

# ANÁLISE DA CONVECÇÃO FORÇADA TRANSIENTE EM CANAIS DE PLACAS PLANAS USANDO O MÉTODO DA GITT NO ESCOAMENTO DE FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS TIPO LEI DE POTÊNCIA

**Jean Pierre Veronese**

(\*) Laboratório de Energia Solar (LES) da UFPB, Cidade Universitária - Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB, e-mail: [jpveronese@ig.com.br](mailto:jpveronese@ig.com.br)

**Jacques Cesar dos Santos**

(\*), e-mail: [jacquescesarsantos@ig.com.br](mailto:jacquescesarsantos@ig.com.br)

**Thiago Bonifacio do Rego**

(\*), e-mail: [Thiago@les.ufpb.br](mailto:Thiago@les.ufpb.br)

**Carlos A. Cabral dos Santos**

(\*), e-mail: [cabral@les.ufpb.br](mailto:cabral@les.ufpb.br)

**João Nazareno Nonato Quaresma**

DEQ/CT-UFPA, e-mail: [quaresma@ufpa.br](mailto:quaresma@ufpa.br)

**Resumo.** No presente trabalho a convecção forçada transiente no escoamento em desenvolvimento com uma variação senoidal no perfil de temperatura na entrada é estudada analiticamente em canais de placas planas paralelas para um fluido não-newtoniano. A Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) é utilizada para fornecer uma solução híbrida semi-analítica da equação da energia, sujeita a uma condição de contorno do 5º tipo, a qual considera os efeitos da convecção externa e da capacitância térmica da parede. A solução periódica do perfil de temperatura no campo complexo é obtida com a utilização de dois problemas auxiliares acoplados, representando as partes real e imaginária da equação.

A fim de validar o procedimento da solução utilizada, os resultados da temperatura média e do número de Nusselt foram apresentados em função das posições axiais adimensionais e comparados com os resultados publicados anteriormente.

**Palavra-chave:** Convecção forçada, fluido não-newtoniano, lei de potência, GITT

## 1. INTRODUÇÃO

Cada vez mais o enorme desenvolvimento científico-tecnológico alcançado nestas últimas décadas no setor petrolífero, petroquímico e alimentício, aliado ao rápido desenvolvimento dos computadores, permite que problemas complexos de grande relevância sócio-econômica possam ser simulados computacionalmente empregando modelos sofisticados capazes de representar o comportamento real com alto grau de precisão. O setor petróleo e gás está na busca de soluções para o campo de velocidade e temperatura do escoamento de fluidos com características tipicamente não newtonianas. O estudo da convecção forçada transiente tem sido objeto de interesse por parte de muitos pesquisadores, devido a sua importância prática na engenharia. A Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), presente neste trabalho, é conhecida como um método poderoso na

solução e manipulação de certas classes de problemas difusivos de calor e massa. A GITT permite a solução de problemas de forma híbrida a problemas com complexidade newtonianas envolvidas que não podem ser tratados pelas técnicas analíticas habituais. A idéia básica consiste em transformar um sistema de equações diferenciais parciais original em um sistema infinito de equações ordinárias, através da eliminação de dependências espaciais, onde esses podem ser resolvidos de maneira mais simples, com a vantagem de produzir uma solução mais acurada e mais econômica além de permitir um controle sobre o erro relativo dos resultados. O principal objetivo deste trabalho é resolver as equações da camada limite para o problema da convecção forçada de um fluido não-newtoniano em um canal de placas planas paralelas com o escoamento em desenvolvimento térmico e hidrodinâmico simultâneo pela aplicação da Técnica de Transformada Integral Generalizada (GITT), técnica esta aplicada para fornecer uma solução híbrida semi-analítica na equação da energia. O presente trabalho pode ser inserido no contexto dos problemas de convecção forçada transiente, sendo considerado uma extensão dos trabalhos realizados por: Cheroto (1995), Machado (1998), Figueira da Silva et al (1996); Wortmann et al (1996); Medeiros (1998); Santos et al (2001) e outros; na resolução das equações da camada limite através da Técnica da Transformada Integral Generalizada, incluindo condições de contorno e de entrada no problema térmico simultaneamente, com aumento significativo da complexidade do problema proposto. Obtendo dados de interesse prático tais como a temperatura média do fluido e o número de Nusselt.

