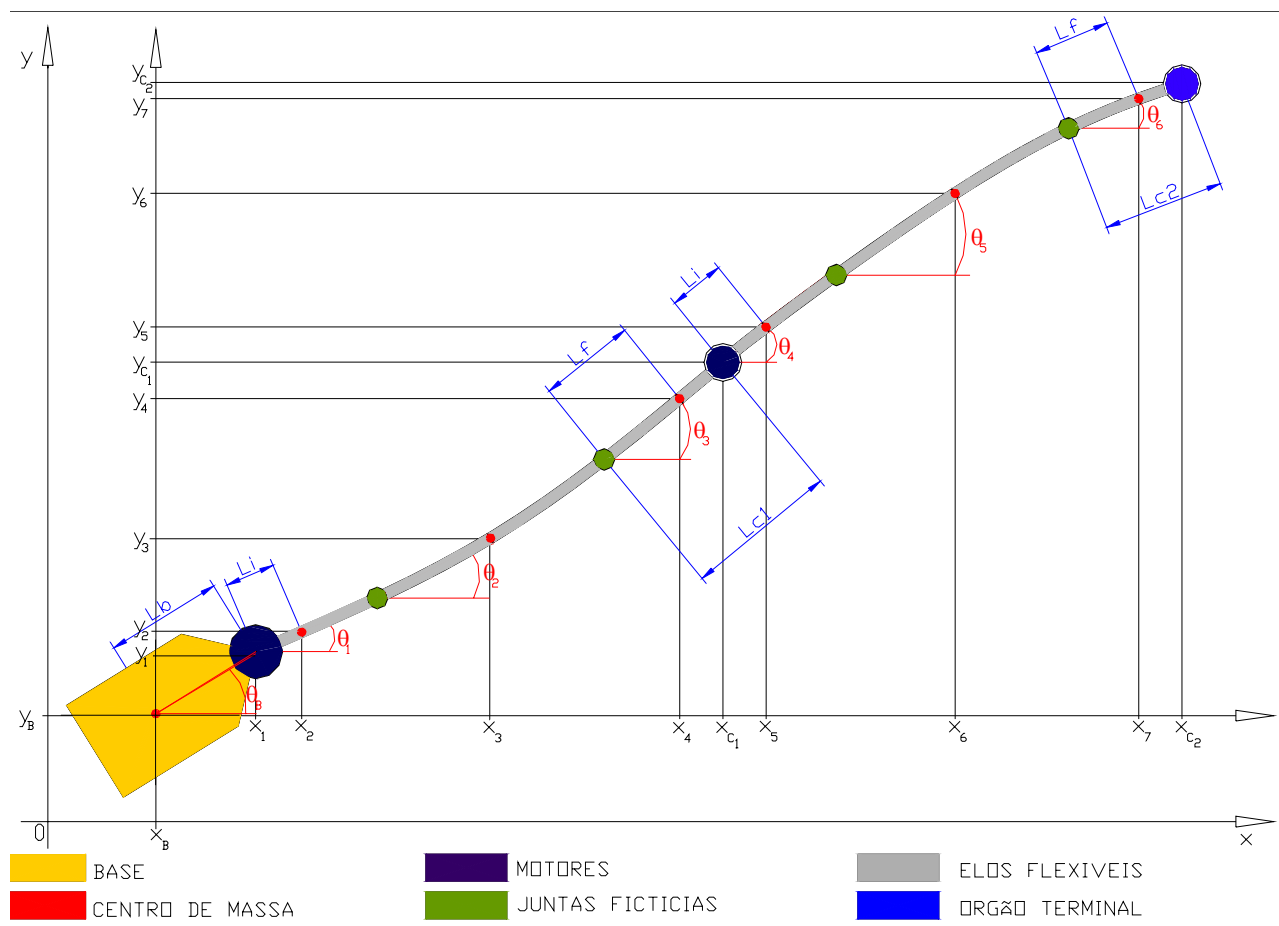


Fig. 02-Esquema do sistema mecânico do robô

$$T_{mB} = \frac{1}{2} m_B (\dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2) \quad (\text{energia cinética devido ao movimento da base})$$

$$V = \sum_{n=1}^4 \frac{1}{2} k_n (\theta_n - \theta_{n-1})^2$$

É a parcela de energia potencial relativa a deformação nas juntas fictícias, onde k_n representa a constante elástica da mola equivalente na junta, relativa à elasticidade do elo. Portanto:

$$L = \frac{1}{2} I_r \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_r \dot{\theta}_4^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \frac{1}{2} m_{c1} (\dot{x}_{c1}^2 + \dot{y}_{c1}^2) + \frac{1}{2} m_{c2} (\dot{x}_{c2}^2 + \dot{y}_{c2}^2) + \frac{1}{2} m_B (\dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2) - \sum_{n=1}^4 \frac{1}{2} k_n (\theta_n - \theta_{n-1})^2$$

