

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO LAMINAR COM CONTRAÇÃO BRUSCA

Jean F. B. Machado

Departamento Acadêmico de Mecânica - DAMEC

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais - PPGEM

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR

Av. Sete de Setembro, 3165 - Curitiba/PR, Brasil - CEP 80230-901

Rigoberto E. M. Morales

Departamento Acadêmico de Mecânica - DAMEC

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais - PPGEM

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR

Av. Sete de Setembro, 3165 - Curitiba/PR, Brasil - CEP 80230-901, e-mail: rmorales@cefetpr.br

Cesar O. R. Negrão

Departamento Acadêmico de Mecânica - DAMEC

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais - PPGEM

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR

Av. Sete de Setembro, 3165 - Curitiba/PR, Brasil - CEP 80230-901, e-mail: negrão@cefetpr.br

Resumo. *Nesse trabalho foi realizado um estudo numérico bidimensional do escoamento laminar em um duto com contração brusca. As equações governantes foram resolvidas utilizando-se a técnica de volumes finitos com esquema híbrido de interpolação para os termos convectivos e o algoritmo SIMPLE para a solução do sistema de equações algébricas. Foram obtidos os campos de velocidade e pressão para Reynolds na entrada do duto variando de 300 a 980. Os resultados numéricos apresentam boa concordância com resultados experimentais reportados na literatura.*

Palavras-chave: *Escoamento Laminar, Volumes Finitos, Contração Brusca.*

1. INTRODUÇÃO

A simulação numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor, conhecida como dinâmica dos fluidos computacional (Computational Fluid Dynamics - CFD), teve um grande avanço nas últimas décadas. A relativa facilidade de aplicação dos métodos numéricos, mesmo em problemas complexos, e a grande disseminação do computador foram os responsáveis por esse avanço. No início era uma ferramenta para análise de problemas físicos em investigações científicas e, atualmente, mostra-se poderosa para a solução de importantes problemas aplicados da engenharia.

O escoamento com contração brusca é encontrada em diversas aplicações industriais, como por exemplo, em medidores de vazão do tipo Placa de Orifícios e Venturi. Devido ao grande interesse industrial, muitos estudos de escoamento laminar de fluidos não-Newtonianos ou escoamento

turbulento de fluidos Newtonianos têm sido realizados, tanto numérica como experimentalmente (Iudicello, 2003 e Sisavath et. al. 2002)

Uma das características deste tipo de escoamento é a separação do fluido, que ocorre próximo à contração. Essa separação causa uma grande perda de carga e acarreta também um aumento do gradiente radial de transferência de calor e de massa. Apesar do grande número de estudos, a quantificação da perda de carga não está definida, sendo que diferentes resultados experimentais e numéricos ainda apresentam discordâncias.

Como exemplos de estudos realizados nesta geometria, pode-se citar os trabalhos de Iudicello (2003), Sisavath et. al. (2002) e Dekam e Calvert (1986). No trabalho de Iudicello (2003) é realizado um estudo numérico, utilizando o programa computacional CFX, do escoamento em um tubo com contração brusca. São realizadas simulações para os regimes laminar, de transição e turbulento, e os resultados são comparados com os resultados experimentais e numéricos de Durst e Loy (1985) e de Buckle e Durst (1993).

Dekam e Calvert (1986) determinaram a perda de carga para o escoamento através de uma transição entre dutos quadrados e retangulares com a mesma área de seção transversal. Os resultados obtidos são comparados com os resultados teóricos considerando um escoamento através de um tubo com uma contração seguida de uma expansão.

Sisavath et. al. (2002) realizaram um estudo do escoamento através de uma contração ou expansão para Reynolds baixos ($Re \rightarrow 0$). O objetivo desse trabalho é correlacionar a solução analítica do escoamento através de um pequeno orifício (Sampson, 1891), com o escoamento através de uma contração ou expansão.