## 1.2 – Definição do problema

Considere o desenvolvimento simultâneo de um escoamento laminar de um fluido não-newtoniano em um canal de placas paralelas. O problema é descrito através das equações da quantidade de movimento e energia. As hipóteses para a formulação matemática são: escoamento laminar, fluido incompressível e bidimensional; Não considerar-se-á os efeitos de dissipação viscosa; As propriedades físicas serão constantes e as paredes serão mantidas a uma temperatura uniforme  $T_w$ . O problema proposto pode ser representado pelas equações abaixo:

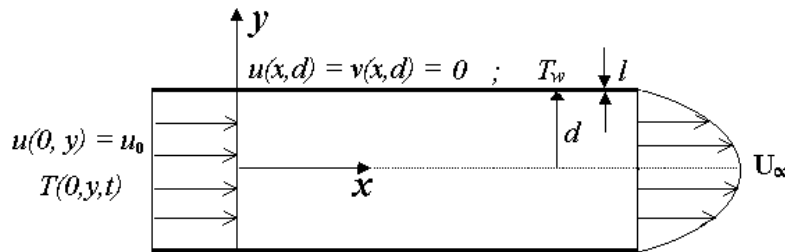


Figura 1 - Definição do Problema Proposto

As equações da quantidade de movimento e energia

$$\left( \frac{\partial \Psi_\infty}{\partial Y} + \frac{\partial \Psi^*}{\partial Y} \right) \frac{\partial^3 \Psi^*}{\partial X \partial Y^2} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial X} \left( \frac{d^3 \Psi_\infty}{dY^3} + \frac{\partial^3 \Psi^*}{\partial Y^3} \right) \frac{\partial^3 \Psi}{\partial Y^3} = \frac{1}{\text{Re}_a} \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left[ \mu(\Psi_\infty, \Psi_{yy}^*) \left( \frac{d^2 \Psi_\infty}{dY^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial Y^2} \right) \right] \quad (1)$$

$$\frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left( \frac{d \Psi_\infty}{dY} + \frac{\partial \Psi^*}{\partial Y} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (2)$$

E as condições iniciais e de contorno :

$$\Psi^*(0, Y) = Y - \Psi_\infty(Y) ; \quad \frac{\partial \Psi^*}{\partial X}(0, Y) = 0 ; \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad (3 \text{ a-b})$$

$$\Psi^*(X,0)=0 ; \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial Y^2}(X,0)=0 ; X > 0 ; \theta(0,Y,\tau)=\Delta\theta(Y)e^{i\Omega\tau} ; 0 \leq Y \leq 1 \text{ e } \tau > 0 \quad (3 \text{ c-e})$$

$$\Psi^*(X,1)=0 ; \frac{\partial \Psi^*}{\partial Y}(X,1)=0 ; \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X,0,\tau)=0 ; X > 0 \text{ e } \tau > 0 \quad (3 \text{ f-h})$$

$$Bi\theta(Z,1,\tau) + \frac{\partial \theta(Z,1,\tau)}{\partial Y} + \frac{\Omega}{a^*} \frac{\partial \theta(Z,1,\tau)}{\partial \tau} = 0 ; X > 0 \text{ e } \tau > 0 \quad (3 \text{ i})$$

$$\text{Onde: } \mu(\Psi_{\infty}^*, \Psi_{yy}^*) = \left[ \left( \frac{d^2 \Psi_{\infty}^*}{dY^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial Y^2} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (3 \text{ j})$$

Foram usados os seguintes grupos adimensionais:

$$X = \frac{x}{d} ; \quad Y = \frac{y}{d} ; \quad U = \frac{u}{u_0} ; \quad V = \frac{v}{u_0} ; \quad \tau = \frac{\alpha t}{d^2} ; \quad (3 \text{ k-o})$$

$$P_e = \frac{\mu c_p P}{k} \left( \frac{d}{u_0} \right)^{1-n} ; \quad P^* = \frac{P}{\rho u_0^2} ; \quad Re_a = \frac{\rho u_0^{2-n} d^n}{K} ; \quad a^* = \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)_w} \frac{d}{l} ; \quad (3 \text{ p-s})$$

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{\Delta T_c} ; \quad \Delta\theta = \frac{\Delta T}{\Delta T_c} ; \quad Bi = \frac{h_e d}{k_f} ; \quad \Omega = \frac{\beta d^2}{\alpha} ; \quad (3 \text{ t-x})$$

