

TRANSPORTE DE CALOR E MASSA EM SÓLIDOS ELIPSÓIDAIIS DE REVOLUÇÃO: UM ESTUDO TEÓRICO USANDO O MÉTODO DE GALERKIN

Daniel Rebelo de Lima

Suetony do Nascimento Farias

Antonio Gilson Barbosa de Lima

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT Universidade Federal da Campina Grande (UFCG),
Caixa Postal 10069, CEP 58109-970, Campina Grande-PB, Brasil. E-mail: gilson@dem.ufpb.br

Resumo. *A secagem é um processo transiente que envolve a transferência simultânea de calor e massa. O estudo da difusão de massa na forma de água na fase líquida geralmente é aplicado a corpos com geometrias bem conhecidas tais como: paralelepípedo, cilindro e esfera, sendo assim, existe a necessidade de estudos que envolvam outras formas geométricas tais como esferóides prolato e oblato (elipsóides de revolução), formas estas tão comuns na natureza. Neste sentido, visando dar uma contribuição na área de transporte de calor e massa em sólidos com geometria complexa, este trabalho apresenta uma solução analítica para o problema de difusão transiente em corpos com geometria esferoidal. Para a obtenção da solução analítica da equação de difusão considera-se coeficiente de difusão constante e condição contorno de primeira espécie na superfície do sólido. A solução é obtida usando o método de Galerkin. A solução formal é aplicada para prever o teor de umidade médio e a distribuição do teor de umidade e temperatura dentro de esferóides durante o processo de secagem. Vários resultados sobre os efeitos dos números de Fourier e da razão de aspecto na taxa de secagem, teor de umidade médio e distribuição do teor de umidade e temperatura, durante o processo, são apresentados e analisados. O modelo proposto é versátil podendo ser utilizado para resolver problemas de difusão tais como secagem, umidificação, aquecimento e resfriamentos de sólidos com forma que variam de um disco circular até um cilindro infinito, inclusive esfera.*

Palavras-chave: *esferóide, difusão, simulação, solução exata, calor, massa*

1. INTRODUÇÃO

Na indústria química, um dos processos mais importantes utilizados no processamento de alimentos e na estocagem de grãos é o processo de secagem. Este processo consiste na separação parcial da parte líquida (geralmente a água) da sólida de um determinado material. Em relação a outras técnicas de separação, a secagem se diferencia devido à retirada das moléculas que, neste caso, é obtida por uma movimentação do líquido, provocada por uma diferença de pressão parcial do vapor d'água entre a superfície do produto a ser secado e o ar que o envolve. No caso dos alimentos, a remoção de água do material úmido é realizada até um nível onde a deterioração provocada por microorganismos possa ser minimizada.

Soluções analíticas ou numéricas da equação de difusão, com coeficiente de difusão constante ou variável e condições de contorno constante (equilíbrio) ou do tipo convectivo, para várias geometrias (paralelepípedo, cilindro e esfera), podem ser encontradas em Crank (1992) e

Gebhart(1993). Para corpos de forma elíptica podem ser citados, entre outros, Payne et al (1986); Alassar (1999), Carmo (2000), Oliveira (2001), Lima et al. (2002a); Lima et al. (2002b), Farias (2002), Cardoso et al. (2003).

Neste sentido, visando dar uma contribuição na área de transporte de calor e massa em sólidos com geometria complexa, este trabalho apresenta uma solução analítica para o problema de difusão transiente em corpos com geometria esferoidal, usando o método integral baseado em Galerkin.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A equação geral da difusão é dada por:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^{\Phi} \nabla \Phi) + \Phi''' \quad (1)$$

Em coordenadas cilíndricas, para o caso bidimensional, a equação (1) pode ser escrita por:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \Phi''' \quad (2)$$

Para a solução da equação (2), as condições iniciais e de contorno podem ser usadas:

$$\Phi = \Phi(r, z) \quad \text{para } t = 0 \quad (3a)$$

$$\Phi = \Phi_e \quad \text{na superfície do sólido para } t > 0 \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \text{em } r = 0, \text{ para todo } t \quad (3c)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad \text{em } z = 0; \text{ para todo } t \quad (3d)$$

Definindo os seguintes parâmetros adimensionais:

$$r^* = \frac{r}{a}; \quad z^* = \frac{z}{a}; \quad V^* = \frac{V}{a^3}; \quad \Phi^* = \frac{\Phi - \Phi_e}{\Phi_0 - \Phi_e}; \quad t^* = \frac{\left(\Gamma^{\Phi} / \lambda \right) t}{a^2}. \quad (4a-e)$$

considerando o coeficiente de transporte Γ^{Φ} e λ constantes, sem geração da grandeza Φ , tem-se a seguinte equação de difusão na forma adimensional:

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial t^*} = \nabla^2 \Phi^* \quad (5)$$

Nas Equações (4a-e), “a” é uma dimensão característica do sólido.