Analisando as forças externas que interagem no sistema, com o auxílio da ferramenta Matemática para aplicar as equações de Euler-Lagrange (1) ao Lagrangeano (2), introduzindo os parâmetros de estado e simplificando, obtém-se a seguinte equação matricial:

$$[I_m] \ddot{\theta} + [C_{at}] \dot{\theta} + [K_{el}] \theta = B' T_{m1} + B' T_{m2} \quad (02)$$

Onde:

$$[I_m] = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & l_{19} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & l_{24} & l_{25} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & l_{34} & l_{35} & l_{36} & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} & l_{45} & l_{46} & l_{47} & \cdot & \cdot \\ \cdot & l_{52} & l_{53} & l_{54} & l_{55} & l_{56} & l_{57} & l_{58} & \cdot \\ \cdot & \cdot & l_{63} & l_{64} & l_{65} & l_{66} & l_{67} & l_{68} & l_{69} \\ \cdot & \cdot & \cdot & l_{74} & l_{75} & l_{76} & l_{77} & l_{78} & l_{79} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & l_{85} & l_{86} & l_{87} & l_{88} & l_{89} \\ l_{91} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & l_{96} & l_{97} & l_{98} & l_{99} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{y}_B \\ \ddot{\theta}_B \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \\ \ddot{\theta}_6 \end{bmatrix}, \text{ matriz de inércia}$$

$$[C_{at}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{r1} + C_1 & -C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_1 & C_1 + C_2 & -C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_2 & C_2 + C_{r2} & -C_{r2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{r2} & C_{r2} + C_3 & -C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_3 & C_3 + C_4 & -C_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_4 & C_4 \end{bmatrix}, \text{ de atritos}$$

$$[K_{el}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_4 & K_4 + K_5 & -K_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_5 & K_5 \end{bmatrix}, \text{ de constantes elásticas}$$

$$k = n \frac{EI}{l}, \quad n = 4 \quad (03)$$

Tanto os termos k_n quanto os termos C_n são as constantes elásticas e coeficientes de amortecimento respectivamente das juntas fictícias mostradas no esquema da (fig. XI).

A equação matricial que representa o sistema de equações diferenciais é de 2ª ordem, podendo ser reduzida a uma de 1ª ordem a partir da seguinte redefinição de variáveis:

$$\begin{aligned} x_0 &= y_B & x_1 &= x_B & x_2 &= \theta_B & x_3 &= \theta_1 & x_4 &= \theta_2 & x_5 &= \theta_3 & x_6 &= \theta_4 & x_7 &= \theta_5 & x_8 &= \theta_6 \\ x_9 &= \dot{y}_B & x_{10} &= \dot{x}_B & x_{11} &= \dot{\theta}_B & x_{12} &= \dot{\theta}_1 & x_{13} &= \dot{\theta}_2 & x_{14} &= \dot{\theta}_3 & x_{15} &= \dot{\theta}_4 & x_{16} &= \dot{\theta}_5 & x_{17} &= \dot{\theta}_6 \end{aligned}$$

resultando a seguinte equação de estado :

$$\dot{x} = Ax + BT_{m1} + BT_{m2} \quad (04)$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} [0]_{9 \times 9} & [I]_{9 \times 9} \\ -[I_m]_{9 \times 9}^{-1} [K_{el}]_{9 \times 9} & -[I_m]_{9 \times 9}^{-1} [C_{at}]_{9 \times 9} \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} [0]_{9 \times 1} \\ [I_m]_{9 \times 9}^{-1} B'_{9 \times 1} \end{bmatrix}$$

Sendo $[0]_{9 \times 9}$ a matriz nula de ordem 9 e $[I]_{9 \times 9}$ a matriz identidade de ordem 9 a equação (...) representa o modelo dinâmico para dois modos flexíveis.