## 2. MÉTODO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA TÉRMICO EM FUNÇÃO CORRENTE VIA GITT

Para a determinação do perfil de temperatura, utiliza-se a Eq. da energia (2) e suas condições de entrada e contorno (3 a-j). Então para resolver a Eq. da energia, via GITT, deve-se transformar duas vezes, tornando assim o problema mais difícil, mas como é de interesse apenas a solução periódica para tempos longos, pode-se assumir então como solução a seguinte expressão abaixo, facilitando a resolução do problema.

$$\theta(X, Y, \tau) = \bar{\theta}(X, Y) \exp(i\Omega\tau) \quad (4.1)$$

onde:

$$\bar{\theta}(X, Y) = \theta_R(X, Y) + i\theta_I(X, Y) \quad ; \quad \text{onde: } i \text{ é a unidade imaginária usual, } i = (-1)^{1/2} \quad (4.2)$$

Pelo método das variáveis complexas dependentes::

$$\theta_R = \theta_0 \cos(\Omega\tau) \quad ; \quad \theta_I = \theta_0 \sin(\Omega\tau) \quad (4.3 \text{ a-b})$$

Aplicando (4.1) em (2):

$$\left( \frac{d\Psi_{\infty}^*}{dY} + \frac{\partial \Psi^*}{\partial Y} \right) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial X} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial X} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial Y} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial Y^2} - i\Omega \frac{\bar{\theta}}{Pe} \quad (5)$$

A Eq. (5) esta em termos reais e imaginários, usando a Eq. (4.2) separamos a parte real da imaginaria.

$$\left( \frac{d\psi_{\infty}}{dY} + \frac{\partial\psi^*}{\partial Y} \right) \frac{\partial\theta_R}{\partial X} - \frac{\partial\psi^*}{\partial X} \frac{\partial\theta_R}{\partial Y} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2\theta_R}{\partial Y^2} + \Omega \frac{\theta_I}{Pe} \quad (6.1)$$

$$\left( \frac{d\psi_{\infty}}{dY} + \frac{\partial\psi^*}{\partial Y} \right) \frac{\partial\theta_I}{\partial X} - \frac{\partial\psi^*}{\partial X} \frac{\partial\theta_I}{\partial Y} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2\theta_I}{\partial Y^2} - \Omega \frac{\theta_R}{Pe} \quad (6.2)$$

Cujas condições de entrada e contorno são:

$$\theta_R(0,Y) = \Delta\theta(Y) ; 0 \leq Y \leq 1; \left. \frac{\partial\theta_R}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 ; X > 0 \quad (7 \text{ a-b})$$

$$Bi\theta_R(X,1) + \frac{\partial\theta_R(X,1)}{\partial Y} - \frac{\Omega}{a^*} \theta_I(X,1) = 0 ; X > 0 \quad (7 \text{ c})$$

$$\theta_I(0,Y) = 0 ; 0 \leq Y \leq 1; \left. \frac{\partial\theta_I}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 ; X > 0 \quad (7 \text{ d-e})$$

$$Bi\theta_I(X,1) + \frac{\partial\theta_I(X,1)}{\partial Y} + \frac{\Omega}{a^*} \theta_R(X,1) = 0 ; X > 0 \quad (7 \text{ f})$$

A Eq. da energia (2) foi dividida em outras duas (6.1) e (6.2). Logo será aplicada a solução formal da GITT em cada uma das equações. Cada uma delas terá o seu respectivo problema auxiliar, par de transformada-inversa, etc.

Problema auxiliar:

$$\frac{d^2\Gamma_{i,R}(Y)}{dY^2} + \beta_{i,R}^2 \Gamma_{i,R}(Y) = 0 ; 0 < Y < 1; i = 1, 2, 3... \quad (8)$$

Condições de contorno para o problema auxiliar:

$$\frac{d\Gamma_{i,R}(1)}{dY} + Bi\Gamma_{i,R}(1) = 0 ; \frac{d\Gamma_{i,R}(0)}{dY} = 0 \quad (9 \text{ a-b})$$

Este problema auxiliar tem solução analítica da seguinte forma:

$$\Gamma_{i,R}(Y) = \text{Cos}(\beta_{i,R}Y) ; i = 1, 2, 3... \quad (10)$$

Onde os autovalores,  $\beta_{i,R}$ , são encontrados através da Eq. transcendentais dados abaixo e calculados através da DZBREN do IMSL.

$$Bi\text{Cos}(\beta_i) = \text{Sen}(\beta_i)\beta_i ; i = 1, 2, 3... \quad (11)$$

