

O MÉTODO SEQUENCIAL APLICADO NA IDENTIFICAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

Celso Luiz Buiar

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155 – CEP 80215-901,
Curitiba – Paraná – Brasil
Fone: 0+operadora + 41 + 271-1341
e-mail:celsolbuiar@uol.com.br / buiar_mf@uol.com.br

Luís Mauro Moura

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155 – CEP 80215-901,
Curitiba – Paraná – Brasil
Fone: 0+operadora + 41 + 271-1341
E-MAIL: Lmoura@ccet.pucpr.br

Resumo. *Este trabalho versa sobre a análise experimental do método de regularização seqüencial de ordem zero, aplicado a identificação do coeficiente de transferência de calor por convecção, através de medições em regime transiente. São testados cinco diferentes coeficientes de regularização para se avaliar o melhor modelo para a identificação do coeficiente de convecção, h . Os resultados são apresentados analisando e comparando os perfis de temperatura experimental e estimado pelo método seqüencial, calculado a partir do coeficiente de transferência por convecção estimado.*

Palavras chave. Identificação de parâmetros, método inverso, método de regularização, medição do coeficiente de convecção.

1. INTRODUÇÃO

O método inverso e a identificação de parâmetros em engenharia são ferramentas poderosas para a resolução de muitos problemas, como a aplicação em otimização de forma, evitando assim desperdícios financeiros e de tempo. Outra importante aplicação destas ferramentas é no estudo da transferência de calor em problemas diretos e inversos quando se faz necessário o valor dos coeficientes relacionados. Como exemplo, em condução os valores para o fluxo e propriedades termofísicas. No caso da convecção, o valor do coeficiente de transferência de calor e em radiação os valores para albedo, coeficiente de absorção e extinção. As dificuldades matemáticas são relativamente grandes variando de caso para caso, entretanto se o problema é governado por equações diferenciais parciais elípticas, como no trabalho de Hensel (1991), as dificuldades são ainda maiores.

Buiar e Moura (2004), apresentaram em um trabalho recente uma análise do método seqüencial aplicado a um modelo totalmente analítico, no qual a partir de um caso teste, (variação temporal do coeficiente de transferência de calor por convecção), cria-se, a partir da lei de resfriamento de Newton um perfil de temperatura. Sobre este é gerado um ruído branco, erros com média zero,

criando assim valores de temperatura experimentais (T_{m+i-1}) que são utilizados para a identificação do coeficiente de transferência de calor por convecção, h . Posteriormente são comparados os valores do modelo analítico e do modelo estimado pelo método seqüencial de ordem zero, verificando-se os erros obtidos.

Colaço e Orlande (1998), mostraram a aplicação do método do gradiente conjugado para a estimativa do coeficiente de transferência de calor por convecção, h , em uma geometria unidimensional e Scott e Beck (1989) estudaram o método seqüencial em problemas aplicados a condução por métodos inversos.

Neste trabalho a estimativa do coeficiente de transferência de calor por convecção, é realizada utilizando-se o método seqüencial de ordem zero, através de medidas experimentais da temperatura em regime transiente para um corpo de teste, termorresistor tipo PT 100, com dimensões conhecidas que está submetido a uma temperatura conhecida e é inserido em um recipiente com água a temperatura ambiente sendo comparados os perfis de temperatura medidos e estimados pelo método seqüencial.

2. SOLUÇÃO ANALÍTICA

A solução analítica para o dado problema é obtida através da resolução da lei de Resfriamento de Newton, através de uma equação diferencial de 1^a ordem, como citada em Kreider et al (1972), definida como:

$$\rho \cdot cp \cdot \nabla \cdot \frac{dT}{dt} = h(t) \cdot A_L \cdot (T_{\infty} - T) \quad (1)$$

Com a condição inicial: $T(t_0) = T_0$

Para:

ρ – densidade

cp – calor específico

∇ – volume

A_L – área de troca térmica

3. MÉTODO SEQUENCIAL DE ORDEM ZERO

Este método consiste em minimizar a soma quadrática das diferenças entre a temperatura experimental e a temperatura medida acrescida de um termo de regularização, α , Beck (1985). Neste trabalho no lugar do fluxo adota-se a soma quadrática do coeficiente de transferência por convecção. Adota-se como funcional S o seguinte somatório:

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{m+i-1} - T_{m+i-1})^2 + \alpha \sum_{i=1}^r h_{m+i-1}^2 \quad (2)$$

Os valores medidos da temperatura Y_{m+i-1} são utilizados para gerar o conjunto estimado de temperaturas T_{m+i-1} usadas no algoritmo para estimativa de h . Os valores de T_{m+i-1} ficam determinados para os r instantes futuros admitindo-se que h permaneça constante através da relação:

$$T_{m+i-1} = Y_{m-1} * \exp(-mh_m(t_{m+i-1} - t_{m-1})) \quad (3)$$

Na Eq. (3) os coeficientes m e t são respectivamente um parâmetro auxiliar constante e os valores para o vetor tempo analisados em uma iteração posterior e na iteração passada.