O presente trabalho, tem como objetivo o desenvolvimento de um programa computacional para a solução do escoamento laminar com contração brusca. Empregou-se para isto, o método dos volumes finitos com malhas deslocadas e o esquema híbrido de interpolação para os termos convectivos. Os resultados numéricos são comparados com aqueles disponíveis na base de dados experimentais de Durst e Loy (1983). Este trabalho é caracterizado como preliminar para estudos de escoamentos turbulentos e laminares de fluidos não-Newtonianos.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O escoamento laminar numa tubulação com contração brusca é governado pelas equações de conservação da massa e quantidade de movimento. Como a geometria em estudo é uma tubulação, onde o escoamento é simétrico em relação ao seu próprio eixo, é conveniente trabalhar em coordenadas cilíndricas. O escoamento é aproximado como bidimensional, incompressível e em regime permanente. Sendo assim, as equações governantes resultam em:

Equação da Continuidade

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

Equações de Navier – Stokes

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial(\rho r u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho r u v)}{\partial r} \right] = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial r} \right] = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{2\mu}{r} v \right] \quad (3)$$

Onde u é a componente da velocidade na direção longitudinal, v é a componente da velocidade na direção radial, ρ é a densidade do fluido, μ é a viscosidade dinâmica e P é a pressão.

A figura 1 apresenta o esquema da geometria do problema estudado bem como o sistema de coordenadas.

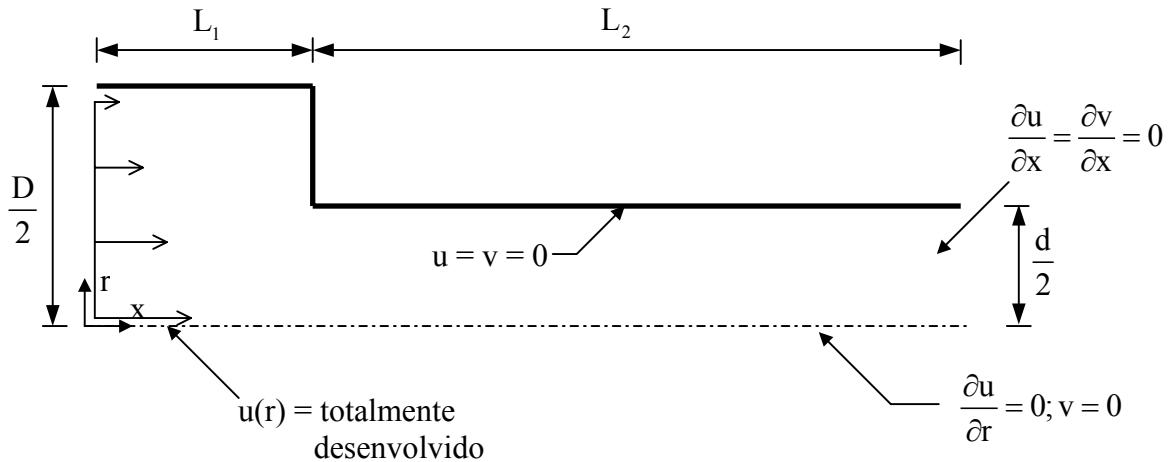


Figura 1 –Esquema com a geometria e condições de contorno utilizadas.

As condições de contorno consideradas são:

- Velocidades nulas nas paredes ($u = v = 0$);
- Escoamento simétrico $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$; $v = 0$;
- O perfil de velocidade longitudinal é considerado plenamente desenvolvido na entrada da tubulação (à jusante da contração)

$$u = u_{\max} \left(1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right) \quad (4)$$

onde D é o diâmetro do tubo e u_{\max} é a velocidade máxima no centro do tubo

3. MÉTODO NUMÉRICO

A discretização das equações governantes foi realizada por meio do método numérico dos volumes finitos com malhas deslocadas (Patankar, 1980) e o esquema híbrido de interpolação para os termos convectivos. Para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade foi empregado o método SIMPLE. O sistema de equações algébricas foi resolvido com o uso do método TDMA.

