

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO EM TORNO DE DOIS CILINDROS EM ARRANJO TANDEM ATRAVÉS DO MÉTODO DE VÓRTICES

André Mariano Soares Cunha

UFRN – Centro de Tecnologia – Departamento de Engenharia Mecânica - Campus Universitário – Lagoa Nova Natal/RN Brasil – cep 59072-970 - andre_mariano@pop.com.br

Zenaide Alves de Araújo

UFRN – Centro de Tecnologia – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Campus Universitário – Lagoa Nova Natal/RN – Brasil – cep 59072-970 - zenaide@dem.ufrn.br

Miguel Hiroo Hirata

EFEI – IEM – Departamento de Engenharia Mecânica - Av. BPS, 1303 – caixa postal 50 – Itajubá/MG – Brasil – cep 37500-903 - hirata@iem.efei.br

José Eugênio Rios Ricci

EFEI – IEM – Departamento de Engenharia Mecânica - Av. BPS, 1303 – caixa postal 50 – Itajubá/MG – Brasil – cep 37500-903 - ricci@iem.efei.br

Resumo. *A análise do escoamento de um fluido em torno de arranjos de cilindros apresenta diversas aplicações práticas na engenharia, como em "risers" das plataformas marítimas utilizadas para a exploração e produção de petróleo e gás, no escoamento dentro de trocadores de calor, entre outras. Neste trabalho faz-se uma simulação computacional do escoamento em torno de dois cilindros em arranjo tandem, onde um cilindro encontra-se na esteira do outro, utilizando-se, para a simulação dos corpos, o Método dos Painéis com distribuição de fontes de densidade constante, e uma formulação lagrangeana com o Método de Vórtices para representar os efeitos viscosos. No Método de Vórtices utilizam-se vórtices de Lamb, que são convectados por esquemas de primeira e segunda ordem. A difusão dos mesmos é feita através do método do avanço Randômico. O valor do número de Reynolds utilizado para o trabalho é da ordem de 10^5 e desprezam-se os efeitos de compressibilidade. As cargas aerodinâmicas são calculadas por integração da pressão nas superfícies dos corpos. Os coeficientes de sustentação e de arrasto são apresentados e discutidos, assim como as esteiras obtidas nas diversas configurações realizadas, onde são variadas as configurações entre os cilindros.*

Palavras-chave: *método de vórtices, método de painéis, corpo rombudo.*

1. INTRODUÇÃO

A análise de escoamentos em torno de dois cilindros, onde um encontra-se na esteira do outro possui importância devido às suas aplicações práticas na engenharia. Citam-se os "risers" e outras estruturas tubulares utilizados na exploração de petróleo e gás em plataformas marítimas, o escoamento dentro de trocadores de calor, entre outras.

Esta pesquisa tem por objetivo a análise do escoamento externo em torno de cilindros utilizando para tal o Método de Vórtices. Utilizou-se neste trabalho o arranjo de dois cilindros em arranjo tandem, onde um cilindro encontra-se na esteira do outro. O número de Reynolds utilizado nas simulações foi de 1×10^5 , valor compatível para a maioria das aplicações da engenharia.

2. MODELO MATEMÁTICO

Inicia-se a análise considerando o escoamento em torno de dois cilindros em arranjo tandem, onde um está situado na esteira do outro. Assume-se que o fluido é newtoniano, homogêneo, com propriedades constantes e que o escoamento é uniforme, incompressível e possui velocidade incidente igual a U . As perturbações do escoamento são devidas unicamente à presença dos corpos, como pode-se visualizar em duas dimensões na Fig. (1).

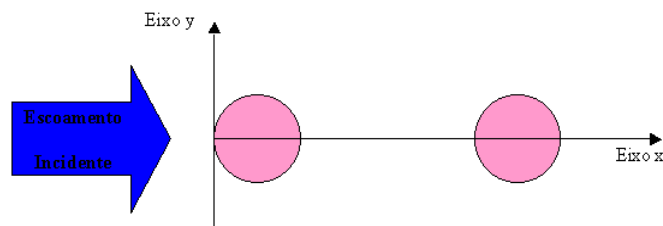


Figura 1. Escoamento em duas dimensões para dois cilindros em arranjo Tandem.