Um desenvolvimento análogo é utilizado por Woodbury et al (2000), aplicado ao problema inverso em condução, para o qual a função $h(t_M)$ assume valores constantes e este valor é determinado para t_{m+1} . A cada passo de tempo, r tempos futuros do modelo são utilizados para regularizar o problema, mas somente o valor de h é considerado constante para os r primeiros tempos futuros.

Derivando a Eq.(2) em relação a h_m e igualando a zero, tem-se:

$$\alpha h_M - \sum_{i=1}^r (Y_{m+i-1} - T_{m+i-1}) Z_{m+i-1} = 0 \quad (4)$$

Derivando-se a equação (3) em relação a h_m obtém-se uma expressão para o coeficiente de sensibilidade Z , em função do próprio h_m , assim:

$$Z_{m+i-1} = -T_{m+i-1} * m(t_{m+i-1} - t_{m-1}) * \exp(-mh_m(t_{m+i-1} - t_{m-1})) \quad (5)$$

Derivando-se a temperatura em relação a h_m e utilizando um método iterativo proposto por Beck (1985), obtém-se o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção h , identificado, para a iteração v , dado por:

$$h_M^v = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{m+i-1} - T_{m+i-1}^{v-1} + h_M^{v-1} Z_{m+i-1}^{v-1}) Z_{m+i-1}^{v-1}}{\alpha + \sum_{i=1}^r (Z_{m+i-1}^{v-1})^2} \quad (5)$$

Onde o símbolo v indica a iteração e Z o coeficiente de sensibilidade.

4. METODOLOGIA E EXPERIMENTO

Foram realizadas medidas em regime transiente de temperatura de um termorresistor tipo PT 100 através de um sistema de aquisição de sinais, 34790 A, Fig. 1. Estando com a sua temperatura estável em 323.15 K, o termorresistor é retirado do calibrador CL 700 a esta temperatura e é inserido em um recipiente com água a temperatura ambiente de 298.15 K. Durante a retirada do calibrador e a colocação dentro do recipiente o termorresistor entra em contato com o ar ambiente da sala, causando variação instantânea do coeficiente de convecção. A curva de resfriamento, dada pela lei de Newton, para a temperatura, é uma função exponencial e o coeficiente de transferência de calor por convecção, h , e varia com o tempo, reduzindo o seu valor a medida que os gradientes de temperatura se reduzem.

Assim foram analisados cinco coeficientes de regularização, a saber, 0.0; 1E-3; 1E-4; 3E-6 e 1E-7 neste trabalho. Observou-se assim que o método de regularização de ordem zero apresenta bons resultados para todo valor de α próximo de zero e/ou zero para a identificação do coeficiente de transferência de calor por convecção, h .

