

# SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS EMPREGANDO METODOLOGIAS SEGREGADAS E ACOPLADA

**André Luíz de Souza Araújo**

Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, [araujoals@yahoo.com](mailto:araujoals@yahoo.com)

**José Maurício Alves de Matos Gurgel**

Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa - PB, [gurgel@les.ufpb.br](mailto:gurgel@les.ufpb.br)

**Francisco Marcondes**

Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, [marconde@dem.ufc.br](mailto:marconde@dem.ufc.br)

**Resumo.** *Escoamentos incompressíveis podem ser resolvidos através de formulação acoplada ou segregada. No primeiro caso, as equações da conservação de movimento são utilizadas para se avaliarem as componentes da velocidade, enquanto a da continuidade é empregada para se determinar a pressão. Esta metodologia, contudo, acarreta um forte acoplamento entre os campos de velocidade e de pressão, uma vez que é necessário se determinar a distribuição de pressão que origina velocidades que satisfaçam às equações de conservação da massa e do movimento. Existem diversos algoritmos disponíveis na literatura que tratam do problema do acoplamento pressão-velocidade. Uma maneira de se evitar tal problema é resolver todas as equações simultaneamente, obtendo-se assim um sistema linear envolvendo todas as variáveis. Este procedimento é largamente empregado pelo método denominado Control Volume Based Finite Element Method – CVFEM. O objetivo deste trabalho é comparar os algoritmos PRIME (Implicit Pressure Momentum Explicit) e SIMPLEC (SIMPLE Revised) com o CVFEM. Os resultados serão apresentados sob a forma de curvas de resíduo das equações versus número de iterações, tempo de CPU, assim como perfis de velocidade de problemas de benchmark selecionados.*

**Palavras-chave:** Algoritmos acoplados e segregados, método CVFEM, escoamento incompressível, volumes finitos.

## 1. INTRODUÇÃO

Escoamentos incompressíveis podem ser resolvidos empregando-se duas formulações: formulação segregada, em que as equações de transporte são resolvidas separadamente, associando-se uma equação para o avanço de cada variável do problema (quantidade de movimento em  $x$  e  $y$  para  $u$  e  $v$ , respectivamente, e equação da continuidade para pressão  $p$ , no caso 2D), ou de forma acoplada, em que as equações governantes são resolvidas simultaneamente.

Na formulação segregada, existe um forte acoplamento entre o campo de velocidade e o de pressão, devido ao fato de que se deve determinar um campo de pressão que origine um campo de velocidades que satisfaça às equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, Patankar (1980) e Maliska (1995). Uma outra opção é resolver todas as equações simultaneamente, Raw (1985), Souza (2000). Por outro lado, quando as equações são resolvidas ao mesmo tempo, o sistema linear a ser resolvido a cada iteração aumenta uma vez que no caso 2D, por exemplo,  $u$ ,  $v$  e  $p$  participam agora do sistema de equações. A solução acoplada da equação da continuidade e de Navier-Stokes, entretanto, vem se tornando uma alternativa viável e atraente, devido ao crescimento da capacidade de processamento e de armazenamento dos computadores.

Este trabalho apresenta um estudo comparativo do desempenho da formulação acoplada e segregada. Dois algoritmos bastante utilizados quando do emprego de metodologias segregadas, o PRIME e o SIMPLEC e o método conhecido como CVFEM (*Control Volume Finite Element Method*) desenvolvido por Raw (1985) que resolve as equações simultaneamente são utilizados. Destaca-se que ambas metodologias, segregada e simultânea, empregam armazenamento co-localizado das variáveis. Os resultados serão apresentados para dois problemas clássicos em Mecânica dos Fluidos, quais sejam, o problema da cavidade recirculante e o do escoamento entre placas planas e paralelas.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Para o caso de escoamento bidimensional, incompressível e laminar, as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e de um escalar qualquer utilizando a convenção de Einstein podem ser escritas, respectivamente, como,

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + s_{ui} \quad (2)$$

onde  $i$  e  $j$  variam de 1 a 2 (para o caso 2-D) e  $\phi$  é uma quantidade escalar qualquer.

## 3. TRATAMENTO NUMÉRICO

Apresentam-se, a seguir, os fundamentos do CVFEM. As metodologias PRIME e SIMPLEC são descritas em detalhes em Maliska (1995).

### 3.1 – Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos Finitos

No Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos Finitos, conhecida como CVFEM – *Control Volume Based Finite Element Method*, desenvolvida por Raw (1985), resolve as equações de transporte (massa e quantidade de movimento) simultaneamente. Nesta metodologia, os princípios dos métodos dos volumes finitos e de elementos finitos são combinados, resultando em um método que apresenta vantagens de ambos: esquema estritamente conservativo, discretização das equações governantes baseada em balanços de fluxos (volumes finitos), flexibilidade na discretização de geometrias complexas via malhas não-estruturadas (elementos finitos).

