

# ESCOAMENTO LAMINAR EM CONTRAÇÃO SÚBITA COM INSERTO POROSO

**Reinaldo M. Orselli<sup>1</sup>**

**Marcelo J.S. De-Lemos<sup>2\*</sup>**

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

12228-900 - São José dos Campos - SP – Brasil

E-mail: <sup>1</sup>orselli@mec.ita.br, <sup>2</sup>delemos@mec.ita.br

\* Corresponding author

**Resumo.** A presente proposta tem como objetivo investigar a influência de uma inserção porosa no padrão do escoamento laminar, incompressível e monofásico ocorrendo em canais que apresentam uma contração súbita. Após a contração, ocorre a formação de recirculações nas bordas do canal que diminuem a área útil do escoamento, sendo a menor área útil conhecida como “vena contracta”. As equações que regem o escoamento são discretizadas pelo método de volume de controle e o método SIMPLE é utilizado no acoplamento pressão-velocidade. Para a validação numérica, são feitas simulações sem a inserção porosa para que se seja possível comparar os resultados com experimentos existentes na literatura e com códigos numéricos comerciais de mecânica dos fluidos. Posteriormente, são feitos cálculos numéricos com uma inserção porosa e então são comparadas as perdas de carga localizada no duto em relação ao caso sem o inserto poroso. No meio poroso, são empregadas as equações macroscópicas de conservação de massa e momentum baseadas no conceito da dupla decomposição apresentada por Pedras & de Lemos (2000).

**Palavras-chave:** escoamento laminar, meio poroso, solução numérica, contração súbita.

## 1 INTRODUÇÃO

Em função da ampla aplicação envolvendo o escoamento de fluidos em canais contendo inserção porosa, em diversos setores da indústria e da ciência, observou-se, nas últimas décadas, um interesse crescente de vários pesquisadores no sentido de se descrever este tipo de escoamento. Sistemas de engenharia aplicados à prospecção de petróleo, filtros, escoamento sobre florestas e plantações e resfriamento de componentes eletrônicos são alguns exemplos de escoamentos através de uma estrutura porosa.

Este trabalho propõe o estudo de canais que sofrem uma súbita contração em escoamento laminar. Essa contração gera um estrangulamento do escoamento à jusante da contração, fazendo surgir o que se conhece na literatura como “vena contracta”. A “vena contracta” é definida como a seção no qual a área efetiva (útil) de passagem de fluido é a menor (seção  $A_c$ ), como mostra a Fig. (2a). Isto ocorre devido a uma recirculação nas suas bordas que na prática diminui a área de passagem do fluido.