A norma,  $M_{i,R}$ , e as autofunções normalizadas são definidas respectivamente como:

$$M_{i,R} = \int_0^1 \Gamma_{i,R}^2(Y) dY \quad ; \quad \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) = \frac{\Gamma_{i,R}(Y)}{\sqrt{M_{i,R}}} \quad (12-13)$$

Da propriedade de ortogonalidade:

$$\int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \tilde{\Gamma}_{j,R}(Y) dY = \begin{cases} 0 & ; i \neq j \\ 1 & ; i = j \end{cases} \quad (14)$$

O par de transformada-inversa é dado por:

$$\bar{\theta}_{Ri}(X) = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \theta_R(X, Y) dY \quad (\text{Transformada}) \quad (15)$$

$$\theta_R(X, Y) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \bar{\theta}_{Ri}(X) \quad (\text{Inversa}) \quad (16)$$

O operador integral é visualizado como:

$$\int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) dY \quad (17)$$

Como o problema auxiliar da parte imaginária tem as mesmas condições de contorno, então a solução é análoga ao do problema da parte real.

Os pares de transformada-inversa são dados por:

$$\bar{\theta}_I(X) = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,I}(Y) \theta_I(X, Y) dY \quad (\text{Transformada}) \quad (18)$$

$$\theta_I(X, Y) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\Gamma}_{i,I}(Y) \bar{\theta}_I(X) \quad (\text{Inversa}) \quad (19)$$

O operador é dado por:

$$\int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,I}(Y) dY \quad (20)$$

Para proceder à transformação integral da Eq. (6.1) deve-se operá-la com a Eq. (17), usando em seguida o teorema de Green. Aplicando a inversa para obter:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_{ijk}^* \bar{\Psi}_k^* + P_{ij}^* \right] \frac{d\bar{\theta}_{j,R}(X)}{dX} = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ C_{ijk}^* \frac{d\bar{\Psi}_k^*}{dX} - \delta_{ij} \frac{1}{Pe} \beta_{i,R}^2 \right] \bar{\theta}_{j,R}(X) + \frac{\Omega}{Pe} \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{I_{ij}}{a^*} + \Pi_{ij} \right) \bar{\theta}_{j,I} \quad (21)$$

Onde:

$$A_{ijk}^* = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \tilde{\Gamma}_{j,R}(Y) \tilde{\phi}_k'(Y) dY \quad (22)$$

$$C_{ijk}^* = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \tilde{\Gamma}_{j,R}'(Y) \tilde{\phi}_k(Y) dY \quad (23)$$

$$P^*_{ij} = \frac{2n+1}{n+1} \left[ \delta_{ij} - \int_0^1 Y^{\frac{n+1}{n}} \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \tilde{\Gamma}_{j,R}(Y) dY \right] \quad (24)$$

$$II_{ij} = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \tilde{\Gamma}_{j,R}(Y) dY \quad (25)$$

$$I_{ij} = \tilde{\Gamma}_{i,R}(1) \tilde{\Gamma}_{j,R}(1) \quad (26)$$

Na notação matricial:

$$A \frac{d\bar{\theta}_R(X)}{dX} = +B\bar{\theta}_R(X) + C \quad (27)$$

$$A = \sum_{k=1}^{\infty} [A_{ijk}^* \bar{\Psi}_k^* + P_{ik}^*] \quad (28)$$

$$B = -\delta_{ij} \frac{1}{Pe} \beta_{i,R}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ C_{ijk}^* \frac{d\bar{\Psi}_k^*}{dX} \right] \quad (29)$$

$$C = \frac{\Omega}{Pe} \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{I_{ij}}{a^*} + II_{ij} \right) \theta_{i,I} \quad (30)$$

A condição inicial transformada é obtida através da aplicação da Eq. (18) na Eq. (7 b):

$$\bar{\theta}_{i,R}(0) = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \theta_R(Y) dY = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) \Delta \theta(Y) dY = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{i,R}(Y) dY = \frac{1}{M_{i,R}^{1/2}} \frac{\sin(\beta_i)}{\beta_i} \quad (31)$$