Os valores numéricos dos diâmetros da tubulação na entrada e após a contração, D e d , são 19,1 mm e 10,2 mm respectivamente. As propriedades do fluido utilizadas nas simulações numéricas foi água com $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ e viscosidade $\mu = 0,001 \text{ Kg/ms}$

O comprimento L_1 (Figura 1) foi definido como sendo 1,3D, pois segundo medidas experimentais realizados por Durst e Loy (1985), a uma distância de 1D, as velocidades não são afetadas pela contração. Para o comprimento L_2 (Figura 1) verificou-se que a uma distância de 10D, os resultados não sofriam influência da condição de contorno utilizada na saída.

A malha computacional utilizada é mostrada na Figura 2. Observa-se que a malha é não-uniforme nas direções “r” e “x”, concentrou-se o maior número de volumes de controle na região de contração da área, região aonde acontece o maior gradiente, na direção axial e longitudinal, das velocidades e pressão.

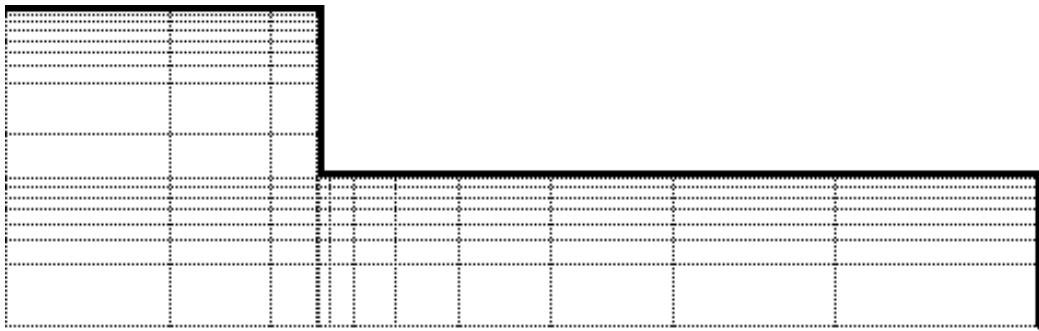


Figura 2 – Malha utilizada no estudo realizado.

Após uma análise da sensibilidade do refinamento da malha nos resultados numéricos, foi utilizada para todos os casos, uma malha não uniforme de 150 x 198 nas direções longitudinal e radial respectivamente. Para monitorar a convergência da solução foi utilizado um controle de convergência de iteração dos resíduos globais normalizados de cada equação. A solução é considerada convergida para as equações de conservação de quantidade de momento quando a soma dos resíduos locais para cada variável é menor de 1,0E-03. A conservação da massa tem-se considerada satisfeita quando a soma dos resíduos da massa é menor de 1,0E-03.

4. RESULTADOS

Foram realizadas simulações para diferentes números de Reynolds ($Re = VD/v$, V representa à velocidade média na entrada da tubulação). Os resultados numéricos obtidos são comparados contra dados experimentais reportados por Durst e Loy (1985).

As simulações foram realizadas para diferentes números de Reynolds, porém, no presente trabalho são apresentados resultados para o escoamento com o menor e maior número de Reynolds. O maior número de Reynolds foi de 968 com relação à entrada do duto o que daria um número de Reynolds após a contração de 1813, valores maiores podem levar à situação do escoamento em transição para o regime de escoamento turbulento, o que pode mascarar os resultados ou divergir numericamente, já que a modelagem implementada no código computacional foi para o escoamento laminar.

Na figura 3 apresentam-se os perfis da velocidade axial antes da contração para o escoamento com $Re = 968$. Nota-se que a uma distância de 1D o escoamento ainda não é afetado pela contração, a perfil de velocidade é parabólico. Seguindo a evolução do escoamento, ao aproximar-se da contração, ele é afetado pela presença da contração, o que era de se esperar. Nas distâncias 0,183D e 0,039D antes da contração, o perfil de velocidades perde sua característica parabólica e a magnitude da velocidade local aumenta no centro do canal e diminui perto da parede. Observa-se uma boa concordância com dados experimentais obtidos por Durst e Loy (1985).