Os parâmetros utilizados nas simulações foram:

- Comprimento do elo: $l = 0,350$ m
- Altura do elo: $h = 0,035$ m
- Espessura do elo: $e = 0,00168$ m
- Inércia do rotor: $I_{r1} = 0,065$ Kg m^2
- Massa do elo: $m = 0.06$ Kg
- Massa da base: $m_B = 3,950$ Kg
- Massa da primeira junta: $m_{C1} = 0,790$ Kg
- Massa do órgão terminal: $m_{C2} = 0,325$ Kg
- Coeficiente de atrito viscoso no rotor: $C_r = 2,56$ Nm rad/s

CONCEPÇÃO DE CONTROLE

Podemos obter as funções de transferência para o caso não colocado, quando o sensor não ocupa a mesma posição que o atuador. Utilizando a modelagem de formalismo discreto [Machado, 1999], considerando apenas os três primeiros modos flexíveis. Obtemos as matrizes do modelo dinâmico conforme (fig: 02)

Esta equação representa um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, Onde $\theta(t) = [\theta_{r1}(t) \theta_1(t) \theta_2(t) \theta_3(t) \theta_{r2}(t) \theta_4(t) \theta_5(t) \theta_6(t)]^T$ é o vetor com as posições angulares, sendo $\theta_{r1}(t)$ e $\theta_{r2}(t)$ relativo aos rotores dos motores 1 e 2, com o índice de redução de 1:1, enquanto $\theta_i(t)$, com i variando de 1 à 6 correspondem aos ângulos das articulações fictícias. I_n , C_{at} e K_{el} são as matrizes de inércia, atritos e constantes elásticas, respectivamente, sendo $\bar{B} = [1001000]^T$ e $u(t)$ os torques dos motores 1 e 2 no instante (t) . As frequências analíticas podem ser conhecidas a partir da massa da extremidade, das dimensões, da massa específica e do módulo de elasticidade do elo [Pereira, 1999].

Define-se então um vetor de estado dado por:

$$x(t) = [\theta_{r1}(t) \theta_1(t) \theta_2(t) \theta_3(t) \theta_{r2}(t) \theta_4(t) \theta_5(t) \theta_6(t) \dot{\theta}_{r1}(t) \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_2(t) \dot{\theta}_3(t) \dot{\theta}_{r2}(t) \dot{\theta}_4(t) \dot{\theta}_5(t) \dot{\theta}_6(t)]^T \quad (05)$$

Para a simulação do sistema em malha fechada adotou-se uma estratégia de controle descentralizado de junta. Onde o torque de entrada nas juntas é dado por uma alimentação direta de estado:

$$T = K_p (\{\theta_d\} - \{\theta\}) - K_v \dot{\theta} \quad (06)$$

onde θ_d são as posições desejadas das juntas, K_p e K_v são as matrizes diagonais de ganho de posição e velocidade, respectivamente.

Em termos de variável de estado pode-se escrever também:

$$u = [K_p K_v] \cdot (\{X_d\} - \{X\}) \quad (07)$$

onde X_d é o estado desejado com a componente de velocidade nula ($\dot{\theta}_d = 0$) e $X(t)$ o estado do sistema.

ESTRUTURA LQG

Conforme a equação diferencial na forma de variável de estado representa a dinâmica do sistema nominal, e está escrita conforme segue:

No controle clássico *LQG*, é assumido que a dinâmica da planta é linear e conhecida, e que os ruídos de estado e de medida são estocásticos com propriedades estatísticas também conhecidas. Assim, para a inserção de incertezas considera-se o modelo estocástico

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw \quad (08)$$

com o processo de observação dado por

$$y = Cx + Fv \quad (09)$$

onde G e F são as matrizes de intensidade dos ruídos de estado $w(t)$ e de observação $v(t)$.

Como hipóteses usuais, são consideradas

$$\begin{aligned} E\{w(t)\} &= 0, \quad E\{v(t)\} = 0, \\ E\{w(t)w(\tau)^T\} &= P_w \delta(t - \tau), \quad P_w > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$E\{v(t)v(\tau)^T\} = P_v \delta(t - \tau), \quad P_v > 0 \quad \text{e} \quad E\{wv^T\} = 0 \quad (11)$$

onde E é o operador esperança matemática e $\delta(t - \tau)$ é a função delta de Dirac. Estes ruídos são, portanto, não correlacionados, brancos, Gaussianos, de médias nulas e com covariância P_w de estado e P_v de medida.

