

# ESTUDO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UM CONJUNTO DE FONTES DISCRETAS EM UM CANAL RETANGULAR INCLINADO

**Paulo M. Guimarães**

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
Av. BPS, 1303, Pinheirinho, 37500-176 - Itajubá - MG – Brasil. TE: 00 55 35 3629-1163  
e-mail: paulomgui@uol.com.br, web page: <http://www.unifei.edu.br>

**Genésio J. Menon**

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
Av. BPS, 1303, Pinheirinho, 37500-176 - Itajubá - MG – Brasil. TE: 00 55 35 3629-1163  
e-mail: [genesio@iem.efei.br](mailto:genesio@iem.efei.br), web page: <http://www.unifei.edu.br>

**Resumo.** Estuda-se neste trabalho a convecção mista em um canal retangular inclinado. Três fontes de calor com fluxo  $q$  constante e comprimentos finitos são localizadas na superfície inferior do canal, enquanto que o restante desta mesma superfície é isolado. A superfície superior em contato com o fluido é mantida fria a uma temperatura  $T_c$ . Na entrada do canal o escoamento tem perfis constantes de velocidade  $U_o$  e de temperatura  $T_o$ . O número de Reynolds, o número de Grashof e a inclinação do canal são variados da seguinte forma:  $1 \leq Re \leq 1000$ ,  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , e  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ , respectivamente. O sistema das equações governantes é solucionado empregando-se o método de elementos finitos com a formulação Pênalti nos termos de pressão e as perturbações Petrov-Galerkin nos termos convectivos. São realizadas duas comparações para validar o código computacional. É verificado que o ângulo de inclinação tem uma maior influência no escoamento e na transferência de calor, para baixos números de Reynolds, principalmente entre  $0^\circ$  e  $45^\circ$ . Em alguns casos as fontes são atingidas pelo fluido aquecido em uma fonte anterior. O escoamento apresenta recirculações primárias e secundárias e refluxos em algumas situações como por exemplo,  $Re = 10$  e  $\gamma = 45^\circ$  e  $90^\circ$ . Os casos que apresentam menores temperaturas nas fontes são aqueles onde os ângulos de inclinação são  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , havendo pouca diferença entre eles. Uma exceção é para o caso onde  $Gr = 10^5$  e  $Re = 1000$ , sendo  $\gamma = 0^\circ$  a melhor inclinação para o canal.

**Palavras-chave:** Elementos Finitos, Fonte de Calor, Petrov-Galerkin, Convecção Mista

## 1. INTRODUÇÃO

Trabalhos anteriores estudam a convecção natural, mista e forçada em canais inclinados por causa de suas aplicações práticas incluindo, por exemplo, sistemas eletrônicos, trocadores de calor de alta performance, equipamentos que possuem processos químicos, câmaras de combustão, sistemas de controle ambiental, e assim por diante.

Guimarães e Menon (2003) estudam a convecção mista em um canal retangular inclinado com uma fonte de calor localizada na parede inferior utilizando o método de Petrov-Galerkin. Mostra-se que o efeito do ângulo de inclinação nas distribuições de temperatura e velocidade tem um papel fundamental na transferência de calor para baixos números de Reynolds e altos números de Grashof. Para altos números de Reynolds, o efeito da orientação é desprezível. Conclui-se neste trabalho que, em geral, um ângulo de inclinação entre  $60^\circ$  e  $75^\circ$  fornece as condições de trabalho mais desejáveis quando o resfriamento é requisitado. Alguns casos apresentam escoamento reverso para baixos números de Reynolds e altos números de Grashof. O escoamento reverso não influencia

notavelmente na troca de calor no módulo. Os resultados encorajam o uso de circuitos inclinados em gabinetes, entretanto outros parâmetros geométricos devem ser levados em conta.

Bae e Hyun (2003) conduzem um estudo sobre o resfriamento do ar através da convecção natural laminar no regime não-permanente em uma cavidade retangular vertical com três fontes discretas. Os resultados mostram a influência da condição térmica não-permanente da fonte mais baixa na temperatura das outras fontes. As evoluções dos campos de temperatura e do escoamento em geral apresentadas fornecem interpretações físicas. O estudo enfatiza que as temperaturas transientes podem exceder os valores médios no tempo. Isto é importante para o projeto de equipamentos eletrônicos.

Madhavan e Sastri (2000) fazem um estudo paramétrico da convecção natural em um conjunto de placas com fontes de calor localizadas dentro de uma cavidade. Esta situação em particular tem relevância direta em aplicações no resfriamento de aparelhos eletrônicos. É visto que o número de Rayleigh, de Prandtl e a condição de contorno afetam fortemente o escoamento do fluido e as características da transferência de calor. Conclui-se que a temperatura não-dimensional é máxima para  $Pr = 150$ . Correlações numéricas para a temperatura máxima nas saliências e para os números de Nusselt são apresentadas para uma grande faixa de  $Pr$ ,  $Ra$ , e de condições de contorno.

Choi e Ortega (1993) investigam numericamente o efeito do escoamento forçado laminar nas células de convecção induzidas por empuxo nas regiões de convecção forçada, mista e natural em canais com placas planas paralelas com uma fonte de calor discreta. Os resultados indicam que o número de Nusselt, de um modo geral, na fonte de calor, depende fortemente do ângulo de inclinação ( $\gamma$ - de acordo com a convenção deles –  $0^\circ$  corresponde à posição vertical) na convecção mista e forçada quando  $\gamma > 45^\circ$ . À medida que o número de Grashof aumenta para um número de Reynolds fixo, um refluxo de ar na saída do canal é observado quando o canal na posição a favor do escoamento.

O presente trabalho conduz um estudo da transferência de calor em um canal retangular inclinado com três fontes de calor discretas. As posições verticais e horizontais também são consideradas. Uma ênfase também é dada à distribuição de temperatura nas superfícies dos módulos verificando seu ponto máximo como também uma análise das características da transferência de calor em geral devido à importância do controle térmico em equipamentos eletrônicos para se manter a temperatura abaixo do valor da temperatura de operação especificado pelo fabricante.