Uma característica importante deste esquema numérico é o fato de empregar como função de interpolação uma equação que é o análogo direto da equação diferencial para a variável que está sendo avaliada. Isto permite que se representem todos os processos físicos relevantes do problema, proporcionando estabilidade do processo de solução.

O domínio de cálculo é fracionado em regiões muito menores, denominados elementos, os quais neste trabalho, são quadriláteros. Distribuem-se nós em cada vértice dos elementos. Todas as incógnitas do problema (componentes da velocidade, pressão, temperatura etc) são localizadas nestes nós, o que implica em um arranjo co-localizado das variáveis.

Um simples elemento é tratado de forma isolada, independentemente dos demais, como é feito no FEM padrão. Dentro deste elemento, um sistema de coordenadas  $s$ - $t$  local e não-ortogonal é definido. As coordenadas  $s$  e  $t$  variam de  $-1$  a  $1$ , e os nós são numerados de 1 a 4, Fig. (1).

O elemento é isoparamétrico, ou seja, todas as variáveis físicas e geométricas do problema são avaliadas em qualquer ponto interno ao elemento através da relação,

$$\Phi(s, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(s, t) \Phi_i \quad (3)$$

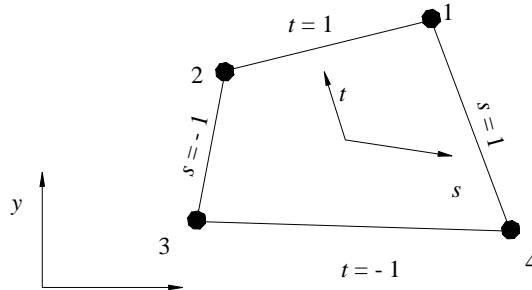


Fig. 1. Definição do elemento.

onde  $\Phi$  representa uma variável qualquer e os termos  $N_i$  correspondem às chamadas funções de forma, definidas por,

$$N_1(s, t) = \frac{1}{4}(1 + s)(1 + t) \quad (4)$$

$$N_2(s, t) = \frac{1}{4}(1 - s)(1 + t) \quad (5)$$

$$N_3(s, t) = \frac{1}{4}(1 - s)(1 - t) \quad (6)$$

$$N_4(s, t) = \frac{1}{4}(1 + s)(1 - t) \quad (7)$$

As derivadas de  $\Phi$  em relação a  $x$  e  $y$  são definidas a partir da Eq. (3),

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{(s, t)} = \sum_{i=1}^4 \left. \frac{\partial N_i}{\partial x} \right|_{(s, t)} \Phi_i \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{(s, t)} = \sum_{i=1}^4 \left. \frac{\partial N_i}{\partial y} \right|_{(s, t)} \Phi_i \quad (9)$$

onde,

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial s} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial s} - \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial t} \right) \quad (11)$$

sendo  $J$  o jacobiano definido por,

$$J = \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial s} \quad (12)$$

As expressões para as derivadas em relação a  $s$  e  $t$  das funções de forma são obtidas diretamente das Eqs. (5) a (8).

Um volume de controle é criado para cada nó, Fig. (2), utilizando as linhas  $s = 0$  e  $t = 0$  dos elementos que estão em volta do nó como as faces do volume de controle. Cada elemento então contém quatro quadrantes de quatro diferentes volumes de controle. Cada um desses quadrantes é denominado sub-volume de controle (SCV – “Sub-Control-Volume”) e estão ilustrados na Fig. (3).

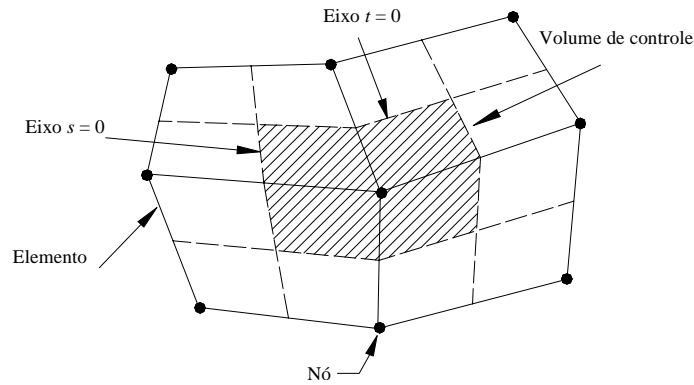


Fig. 2. Definição do volume de controle.