A parte imaginária pode ser obtida de maneira similar, obtendo a seguinte Eq. na forma matricial:

$$AA \frac{d\bar{\theta}_I(X)}{dX} = BB\bar{\theta}_I(X) - CC \quad (32)$$

$$AA = \sum_{k=1}^{\infty} [A_{ijk}^* \bar{\Psi}_k^* + P_{ik}^*] \quad (33)$$

$$BB = -\delta_{ij} \frac{1}{Pe} \beta_{i,R}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ C_{ijk}^* \frac{d\bar{\Psi}_k^*}{dX} \right] \quad (34)$$

$$CC = + \frac{\Omega}{Pe} \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{I_{ij}}{a^*} + II_{ij} \right) \theta_{i,R} \quad (35)$$

As condições iniciais transformadas são:

$$\theta_I(0, Y) = 0 \quad (36)$$

Substituindo a equação acima na Eq. (7 e), para obter:

$$\bar{\theta}_{I,i}(0) = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{I,i}(Y) \theta_I(0, Y) dY = \int_0^1 \tilde{\Gamma}_{I,i}(Y) 0 dY = 0 \quad (37)$$

De posse dos dois sistemas utiliza-se a DIVIPAG para encontrar o campo de temperatura transformado e a partir daí, determinar a temperatura média do fluido e o número de Nusselt local dados por:

$$\theta_{media} = \frac{\int_0^1 \theta(X,Y) U(X,Y) dY}{U_{media}} ; \quad Nu(X) = \frac{4 \left( \frac{\partial \theta(X,1)}{\partial Y} \right)}{\theta(X,1) - \theta_{media}(X)} \quad (38-39)$$

### 3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS PARA O CAMPO DE TEMPERATURA E NÚMERO DE NUSSELT

Para calcular o perfil de temperatura, é utilizado uma outra coordenada longitudinal adimensionalizada, a fim de comparar com os resultados obtidos na literatura.

$$X^{++} = 10^3 \frac{x}{D_h Re_h Pr} \quad (40)$$

O código computacional foi desenvolvido em FORTRAN 90 e validado com os resultados obtidos por Campos et al, 1992 e Medeiros, 1998, para  $n = 1$ , isto é, um fluido newtoniano, conforme ilustrado na Tab. (1).