## **2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA**

Neste trabalho é estudada a convecção mista em um canal retangular inclinado com altura  $H$  e comprimento  $L$ . Três fontes de calor iguais e constantes  $q'1$ ,  $q'2$  e  $q'3$  de comprimento finito  $B$  estão localizadas na parede inferior do canal em  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , respectivamente, enquanto que o restante da parede inferior é mantido isolado. A superfície superior em contato com o fluido é mantida a uma temperatura constante fria  $T_c$ . Na entrada do canal, perfis constantes para velocidade e para temperatura,  $U_0$  e  $T_0$  respectivamente, são impostos como condições de contorno. Para a condição de contorno da fronteira aberta OBC, ela é considerada ser convectiva e dependente do tempo. Na verdade, no método aplicado aqui, as condições de contorno da fronteira aberta na saída são calculadas, assim nada é diretamente aplicado nela. Em todo este estudo a geometria estudada tem  $x_1 = 6.75$  cm,  $x_2 = 14.50$  cm,  $x_3 = 22.25$  cm,  $B = H = 1$  cm e  $L = 30$  cm. As temperaturas  $T_0$  e  $T_c$  são iguais.

## **3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA**

As equações governantes do problema são dadas pelas equações de conservação da massa, de Navier-Stokes e da energia. As variáveis  $u$  e  $v$  são respectivamente as componentes de velocidade em  $x$  e  $y$ ,  $T$  é a temperatura do fluido,  $t'$  é o tempo,  $q'$  é o fluxo de calor,  $D_T$  é a difusividade térmica,  $\beta_T$  é o coeficiente de expansão térmica,  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\rho_0$  é a massa específica do fluido e  $T_0$  é a temperatura de referência  $T_0 = T_c$ .

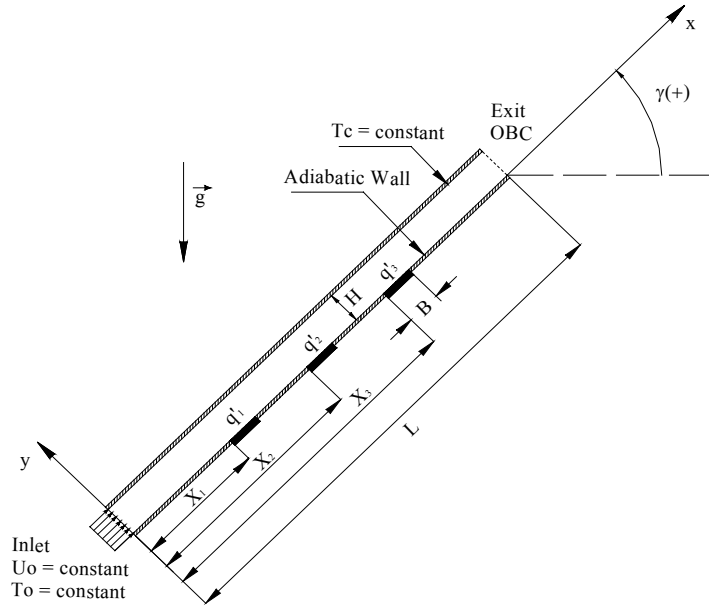


Figura 1. Geometria do canal e condições de contorno.

Com a aproximação de Boussinesq e os seguintes parâmetros adimensionais:

$$X = \frac{x}{B}; \quad Y = \frac{y}{B}; \quad U = \frac{u}{U_o}; \quad V = \frac{v}{U_o}; \quad P = \frac{p}{\rho_o U_o^2}; \quad t = \frac{t'}{(B/U_o)}; \quad \theta = (T - T_o)/(q'B/D_T); \quad (1)$$

$$Fr = \frac{Re^2}{Gr} = \frac{U_o^2}{\beta_T g \Delta T B}; \quad Pr = \frac{\nu}{D_T}; \quad Gr = \frac{\beta_T g \Delta T B^3}{\nu^2}; \quad Re = \frac{U_o \rho_o B}{\mu}; \quad \Delta T = T_h - T_c$$

onde  $Fr$ ,  $Pr$ ,  $Gr$ ,  $Re$ ,  $U_m$ , e  $\mu$  são, respectivamente, o número de Froude, o número de Prandtl, o número de Grashof, o número de Reynolds, a velocidade média, e a viscosidade dinâmica, as equações governantes adimensionais podem ser escritas como:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \sin(\gamma) \frac{\theta}{Fr}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \cos(\gamma) \frac{\theta}{Fr}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (5)$$

As condições de contorno adimensionais são:

$$U = V = 0 \quad (\text{nas paredes}); \quad \theta = 0 \quad (\text{entrada e parede superior}); \quad U = 1 \quad (\text{entrada}) \quad \text{e} \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1 \quad (\text{nas fontes}).$$

Aplicando a formulação de Petrov-Galerkin às equações acima, Eqs. (2) a (5), juntamente com a técnica Pênalti, a forma fraca das equações de conservação são:

$$\int_{\Omega} N_i \left[ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \int_{\Omega} \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) d\Omega =$$

$$\int_{\Omega} \left[ (N_i + P_{il}) \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + N_i \sin(\gamma) \frac{\theta}{Fr} \right] d\Omega - \int_{\Gamma_0} N_i p n_x d\Gamma \quad (6)$$

$$\int_{\Omega} N_i \left[ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \int_{\Omega} \lambda \frac{\partial N_i}{\partial Y} \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) d\Omega =$$

$$\int_{\Omega} \left[ (N_i + P_{i1}) \left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + N_i \cos(\gamma) \frac{\theta}{\text{Fr}} \right] d\Omega - \int_{\Gamma_0} N_i p n_y d\Gamma$$

$$\int_{\Omega} \left[ N_i \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] d\Omega = \int_{\Omega} (N_i + P_{i2}) \left( U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_1} N_i q d\Gamma$$

onde as variáveis dependentes são aproximadas com o método de elementos finitos (MEF) com:

$$\Phi(X, Y, t) = \sum_j N_j(X, Y) \Phi_j(t) ; \quad p(X, Y, t) = \sum_k M_k(X, Y) p_k(t) .$$