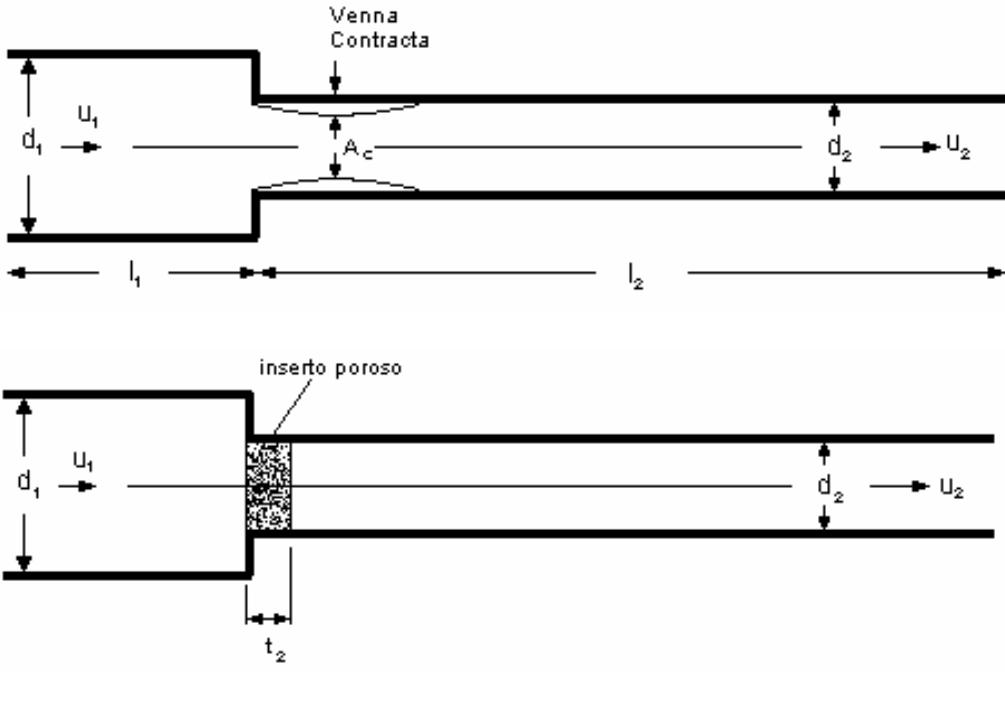


Figura 1: Desenho esquemático do canal. a) “vena contracta”, b) Inserto poroso

O surgimento da “vena contracta” aparece em várias situações na indústria tais como em válvulas, medidores de vazão, tubos venturi e tubulações industriais em geral. Um dos problemas é que, devido à “vena contracta”, ocorre uma perda de carga localizada ainda maior no escoamento (principalmente na expansão depois de  $A_c$ ). Assim, a proposta deste trabalho é estudar o fenômeno utilizando a ferramenta da mecânica dos fluidos computacional. Após este estudo, pretende-se verificar, numericamente, a influência do inserto poroso na perda de carga localizada no canal. A Fig. (1b) mostra um esboço do inserto poroso no canal.

Nas Fig. (2a) e (2b), no que se refere aos canais,  $u_1$  e  $u_2$  são suas velocidades médias,  $l_1$  e  $l_2$  são seus comprimentos,  $d_1$  e  $d_2$  ou  $2r_1$  e  $2r_2$  são seus diâmetros e  $t_1$  e  $t_2$  são as espessuras do inserto poroso. Os índices 1 e 2 representam a entrada e saída do canal, respectivamente.

Além das aplicações industriais, o fato de uma contração súbita ter sido escolhida se deve muito ao trabalho feito por Assato *et al.* (2003).

Assato *et al.* (2003) realizaram um cálculo numérico em escoamento turbulento de um canal que sofre uma expansão abrupta. Na entrada deste canal foi colocado um inserto poroso. Os cálculos no inserto poroso basearam-se nos modelos apresentados por Pedras & de Lemos (2000).

Este trabalho tem como objetivo investigar a influência de uma inserção porosa no padrão do escoamento laminar (regime permanente) em uma contração súbita. Para isto, é feita uma simulação numérica em um duto circular que sofre uma contração súbita. O fluido é incompressível e monofásico. Os resultados dos cálculos numéricos são comparados com os experimentais disponíveis na literatura e com um software comercial de mecânica dos fluidos computacional. Posteriormente, um inserto poroso homogêneo, indeformável, saturado, isotrópico e imerso em um fluido monofásico é colocado logo depois da contração. O inserto poroso será simulado numericamente utilizando-se o modelo, para meios porosos, apresentado por Pedras & de Lemos (2000) que emprega as equações macroscópicas de conservação de massa e momentum baseadas no conceito da dupla decomposição. Em seguida, o novo comportamento do escoamento é analisado para comparar a perda de carga singular total do duto em relação ao caso sem inserto poroso.

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Alguns conceitos básicos relacionados ao escoamento em meios porosos como: média intrínseca volumétrica e temporal, flutuação espacial e temporal, o teorema da média volumétrica local (TMVL), definições de equações microscópicas, equações macroscópicas, o conceito de dupla decomposição (flutuação temporal e desvio espacial) são apresentados nos trabalhos de Pedras & de Lemos (2000).

No meio poroso, termos adicionais aparecem nas equações macroscópicas os quais precisam ser determinados. Estes termos são, então, ajustados através dos resultados numéricos do escoamento microscópico conforme descrito em Pedras & de Lemos (2001c).

As equações que governam o escoamento do fluido em meio poroso (admitindo escoamento laminar, regime permanente e sem os efeitos da gravidade) têm a seguinte forma geral:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_D = 0 \quad (1)$$

$$r \nabla \cdot \frac{\mathbf{u}_D \mathbf{u}_D}{f} = -\nabla f \langle p \rangle^i + m \nabla^2 \mathbf{u}_D - \left[ \frac{mf}{K} \mathbf{u}_D + \frac{c_F f r}{\sqrt{K}} |\mathbf{u}_D| \mathbf{u}_D \right] \quad (2)$$

Elas são válidas tanto para o meio limpo quanto para a região porosa, dependendo dos valores da porosidade  $f$  (que é definida como a razão entre o volume ocupado pela fase líquida,  $\Delta V_f$  e o volume total da volume da fase sólida mais volume da fase líquida,  $\Delta V$ ) e da permeabilidade  $K$  do meio (que pode ser entendida como a facilidade com o que o escoamento atravessa o meio poroso).