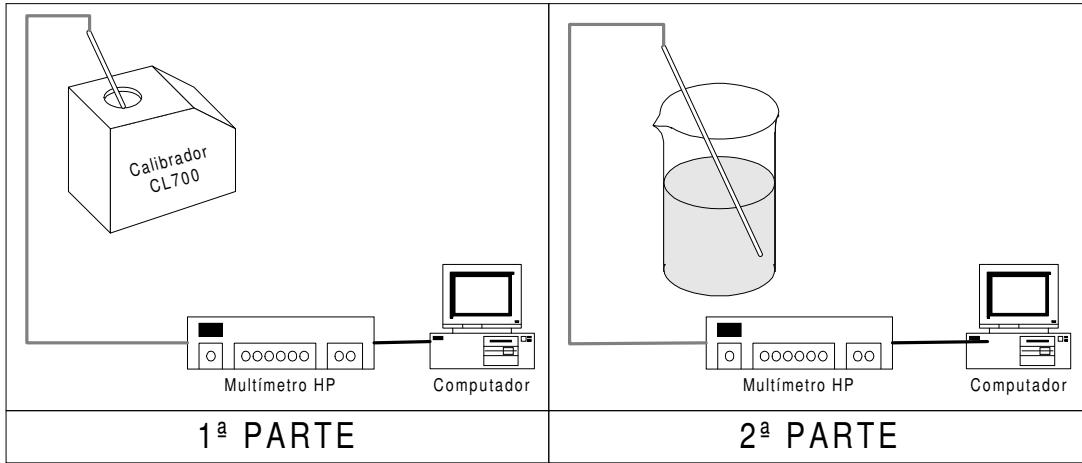


Figura 1. Esquema experimental para obtenção das temperaturas

5. ANÁLISE GRÁFICA E RESULTADOS

Na análise gráfica para a identificação do coeficiente de transferência de calor por convecção h , percebe-se que utilizando valores sugeridos neste artigo para o coeficiente de regularização α , o modelo se comporta de forma a identificar bem o valor do coeficiente de transferência de calor, isto é, a diferença entre o valor medido e o estimado para a temperatura é quase imperceptível, Fig.(2) Na Tab. (1) estão listados os valores de temperatura medidos e estimados.

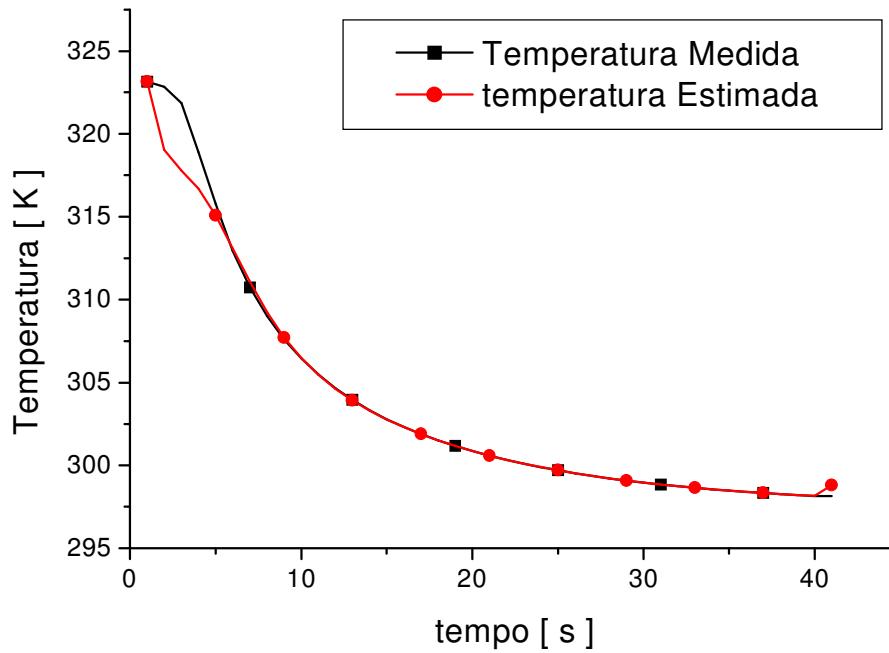


Figura 2. Comparaçāo entre os valores medido e experimental para a temperatura

O comportamento do coeficiente estimado de transferência de calor por convecção, h , é mostrado na Fig. (3), percebe-se ao retirar o termorresistor do calibrador CL700 por 3 segundos a troca com o ar atmosférico faz variar bruscamente o valor de h , mas no restante do tempo já dentro do recipiente com água percebe-se que o comportamento do coeficiente da curva de transferência de calor por

convecção é satisfatório como podemos verificar também na comparação entre as temperaturas experimental e medida na figura 1.