Na figura 4, apresenta-se resultados para o escoamento com $Re = 372$. O comportamento é similar ao observado na figura 3.

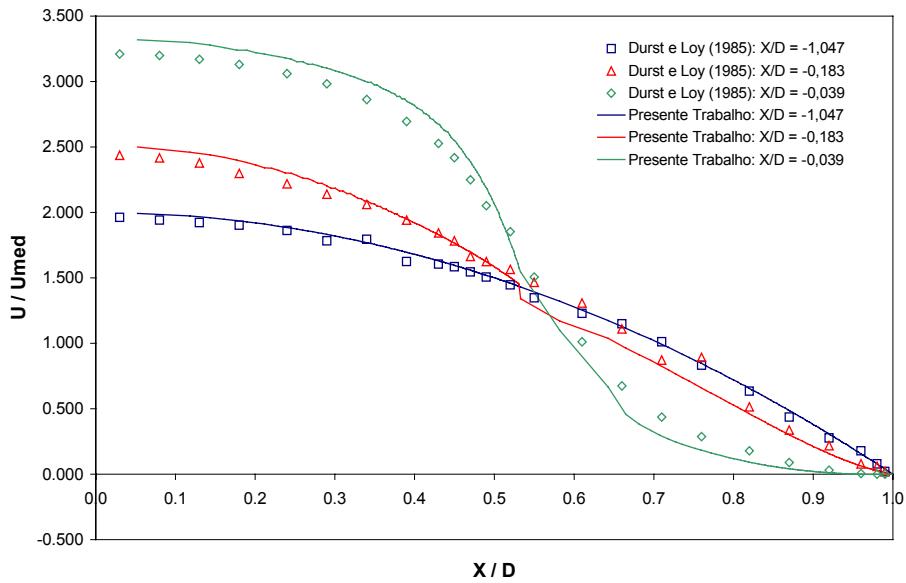


Figura 3 – Perfil de velocidades na direção x antes da contração para $Re = 986$.

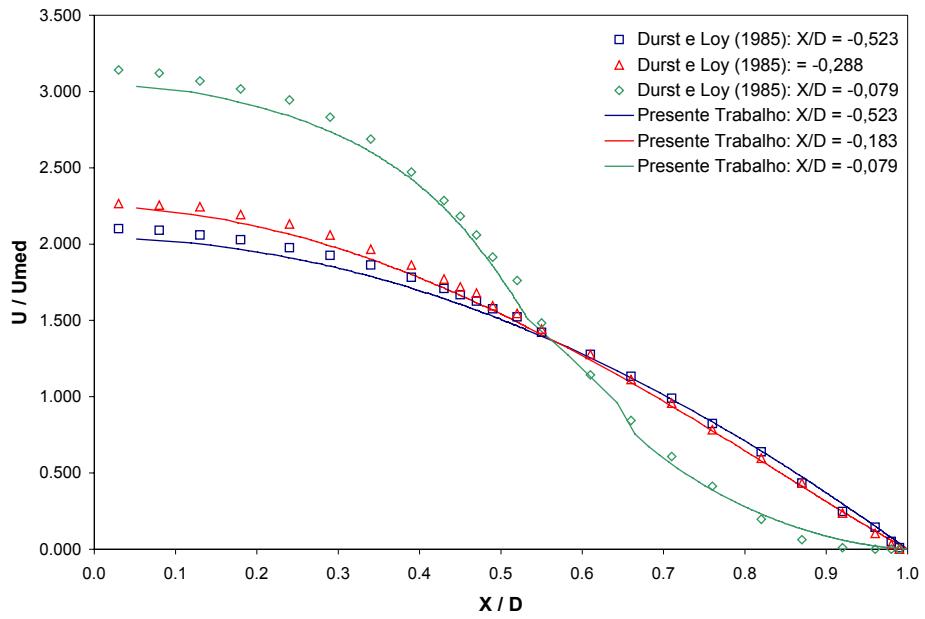


Figura 4 – Perfil de velocidades na direção x antes da contração para $Re = 372$.