Nas Eq. (1) e (2),  $\langle p \rangle^i$  é a média intrínseca da pressão no fluido,  $u_D$  é a velocidade média superficial ou velocidade de Darcy e  $m$  é a viscosidade do fluido. A Eq. (1) é a equação da conservação da massa e a Eq. (2) da quantidade de movimento. O terceiro e o quarto termos à direita da Eq. (2) são os termos de Darcy e o de Forchheimer, respectivamente, onde  $c_F$  é o coeficiente de Forchheimer.  $m$  é a viscosidade do fluido. Como mencionado, as Eq. (1) e (2) reproduzem as equações para meio limpo quando  $f$  tende a 1 e  $K$  tende a infinito.

As equações acima são baseadas nos desenvolvimentos apresentados por de Lemos & Pedras (2001) e Pedras & de Lemos (2000) que assumem escoamento monofásico num meio poroso indeformável (volume ocupado pela fase líquida ( $\Delta V_f$ ) independente do tempo) para o qual a operação de média volumétrica comuta com a temporal.

### 2.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como condições de contorno um perfil de velocidades desenvolvido foi imposto na entrada do duto e na saída uma condição de fluxo difusivo de ( $\mathbf{I}$ ) nulo, isto é,  $\text{div}(\text{grad} \mathbf{I}) = 0$ . No qual,  $\mathbf{I}$  pode ser a velocidade ou a pressão. A pressão relativa é sempre admitida nula na saída. Nas paredes as velocidades são consideradas nulas.

### 3 MÉTODO NUMÉRICO

As Equações (1) e (2) são discretizadas para um domínio bidimensional, em coordenadas generalizadas, envolvendo ambos os meios limpo e poroso. O método de volumes finitos é empregado na discretização e, para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade, o algoritmo SIMPLE é utilizado (Patankar (1980)). Para as funções de interpolação é utilizado um esquema UPWIND de 1<sup>a</sup> ordem.

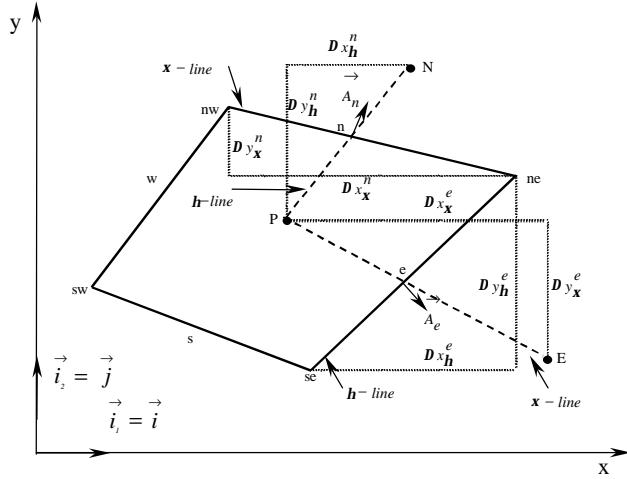


Figura 2: Volume de controle e sua discretização em coordenadas generalizadas.

A Fig. (2) apresenta um volume de controle típico juntamente com o sistema de coordenadas generalizadas,  $\mathbf{h} - \mathbf{x}$ . A forma geral discretizada da equação de conservação bidimensional de uma propriedade qualquer  $\mathbf{j}$  (tensor de qualquer ordem), em regime permanente, pode ser dada por:

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_j \quad (3)$$

onde  $I_e$ ,  $I_w$ ,  $I_n$  e  $I_s$  representam respectivamente os fluxos de  $j$  nas faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle e  $S_j$  o seu termo fonte.

Sempre que o termo fonte for dependente de  $\langle \mathbf{j} \rangle^i$  será linearizado da seguinte forma:

$$S_j \approx S_j^{**} \langle \mathbf{j} \rangle_p^i + S_j^* \quad (4)$$

Os termos fonte nas equações de momentum para a direção  $x$  são dados por:

$$S^{*x} = \left(S_e^{*x}\right)_P - \left(S_w^{*x}\right)_P + \left(S_n^{*x}\right)_P - \left(S_s^{*x}\right)_P + S_P^* \quad (5)$$

e

$$S^{**x} = S_f^{**} \quad (6)$$

onde  $S^{*x}$  é a parte difusiva tratada de forma explícita. O termo  $S^{**x}$  na equação para o meio poroso é composto pelo coeficiente do termo de Darcy na direção  $x$ .