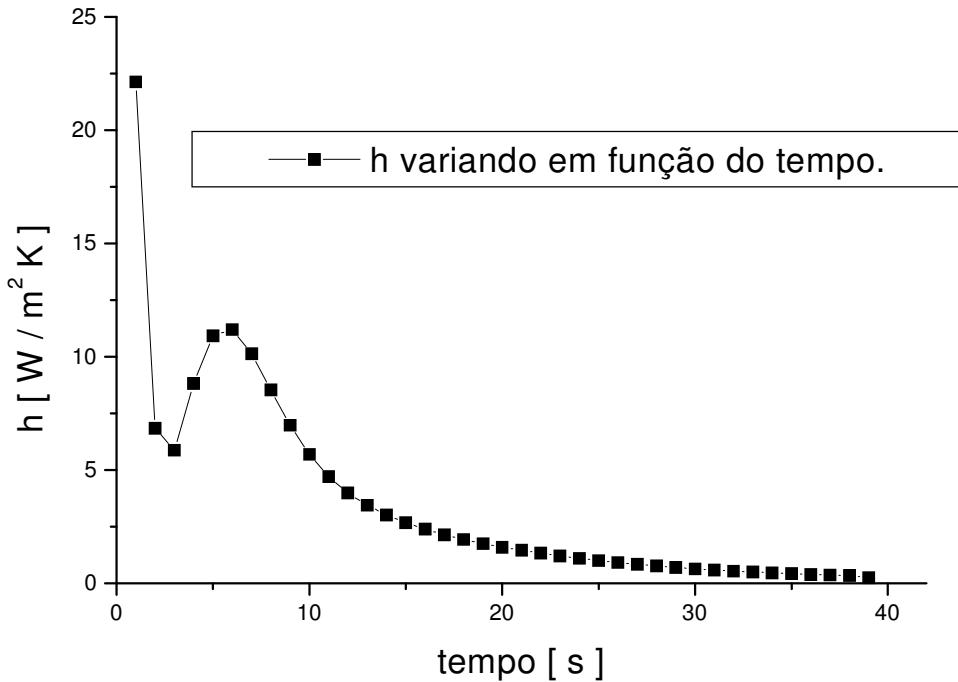


Figura 3. Valores do coeficiente h para os α .

A Tab.(1) apresenta os valores da temperatura medida e estimada para cada instante de tempo do experimento.

Uma análise do funcional S , Eq.(2), que representa o somatório quadrático dos erros, mostra que todo o valor do parâmetro de regularização utilizado tem um valor para o funcional muito próximo, permitindo assim criar uma classificação como apresentado na Tab.(2).

Também pode se verificar através da Fig.(4) e da tabela 2 que o melhor valor para o parâmetro α é zero, seguido de 1E-7 com diferença na terceira casa decimal.

Tabela 1. Valores da temperatura medida e experimental em Kelvin.

| Tempo [s] | Temperatura Medida [K] | Temperatura Estimada [K] |
|-------------|------------------------|--------------------------|
| 01 | 323,14999 | 323,14999 |
| 02 | 322,84813 | 319,02908 |
| 03 | 321,84973 | 317,76509 |
| 04 | 318,90099 | 316,68322 |
| 05 | 315,77493 | 315,06811 |
| 06 | 312,9402 | 313,07612 |
| 07 | 310,72993 | 311,0496 |
| 08 | 308,99199 | 309,22739 |
| 09 | 307,59454 | 307,69954 |
| 10 | 306,44584 | 306,45622 |
| 11 | 305,48071 | 305,44646 |
| 12 | 304,65898 | 304,61408 |
| 13 | 303,95207 | 303,91063 |
| 14 | 303,33189 | 303,30423 |
| 15 | 302,7922 | 302,77376 |
| 16 | 302,3174 | 302,30407 |
| 17 | 301,89389 | 301,88519 |
| 18 | 301,51617 | 301,51041 |
| 19 | 301,17899 | 301,17265 |
| 20 | 300,87137 | 300,86577 |
| 21 | 300,58934 | 300,58778 |
| 22 | 300,33832 | 300,33349 |
| 23 | 300,10265 | 300,10087 |
| 24 | 299,8897 | 299,88961 |
| 25 | 299,69949 | 299,69669 |
| 26 | 299,52199 | 299,52115 |
| 27 | 299,36285 | 299,3608 |
| 28 | 299,21551 | 299,2142 |
| 29 | 299,08128 | 299,08025 |
| 30 | 298,95887 | 298,95825 |
| 31 | 298,84815 | 298,84741 |
| 32 | 298,74768 | 298,7456 |
| 33 | 298,65276 | 298,65138 |
| 34 | 298,56474 | 298,56386 |
| 35 | 298,483 | 298,48414 |
| 36 | 298,4122 | 298,41043 |
| 37 | 298,34271 | 298,34171 |
| 38 | 298,27797 | 298,27785 |
| 39 | 298,21883 | 298,21833 |
| 40 | 298,16314 | 298,17572 |
| 41 | 298,14999 | 298,81161 |

Tabela 2. Valores do Funcional S para os alfa, α , analisados.

| ALFA (α) | VALOR DO FUNCIONAL S |
|-------------------|------------------------|
| 0.0 | 67,44682 – ÓTIMO |
| 1 E - 3 | 69,07841 – PIOR |
| 1 E - 4 | 67,61038 - 4° |
| 3 E - 6 | 67,45341 – 3° |
| 1 E - 7 | 67,44877 – 2° MELHOR |