Na figura 5 apresentam-se os perfis da velocidade axial após da contração para o escoamento com $Re = 968$. Observa-se que o perfil de velocidades tem valores maiores na região próxima da parede e plano no centro da tubulação. Isto é uma característica do escoamento laminar em desenvolvimento. Nota-se uma pequena discrepância entre os resultados numéricos obtidos e medidas experimentais reportados por Durst e Loy (1985), as possíveis fontes de erro podem ser numéricas e/ou incertezas da medição experimental, o que faz necessário realizar um estudo mais aprofundado sobre a sensibilidade da malha nos resultados e a implementação de um esquema de interpolação de alta ordem (no presente trabalho foi utilizado o esquema de interpolação Híbrido).

Na figura 6, apresenta-se resultados para o escoamento com $Re = 372$. O comportamento é similar ao observado na figura 5.

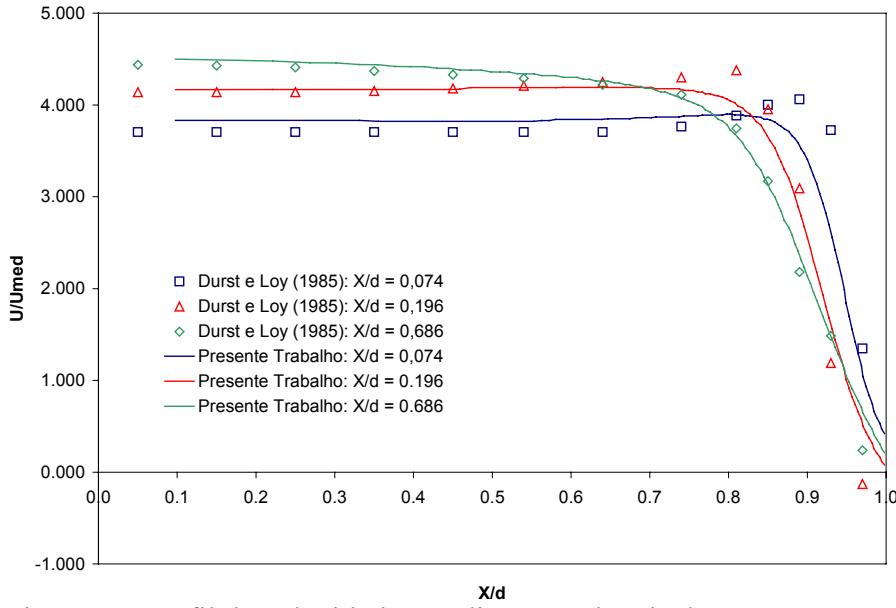


Figura 5 – Perfil de velocidades na direção x depois da contração para $Re = 986$.