$N_i$  e  $N_j$  são as funções de forma lineares para  $\Phi$ , isto é, para  $U$ ,  $V$ , e  $\theta$ , e  $M_k$  representa as funções de forma para as pressões constantes no elemento.  $P_{ij}$  são as perturbações de Petrov-Galerkin aplicadas aos termos convectivos somente. Os termos  $P_{ij}$  são definidos como:

$$P_{ij} = k_j \left( U \frac{\partial N_i}{\partial X} + V \frac{\partial N_i}{\partial Y} \right) ; \quad k_j = \frac{\alpha_j \bar{h}}{|V|} ; \quad \alpha_j = \coth \frac{\gamma_j}{2} - \frac{2}{\gamma_j} ; \quad \gamma_j = \frac{|V| \bar{h}}{\varepsilon_j} ; \quad j=1,2$$

onde  $\gamma$  é o número de Péclet do elemento,  $|V|$  é o valor absoluto do vetor velocidade que representa a velocidade média do fluido dentro do elemento,  $\bar{h}$  é o tamanho médio do elemento,  $\varepsilon_1 = 1/\text{Re}$ ,  $\varepsilon_2 = 1/\text{Pe}$ , e  $\lambda$  é o parâmetro Pênalti considerado ser igual a  $10^9$ , que de acordo com Bercovier e Engelman (1979) e Carey e Krishnan (1982), é um valor independente do problema, dado que os parâmetros governantes não variem bastante. Este valor é alto para fazer com que se tenha o efeito da ‘quase’ incompressibilidade do problema, uma vez que as pressões são calculadas pelas velocidades. Na verdade a teoria pênalti provém da lei da viscosidade de Stokes. A integração no tempo é feita pelo método de Euler (backward) semi-implícito. Além disso, os termos convectivos são calculados explicitamente e os termos viscosos e Pênalti implicitamente.

O número de Nusselt médio, ao longo da superfície  $S$  de uma fonte, pode ser escrito como:

$$\text{Nu} = \frac{1}{S} \int_S \left[ \frac{1}{\theta} \right] ds .$$

A primeira comparação para validação é feita não somente com resultados experimentais apresentados por Lee e Mateescu (1998) e Armaly et al. (1983), mas também por resultados numéricos encontrados por Lee e Mateescu (1998), Gartling (1990), Kim e Moin (1985), e Sohn (1988). O escoamento do ar da presente análise de comparação é considerado bidimensional, laminar, incompressível e não permanente. O domínio é um canal horizontal com uma expansão em seu início e também um perfil de velocidade parabólico e  $\text{Re} = 800$ . Distâncias de recolamento e separação do escoamento são comparadas obtendo-se ótimos resultados. A segunda comparação é realizada com os resultados numéricos encontrados por Comini et al. (1997) para o escoamento de Poiseuille bidimensional, laminar e incompressível no regime não-permanente em um canal horizontal aquecido na parede inferior. Neste caso, alguns valores são escolhidos tais como  $\text{Re}=10$ ,  $\text{Pr} = 0.67$ , e  $\text{Fr} = 1/150$ . O número de Nusselt médio na parede superior versus o tempo é comparado e um desvio de aproximadamente 4% é encontrado.

#### 4. RESULTADOS

Os resultados apresentados aqui são gerados com MEF usando-se uma malha estruturada com elementos retangulares isoparamétricos com quatro nós com  $\Delta X = 0.1$  e  $\Delta Y = 0.05$ . Após o estudo da sensibilidade da malha com 4000, 5000, 6000 e 7000 elementos, e levando-se em conta o custo computacional e um desvio máximo de 7% da malha com 7000 elementos, optou-se pelo uso da

malha com 6000 elementos. O tempo computacional máximo encontrado para convergência pode chegar até 6 horas.

A Figura 2 mostra as distribuições das temperaturas para números de Reynolds  $Re$  iguais a 1, 10, 50 e 100, número de Grashof  $Gr$  igual a  $10^5$ , inclinações  $\gamma$  iguais a  $0^\circ$  (horizontal),  $45^\circ$  e  $90^\circ$  (vertical). Para  $Re = 1$  e  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$ , há a formação de células térmicas, as quais estão localizadas em regiões bem próximas aos módulos das fontes. Para  $Re = 1$ , tem-se um problema predominantemente de convecção natural. À medida que se aumenta  $Re$ , estas células se alongam dando lugar à predominância da convecção forçada,  $Re = 1000$  (não mostrado nesta figura). Mantendo-se  $Re$  constante, a variação do ângulo de inclinação tem um papel importante na distribuição da temperatura. A influência de  $\gamma$  na temperatura é maior quando se tem menores velocidades do fluido. Por exemplo, onde  $Re = 10$  para  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ , nota-se este comportamento, ou seja, para  $\gamma = 0^\circ$ ,  $Re = 10$ , quase existe uma formação de célula térmica, já para  $Re = 10$  e  $\gamma = 45^\circ$ , esta formação já desaparece. Este processo é ainda mais evidente para  $Re = 1$  e  $\gamma = 45^\circ$  e  $90^\circ$ . É interessante notar que em alguns casos, o fluido aquecido na primeira fonte atinge a segunda e sendo novamente mais aquecido na segunda fonte, atinge a terceira. Este fenômeno faz com que haja menor transferência de calor e assim maiores temperaturas.