O problema de controle *LQG* é encontrar o controle ótimo $u(t)$ que minimize a função custo:

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \right\} \quad (12)$$

onde Q e R são matrizes de pesos constantes e apropriadamente escolhidas (parâmetros de projeto), tais que, $Q = Q^T \geq 0$ e $R = R^T > 0$. O nome *LQG* (*Linear Quadratic Gaussian*) advém do uso de um modelo linear, uma função custo quadrática, e um ruído branco Gaussiano como distúrbio nos estados e sensores.

A solução para o problema *LQG* consiste em primeiro determinar o controle ótimo para um sistema linear determinístico. O diagrama de blocos do controlador tipo *LQG* em diagrama de blocos é apresentado na (fig.03)

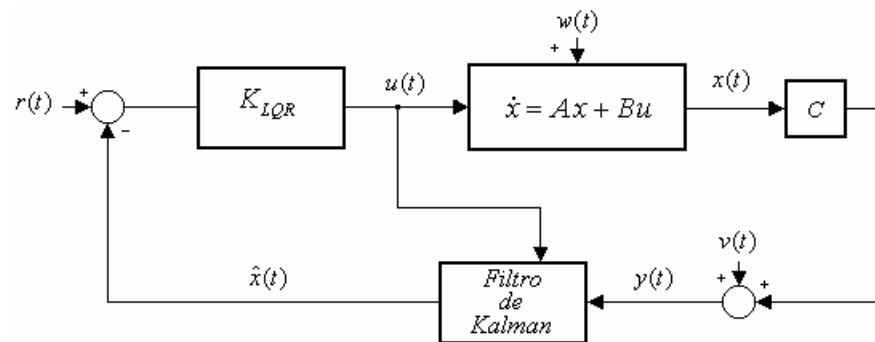


Fig. 03-Diagrama de blocos do controlador tipo *LQG*.

Iniciaremos primeiramente com parte da solução, a que consiste em determinar o controle ótimo para um sistema linear (controlador *LQR* – *Linear Quadratic Regulator*). A segunda parte da solução do problema *LQG*, consiste em projetar um estimador ótimo para os estados, e finalmente serão apresentados resultados de simulações para o modelo da planta real obtido no capítulo anterior.

PROJETO LQG

Seja a equação linear diferencial dada em ... e considere o seguinte índice de desempenho:

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \right\} \quad (13)$$

onde Q é uma matriz real simétrica positiva semidefinida, que define o custo dos estados, e R é uma matriz real simétrica positiva definida, expressando o custo do controle.

Assumindo-se que todo o estado esteja disponível, a lei de controle ótimo que minimiza o funcional $J(x(t), u(t))$ é dado por

$$u = -Kx \quad (14)$$

onde K é o vetor com os ganhos definido por

$$K = R^{-1} B^T S \quad (14)$$

com $S = S^T \geq 0$, sendo o valor em regime de S dado pela solução algébrica da equação de Riccati

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0 \quad (15)$$

O ganho do regulador foi obtido utilizando-se a matriz de custo dos estados Q diagonal e da forma

$$\text{diag}(Q) = [10 \ 10 \ 10 \ 1.1 \ 1.1 \ 1.1 \ 1.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 1.1 \ 1.1 \ 1.1 \ 1.1]$$

com um custo de controle $R=1$. Com esses parâmetros, obteve-se o seguinte ganho em reime para o regulador,

$$K = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_{2 \times 18}$$

K = Columns 1 through 7

-0.0917	0.0010	-3.1523	1.9559	-2.5025	-0.4014	-3.2826
0.2738	0.0037	0.3285	1.1052	9.1026	-6.3393	-9.9547

Columns 8 through 14

2.1844	1.1400	18.4288	-0.9192	-1.8160	-1.5019	-1.4706
51.6365	-40.9095	51.4102	5.7028	-0.6748	7.1568	6.2258

Columns 15 through 18

-0.7049	-1.4024	-0.4045	-0.2400
2.9221	6.1261	2.2738	1.3723

Projeto do Filtro de Kalman

Para a estimação ótima dos estados foi utilizado um filtro de Kalman, supondo o sistema com ruído branco Gaussiano $w(t)$ nos estados e com covariância P_w , isto é,

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw \quad (16)$$

sendo G a matriz de intensidade do ruído de estado, com a equação de saída da forma

$$y = Cx + Fv \quad (17)$$

que representa sensores com ruídos brancos Gaussianos.