A solução da Eq. (5) pode ser escrita da seguinte forma (Payne et al., 1986):

$$\Phi^*(r^*, z^*, t^*) = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n(r^*, z^*) e^{-\gamma_n t^*} \quad (6)$$

onde γ_n é o n-ésimo autovalor (independente da posição) e C_n é uma constante a ser determinada. Por conveniência, assume-se que o sólido tem dimensões finitas.

Utilizando-se o método integral baseado em Galerkin (Método GBI) (Beck et al., 1992), a função $\psi_n(r^*, z^*)$ é selecionada de forma que as condições de contorno homogêneas são satisfeitas e que a equação (6) seja a solução da Eq. (5). Esta ultima condição é satisfeita substituindo-se a equação (6) na equação (5). Então, após a substituição e uma série de manipulações algébricas, pode-se escrever:

$$\nabla^2 \psi_n(r^*, z^*) + \gamma_n \psi_n(r^*, z^*) = 0 \quad (7)$$

Assim sendo, a equação de difusão agora será um problema de autovalor e a função $\psi_n(r^*, z^*)$ é a autofunção. A função $\Psi_n(r^*, z^*)$ é obtida pela combinação linear de um conjunto de funções. Seus membros são linearmente independentes, de maneira que a condição de contorno imposta seja satisfeita. Esta função é dada por:

$$\Psi_n(r^*, z^*) = \sum_{n=1}^N d_{nj} f_j(r^*, z^*) \quad (8)$$

onde $f_j(r^*, z^*)$ é um elemento de um conjunto de funções de base e d_{nj} são constantes a serem determinadas.

A função f_j é chamada função de Galerkin e é obtida pela multiplicação de uma função $\phi(r^*, z^*)$ por um elemento de um conjunto completo de funções. A função $\phi(r^*, z^*)$ é selecionada para que a condição de contorno homogênea seja satisfeita. A função f_j com j variando de 1 até N constituem um conjunto de funções de base.

O método para selecionar funções de base para condições de contorno de 1ª espécie (condição de equilíbrio na fronteira do corpo) é dado na literatura (Kantorovich e Krylov; Ozisik; Hagi-Sheikh e Mashena; citados por Beck et al., 1992). Cada função de base deve tender para zero na fronteira do sólido. Algumas, mas não todas as funções de base podem ser zero em algum ponto no interior do sólido.

Usando o procedimento de Galerkin, que consiste em multiplicar ambos os lados da Eq. (7) por $f_i dV^*$ e integrar o resultado sob o volume do sólido, obtém-se:

$$\int_{V^*} f_i \nabla^2 \Psi_n dV^* + \gamma_n \int_{V^*} f_i \Psi_n dV^* = 0 \quad (9)$$

Substituindo, a Eq. (8) na Eq. (9) e dividindo-se pelo volume do sólido, obtém-se:

$$\sum_{j=1}^N d_{nj} \left[\frac{1}{V^*} \int_{V^*} f_i \nabla^2 f_j dV^* + \gamma_n \frac{1}{V^*} \int_{V^*} f_i f_j dV^* \right] = 0 \quad (10)$$

em que $i=1,2,...,N$. Na forma matricial pode-se reescrever a equação (10) por:

$$(\bar{A} + \gamma_n \bar{B}) \bar{d}_n = 0 \quad (11)$$

onde \bar{A} e \bar{B} são matrizes quadradas de $N \times N$ elementos. Os elementos das matrizes \bar{A} e \bar{B} são dados por:

$$a_{ij} = \frac{1}{V^*} \int_{V^*} f_i \nabla^2 f_j dV^* \quad b_{ij} = \frac{1}{V^*} \int_{V^*} f_i f_j dV^* \quad (12a-b)$$

Os coeficientes $d_{n1}, d_{n2}, ..., d_{nN}$ na Eq. (8) são elementos do vetor \bar{d}_n na Eq. (11). Observa-se que a matriz \bar{B} é simétrica, isto é, $b_{ij} = b_{ji}$. A matriz \bar{A} também é simétrica.

Desde que as equações lineares originadas da Eq. (11) são homogêneas, $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_N$ podem ser obtidas de tal forma que o determinante da matriz $(\bar{A} + \gamma \bar{B})$ seja igual a zero. Determinando-se os autovalores γ_n , os valores dos coeficientes d_{nj} correspondendo a um valor γ_n podem ser obtidos. Novamente, devido a que as equações simultâneas resultante da Eq. (11) serem homogêneas, um dos coeficientes d_{nj} pode ser arbitrariamente selecionado igual a 1, sem qualquer perda de generalidade. Portanto, para um dado γ_n , um sistema de $N-1$ equações deve ser resolvido para obtenção de $d_{n2}, d_{n3}, ..., d_{nN}$.