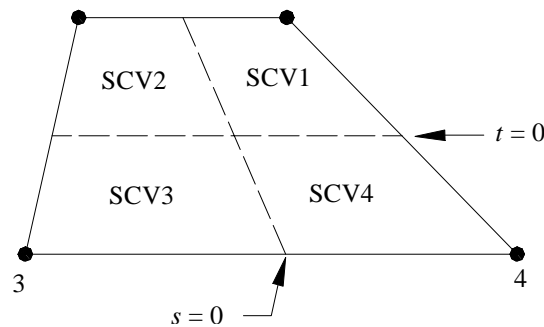


Fig. 3. Definição dos sub-volumes de controle.

O processo de discretização descrito resulta em volumes de controle internos definidos por oito segmentos de reta, dois em cada um dos quatro elementos que o “circundam” (quando a malha é estruturada). A obtenção das equações algébricas exige que integrações sejam realizadas sobre a superfície de controle. Estas integrais são avaliadas no ponto médio de cada segmento, os quais são denominados pontos de integração ou simplesmente *ip* (*integration point*), Fig. (4). Estes segmentos de reta serão referenciados como sub-superfícies (SS).

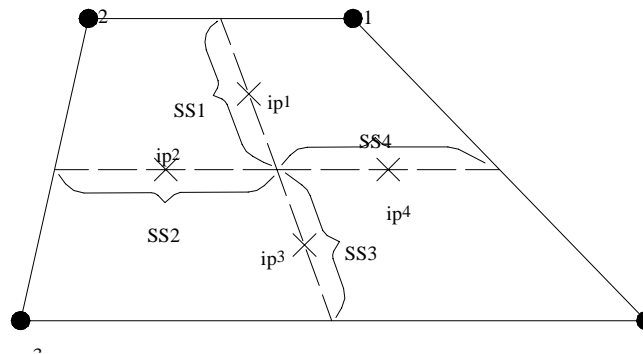


Fig. 4. Definição dos pontos de integração e das sub-superfícies de controle.

### 3.1.3 – Discretização das Equações Governantes

A discretização das equações de transporte é mostrada detalhadamente em Raw (1985). Uma breve descrição do tratamento da equação da conservação da quantidade de movimento em  $x$  é apresentada a seguir. No desenvolvimento que se segue, serão apresentados apenas os resultados referentes ao SCV1, mostrado na Fig. (3), o qual apresenta duas superfícies, SS1 e SS4, Fig. (4). Nas equações seguintes, foi adotada a seguinte convenção: variáveis maiúsculas representam valores nodais, minúsculas, referem-se aos pontos de integração. O primeiro sobrescrito indica a equação tratada ( $u$  para quantidade de momento em  $x$ , por exemplo), o segundo, a variável que o termo está multiplicando. Os sobrescritos  $t$ ,  $s$ ,  $c$  e  $d$  se referem, respectivamente, aos termos transiente, fonte, advectivo e difusivo. O subscrito  $i$  indica o sub-volume de controle e  $j$ , o nó ou ponto de integração, dependendo da grafia do coeficiente, se em letra maiúscula ou minúscula.

Integrando-se a Eq. (2) sobre um volume de controle, obtém-se,

$$\int_A \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) dA + \int_S (\rho u_j u_i) dn_j - \int_S \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_S p dn_i - \int_A s_{u_i} dA = 0 \quad (13)$$

onde  $i = 1$  corresponde à equação da quantidade de movimento em  $x$  e  $d\vec{n} = -dx\vec{i} + dy\vec{j}$  é o vetor normal à superfície de controle. Considerando-se o sub-volume de controle 1 SCV1, Fig. (3), tem-se,

$$\int_{SCV1} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dA \approx \rho J_1 \left( \frac{U_1 - U_1^0}{\Delta t} \right) \equiv \sum_{j=1}^4 A_{1,j}^{unt} U_j - B_1^{ut} \quad (14)$$

$$- \int_{SCV1} s_u dA \approx -s_u \Big|_{(1/2, 1/2)} J_1 \equiv -B_1^{us} \quad (15)$$

$$\int_{SS1 \& SS4} (\rho u_j u) dn_j \approx \rho u_1^* u_1 \Delta y_1 - \rho v_1^* u_1 \Delta x_1 + \rho u_4^* u_4 \Delta y_4 - \rho v_4^* u_4 \Delta x_4 \equiv \sum_{j=1}^4 a_{1,j}^{unc} u_j \quad (16)$$