## 4 RESULTADOS PRELIMINARES

A geometria a ser estudada é de um duto circular que sofre uma contração súbita em que  $RA=0,1$ ,  $RA$  é razão entre as áreas das seções de saída ( $A_2$ ) e entrada ( $A_1$ ). O escoamento é laminar com número de Reynolds de 500 baseado no diâmetro do duto de saída ( $d_2$ ) como mostrado abaixo:

$$Re = \frac{\bar{u}_2 * d_2}{\eta} \quad (7)$$

Acima  $\eta$  é a viscosidade cinemática e  $\bar{u}_2$  é a velocidade média no duto de saída.



Figura 3. Esboço geral da malha (7350 volumes de controle)

Na Fig (3) se observa uma malha estruturada ortogonal axi-simétrica bidimensional com 75 x 50 volumes de controle no duto de entrada e 225x16 no duto de saída, totalizando 7350 volumes de controle. Existe um forte fator de concentração na direção das paredes principalmente na região da “vena contracta”.

Primeiramente é feito um cálculo em meio limpo e a perda de carga localizada foi comparada com a literatura.

Pode-se definir a perda de carga localizada ( $h_c$ ) como (Streeter & Wylie (1982)) :

$$h_c = k_c \frac{(\bar{u}_2)^2}{2g} \quad (8)$$

Acima  $k_c$  é o coeficiente de perda de carga por contração (valor adimensional). Este valor de  $k_c$  inclui as perdas de carga distribuídas na região de influência da contração súbita. Isto é, as linhas de energia à jusante e à montante não são prolongadas até a linha onde ocorre a redução abrupta dos diâmetros.

Em Idelcik (1960) os valores experimentais de  $k_c$  estão em função do número de Reynolds para diversas geometrias em escoamento laminar. Pela referência, para  $Re=500$  tem-se  $k_c=0,82$ .

Primeiramente, a influência da malha é verificada com a construção de duas malhas adicionais : uma duas vezes menos refinada (3675 volumes de controle, 75x25 no duto de entrada e 225x8 no duto de saída) e outra duas vezes mais refinada (14700 volumes de controle, 75x100 no duto de entrada e 225x32 no duto de saída). Os resultados das três malhas utilizando uma ferramenta comercial de mecânica dos fluidos computacional foram : 3675 volumes  $k_c=0,86$ , 7350 volumes  $k_c=0,82$  e 14700 volumes  $k_c=0,82$ . Assim pode-se concluir que a malha com 7350 volumes é suficientemente refinada para o cálculo de  $k_c$ .

Para uma segunda etapa, a mesma malha feita no código comercial é utilizada no programa numérico desenvolvido no laboratório de Computação em Fenômenos de Transporte (LCFT). Este software calcula o escoamento em meios porosos de acordo com a metodologia de Pedras & de Lemos (2000). Então, a presente simulação e o código comercial são comparados em meio limpo para validá-la. Com a Fig. (4) pode-se comparar a perda de carga calculada pelo código comercial e a simulação presente.