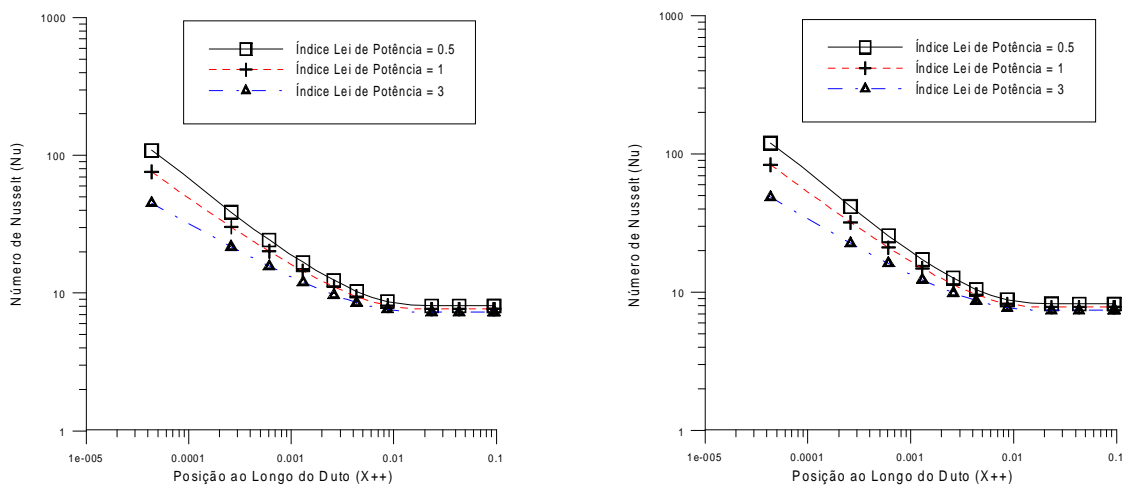
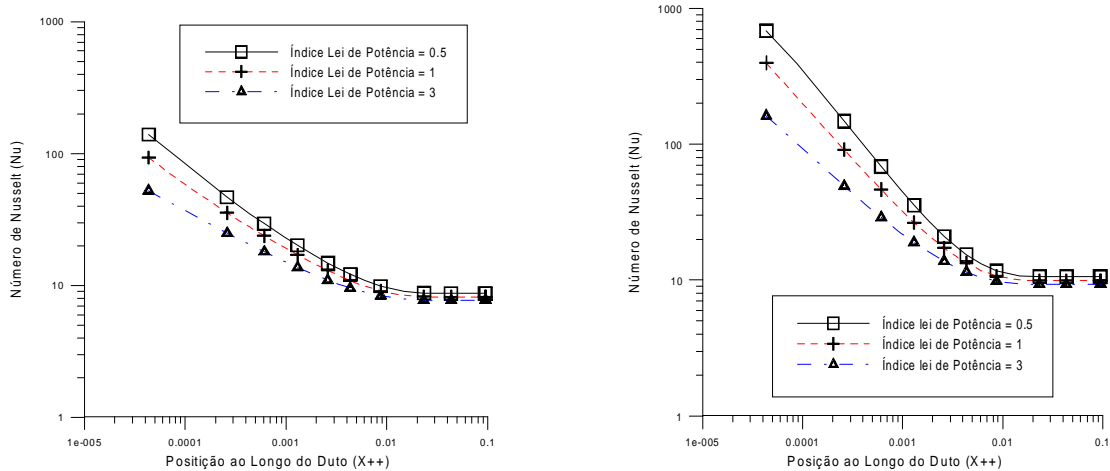
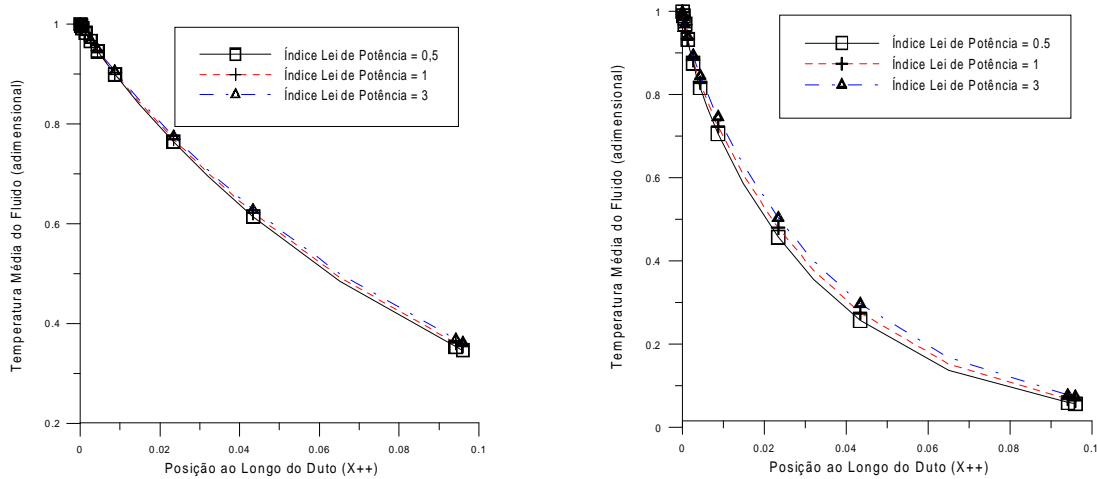
A Tabela 1. mostra a convergência da temperatura média do fluido em diversas posições ao longo do duto, para diversos índices lei de Potência, com número de Reynolds (Re) igual a 2000, número de Prandtl (Pr) igual a 0,72 e frequência de entrada ( $\Omega$ ) igual a 0,06491,  $a^*$  igual a  $8,5 \cdot 10^{30}$  e Biot igual a  $1 \cdot 10^{30}$ .

Tabela 1. - Convergência da temperatura média do fluido usando índice Lei de Potência = 1. ( $n = 1$ )

$X^{++}$	NA=20	NA=40	NA=60	NA=80	NA=100	Campos	Medeiros
0,0000434	0,9808	0,9808	0,9809	0,9810	0,9810	-	0,9814
0,0000868	0,9726	0,9727	0,9729	0,9730	0,9730	-	0,9734
0,00026	0,9518	0,9523	0,9524	0,9525	0,9526	0,9486	0,9528
0,000434	0,9372	0,9377	0,9379	0,9380	0,9381	0,9331	0,9382
0,000608	0,9251	0,9257	0,9259	0,9260	0,9260	0,9204	0,9261
0,000955	0,9050	0,9056	0,9058	0,9059	0,9059	0,8995	0,9059
0,0013	0,8881	0,8886	0,8888	0,8889	0,8889	0,8819	0,8889
0,00174	0,8691	0,8696	0,8698	0,8699	0,8699	0,8624	0,8698
0,0026	0,8371	0,8376	0,8378	0,8378	0,8379	0,8299	0,8376
0,00434	0,7836	0,7841	0,7842	0,7843	0,7843	0,7764	0,7839
0,00608	0,7383	0,7388	0,7389	0,7390	0,7390	0,7311	0,7384
0,00868	0,6793	0,6796	0,6798	0,6798	0,6798	0,6729	0,6789
0,0148	0,5632	0,5635	0,5636	0,5636	0,5636	0,5581	0,5622
0,0234	0,4344	0,4346	0,4347	0,4347	0,4348	0,4306	0,4328
0,0434	0,2377	0,2378	0,2378	0,2378	0,2379	0,2356	0,2360
0,0651	0,1235	0,1236	0,1236	0,1236	0,1236	0,1212	0,1222
0,0942	0,0513	0,0514	0,0514	0,0514	0,0514	0,0509	0,0506