O sobrescrito \* na Eq. (16) indica que o termo é avaliado na iteração anterior. Os fluxos convectivos e difusivos, para o SCV1, são avaliados nos pontos de integração 1 e 4, Fig. (4). Os termos difusivos são calculados como,

$$\begin{aligned} - \int_{SS1} \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dn_j &\approx -2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{ip1} \Delta y_1 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{ip1} \Delta x_1 \equiv \\ &-2\mu \left( \sum_{j=1}^4 \frac{\partial N_j}{\partial x} \Big|_{ip1} U_j \right) \Delta y_1 + \mu \left[ \sum_{j=1}^4 \left( \frac{\partial N_j}{\partial y} \Big|_{ip1} U_j + \frac{\partial N_j}{\partial x} \Big|_{ip1} V_j \right) \right] \Delta x_1 \end{aligned} \quad (17)$$

As contribuições de SS4 podem ser determinadas de modo semelhante, de modo que,

$$- \int_{SS1} \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dn_j \equiv \sum_{j=1}^4 A_{1,j}^{und} U_j + \sum_{j=1}^4 A_{1,j}^{uvd} V_j \quad (18)$$

O termo de pressão é escrito como,

$$\int_{SS1 \& SS4} p dn \approx p_1 \Delta y_1 + p_4 \Delta y_4 \equiv \sum_{j=1}^4 a_{1,j}^{upp} p_j \quad (19)$$

Finalmente, a partir das Eqs. (14) a (19), obtém-se a “equação” para o SCV, que de forma geral é dada por,

$$\sum_{j=1}^4 (A_{i,j}^{unt} + A_{i,j}^{und}) U_j + \sum_{j=1}^4 A_{i,j}^{uvd} V_j + \sum_{j=1}^4 a_{i,j}^{unc} u_j + \sum_{j=1}^4 a_{i,j}^{upp} p_j \doteq B_i^{ut} + B_i^{us} \quad (20)$$

que, na forma matricial,

$$[A^{unt} + A^{und}] \{U\} + [A^{uvd}] \{V\} + [a^{unc}] \{u\} + [a^{upp}] \{p\} \doteq \{B^{ut}\} + \{B^{us}\} \quad (21)$$

Os valores de  $u$  nos pontos de integração são avaliados empregando-se funções de interpolação completas, as quais correspondem ao análogo direto da equação diferencial referente à variável em

questão. Detalhes podem ser encontrados em Raw (1985) e Souza (2000). Em forma matricial, tem-se,

$$\{u\} = [CC^{uu}] \{U\} + [CC^{up}] \{P\} + \{RCC^u\} \quad (22)$$

A pressão nos ips é avaliada através das funções de forma, de modo que,

$$\{p\} = [CC^{pp}] \{P\} \quad (23)$$

onde  $CC_{i,j}^{pp} = N_j \big|_{ipi}$ . Substituindo-se as Eqs. (23) e (24) em (22), obtém-se, finalmente,

$$\begin{aligned} & [[A^{uu} + A^{ud}] + [a^{uc}] [CC^{uu}]] \{U\} + [A^{uvd}] \{V\} + \\ & [[a^{up}] [CC^{pp}] + [a^{uc}] [CC^{up}]] \{P\} = \{B^{ut}\} + \{B^{us}\} - [a^{uc}] \{RCC^u\} \end{aligned} \quad (24)$$

A equação anterior pode ser reescrita em uma forma mais compacta:

$$[E^{uu}] \{U\} + [E^{uv}] \{V\} + [E^{up}] \{P\} = \{R^u\} \quad (25)$$

Na equação matricial acima, cada linha representa a contribuição de um sub-volume de controle à correspondente equação do volume de controle nodal. Assim, a Eq. (21) não representa a equação para um simples volume, mas sim quatro contribuições para quatro equações diferentes. A equação final de cada volume é obtida através de um processo posterior de montagem, levando em consideração a contribuição de cada elemento.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme mencionado anteriormente, dois problemas clássicos em Mecânica dos Fluidos foram selecionados para se compararem as formulações segregada e acoplada. São eles o problema da cavidade recirculante e o do escoamento entre duas placas planas e paralelas. A Fig. (5) apresenta as geometrias e condições de contorno utilizadas.