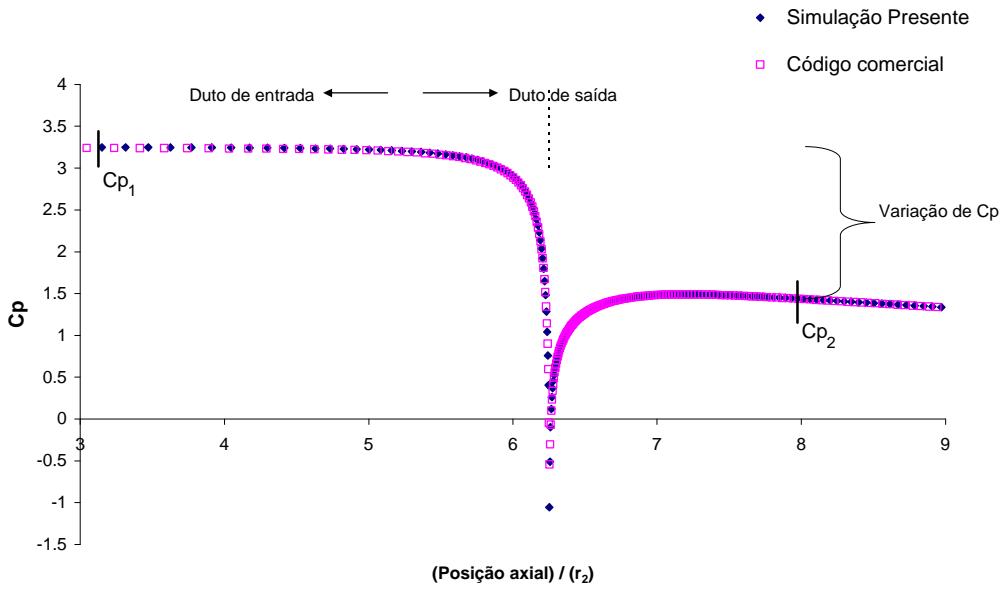


Figura 4. Comparaçāo de Cp ao longo da direção axial com  $r/(r_2) = 0,998$  ,  $r$  é a posição radial

Na Fig. (4), Cp é o coeficiente de pressāo, que é definido como:

$$Cp = \frac{p_a - p_b}{0,5r\bar{u}_2^2} \quad (9)$$

$P_b$  é a pressāo relativa de saída, adotada como nula.  $P_a$  é a pressāo de um ponto qualquer considerado. Assim de acordo com a definição de  $k_c$  e Cp e após alguma manipulação algébrica chega-se ao valor de  $k_c$  :

$$k_c = (Cp_1 - Cp_2) + \left(\frac{\bar{u}_1^2}{\bar{u}_2^2}\right) - 1 \quad (10)$$

O índice 1 se refere ao duto de entrada e o índice 2 ao duto de saída. Os pontos onde são medidos os valores de  $Cp_1$  e  $Cp_2$  devem estar o mais próximo possível da contração súbita no entanto eles devem estar fora da região de influência da contração súbita. Pela conservação da massa e como  $A_2/A_1=0,1$  verifica-se que  $\left(\frac{\bar{u}_1^2}{\bar{u}_2^2}\right)=0,01$  . Assim, pode-se desprezar o valor de  $\left(\frac{\bar{u}_1^2}{\bar{u}_2^2}\right)$  .

Então pela Fig.(4) :

$$k_c = (Cp_1 - Cp_2) - 1 = (3,25 - 1,43) - 1 = 0,82$$

Como já mencionado, o resultado do código comercial é o mesmo que o experimental no que se refere ao valor de  $k_c$ . E na Fig. (4) observa-se que a variação de Cp é a mesma tanto para a simulação presente como para o código comercial. Então, pode-se concluir que os presentes resultados estão validados, isto é, o seu valor de  $k_c$  é também o mesmo que o experimental.

## 5 RESULTADOS FINAIS E DISCUSSÃO

Com a validação do cálculo numérico para meio limpo pode-se calcular o escoamento com a inserção do meio poroso logo após a contração súbita. A malha é mantida a mesma para todos os cálculos. Três permeabilidades ( $K$ ), sempre em  $m^2$ , e duas espessuras( $t_2$ ) diferentes são utilizadas nos cálculos. O número de Reynolds (Re) é sempre 500 e a porosidade ( $f$ )é sempre 0,99. Em todos os gráficos abaixo a posição radial ( $R$ ) é fixada e varia-se a posição axial. O raio do duto de saída é chamado de  $R$  saída.

Pelas Fig. (5) e (6) constata-se que a perda de carga aumenta a medida em que a permeabilidade diminui. E, também que, quanto maior a espessura do meio poroso maior é a sua perda de carga.