Para obtenção dos coeficientes C_n da Eq. (6) utiliza-se a condição inicial dada pela equação (3a). Então, quando $t = 0$, tem-se, a partir da Eq. (6) que:

$$\Phi^*(r^*, z^*) = \sum_{n=1}^N C_n \Psi_n(r^*, z^*) \quad (13)$$

Multiplicando ambos os membros da Eq. (13) por $f_i dV^*$ e integrando sob o volume do sólido obtêm-se:

$$\int_{V^*} f_i \Phi^*(r^*, z^*) dV^* = \int_{V^*} \sum_{n=1}^N f_i C_n \Psi_n(r^*, z^*) dV^* \quad (14)$$

O resultado da Eq. (14) será um conjunto de N equações algébricas lineares que permite a determinação de C_1, C_2, \dots, C_n , o que completa a solução do problema.

O valor médio da grandeza Φ^* é dado por (Whitaker, 1980) :

$$\overline{\Phi^*} = \frac{1}{V^*} \int_{V^*} \Phi^*(r^*, z^*, t^*) dV^* \quad (15)$$

onde V^* é o volume do sólido em estudo.

Neste trabalho a metodologia GBI é usada para resolver o problema de transporte de massa no interior de sólidos esferoidais (prolato, oblato e esferas). Neste caso, $\Phi = M$, $\Gamma^\phi = D$ e $\lambda=1$. A Figura (1) ilustra um elipsóide de revolução. O contorno do sólido é definido por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (16)$$

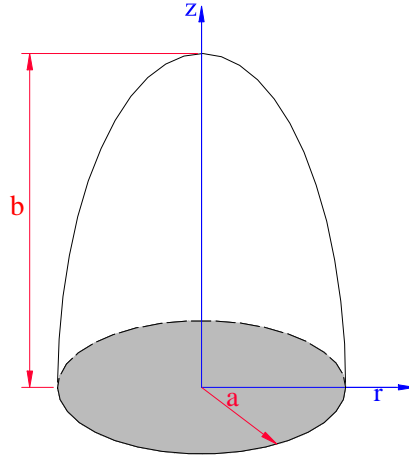


Figura 1. Elipsóide de revolução e suas características.

Desde que $r^2 = x^2 + y^2$, pode-se escrever:

$$z = b \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (17)$$

Sendo assim, a seguinte condição inicial e de contorno são obtidas:

$$M(r, z, t=0) = M_0 = \text{cte} \quad (18a)$$

$$M\left(r = a, z = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}, t\right) = M_e \quad (18b)$$

$$\frac{\partial M}{\partial z} = 0 ; \quad \frac{\partial M}{\partial r} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } r = 0, \text{ para todo } t \quad (18c)$$

Usando os parâmetros adimensionais definidos nas Eqs. (4a-e), tem-se que:

$$z^* = \frac{b}{a} \sqrt{1 - (r^*)^2} \quad (19)$$

e as condições inicial e de contorno na forma adimensional assumem a forma:

$$M^*(r^*, z^*, t^* = 0) = 1 \quad (20a)$$

$$M^* \left(r^* = 1, z^* = \frac{b}{a} \sqrt{1 - (r^*)^2}, t^* \right) = 0 \quad (20b)$$

$$\frac{\partial M^*}{\partial z^*} = 0 ; \frac{\partial M^*}{\partial r^*} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } r = 0, \text{ para todo } t \quad (20c)$$

As funções de base f_j são dadas por:

$$f_j(r, z) = \left(1 - \frac{r^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} \right)^{(p-q)} z^q \quad (21)$$

ou ainda, na forma adimensional por:

$$f_j(r^*, z^*) = \left[1 - (r^*)^2 - \frac{a^2}{b^2} (z^*)^2 \right] a^p (r^*)^{p-q} (z^*)^q \quad (22)$$

Sendo $p = 0, 2, 4, \dots, NP$ e $q = 0, 2, 4, \dots, p$. Neste trabalho utilizou-se 10 funções de base, que corresponde a $NP = 6$. Estas funções de base não são ortogonais, no entanto Payne et al. (1986) mostram em seu trabalho que as funções Ψ_n 's são ortogonais.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1. Validação

Para obtenção dos resultados, um programa computacional, codificado no ambiente Mathematica®, foi implementado. Para validar a metodologia apresentada, a Fig. (2) apresenta alguns resultados do teor de umidade adimensional em função do número de Fourier no centro do esferóide ($r^* = 0, z^* = 0$) obtidas neste trabalho comparados com resultados reportados por Payne et al. (1986) para um esferóide de razão de aspecto $b/a = 2,00$ (esferóide prolato) e para um esferóide de razão de aspecto $b/a = 0,50$ (esferóide oblato) e também com resultados reportados por Luikov (1968) para uma esferóide de razão de aspecto $b/a = 1,00$ (esfera). Analisando a Fig. (2), pode-se perceber a perfeita concordância nos três casos apresentados.