O problema da cavidade foi resolvido para dois valores de número de Reynolds, 100 e 1000, baseado no comprimento da cavidade e na velocidade da tampa móvel (admitidas unitárias). O caso do escoamento entre placas planas e paralelas foi resolvido para  $Re = 20$ , baseado na distância entre as placas e na velocidade de entrada (também assumidas iguais à unidade). Todos os casos empregando-se formulação acoplada (método CVFEM) foram obtidos adotando-se o seguinte critério de convergência:  $\varepsilon_u$  e  $\varepsilon_p < 10^{-6}$ , onde,

$$\varepsilon_u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(U_i - U_i^0)^2 + (V_i - V_i^0)^2]}{\sum_{i=1}^N (U_i^2 + V_i^2)}} \quad ; \quad \varepsilon_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (P_i - P_i^0)^2}{\sum_{i=1}^N P_i^2}} \quad (26)$$

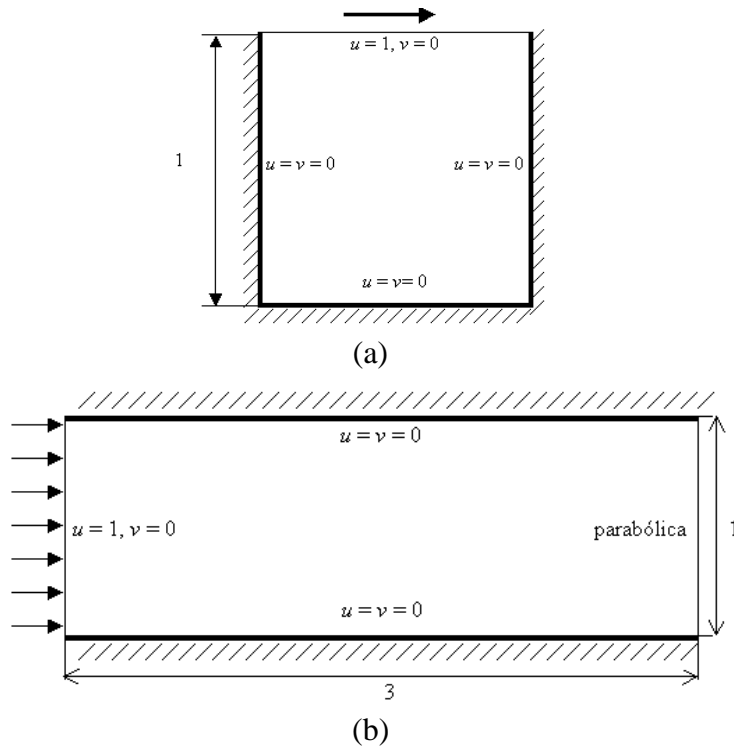


Fig. 5. Geometria e condições de contorno: (a) cavidade recirculante; (b) escoamento entre placas planas e paralelas.

Todas as soluções apresentadas a seguir foram obtidas empregando-se o método CVFEM, o PRIME, com função de interpolação WUDS e o SIMPLEC, com função de interpolação CDS. Detalhes das metodologias PRIME e SIMPLEC podem ser encontradas em Maliska (1995).

A Figura (6 a) apresenta o perfil de  $u$  ao longo da linha média da cavidade,  $x = \frac{1}{2}$ , para  $Re = 100$ , com malhas de  $11 \times 11$  e  $21 \times 21$  volumes. Observa-se claramente que em todos os casos houve uma excelente concordância com os resultados obtidos por Guia et al. (1982). O PRIME e o SIMPLEC apresentaram comportamento semelhante. Já a solução obtida com o método CVFEM (formulação acoplada) com a malha  $11 \times 11$  apresentou uma melhor concordância do que aquelas geradas pelas formulações segregadas, ficando muito mais próxima da solução benchmark. Isto se deve ao fato de que nesta metodologia, a ordem da discretização espacial ser aproximadamente de segunda ordem, Raw (1985). Deve ser observado que os métodos PRIME e SIMPLEC utilizam apenas quatro pontos vizinhos na discretização das equações de conservação.

A Figura (6 b) apresenta o perfil de  $u$  ao longo de  $x = \frac{1}{2}$  para  $Re = 1000$ . O PRIME com WUDS obteve resultados ruins para malhas mais grosseiras ( $31 \times 31$  e  $41 \times 41$  volumes), aproximando-se de modo razoável da solução benchmark apenas quando se empregou uma malha bastante fina, com  $101 \times 101$  volumes. Já o SIMPLEC com CDS teve um desempenho melhor, aproximando-se bastante da solução benchmark com uma malha de  $51 \times 51$  volumes. O melhor resultado foi obtido com a formulação acoplada: mesmo com uma malha de  $31 \times 31$  volumes já se observa nitidamente uma excelente concordância com a solução de referência.