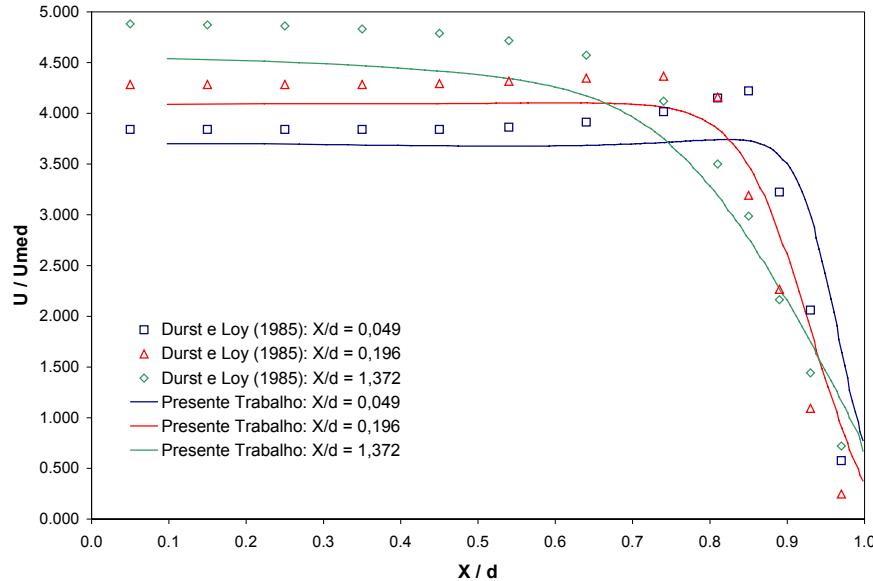


Figura 6 – Perfil de velocidades na direção x depois da contração para $Re = 372$.

As variações do gradiente de pressão ao longo da direção longitudinal do tubo é mostrado nas Figs 7 e 8. Esses resultados mostram a existência de pequenos gradientes de pressão no centro da tubulação, e de um gradiente positivo muito grande próximo a parede após a contração. Isso faz com que as velocidades próximas da parede do tubo sejam maiores do que as velocidades no centro, o que pode ser observado nas Figuras 5 e 6. Observa-se também que após uma certa distância o gradiente de pressão tende a um valor constante, o escoamento adquire a característica de escoamento desenvolvido.

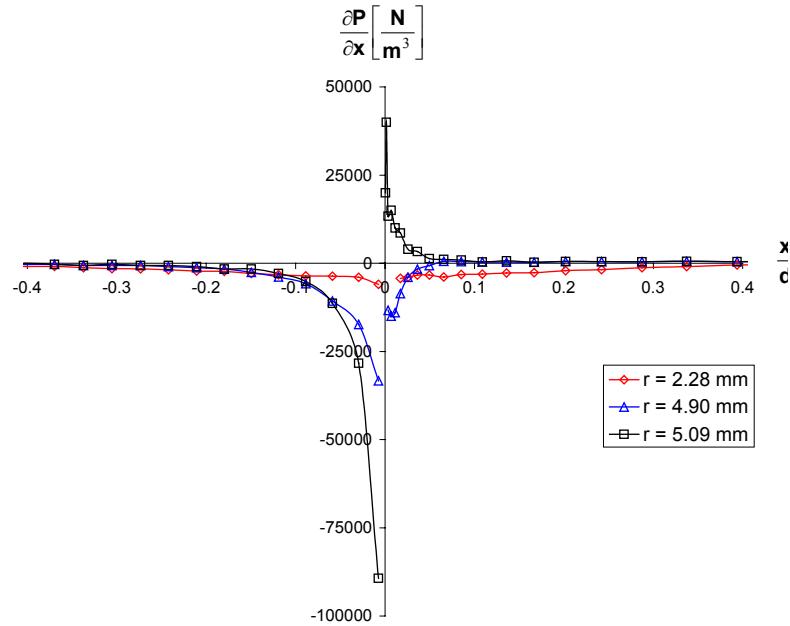


Figura 7 – Gradiente de pressão na direção radial para $Re = 968$.