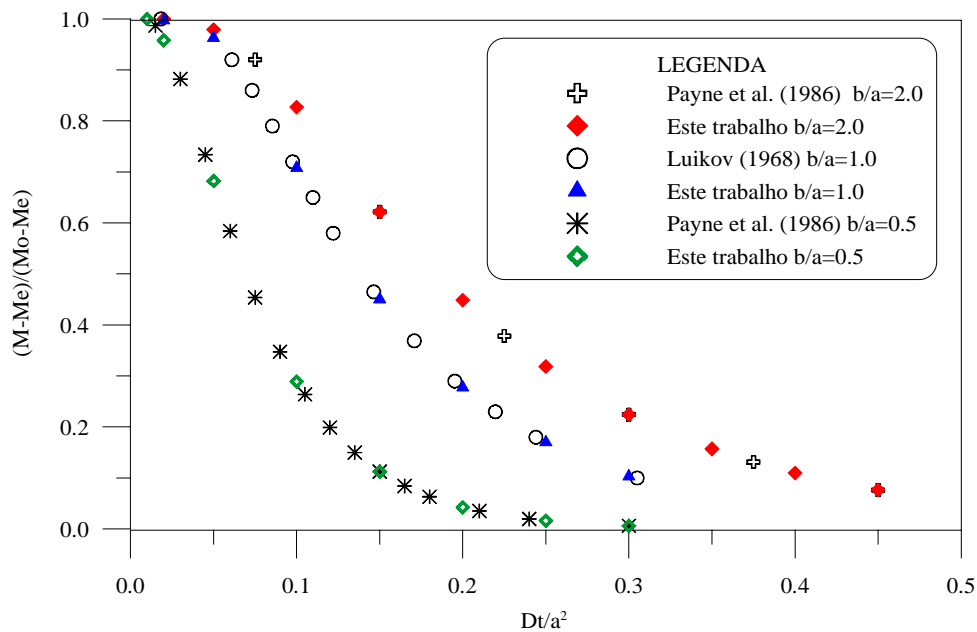


Figura 2. Comparação entre os resultados do teor de umidade no centro de três esferóides, obtidos neste trabalho e aqueles reportados na literatura.

3.2. Aplicação

Utilizando o modelo apresentado neste trabalho pode-se traçar o comportamento do teor de umidade médio adimensional dentro do esferóide em função do número de Fourier. A Fig. (3) ilustra o teor de umidade médio adimensional para razões de aspectos que variam de $b/a = 0,25$ à $b/a = 5,00$. Analisando esta figura, pode-se observar que para uma razão de aspecto $b/a = 0,25$, o teor de umidade médio adimensional dentro do esferóide decresce bem mais rápido do que para uma razão de aspecto de $b/a = 5,00$, ou seja, quanto menor for a razão de aspecto do esferóide, mais rápido o teor de umidade médio decresce, isso quer dizer que o processo de secagem deste sólido será mais rápido. Portanto, pode-se escrever que a razão de aspecto do esferóide influencia diretamente no seu processo de secagem. Este fato está ligado diretamente a relação área/volume (S/V). Numa análise detalhada, pode-se afirmar que quanto maior a relação área/volume de um sólido, mais rápida será a secagem, fixado as mesmas condições experimentais.