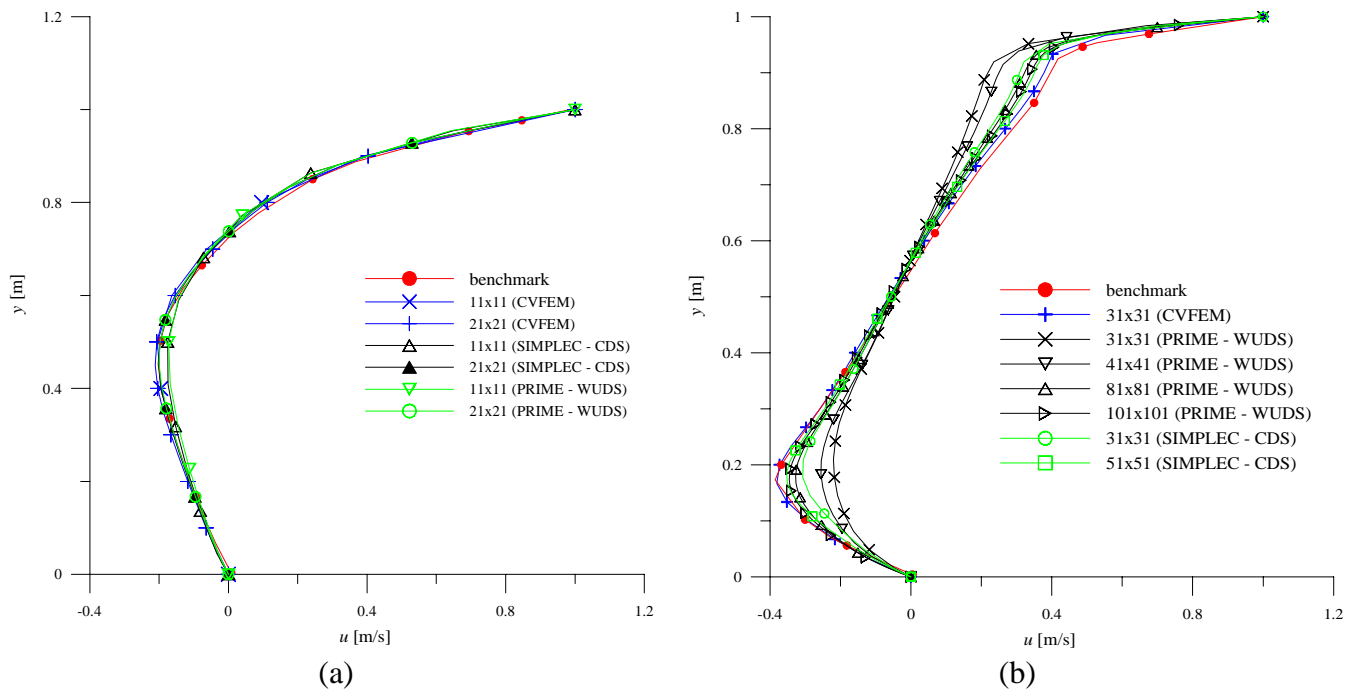


Fig. 6. Perfil de  $u$  em  $x = 1/2$ : (a) para  $Re = 100$ ; (b) para  $Re = 1000$ .

Com relação ao tempo de processamento, entretanto, os programas com a implementação das metodologias segregadas tiveram um desempenho muito superior àquele apresentado pelo código com o CVFEM. A exceção foi o PRIME com WUDS, para  $Re = 1000$ , o qual exigiu uma malha muito fina (101x101 volumes) para se obter uma solução razoável. Neste caso, o tempo de processamento foi de aproximadamente 5 horas e meia. O CVFEM, como precisou de uma malha de apenas 31x31 volumes, consumiu quase uma hora. Com essa mesma malha, obteve-se a solução com o SIMPLEC e o PRIME em menos de 30 segundos, uma diferença muito grande. Considerando-se a qualidade do resultado, o SIMPLEC obteve uma solução bastante razoável com uma malha de 51x51 volumes em aproximadamente 54 segundos.

Mesmo para  $Re = 100$ , os tempos de processamento exigidos pelo CVFEM foram muito superiores àqueles apresentados pelo SIMPLEC e o PRIME. A malha de 11x11 volumes precisou de 50 segundos para atingir a convergência, enquanto as formulações segregadas obtiveram o resultado em menos de 1 segundo. Com a malha de 21x21 volumes, a formulação acoplada precisou de quase 6 minutos, enquanto as segregadas aproximadamente 10 segundos. Os tempos de processamento para as várias malhas e formulações empregadas estão nas Tabs. (1) e (2).

Tabela 1. Tempo de processamento em segundos, problema da cavidade recirculante,  $Re = 100$ .

PRIME (WUDS)		SIMPLEC (CDS)		CVFEM	
11x11	21x21	11x11	21x21	11x11	21x21
~1	7	~1	7	50	354

Tabela 2. Tempo de processamento em segundos, problema da cavidade recirculante,  $Re = 1000$ .