O par (A, C) é suposto observável, ou seja, a matriz de observabilidade

$$\mathcal{G} = [C \quad AC \quad \dots \quad AC^{n-1}]^T \quad (18)$$

possui posto igual a n . Este é o caso dos dois modelos lineares adquiridos, utilizando-se como observação as medidas dos potênciômetros e dos extensômetros acoplados aos motores e aos elos flexíveis, ou seja a matriz C possui a forma

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

para o caso de duas articulações fictícias em cada elo, e

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

para o caso de quatro articulações fictícias.

A dinâmica do estimador é dado por

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (21)$$

onde L é a matriz ganho do estimador, dada por

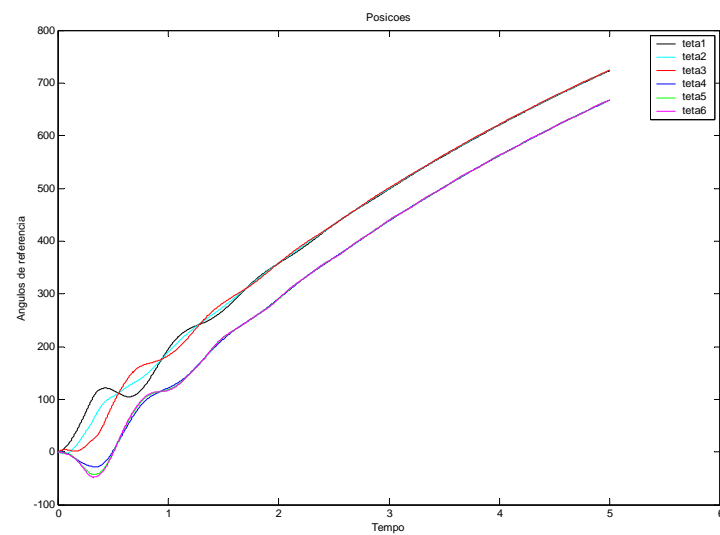
$$L = PC^T (FP_v F^T)^{-1} \quad (22)$$

sendo o valor em regime de P obtido da solução da equação algébrica de Riccati

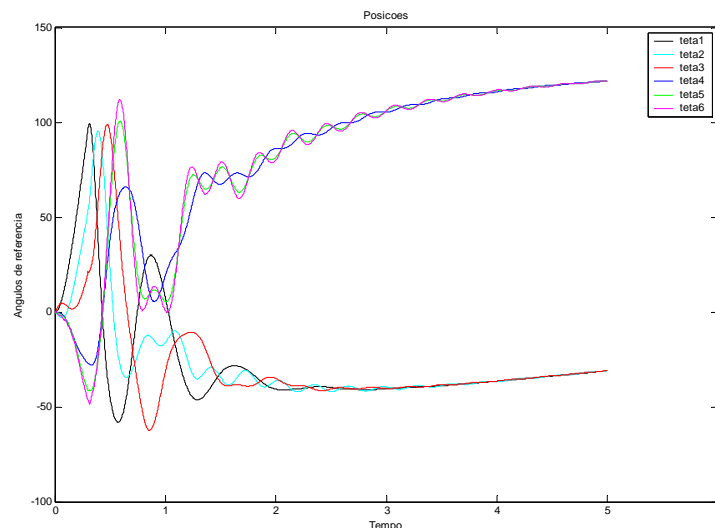
$$PA^T + AP - PC^T (FP_v F^T)^{-1} CP + GP_w G^T = 0 \quad (23)$$

$$L = (PA^T + AP + GP_w G^T)CP$$

SIMULAÇÃO GRÁFICA NO MATLAB



Tm1 = 5N Tm2 = - 2,5N Ângulo = 30 e -30 s/ Controle



Tm1 = 5N Tm2 = - 2,5N Ângulo = 30 e -30 c/ Controle

CONCLUSÃO:

Antes de mais nada, devemos ressaltar que o controle de movimento da base, e de vibração dos elos flexíveis de um sistema um sistema com apenas 2 graus de liberdade apresenta um grau de dificuldade muito grande. Portanto, qualquer melhoria notada nos resultados será de importância relevante no projeto.

De acordo com os resultados apresentados pelos gráficos obtidos nas simulações do MATLAB, notamos alguns detalhes para compreender melhor o sistema de controle aplicado.