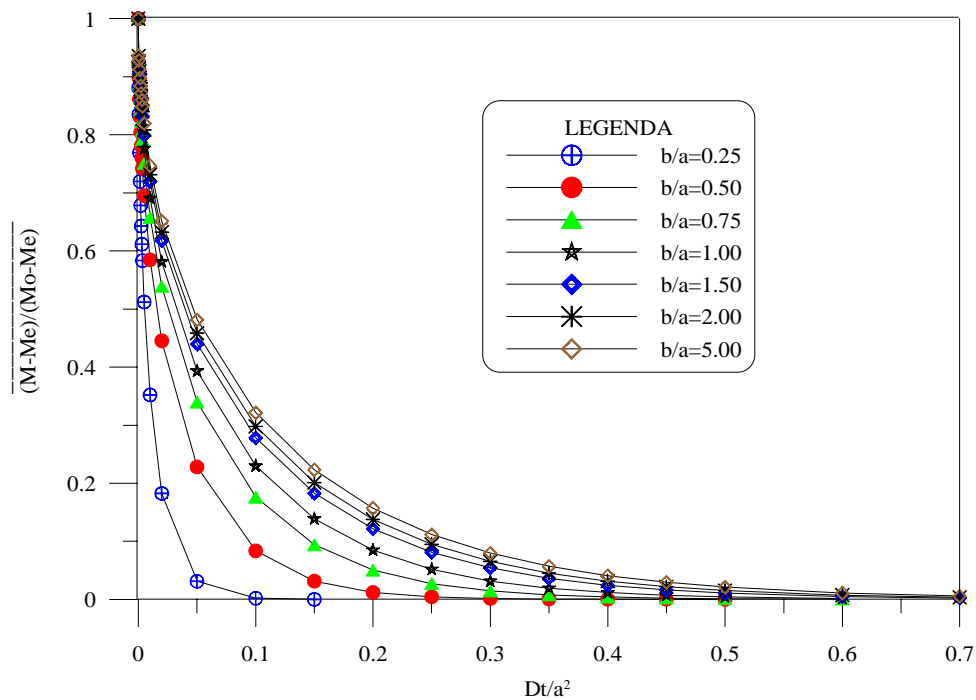


Figura 3. Teor de umidade médio adimensional em função do número de Fourier para várias razões de aspectos.

Observa-se ainda nas Fig. (3), que para uma razão de aspecto de 0,25, o teor de umidade decresce rapidamente para uma pequena variação do número de Fourier. Enquanto que para uma razão de aspecto de 5,00, o teor de umidade decresce mais suavemente para esta mesma variação do número de Fourier. Verificou-se, a partir da análise de outros resultados, que no centro do esferóide, o comportamento das curvas é mais suave, em relação ao comportamento das curvas do teor de umidade médio adimensional. Isto permite escrever que, no centro do esferóide é o local onde ocorrem os menores gradientes de umidade durante o processo de secagem, para uma mesma razão de aspecto e um mesmo número de Fourier.

A Figura (4), apresenta a distribuição do teor de umidade adimensional dentro de um esferóide oblato com razão de aspecto $b/a = 0,5$ em função das coordenadas cilíndricas (r^*, z^*) para o número de Fourier $t^* = 0,05$. Analisando esta figura, pode-se notar que a distribuição do teor de umidade apresenta elevados gradientes de umidade, principalmente no eixo z^* e nas proximidades da superfície do sólido. As linhas de iso-concentração são apresentadas em formas de linhas elípticas tendendo a acompanhar a forma do esferóide oblato. É observado um fenômeno que

ocorre na extremidade do esferóide, nas proximidades da coordenada $r^* = 1,00$, o teor de umidade adimensional é muito baixo. Isto quer dizer que, a secagem ocorre rapidamente nessa região, gerando altos gradientes de umidade. Sendo assim, esta região é mais propícia a sofrer efeitos termo-mecânicos, tais como trincas, deformações e podendo chegar até a ruptura do sólido, efeitos estes que comprometem a qualidade do produto pós-secagem. Vários autores também reportam este efeito de ponta, por exemplo, Lima (1999), Carmo (2000), Oliveira (2001) e Nascimento (2002).

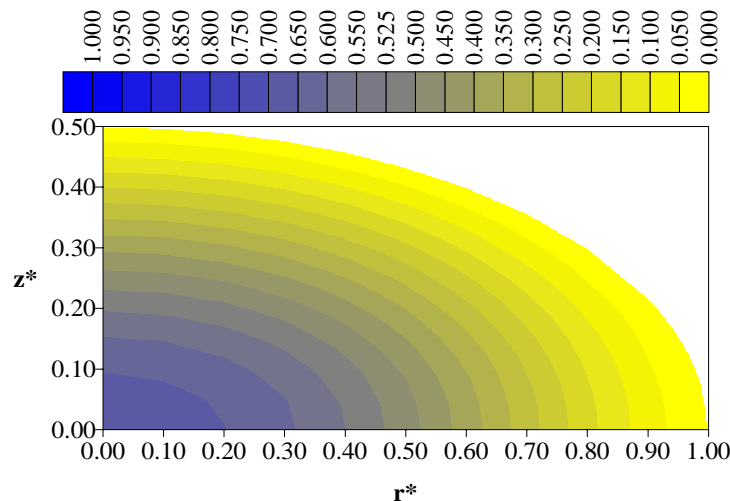


Figura 4. Distribuição do teor de umidade adimensional com $b/a = 0,5$ em função das coordenadas cilíndricas para $t^* = 0,05$.