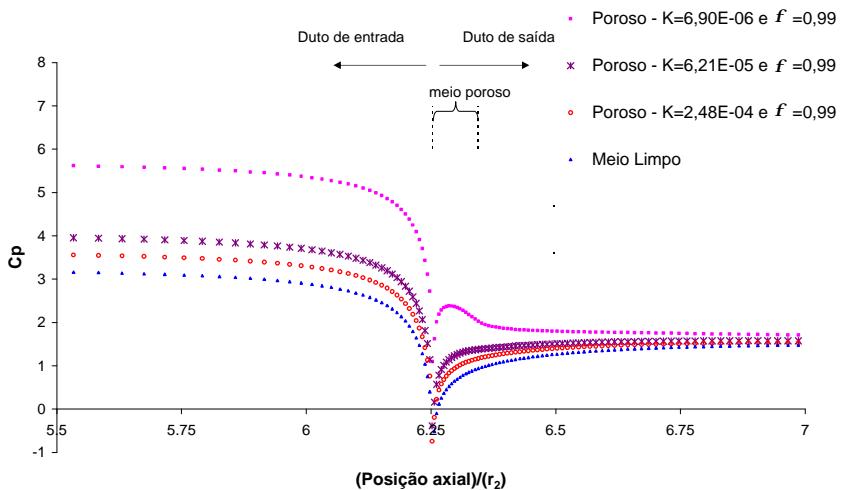


Figura 5. Comparação Cp meio limpo e poroso -  $r/(r_2) = 0,998$  -  $Re = 500$  -  $(t_2)/(r_2) = 0,10$

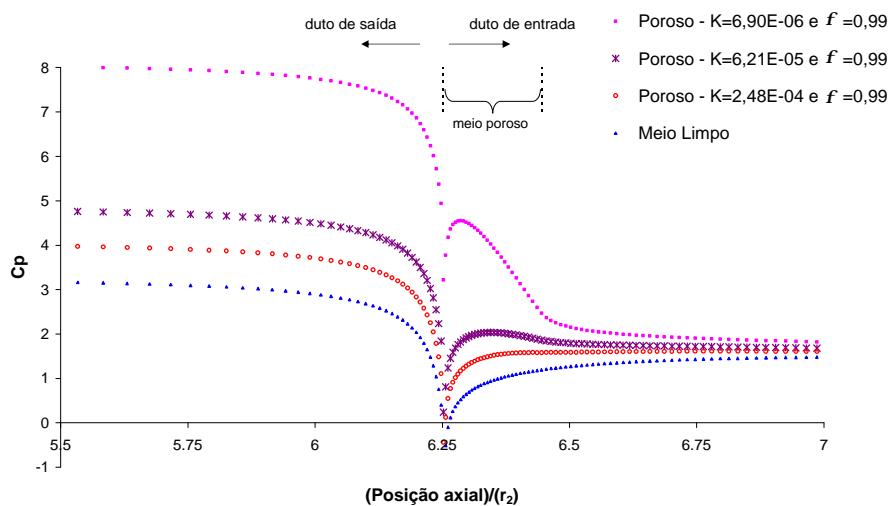


Figura 6. Comparação Cp meio limpo e poroso -  $r/(r_2) = 0,998$  -  $Re = 500$  -  $(t_2)/(r_2) = 0,20$

O intuito das Fig. (7) e (8) é mostrar que todas as inserções porosas eliminam as velocidades negativas (presentes apenas no meio limpo), isto é, a inserção porosa não permite a formação de recirculações (“vena contracta”) logo após a contração na borda do duto de saída.

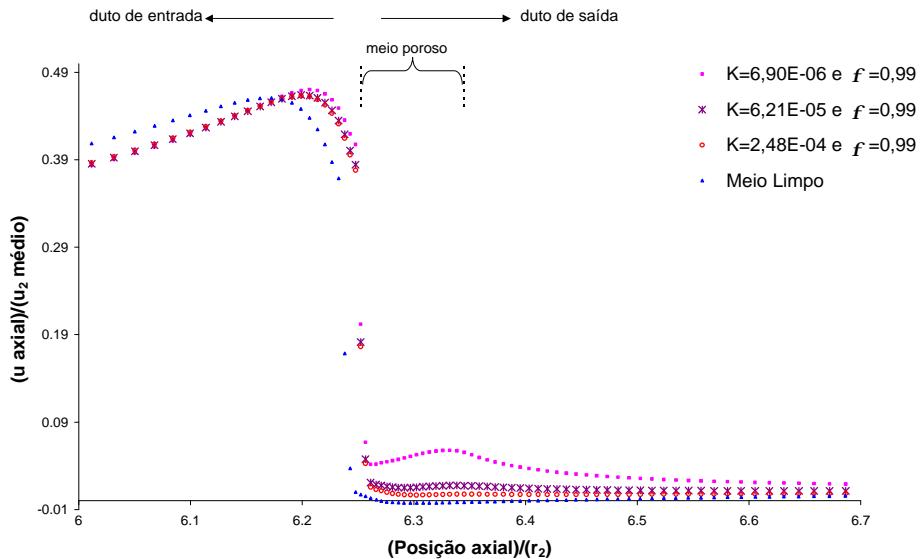


Figura 7. Comparação da velocidade axial -  $r/(r_2) = 0,998$  -  $Re = 500$  -  $(t_2)/(r_2) = 0,10$