As figuras a seguir mostram o comportamento da temperatura média do fluido assim como o número de Nusselt ao longo do duto. A medida em que o número de Biot cresce, a temperatura média do fluido e o número de Nusselt tendem a diminuir ao longo do duto e a medida em que aumentamos o índice Lei de Potência a temperatura média do fluido tende a aumentar e o número

de Nusselt a diminuir. Outro fator de grande influência é o  $a^*$ . Para  $Biot = 1$ , a temperatura média ao longo do duto tende a ser maior a medida em que o  $a^*$  cresce e com relação ao número de Nusselt, notamos que ele tende a ser maior quando  $a^* = 0,001$  e tem uma queda quando  $a^* = 1$ .





## 4. CONCLUSÕES

A Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), utilizada neste trabalho mostrou-se eficiente na solução de problemas com escoamento simultâneo, obtendo-se uma excelente concordância com outros trabalhos. Na análise foi considerado o efeito do índice Lei de Potência (Power-Law) no comportamento do número de Nusselt e da temperatura média ao longo do duto, assim como a influência do  $a^*$ . Verificou-se também que em relação ao número de Nusselt, a variação de Biot é inversamente proporcional. Os resultados mostrados, são de importância no estudo do comportamento de fluidos não-newtonianos na transferência de calor e no escoamento de fluidos.

## 5. NOMENCLATURA

$a^*$	Relação da capacitância térmica entre a parede e o fluido
$AA$	Matriz definida pela Eq. (32)
$BB$	Matriz definida pela Eq. (34)
$Bi$	Número de Biot
$C^*_{ijk}$	Coefficiente definido pela Eq. (23)
$CC$	Matriz definida pela Eq. (35)
$d$	Metade da distância entre as placas planas paralelas
$D_h$	Diâmetro hidráulico
$h_e$	Coefficiente de transferência de calor
$I_{ij}$	Coefficiente definido na Eq. (26)
$II_{ij}$	Coefficiente definido pela Eq. (25)
$l$	Espessura da parede, m
$k_f$	Condutividade térmica do fluido
$M_i$	Norma do problema de autovalor para a componente real e imaginária do campo de temperatura
$NA$	Número de autovalores
$Nu$	Número de Nusselt
$P$	Pressão, N/m <sup>2</sup>
$P^*_{ij}$	Coefficiente definido pela Eq. (24)
$Pe$	Número de Peclet
$Pr$	Número de Prandtl
$Re$	Número de Reynolds
$T(x, y, t)$	Distribuição de temperatura ao longo do duto, °C
$t$	Tempo, s
$T(x, y, 0)$	Temperatura inicial, °C
$u_o$	Velocidade inicial, m/s
$u$	Componente de velocidade axial, m/s
$U$	Componente de velocidade axial adimensional
$v$	Componente de velocidade transversal, m/s
$V$	Velocidade transversal adimensionalizada
$x$	Coordenada axial, m
$X$	Coordenada axial adimensionalizada
$X^{++}$	Variável longitudinal adimensional:
	$X^{++} = 10^3 \frac{x}{D_h Re_h P_r}$
$y$	Coordenada normal, m
$Y$	Coordenada normal adimensional