A Figura (5) apresenta a distribuição do teor de umidade adimensional dentro de um esferóide oblato com razão de aspecto $b/a = 0,5$ (esferóide oblato) em função das coordenadas cilíndricas (r^*, z^*) para o número de Fourier igual a 0,10. A análise da figura demonstra que a distribuição do teor de umidade adimensional apresenta gradientes de umidade baixos, ou seja, a distribuição do teor de umidade adimensional já se apresenta quase que por igual dentro do esferóide. Também se nota as formas elípticas das linhas de iso-concentração dentro do esferóide. A comparação das Figs. (3) e (4) indica que o fluxo de umidade ocorre do centro do sólido para a superfície do mesmo, e que os maiores gradientes de umidade ocorrem em baixos números de Fourier, tendendo a zero no final do processo, quando então o sólido atinge seu teor de umidade de equilíbrio.

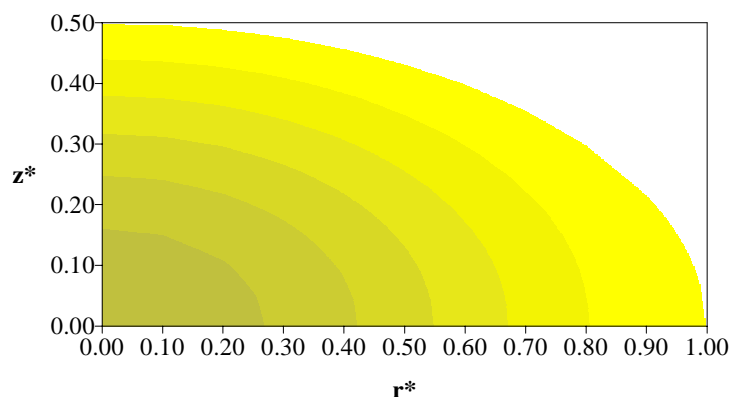


Figura 5. Distribuição do teor de umidade adimensional com $b/a = 0,5$ em função das coordenadas cilíndricas para $t^* = 0,10$.

A Figura (6) apresenta a distribuição do teor de umidade adimensional dentro de um esferóide com razão de aspecto $b/a = 1,0$ (esfera) em função das coordenadas espaciais para o número de

Fourier $t^*=0,05$. Nota-se que ocorrem altos gradientes de umidade dentro do esferóide, ou seja, enquanto que na região próximo da superfície do esferóide o produto está praticamente seco no seu centro ele está muito úmido. As linhas de iso-concentração se apresentam em formas circulares, acompanhando a forma do esferóide. Nota-se também que nessa forma esférica não aparece nenhuma região que apresente o fenômeno de efeito de ponta.

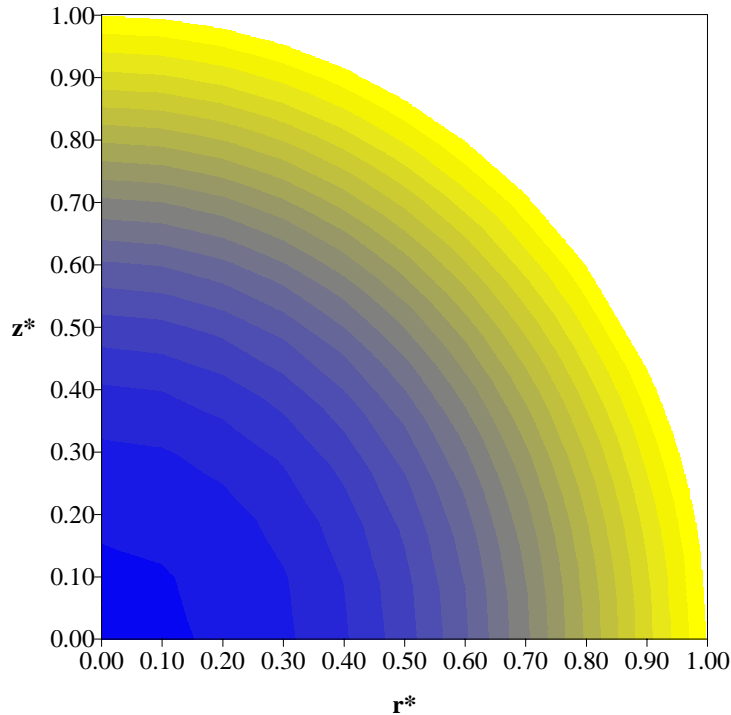


Figura 6. Distribuição do teor de umidade adimensional com $b/a = 1,0$ em função das coordenadas cilíndricas para $t^* = 0,05$.