Quando aplicamos torques pequenos de 1N no primeiro motor e 0,5N no segundo, e efetuamos a simulação para os ângulos de 30, 60 e 90 graus, podemos notar maiores amplitudes e maiores frequências nas vibrações dos elos para ângulos abaixo de 30 graus.

Quando aplicamos torques altos de 5N para o primeiro motor e 2,5N para o segundo motor para os mesmos ângulos de 30, 60 e 90 graus, podemos notar uma melhoria relevante quanto ao deslocamento da base para ângulos abaixo de 30 graus, porém em contra partida, temos um aumento também relevante nas amplitudes e frequências das vibrações, tanto a melhoria do movimento da base quanto as vibrações não se alteram tanto para ângulos maiores que 30 graus.

Com isso, concluímos que se o torque for menor que o necessário para movimentar o elo um determinado ângulo, temos problemas de vibrações nos elos, por outro lado se os torques forem muito acima do necessário para mover os elos, também temos problemas de vibrações.

Quanto à variação dos valores de R, notamos que não temos uma faixa muito grande de escolha, ou seja, os valores devem se limitar entre 1,5 e 1,6 para o primeiro e 0,75 e 0,8 para o segundo, dentro desse limite observamos que os valores menores de 1,5 e 0,75, para ângulos menores que 30 graus, nos dão resultados melhores quanto ao deslocamento da base, para ângulos maiores que 30 graus essa melhoria desaparece conforme aumentamos o valor do ângulo desejado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus responsável por tudo que alcancei e ainda alcançarei em minha vida, depois aos meus pais, porque tenho certeza que sem o apoio deles nada disso seria possível, também aos meus pais adotivos e orientadores Prof. Dr. Luis Carlos S. Góes e Prof. Dr. Alberto Adade Filho pelo ensinamento, apoio, amizade e paciência e a todos meus amigos que de uma forma ou de outra também me ajudaram e por ultimo a CAPES pelo auxílio financeiro.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ANDERSON, B.D.O.; MOORE, J.B. (1971); Linear optimal control. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.
- D'AZZO, J.J.; HOUPIS, CC.H. (1966). Feedback control sistem analysis and synthesis. Tokyo, MacGraw-Hill Kogakusha.
- GEROMEL, J.C.; CRUZ, J.J. (1986a). On the robustnes of optimal regulators for nonlinear discret-time systems. The 25th IEEE Conference on Decision and Control, Athens, Greece.
- GERVINI, V. Controle Adaptativo de Estruturas Flexíveis. 2004. 76f. Tese de mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
- HAZEN, H.L. (1934). Teory of servomechanisms. Journal of the Franklin Institute.
- KWAKERNAAK, H.; SILVAN, R. (1972). Linear optimal control systems. New York, Wiley.
- LEHTOMARKI, N.A. (1981). Pratical robustness measures in multivariable control system analysis. PhD. Thesis, Cambridge, MA, MIT.
- LEHTOMAKI, N.A. et ALLII. (1981). Robustness results in linear-quadratic-gaussian based multivariable control designs. IEEE Trasactions on Automatic Control, AC-26 (1) : 75-92.
- MACFARLANE, A.G.J. (1970). Return-difference and return-ratio matrices and their use in analysis and design of multivariable feedback control systems. Proceedings of the IEE.
- NEWTON, G.C. et ALLII. (1957). Analytical design of linear feedback control. NY, Wiley.
- NYQUIST, H. (1932). Regeneration theory. Bell Systems Technical Journal.
- SAFANOV, M.G. (1980). Stability and robustness of multivariable feedback systems. Cambridge, MA, MIT Press.
- SAFONOV, M.G.; ATHANS, M. (1977). Gain and phase margin for multiloop LQG regulators. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-22 (2) : 1173-1179.
- SANTOS, F.N.V.; GÓES, L.C.S. *Robust Multivariable Control Applied to an Aerostatic Robot*. II Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC (II DINCON). São José dos Campos-SP, agosto de 2003.
- SOARES, A.M.S. *Modelagem e Identificação Experimental de Estruturas Flexíveis*. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, SP. 1997.
- ZAMES, G. (1966a). On the input-output stability of time-varyng nonlinear feedback systems. Part I : Conditions derived using concepts of loop gain, conicity and positivity. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-11 (2) : 228-238.