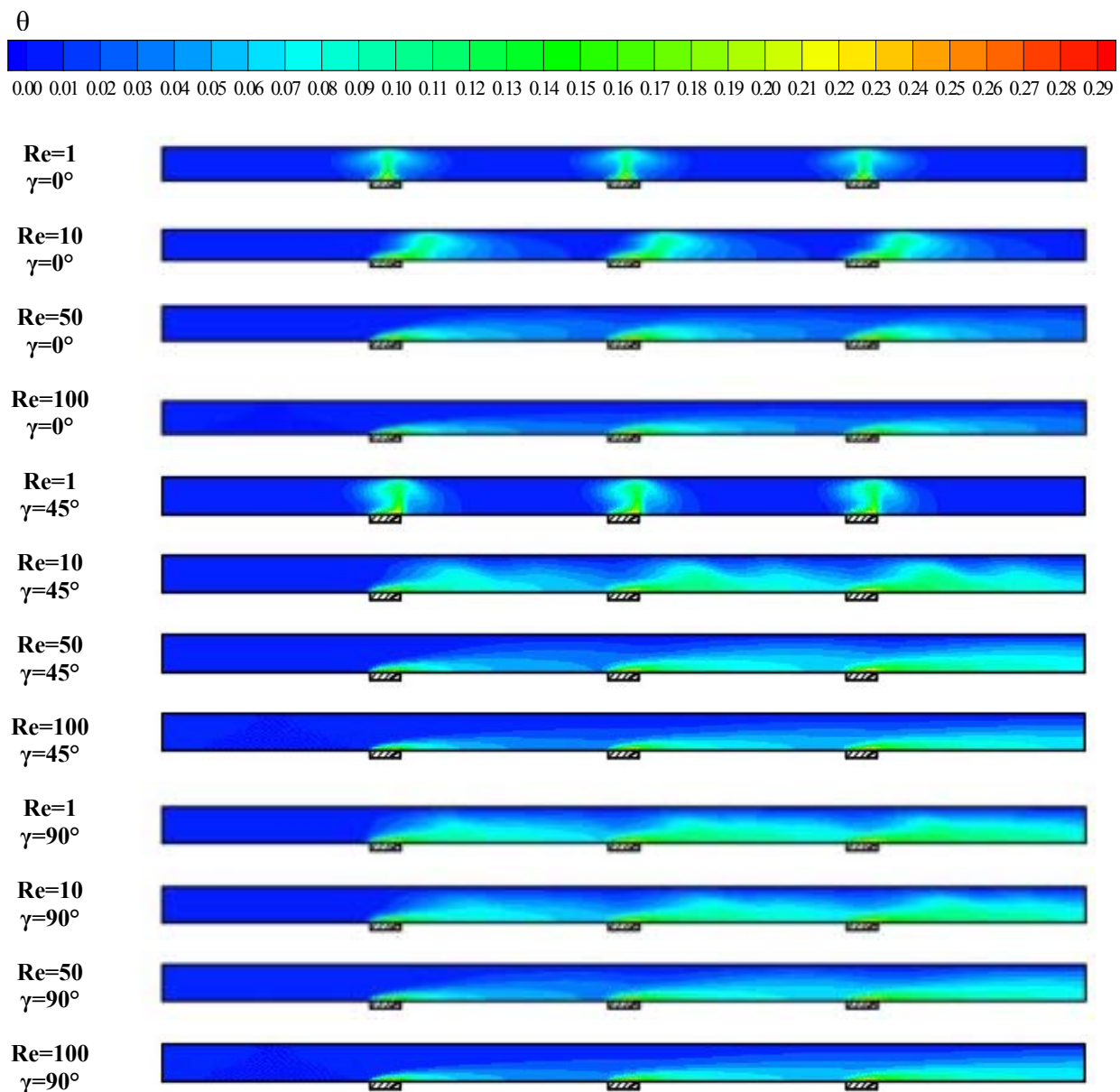


Figura 2. Isotermas para  $Gr = 10^5$ ,  $Re = 1, 10, 50$  e  $100$  e  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ .

A Figura 3 apresenta os vetores de velocidade para  $Re = 10$  e  $100$  e  $Gr = 10^5$  para  $\gamma = 0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . Pode ser notado que para  $Re = 10$  e  $\gamma = 0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , aparecem recirculações geradas pelo fluido aquecido nas fontes. Para  $Re = 10$  e  $\gamma = 0^\circ$ , existem três recirculações independentes. O espaçamento entre as fontes possibilita uma reorganização do perfil parabólico até quando o fluido encontra a próxima fonte e a recirculação começa novamente. Já para  $Re = 10$  e  $\gamma = 45^\circ$  e  $90^\circ$ , existem dois tipos de recirculação, ou seja, uma recirculação primária ao longo de todo o canal que envolve outras recirculações secundárias localizadas logo após as fontes. Também para estes dois últimos casos há a presença de refluxo na saída do canal. A medida que se aumenta  $Re$ , mantendo-se  $\gamma$  constante, estas recirculações ficam menores até que desaparecem para altos  $Re$ . Nitidamente, pode ser notado que o efeito da inclinação sobre os vetores considerando  $Re = 10$  e variando-se  $\gamma$ . A maior influência do ângulo de inclinação se encontra entre  $0^\circ$  e  $45^\circ$  do que entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . Para baixos  $Re$ , o ângulo de inclinação tem maior influência nos vetores velocidade. Mais adiante será visto o efeito desta influência na troca de calor entre o fluido e os módulos.