PRIME (WUDS)				SIMPLEC (CDS)		CVFEM
31x31	41x41	81x81	101x101	31x31	51x51	31x31
30	180	5400	181800	25	54	3480

O problema do escoamento entre placas planas e paralelas foi resolvido para  $Re = 20$ , empregando-se o PRIME com função de interpolação WUDS e o CVFEM, ambos com uma malha de 31x11 volumes. Os perfis de  $u$  em  $x = 3$  m (saída) e em  $x = 2,8$  m são apresentados na Fig. (7). Observa-se que, para ambas as formulações, os resultados foram muito satisfatórios: o perfil de  $u$  se desenvolveu completamente. Do mesmo modo que aconteceu para o problema da cavidade, o CVFEM apresentou resultados melhores para a mesma malha. Com relação ao tempo de processamento, novamente se observou um desempenho muito superior da formulação segregada: o PRIME obteve a solução em menos de 5 segundos, enquanto o CVFEM precisou de quase 3 minutos.



Um fator importante que afeta diretamente os tempos de processamento é o fato de que a implementação do PRIME e do SIMPLEX utiliza alocação estática das variáveis, ou seja, toda a memória utilizada é definida e reservada pelo compilador antes da execução. Já a implementação do CVFEM usa extensivamente alocação dinâmica: durante a execução, em cada iteração, o programa localiza e reserva a quantidade de memória necessária, o que, logicamente, aumenta o tempo de processamento. Este fator pode ter sido uma das possíveis causas do desempenho inferior da metodologia acoplada. No entanto, deve-se ser salientado a qualidade da solução obtida, mesmo com malhas razoavelmente grosseiras.

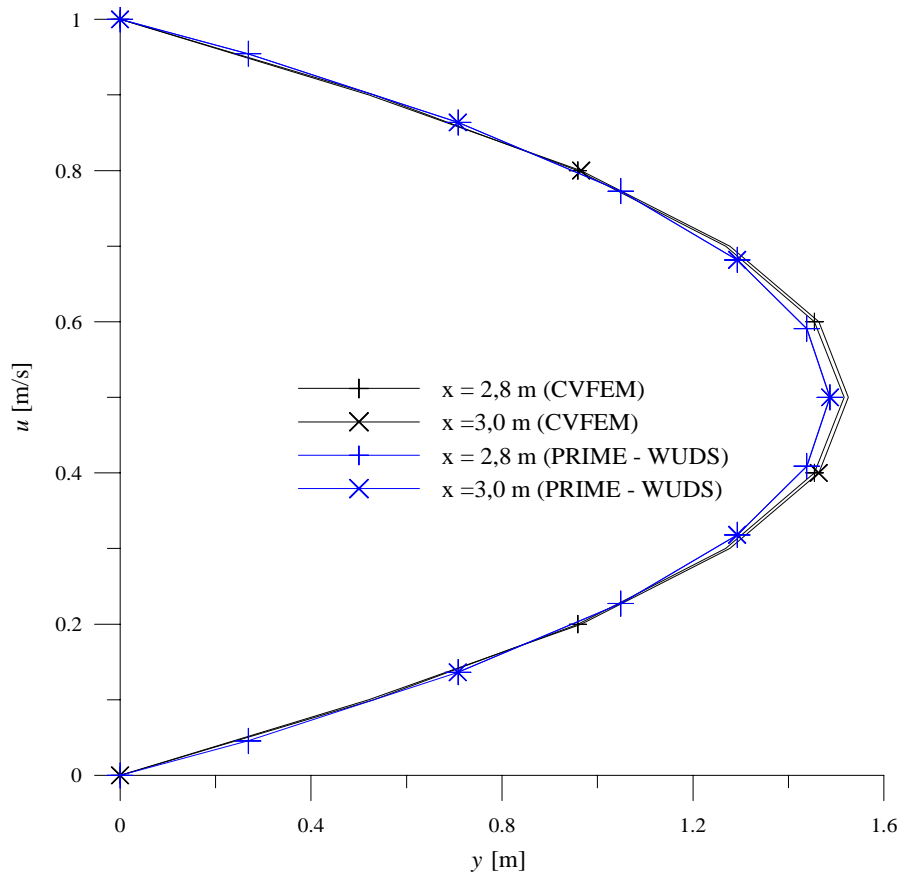


Fig. 7. Perfis de  $u$ , problema do escoamento entre placas planas e paralelas,  $Re = 20$ .