A Figura (7), apresenta a distribuição do teor de umidade adimensional dentro de esferóide em função das coordenadas cilíndricas (r^*, z^*) com razão de aspecto $b/a = 1,5$ (esferóide prolato) para $t^*=0,05$. A análise desta figura mostra que neste tempo de processo, ocorrem altos gradientes de umidade dentro do esferóide, principalmente nas proximidades de $z^*=1,00$. Percebe-se que as linhas de iso-concentração possuem formas elípticas que acompanham a forma do esferóide prolato.

Para finalizar, as regiões onde aparecem altos gradientes de umidade e temperatura são as regiões de maior perda de água e aquecimento do sólido, e são mais propícias a existências de choques térmicos e conseqüentemente trincas, fraturas e deformações, que comprometem a qualidade do produto.

4. CONCLUSÕES

De acordo com a análise dos dados obtidos com a simulação do processo de secagem em corpos com geometria elipsoidal, pode-se concluir de maneira geral que: a modelagem matemática e o método integral baseado em Galerkin utilizados para a obtenção da solução analítica do problema de transporte de umidade em sólidos que variam de um disco circular até um cilindro infinito, passando por esfera, foi adequada. De maneira semelhante, a solução pode ser utilizada para descrever outros fenômenos transientes, tais como: umidificação, resfriamento e/ou aquecimento; a forma e/ou a razão de aspecto do esferóide influencia diretamente no seu processo de secagem, e este fato está ligado diretamente à relação área/volume, ou seja, quanto menor for a relação área/volume, mais rápido ocorrerá o processo de secagem, para um mesmo número de Fourier

fixado; os menores gradientes de umidade durante o processo de secagem ocorrem próximo do centro do esferóide e bastante elevado próximo a superfície, principalmente para tempos curtos, para qualquer razão de aspecto; os esferóides oblato e prolato apresentam um fenômeno chamado de efeito de ponta, onde apresentam uma região com altos gradientes de umidade sendo mais expressivo para os esferóides prolato.

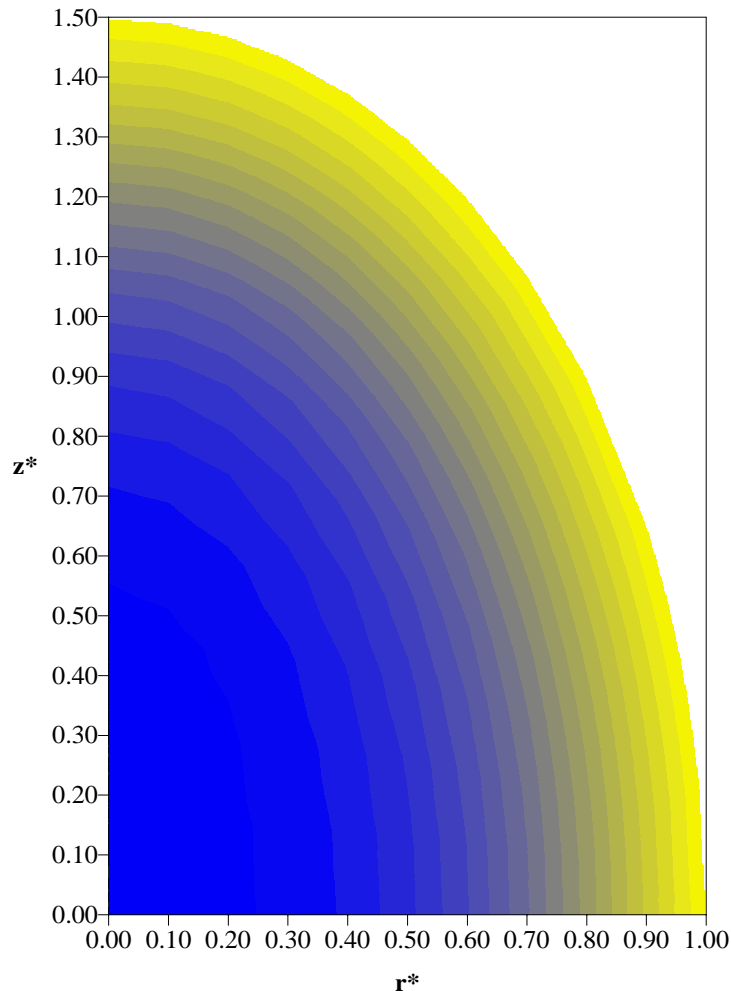


Figura 7. Distribuição do teor de umidade adimensional com $b/a = 1,5$ em função das coordenadas cilíndricas para o $t^* = 0,05$.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, ao CNPq e a FINEP, pelo apoio financeiro concedido e aos pesquisadores referenciados que com suas pesquisas, ajudaram no melhoramento deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alassar, R. S., 1999, "Heat conduction from spheroids", Journal of Heat Transfer. Vol. 121, no. 2, pp.497-499.
- Beck, J. V., Cole, K. D., Haji-Sheikh, A. and Litkouhi, B., 1992, "Heat conduction using green's functions", Ed. Hemispheric Publishing Corporation, New York.
- Carmo, J. E. F., 2000, "Diffusion phenomena in oblate spheroidal solids: modeling and simulation", Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, Center of Sciences and Technology, Federal University of Paraíba, Campina Grande, Brazil (In Portuguese).