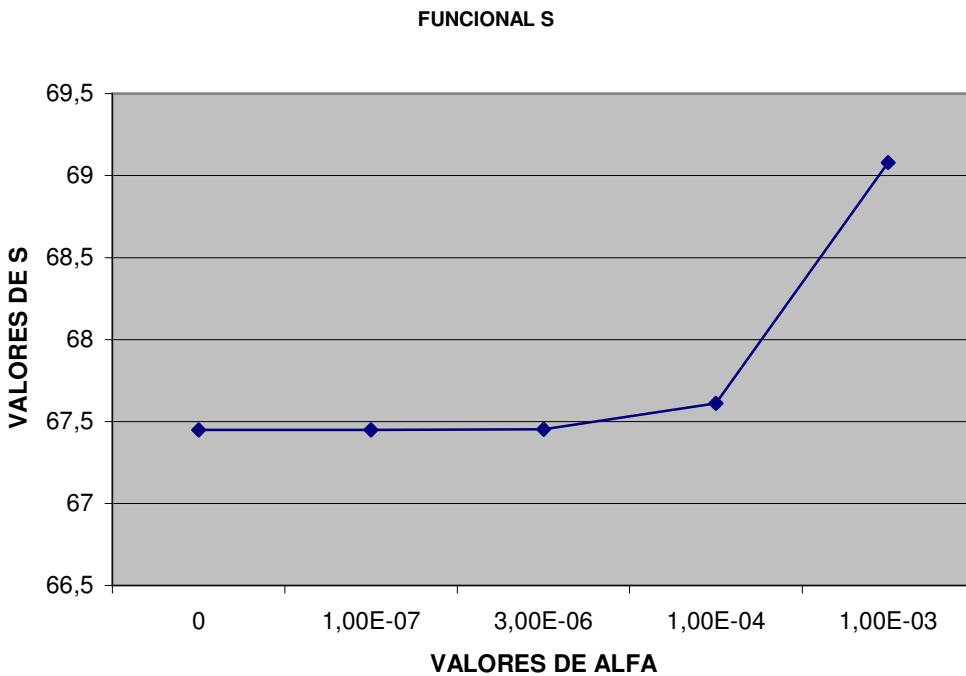


Figura 4. Valor do funcional S para cada valor de α analisado.

6. CONCLUSÃO

Ao serem analisados cinco valores para o parâmetro de regularização percebe-se que o modelo para identificação do coeficiente de transferência de calor h é bem comportado, pois as diferenças entre os valores medido e experimental para temperatura são ínfimas.

7. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece a CAPES pela concessão de bolsa para realização de seus estudos.

8. REFERÊNCIAS

Beck, J. V., Blackwell, B. and St. Clair, C. R., 1985, “ Inverse Heat Conduction”, Wiley Interscience Publication, USA.

Beck, J. V. and Arnold, K. J., 1977, “Parameter Estimation in Engineering and Science”, Wiley & Sons, USA.

Buiar, C. L., and Moura, L. M., 2004, “The Sequential Method apply to estimate the convection heat transfer coefficient”, IPDO, RJ, Brazil.

Colaço, M.J., and Orlande, H.R.B., 1998, “Estimation of the heat transfer coefficient at the surface of a plate by using the conjugate method”, VII ENCIT, RJ, Brazil.

Cardoso, H. P; Colle, S. and Moura, L. M., 1992, “Estimação de coeficiente de filme variável e descontínuo com método seqüencial”, IV ENCIT, Rio de Janeiro.

Hensel, E., 1991, “Inverse Theory and Applications for Engineers”, Prentice Hall, New Mexico.

Kreider, D., Kuller, R. G., Ostberg, D. R., Perkins, F. W., 1972, “ Introdução à Analise Linear”, LTC, Vol 1 , Rio de Janeiro.

Scott, E.P., and Beck, J. V., 1989, “Analysis of order of the sequential regularization solutions of inverse heat conduction problems”, Journal of Heat Transfer, Vol.111, pp. 218-224

Woodbury, K. and Ke, Q., 2000, “An inverse algorithm for direct determination of heat transfer coefficient”, 34th National Heat Transfer Conference, Pittsburg.

9. DIREITOS AUTORAIS:

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

THE SEQUENTIAL METHOD APPLY TO ESTIMATE THE CONVECTION HEAT TRANSFER COEFFICIENT

Celso Luiz Buiar

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155 – CEP 80215-901,
Curitiba – Paraná – Brasil
Fone: 0+operadora + 41 + 271-1341
e-mail:celsolbuiar@uol.com.br / buiar_mf@uol.com.br

Luís Mauro Moura

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155 – CEP 80215-901,
Curitiba – Paraná – Brasil
Fone: 0+operadora + 41 + 271-1341
e-mail: Lmoura@ccet.pucpr.br

***Abstract** This work aims to apply the zero order sequential method estimate the convection heat transfer coefficient, h , using the temperature measurements. Different values of regularization parameters are analyzed. Comparisons between the temperatures profiles obtain for different regularization parameters are shown.*

KEY WORDS: Parameter identification, inverse method, regularization method.