As dificuldades de cada metodologia devem ser também consideradas. Nos esquemas segregados, conforme mencionado anteriormente, existe um forte acoplamento entre o campo de pressão e o de velocidade. Como resultado, o tratamento das não-linearidades das equações de conservação se torna mais difícil, uma vez que se deve obter separadamente um campo de pressão que origine velocidades que satisfaçam por sua vez a equação da continuidade. O passo de tempo empregado, nestes esquemas, mesmo em problemas em regime permanente, passa a exercer uma grande influência no processo de convergência. De fato, o SIMPLEX apresenta severas restrições quanto ao máximo  $\Delta t$  que pode ser utilizado, Marcondes (1998). Por outro lado, os sistemas lineares resultantes demandam um menor esforço computacional, por iteração.

Nas metodologias acopladas como a descrita neste trabalho, obtém-se a convergência praticamente de forma independente do passo de tempo escolhido, mesmo em problemas fortemente convectivos. Entretanto, como as equações são resolvidas simultaneamente, o sistema linear resultante requer um esforço computacional considerável, fator que no passado limitava o uso de tais esquemas. O rápido desenvolvimento dos computadores digitais, ampliando a capacidade de processamento e de memória, tem tornado o uso de tais métodos uma alternativa cada vez mais atraente.

## 5. CONCLUSÕES

O presente trabalho comparou o desempenho de duas metodologias segregadas (PRIME e SIMPLEX) e uma totalmente acoplada baseada em elementos. Ambas as metodologias são baseadas no método dos volumes finitos e empregam o arranjo co-localizado de variáveis. Da comparação

dos resultados pode ser verificado que a metodologia acoplada produziu resultados satisfatórios com malhas razoavelmente grosseiras comparadas com aquelas das metodologias segregadas. Observou-se também que o SIMPLEC empregado o esquema CDS apresentou soluções comparadas às aquelas obtidas com a solução simultânea. Salienta-se no entanto, que os tempos da solução simultânea foram quase sempre superiores às aquelas obtidas com as duas metodologias segregadas. Deve-se ser destacado no entanto, que estas metodologias dependem grandemente do passo de tempo empregado, enquanto que a solução simultânea pode trabalhar com passos de tempo bastante elevados.

## 6. REFERÊNCIAS

- Ghia, U., Ghia, K. N. e Shin, C. T., High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, *Journal of Computational Physics*, v. 48, pp. 387-411, 1982.
- Marcondes, F., Coutinho, B. G. e Duarte, R. N. C., Algoritmos para o Acoplamento Pressão-Velocidade em Arranjo Co-Localizado, V CEM-NE98, Fortaleza, 1998.
- Maliska, C. R., 1995, “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”, LTC, Rio de Janeiro, Brasil.
- Patankar, S. V., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Hemisphere/McGraw-Hill, New York, pp. 96-100.
- Raw, M. J., *A new control-volume-based finite element procedure for the numerical solution of the fluid flow and scalar transport equations*, tese de doutorado, University of Waterloo, 1985.
- Raw, M. J. e Schneider, G. E., A skewed positive influence coefficient upwinding procedure for control-volume-based finite element convection-diffusion computation, *Num. Heat Transfer*, 9, 1-26, 1986.
- Souza, J. A., *Implementação de um método de volumes finitos com sistema de coordenadas locais para a solução acoplada das equações de Navier-Stokes*, dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.

## SOLUTIONS OF INCOMPRESSIBLE FLUID FLOW EMPLOYING COUPLED AND SEGREGATED ALGORITHMS

**André Luiz de Souza Araújo**

Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, [araujoals@yahoo.com](mailto:araujoals@yahoo.com)

**José Maurício Alves de Matos Gurgel**

Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa - PB, [gurgel@les.ufpb.br](mailto:gurgel@les.ufpb.br)

**Francisco Marcondes**

Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, [marconde@dem.ufc.br](mailto:marconde@dem.ufc.br)

**Abstract.** *Incompressible fluid flow can be treated by segregated or coupled algorithms. In the former one, momentum equations are used to evaluated velocities and continuity equation are employed to obtain pressure field. Nevertheless, segregated procedures produces a strong coupled between pressure and velocity fields, since it is necessary to obtain a pressure field that result in a velocity field that satisfy both momentum and continuity equations. There are several algorithms that solved the pressure and velocity coupling. To avoid the pressure and velocity coupling both equations can be solved simultaneously getting a linear system involving all the unknowns. One procedure is that solves velocity and pressure is the CVFEM (Control Volume Based Finite Element Method). The goal of present work is to compare the segregated algorithms (PRIME – Pressure Implicit and Momentum Explicit and SIMPLEC) with the coupled CVFEM. The results will be present in terms of CPU time and velocity profiles.*

**Key-words:** *Coupled and segregated algorithms, Element-Based-Finite-Volume Method, incompressible fluid flow.*