- Cardoso, S. A., Macedo, E. N., Quaresma, J. N. N., 2003, "Integral transform analysis of conduction heat transfer in spheroidal solids", Proceedings of the 17th International Congress of Mechanical Engineering, São Paulo-Brazil, CD-ROM.
- Crank, J. 1992, "The mathematics of diffusion", Ed. Oxford Science Publications, New York.
- Farias, S. N., 2002, "Drying of spheroidal solids using the Galerkin method", Master Thesis. Department of Mechanical Engineering, Center of Sciences and Technology, Federal University of Paraíba, Campina Grande, Brazil, (In Portuguese)
- Gebhart, B., 1993, "Heat conduction and mass diffusion", Ed. McGraw-Hill, Inc., New York.
- Lima, A. G. B., Queiroz, M.R., Nebra, S. A., 2002a, "Simultaneous moisture transport and shrinkage during drying of solids with ellipsoidal configuration", Chemical Engineering Journal, Vol. 86, pp. 85-93.
- Lima, A. G. B., Queiroz, M.R., Nebra, S. A., 2002b, "Heat and mass transfer model including shrinkage applied to ellipsoidal products: Case study for drying of bananas", Developments in Chemical Engineering and Mineral Processing, Vol. 10 no. 3/4, pp. 281-304.
- Lima, A. G. B., 1999, Diffusion phenomenon in prolate spheroidal solids. case studied: drying of banana. Ph.D. Thesis. State University of Campinas, Campinas -Brazil.
- Luikov, A. V., 1968, "Analytical heat diffusion theory", Ed. Academic Press, Inc. Ltd., London-UK.
- Nascimento, J. J. S., 2002, "Transient diffusion phenomenon in parallelepipeds solids. Case studied: drying of ceramics materials", Ph.D. Thesis, Federal University of Paraíba, João Pessoa-Brazil (In Portuguese).
- Oliveira, V. A. B., 2001, "Diffusion in prolate spheroidal solids: an analytical solution", Master Thesis, Federal University of Paraíba, Campina Grande-Brazil (In Portuguese).
- Payne, F. R., Corduneanu, C. C., Haji-Sheikh, A., Huang, T., 1986, "Integral methods in science and engineering". Chapter: On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions, Ed. Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Whitaker, S., 1980, "Advances in drying". Chapter two: Heat and mass transfer in granular porous media. v. 1, Ed. Hemisphere Publishing Corporation, New York.

HEAT AND MASS TRANSPORT IN ELLIPSOIDAL SOLIDS OF REVOLUTION: A THEORETICAL STUDY USING THE GALERKIN METHOD

Daniel Rebelo de Lima

Suetony do Nascimento Farias

Antonio Gilson Barbosa de Lima

Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Campina Grande (UFCG), Caixa Postal 10069, CEP 58109-970, Campina Grande-PB, Brasil.

E-mail: gilson@dem.ufpb.br

Abstract. *The drying is a transient process that involves the simultaneous heat and mass transfer. The study of the mass diffusion in the form of water in the liquid phase is usually applied well to bodies with geometries known such as: parallelepiped, cylinder and sphere, being like this, exists the need of studies that involve other geometric forms such as prolate and oblate spheroids (revolution ellipsoids), forms these so common ones in the nature. In this sense, to give a contribution in the area of heat and mass transport in solids with complex geometry, this work presents an analytical solution for the problem of transient diffusion in bodies with spheroidal geometry. For the obtaining of the analytical solution of the diffusion equation it is considered constant diffusion coefficient and boundary condition of first kind in the surface of the solid. The solution is obtained using the Galerkin method. The formal solution is applied to predict the*

average moisture content and the distribution of the moisture content and temperature inside of spheroids during the drying process. Several results on the effects of the Fourier numbers and of the aspect ratio in the drying rate, average moisture content and distribution of the moisture content and temperature, during the process, are presented and analysed. The proposed model is versatile could be used to solve diffusion problems such as drying, wetting, heating and cooling of solids with form that vary from a circular disk to an infinite cylinder, besides sphere.

Keywords: *drying, spheroid, ellipsoid, exact solution, mass, heat.*