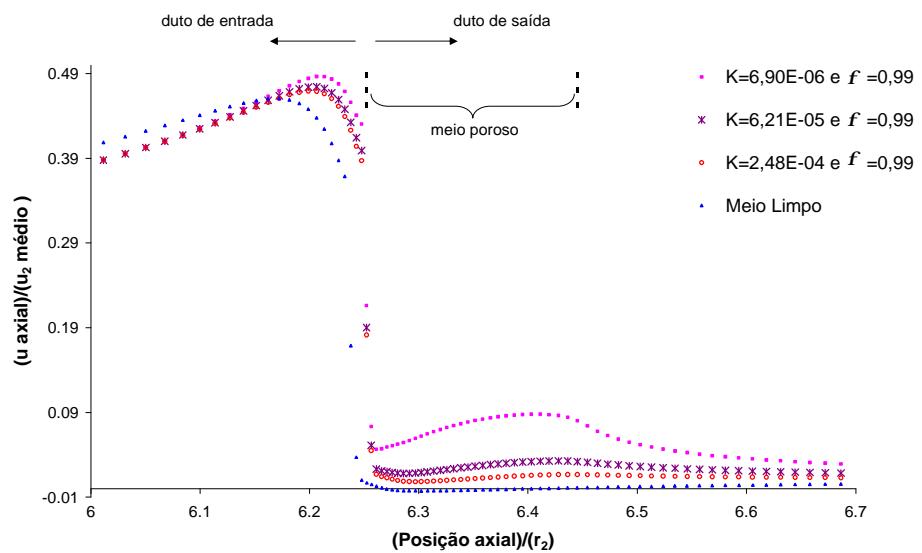


Figura 8. Comparação da velocidade axial -  $r/(r_2) = 0,998$  -  $Re = 500$  -  $(t_2)/(r_2) = 0,20$

Nas Fig. (9) e (10), as velocidades para  $Re=2000$  (resultado numérico do código comercial) foram colocadas apenas para mostrar que com  $Re=500$  praticamente não existe aceleração e desaceleração do escoamento no eixo de simetria do duto.

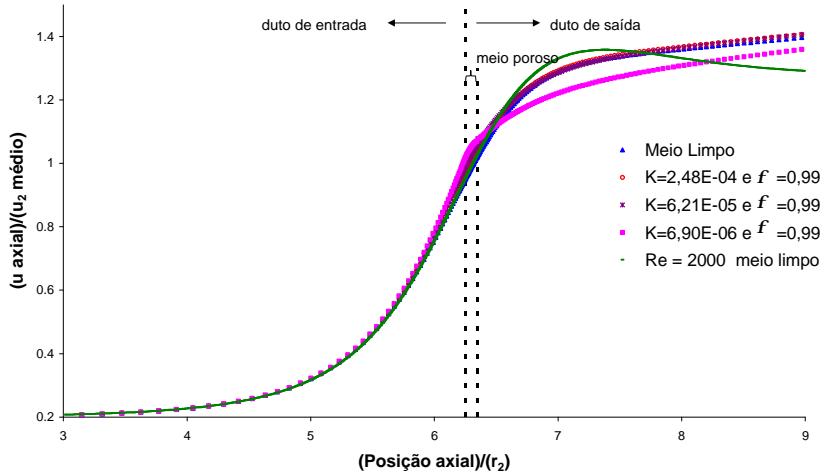


Figura 9. Comparação da velocidade axial -  $r = 0$  (eixo de simetria) -  $Re = 500$  -  $(t_2)/(r_2) = 0,10$