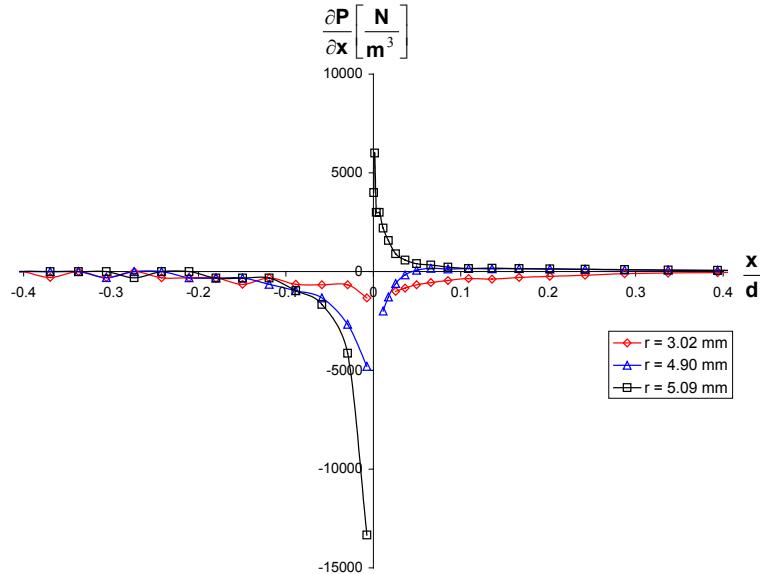


Figura 8 – Gradiente de pressão na direção radial para $Re = 372$.

5. CONCLUSÕES

O escoamento laminar em uma tubulação com contração brusca foi simulado numericamente. Analisando os resultados obtidos verifica-se que os resultados numéricos são compatíveis com medidas experimentais reportadas na literatura. Existe uma leve diferença entre os perfis de velocidade na região próxima à contração (antes e depois da contração). Percebe-se a existência de um gradiente de pressão muito grande perto da parede logo após a contração, o que ocasiona o aparecimento de uma velocidade maior perto da parede em comparação com a velocidade no centro do tubo.

Como houve discrepâncias entre o resultado numérico e o resultado experimental na região próxima à parede após a contração, conclui-se que é necessária a realização de um estudo mais aprofundado quanto à sensibilidade da malha nessa área. Como foi citado acima, este trabalho é caracterizado como preliminar para futuros estudos de escoamentos turbulentos e laminares de fluidos não-Newtonianos nesta geometria.

6. REFERÊNCIAS

- Dekam, E. I. e Calvert, J. R., Pressure Losses in Sudden Transitions Between Square and Rectangular Ducts of the Same Cross-Sectional Area, Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 9, Nro. 1, pp. 1-7, 1988.
- Durts, F., Loy, T., Investigations of Laminar Flow in a Pipe with sudden Contraction of Cross Sectional Area, Computers & Fluids, Vol.13, p. 15-36,1985.
- Iudicello, F., Flow Pipes With Sudden Contractions: CFX5 Predictions Against Experimental Data, Ansys CFX, UK User Conference, 2003, Coventry – UK.
- Maliska, Clovis R., Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, LTC, 1995.
- Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Taylor and Francis Ed., 1980
- Sisavath, S., Jing, X., Pain, C. C. e Zimmerman, R. W., Creeping Flow Through an Axisymmetric Sudden Contraction or Expansion, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 124, pp. 273-278, 2002.
- Versteeg, H. K. e Malalasekera, W., An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Longman Ed., 1995.

6. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material incluído no presente trabalho.

NUMERICAL SIMULATION OF LAMINAR FLUID FLOW THROUGH A SUDDEN CONTRACTION

Jean F. B. Machado, Rigoberto E. M. Morales, Cesar O. R. Negrão

Academic Department of Mechanics - DAMEC

Postgraduate Program of Mechanical and Materials Engineering - PPGEM

Federal Center of Technological Education of Paraná- CEFET-PR

Av. Sete de Setembro, 3165 - Curitiba/PR, Brasil - CEP 80230-901

Abstract. This work deals with the numerical study of the two-dimensional laminar fluid flow in a duct with sudden contraction. The governing equations were solved by the finite volume method. The hybrid scheme was employed for the interpolation of the convection terms and the SIMPLE algorithm was applied for the solution of the algebraic equations. The results were compared with experimental data and they show good agreement. Test cases for Reynolds Number varying from 300 to 980 were carried out.

Key words: Laminar Flow, Finite Volumes, Sudden Contraction.