### LETRAS GREGAS

$\alpha$	Difusividade térmica do fluido, m <sup>2</sup> /s
$\beta$	Frequência de entrada
$\beta_i$	Autovalor do problema auxiliar do campo de temperatura no escoamento de placas paralelas
$\Gamma_{i,R}$	Autofunção do problema auxiliar da parte real do campo de temperatura
$\Gamma_{i,I}$	Autofunção do problema auxiliar da parte imaginária do campo de temperatura
$\psi$	Função corrente
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\Omega$	Frequência de entrada adimensional
$\rho$	Densidade do fluido, kg/m <sup>3</sup>
$\theta_i$	Potencial transformado para o campo de temperatura
$\theta_{media}$	Temperatura média adimensional
$\theta$	Temperatura adimensional
$\tau$	Tempo adimensional
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker

### SUBSCRITOS

$R$	Indica a componente real do potencial transformado para o campo de temperatura
$I$	Indica a componente imaginária do potencial transformado para o campo de temperatura
$i, j, k$	Indica a ordem dos autovalores e funções afins
$w$	valor da parede
$f$	Indica o valor da grandeza do fluido de trabalho
$\infty$	Indica o valor da grandeza no escoamento completamente desenvolvido

## 6. REFERÊNCIAS

- Campos Silva, J.B., Cotta, R.M. e Aparecido, J.B. 1992, *Analytical Solution to Simultaneously Developing Laminar Flow Inside Parallel-plate Channels*. Int. J. Heat Mass & Transfer, Vol. 35, pp 887-895.
- Cheroto, S. 1995, *Analysis of Unsteady Forced Convection in Channels for Thermally Developing Flow*. Master Thesis, University of Miami, Coral Gables, FL, USA.

- Figueira da Silva, E., Pérez Guerrero, J.S. e Cotta, R.M., 1996, *A Comparison of Integral Transform Strategies for Solving the Boundary Layer Equations*. VII ENCIT / VI LATCYM, pp. 73-78, November.
- IMSL library - *MATH/LIB*, Houston, Texas, 1989.
- Machado, H.A. 1998, *Solução Híbrida Numérica-Analítica para as Equações de Camada Limite em Convecção Interna*, COPPE, Rio de Janeiro.
- Medeiros, J. M., 1998, *Análise Teórica da Convecção Forçada Laminar Transiente em Desenvolvimento Simultâneo em Dutos*. Dissertação de Mestrado. UFPB.
- Santos, C.A.C., Quaresma, J. N., N. e Lima, J.A. *Non-Newtonian Flow*, 2001. Convective Heat Transfer in Ducts. The Integral Transform Approach. P. 287–304. E-papers Serviços Editoriais. Rio de Janeiro.
- Wortmann, S. e Santos, C A.C., 1996, *Análise do Custo Computacional para um Modelamento Analítico-Numérico de Convecção*. VII ENCIT / VI LATCYM, pp. 97-100, November.

## 7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso no seu trabalho.

### ANALYSIS OF THE TRANSIENT FORCED CONVECTION INSIDE OF PARALLEL PLATE CHANNELS BY USING GITT METHOD IN THE FLOW OF NON-NEWTONIAN POWER-LAW FLUIDS

**Jean Pierre Veronese**

(\*) Laboratório de Energia Solar (LES) da UFPB, Cidade Universitária - Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB, e-mail: [jpveronese@ig.com.br](mailto:jpveronese@ig.com.br)

**Jacques Cesar dos Santos**

(\*), e-mail: [jacquescesarsantos@ig.com.br](mailto:jacquescesarsantos@ig.com.br)

**Thiago Bonifacio do Rego**

(\*), e-mail: [Thiago@les.ufpb.br](mailto:Thiago@les.ufpb.br)

**Carlos A. Cabral dos Santos**

(\*), e-mail: [cabral@les.ufpb.br](mailto:cabral@les.ufpb.br)

**João Nazareno Nonato Quaresma**

DEQ/CT-UFPA, e-mail: [quaresma@ufpa.br](mailto:quaresma@ufpa.br)

**Abstract.** *In this work the transient forced convection in parallel plate channels is analytically studied in the simultaneously developing flow of non-newtonian fluids with a senoidal variation of the temperature profile at the inlet position. The Generalized Integral Transform Technique is applied to provide a hybrid semi-analytical solution for momentum and energy equations. The energy equation is solved by consideration of a boundary conditions of fifth kind of where external convection effects and the wall capacitance are considered. The periodic temperature profile in the complex field is obtained with the utilization of two acoupled auxiliary problems representing imaginary and real parts of energy equation.*

*To validate the solution procedure used as average temperature and Nusselt number are plotted as function of dimensionless axial positions and are compared with previously published results.*

**Keywords:** *Forced convection, non-newtonian fluids, power-law, GITT*