A Figura 4 mostra as distribuições dos números de Nusselt médio nas fontes,  $NUH1$ ,  $NUH2$  e  $NUH3$  para números de Reynolds  $Re = 1, 10, 50, 100$  e  $1000$ ,  $Gr = 10^3, 10^4$  e  $10^5$  e, finalmente, para as inclinações  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ . De uma maneira geral, o número de Nusselt médio para cada uma das fontes aumenta com o aumento do número de Reynolds. Analisando cada gráfico isoladamente, pode ser observado que  $NUH1$  tende a distanciar de  $NUH2$  e  $NUH3$  a medida que se aumenta Reynolds, partindo de um valor inicial para  $Re = 1$ , igual ao  $NUH2$  e  $NUH3$ . Este valor praticamente igual no começo significa que uma fonte não está interferindo na outra. Aqui se percebe melhor o fenômeno observado na Fig. 2, de uma fonte ser atingida por uma fonte antecedente. Por isso,  $NUH1$  apresenta maiores valores. Pode ser visto que de uma maneira geral  $NUH2$  e  $NUH3$  têm valores próximos, sendo que a medida que se aumenta  $Re$ , seus valores também tendem a se distanciarem. O único caso em que para  $Re = 1$  as fontes apresentam valores bem diferentes é quando  $Gr = 10^5$  e  $\gamma = 90^\circ$ . Esta diferença também é notada na Fig. 2. De uma maneira geral, a maior influência no Nusselt está entre  $0^\circ$  e  $45^\circ$ . Praticamente em todos os casos,  $NUH1$ ,  $NUH2$  e  $NUH3$  aumentam entre  $0^\circ$  e  $45^\circ$ , ao passo que para  $Gr = 10^5$  e  $Re = 1000$ ,  $NUH2$  e  $NUH3$  decrescem. Geralmente, em se tratando de circuitos eletrônicos, caso ideal é aquele que apresenta maior número de Nusselt. Sendo assim, os ângulos  $45^\circ$  e  $90^\circ$  são ideais, não havendo muita diferença entre eles. Uma exceção seria quando  $Gr = 10^5$  e  $Re = 1000$ , onde  $\gamma = 0^\circ$  seria o caso com maior número de Nusselt.

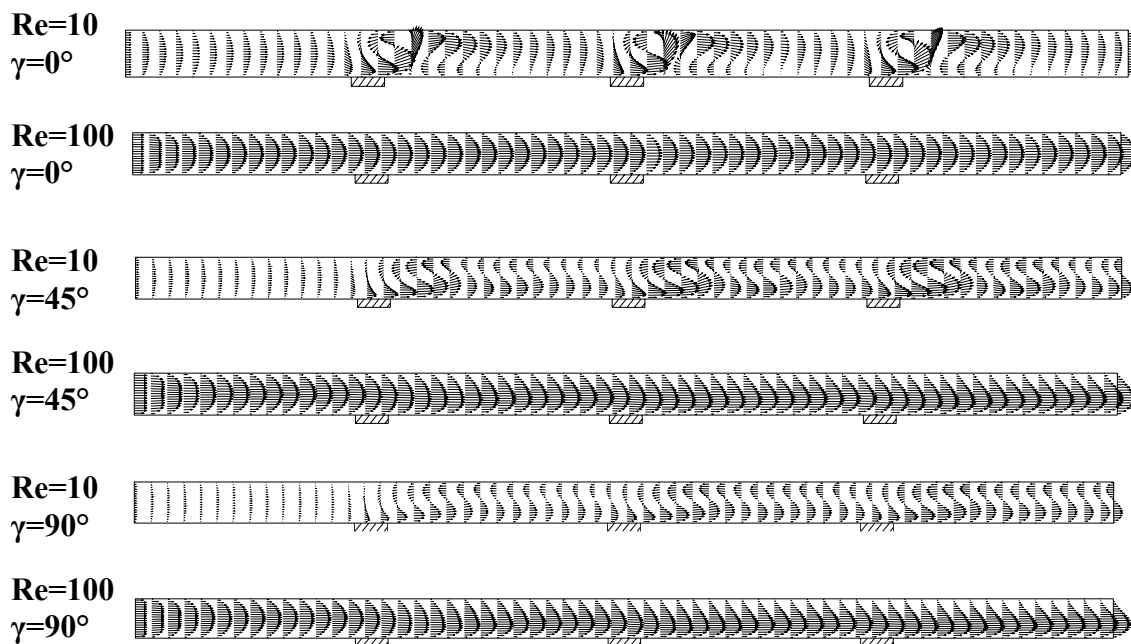


Figura 3. Isotermas para  $Gr = 10^5$ ,  $Re = 1, 10, 50$  e  $100$  e  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ .

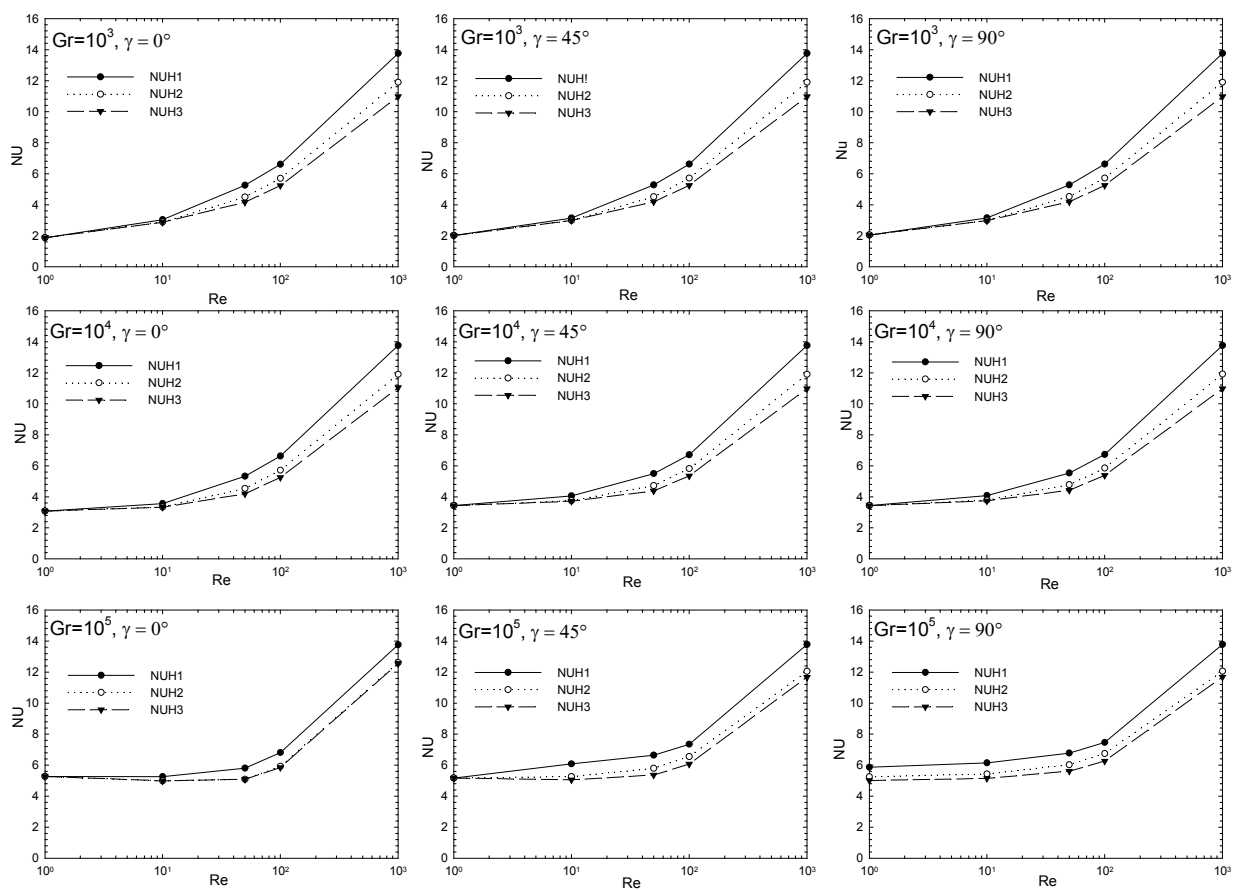


Figura 4. Número de Nusselt versus número de Reynolds para  $Gr = 10^3, 10^4$  e  $10^5$  e  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ .

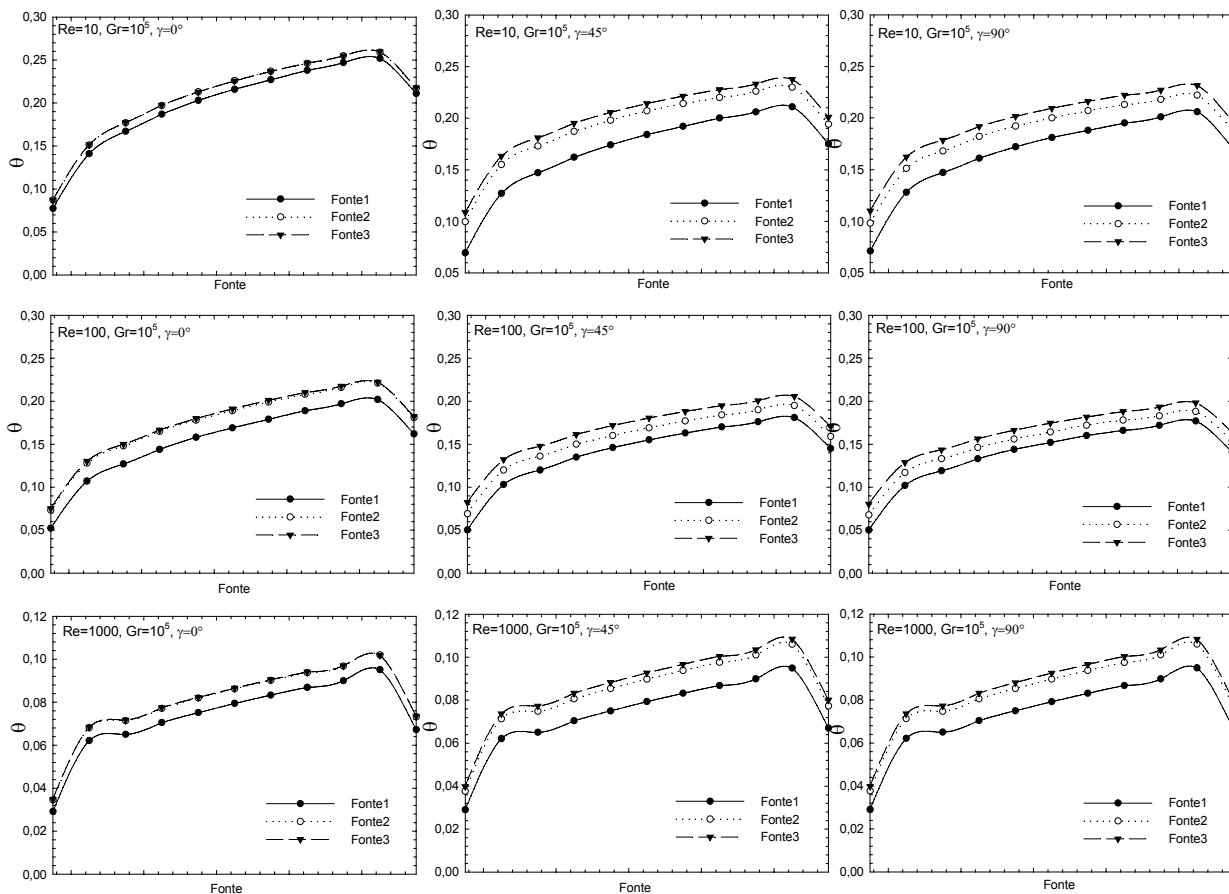


Figura 5. Temperatura sobre as fontes para  $Re = 10, 100, 1000$ ;  $Gr = 10^5$ ,  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ .