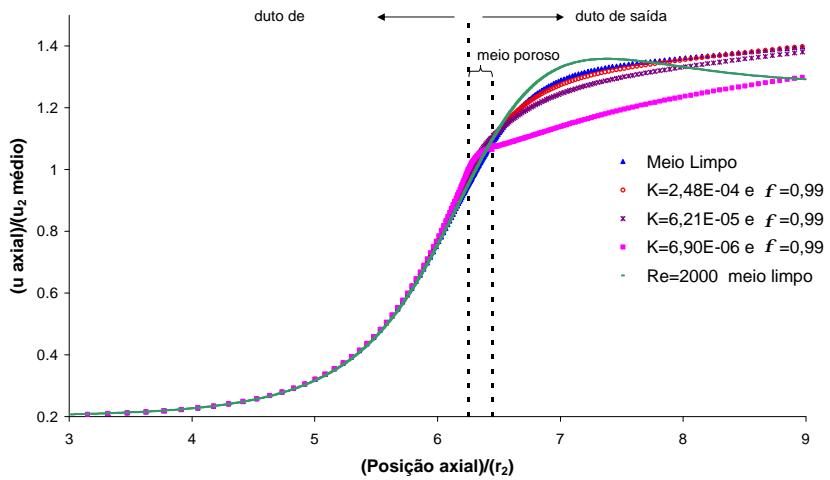


Figura 10. Comparação da velocidade axial -  $r = 0$  (eixo de simetria) -  $Re = 500$  -  $(t_2)/(r_2) = 0,20$

## 6 CONCLUSÃO

Através dos resultados obtidos, constatou-se que a inserção porosa elimina a recirculação nas bordas do duto logo após a contração súbita (“vena contracta”) porém a perda de carga localizada é sempre maior. Isto já era esperado pois se trata de um escoamento laminar no qual os efeitos da “vena contracta” são bastante reduzidos. Para uma próxima etapa, os autores irão analisar a inserção porosa na contração súbita na região do escoamento turbulento. Neste caso, como a influência da “vena contracta” na perda de carga é maior, será verificado se é possível diminuir a perda de carga com uma inserção porosa.

## 7 AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos à FAPESP e ao CNPq pelo apoio dado ao presente projeto.

## 8 REFERÊNCIAS

- Assato, A., M., Pedras, M.H.J. & de Lemos, M.J.S., 2003, "Numerical solution of turbulent flow past a backward-facing-step with a porous insert using linear and non-linear  $k-\epsilon$  models", Journal of Porous Media, no prelo.
- de Lemos, M.J.S. & Pedras, M.H.J., 2001, "Recent Mathematical Models For Turbulent Flow In Saturated Rigid Porous Media", Journal of Fluids Engineering, vol.123, pp.935-940.
- Idelcik, I.E., 1960, "Memento des Pertes de Charges", Editeur Paris.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Mc-Graw Hill.
- Pedras, M.H.J. & de Lemos, M.J.S., 2000, "On the definition of turbulent kinetic energy for flow in porous media", International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 27 (2), pp. 211-220.
- Pedras, M.H.J. & de Lemos, M.J.S., 2001a, "Macroscopic Turbulence Modeling for Incompressible Flow Through Undefornable Porous Media", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, n. 6, pp. 1081-1093.
- Pedras, M.H.J. & de Lemos, M.J.S., 2001b, "Simulation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and a Low Re Two-Equation Closure", Numerical Heat Transfer - Part A Applications, vol. 39, n. 1, pp. 35-59.
- Pedras, M.H.J. & de Lemos, M.J.S., 2001c, "On the mathematical description and simulation of turbulent flow in a porous media formed by an array of elliptic rods", Journal of Fluids Engineering, vol.123, n.4, pp.941-947.
- Pedras, M.H.J. & de Lemos, M.J.S., 2003, "Computation of turbulent flow in porous media using a Low Reynolds  $k-\epsilon$  model and an infinite array of transversally-displaced elliptic rods", Numerical Heat Transfer - Part A Applications, vol. 43, n. 6, pp. 585-602.
- Streeter, V.L. & Wylie, E.B. ,1982, "Mecânica dos Fluidos", McGraw-Hill, S.Paulo, Brasil.

## SUDDEN CONTRACTION LAMINAR FLOW WITH A POROUS INSERT

**Abstract.** *The purpose of this paper is to investigate the influence of a porous insert in a one phase incompressible laminar pipe flow which suffers a sudden contraction. Sooner after the sudden contraction some vortices are noticed in the pipe borders. These vortices diminish the real flow area and its shorter real area is called "vena contracta". These equations are discretized by the control volume method and the resultant algebraic system equations are solved by the SIMPLE method. The numerical calculation will be performed by software developed at ITA Institute, in the computer transport phenomena laboratory (LCFT). For a initial validation, some simulations will be carried out without the porous insert and they will be compared with experimental results and also with a commercial CFD code. Afterwards, the porous insert will be introduced in the numerical simulations, and so, the new flow losses will be calculated and compared with the previous case, that is, without the porous insert. Inside the porous media, the movement and mass continuity macroscopic equations will be used based on the double decomposition concept presented by Pedras & de Lemos (2000).*

**Keywords:** Laminar Flow, Porous Media, Numerical Solution, Sudden Contraction