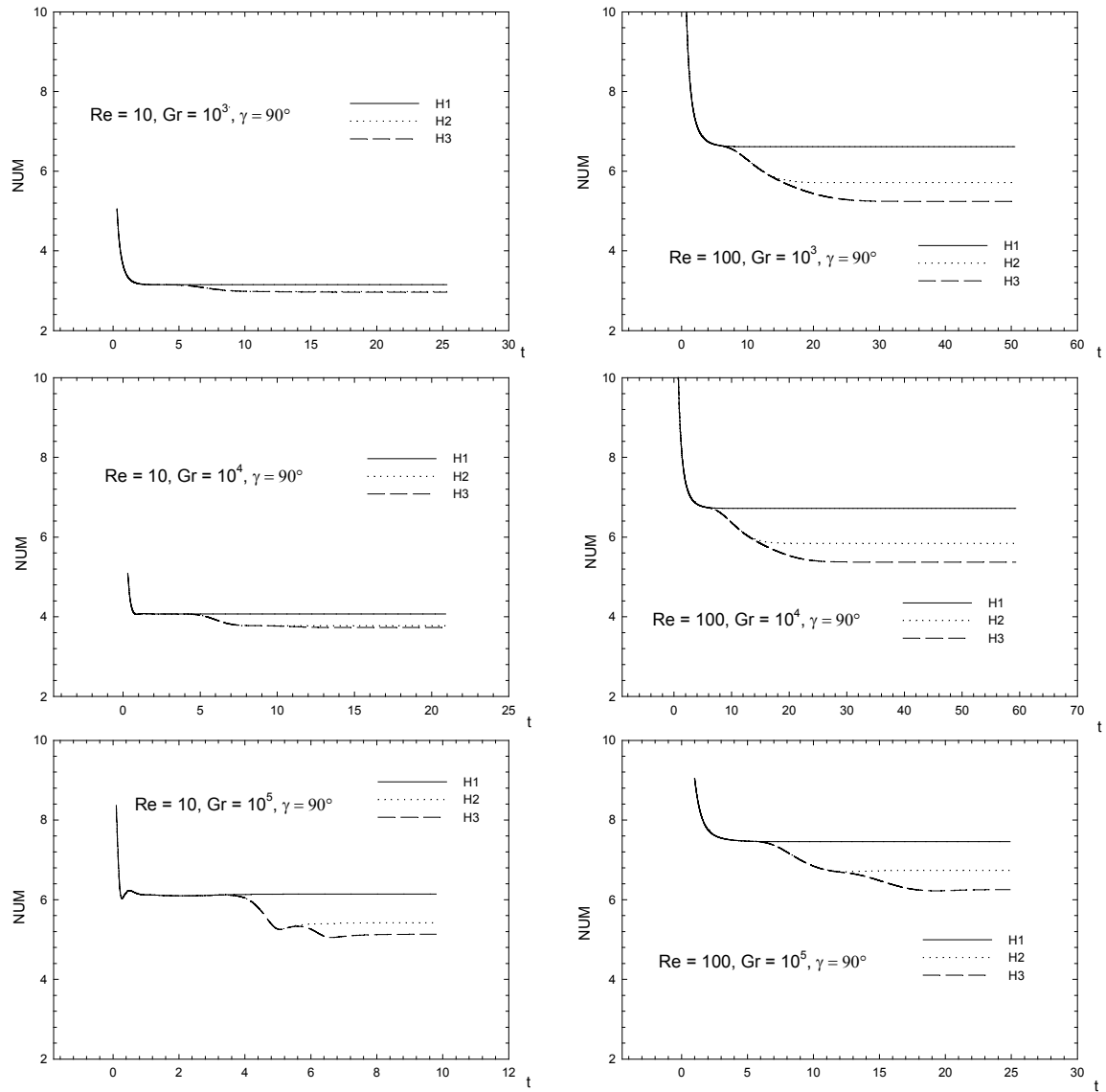


Figura 6. Número de Nusselt médio nas fontes ao longo do tempo para  $Re = 10$  e  $100$ ,  $Gr = 10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  e  $\gamma = 90^\circ$ .

A Figura 5 apresenta as distribuições de temperatura local adimensional nas três fontes para  $Re = 10, 100$  e  $1000$ ,  $Gr = 10^5$  e  $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$ , e  $90^\circ$ . Novamente aqui, pode ser notado que os casos em que  $\gamma = 45^\circ$  e  $90^\circ$  e  $Re = 10$  e  $100$  apresentam menores temperaturas quando  $\gamma = 0^\circ$ . Isso já não ocorre para  $Re = 1000$ , onde a posição horizontal do canal apresenta menores temperaturas ao longo dos módulos. Todos os casos em que  $\gamma = 0^\circ$ , a segunda e terceira fontes apresentam temperaturas iguais. Já a primeira fonte apresenta temperaturas menores. Esta última característica vale também para os outros casos. Como falado anteriormente, isto caracteriza o fluido sendo aquecido pela fonte anterior, prejudicando o resfriamento da fonte posterior.

A Figura 6 mostra a variação do número de Nusselt médio nas fontes H1, H2 e H3, ao longo do tempo adimensional  $t$ , considerando  $Re = 10$  e  $100$ ,  $Gr = 10^3, 10^4, 10^5$  e  $\gamma = 90^\circ$ . No início do tempo todas as três fontes têm um mesmo comportamento, ou seja, os números de Nusselt médios em H1, H2 e H3, diminuem e têm um mesmo valor, considerando cada gráfico isoladamente. Estes valores estão convergindo. Mas mesmo após ou antes de atingir a convergência, estes valores bifurcam no decorrer do tempo. Estas bifurcações denotam o momento em que o fluido aquecido em uma fonte afeta a fonte posterior.



## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, a transferência de calor, por convecção mista em um canal retangular inclinado com três fontes dispostas na parede inferior, é estudada utilizando-se o método de elementos finitos com a técnica de Petrov-Galerkin. São verificados os efeitos do ângulo de inclinação  $\gamma$  ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ), do número de Reynolds (1, 10, 50, 100, 1000), do número de Grashof ( $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ), na distribuição de temperatura no canal e sobre as fontes, no número de Nusselt médio nas fontes e nos vetores velocidade. Duas comparações são realizadas e uma boa concordância com resultados experimentais e numéricos é encontrada. De uma maneira geral, o ângulo de inclinação tem uma maior influência no escoamento e transferência de calor quanto menores forem as velocidades forçadas, principalmente entre  $0^\circ$  e  $45^\circ$ . Nota-se pelas isothermas que em alguns casos as fontes são atingidas pelo fluido aquecido em uma fonte anterior. É importante conhecer este fenômeno, uma vez que ele pode influenciar na troca de calor das fontes. Aparecem recirculações primárias e secundárias e refluxos no escoamento em algumas situações como por exemplo,  $Re = 10$  e  $\gamma = 45^\circ$  e  $90^\circ$ . Em problemas de análise de transferência de calor em placas de circuitos eletrônicos, os casos que apresentam menores temperaturas nas fontes são os ideais. Portanto, ainda em concordância com o trabalho de Guimarães e Menon (2003) e Choi e Ortega (1993), os ângulos  $45^\circ$  e  $90^\circ$  são os melhores, havendo pouca diferença entre eles. Uma exceção é para o caso onde  $Gr = 10^5$  e  $Re = 1000$ , sendo  $\gamma = 0^\circ$  a melhor inclinação para o canal.

## 6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES pelo apoio financeiro com bolsas de demanda social, sem o qual seria impossível a realização deste trabalho.

## 7. REFERÊNCIAS

- Armaly, B.F., Durst, F., and Pereira, J.C.F. & Schonung, B., (1983), "Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow", J. Fluid Mechanics, Vol. 127, pp. 473-496.
- Bae, J.H. and Hyun, J.M., 2003, "Time-Dependent Buoyant Convection in an Enclosure with Discrete Heat Sources", Int. J. Thermal Sciences, In press.
- Bercovier, M. and Engelman, M., (1979), "A Finite Element for the Numerical Solution of Viscous Incompressible Flow", J. Comput. Phys., Vol. 30, pp. 181-201.
- Carey, G. F., and Krishnam (1982) "Penalty Approximation of Stokes Flow", Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 35, pp. 169-206.
- Choi, C.Y. and Ortega, A., (1993), "Mixed Convection in an Inclined Channel With a Discrete Heat Source", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 3119-3134.
- Comini, G., Manzan, M. and Cortella, G., (1997), "Open Boundary Conditions for the Streamfunction - Vorticity Formulation of Unsteady Laminar Convection", Num. Heat Transfer, Part B, Vol. 31, pp. 217-234.
- Gartling, D.K., (1990), "A Test Problem for Outflow Boundary Conditions - Flow over a Backward-Facing Step", Int. J. Num. Meth. in Fluids, Vol. 11, pp. 953-967.
- Guimarães, P.M. e Menon, G. J., (2003), "Mixed Convection in an Inclined Channel with a Discrete Heat Source", Mecanica Computacional - Proceedings of the XII Congresso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones", Vol. XXII, Bahía Blanca, Argentina, pp. 1667-1681.
- Kim, J. and Moin, P., (1985), "Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations", J. Comp. Physics, Vol. 59, pp. 308-323.
- Lee, T. and Mateescu, D., (1998), "Experimental and Numerical Investigation of 2-D Backward-Facing Step Flow", J. Fluids and Structures, Vol. 12, pp. 703-716.
- Madhavan, P.N. and Sastri, V.M.K. Sastri, (2000), "Conjugate Natural Convection Cooling of Protruding Heat Sources Mounted on a Substrate Placed Inside an Enclosure: a Parametric Study", Comput. Methods Appl. Mech Engrg., Vol. 188, pp. 187-202.

- Sohn, J., (1988), "Evaluation of FIDAP on Some Classical Laminar and Turbulent Benchmarks", Int. J. Num. Meth. in Fluids, Vol. 8, pp. 1469-1490.
- Sparrow, E.M., Eichhorn, R. and Gregg, J.L., (1959), "Combined Forced and Free Convection in a Boundary Layer", Phys. Fluids, Vol. 2, pp. 319-329.

## 8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## STUDY OF MIXED CONVECTION HEAT TRANSFER IN A SET OF DISCRETE HEAT SOURCES IN AN INCLINED RECTANGULAR CHANNEL

**Paulo M. Guimarães**

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
Av. BPS, 1303, Pinheirinho, 37500-176 - Itajubá - MG – Brasil. TE: 00 55 35 3629-1163  
e-mail: paulomgui@uol.com.br, web page: <http://www.unifei.edu.br>

**Genésio J. Menon**

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
Av. BPS, 1303, Pinheirinho, 37500-176 - Itajubá - MG – Brasil. TE: 00 55 35 3629-1163  
e-mail: [genesio@iem.efei.br](mailto:genesio@iem.efei.br), web page: <http://www.unifei.edu.br>

**Abstract.** In this work, it is studied the mixed convection in an inclined rectangular channel. Three constant-flux heat sources  $q$  of finite length is placed on the lower surface of the channel, while its remaining part is adiabatic. The upper surface in contact with the fluid is kept at a constant cold temperature  $T_c$ . It is imposed a constant velocity profile  $U_0$  as well as a constant temperature  $T_0$  profile at the inlet. The Reynolds number, the Grashof number, and the inclination are ranged as follows:  $1 \leq Re \leq 1000$ ,  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , and  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ , respectively. The set of governing equations have been discretized and solved using the Galerkin finite element method with the Penalty formulation in the pressure terms and the Petrov-Galerkin perturbations in the convective terms. Two comparisons have been performed to validate the computational code.

**Keywords:** *Finite Element Method, Heat Source, Petrov-Galerkin, Mixed Convection*