O escoamento descrito é governado pelas equações de conservação de massa (equação da continuidade) e conservação da quantidade de movimento (equações de Navier-Stokes). Na utilização destas equações surge uma dificuldade representada pela presença do termo pressão nas equações de Navier-Stokes. Esta dificuldade é contornada tomando-se o rotacional de ambos os lados da Equação da conservação da quantidade de movimento e utilizando-se a equação da continuidade. O resultado é expresso na forma da equação de transporte da vorticidade (Chorin, 1973), Eq. (1), onde ω representa a única componente não nula do vetor vorticidade e Re é o número de Reynolds:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (1)$$

Para o escoamento em questão faz-se necessário impor as condições de aderência na superfície dos corpos. Essas condições são representadas pelas condições de impenetrabilidade e escorregamento nulo que são dadas, respectivamente pela Eq. (2) e Eq. (3):

$$u_n = u \cdot n = 0 \quad u_\tau = u \cdot \tau = 0 \quad (2) \text{ e } (3)$$

Onde u_n é a componente da velocidade na direção normal à superfície do corpo, n é o vetor unitário normal a esta superfície, u_τ é a componente da velocidade na direção tangente à superfície do corpo e τ é o vetor unitário tangente à superfície.

2.1. Método de solução do problema - Método dos Vórtices

O método adotado para a resolução do problema proposto é o Método dos Vórtices (Hirata, 2000). Este método se caracteriza por utilizar uma descrição lagrangeana na simulação do escoamento. Dessa

forma, permite que as condições de contorno no limite do escoamento sejam satisfeitas com maior exatidão, em virtude de marchar no tempo e, a cada instante atualizar a posição dos vórtices. Portanto, não há necessidade de se estabelecer um domínio de solução. Este método adota um algoritmo que separa os fenômenos de convecção e difusão da vorticidade. A essência do método é vista a seguir.

2.1.1. Separação dos efeitos viscosos

Observa-se que o lado esquerdo da Eq.(1) descreve os processos de convecção da vorticidade, enquanto que as informações necessárias para descrever a sua difusão são encontrados no lado direito. Dessa forma, em um mesmo intervalo de tempo, a convecção e a difusão são governadas, respectivamente, por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \cdot \nabla \omega = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4) \text{ e } (5)$$

2.1.2. Convecção da vorticidade

De acordo com a Eq.(4), a vorticidade é transportada por convecção como se fosse uma partícula de fluido, fato já reconhecido por Helmholtz (1858). Assim, a trajetória de cada elemento de vorticidade é definida pela equação diferencial:

$$\frac{dx_p}{dt} = u_p(x_p(t), t) \quad p=1, N_v \quad (6)$$

A velocidade u_p de cada vórtice "p" na nuvem de N_v vórtices, pode ser calculada a partir do potencial complexo $f(z)$, como se segue:

$$u(x, y) - iv(x, y) = \frac{df(z)}{dz} \quad (7)$$

$$\text{Onde} \quad f(z) = f(z)^i + f(z)^v + f(z)^c \quad (8)$$

Nestas expressões, os índices i, v e c, representam respectivamente o escoamento incidente, a nuvem de vórtices e os corpos.

O potencial complexo $f(z)^i$ representa o escoamento incidente e, no problema em estudo, reduz-se a um escoamento uniforme com velocidade constante $U=1$ (O problema foi adimensionalizado). Assim:

$$f(z)^i = z, \quad u^i = 1 \quad \text{e} \quad v^i = 0 \quad (9), (10) \text{ e } (11)$$

O potencial complexo $f(z)^v$ representa a nuvem de vórtices discretos. Sua expressão pode ser escrita como:

$$f(z)^v = \frac{i}{2\pi} \sum_{q=1}^{N_v} \Gamma_q w_v(z - z_q) \quad (12)$$

onde Γ é intensidade do vórtice e a função $w_v(z - z_p)$ é característica dos tipos de vórtices que formam a nuvem e está associada à distribuição da vorticidade no interior do núcleo. Se o vórtice presente na

nuvem for um vórtice potencial, toda a vorticidade estará concentrada no seu centro, e o campo de velocidade associado à nuvem é calculado considerando um vórtice arbitrário no ponto "q" induzindo velocidade no ponto "p". Neste caso, a velocidade complexa é escrita é escrita como:

$$u^v(x_p, y_p) - iv^v(x_p, y_p) = \frac{i}{2\pi} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{N_v} \Gamma_q \frac{1}{z_p - z_q} \quad (13)$$

Atenta-se para o fato de que o vórtice não induz velocidade sobre ele mesmo. Observa-se também que esta função é singular quando "q" se aproxima de "p". Para contornar esta dificuldade utiliza-se o vórtice de Lamb, o qual possui um núcleo viscoso de raio σ_0 . Para distâncias maiores que σ_0 o campo de velocidades praticamente coincide com aquele induzido por um vórtice potencial. Para este tipo de vórtice, a função característica é definida como:

$$w_v(z_p - z_q) = \ln(z_p - z_q) \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (14)$$

onde "r" é o modulo da distancia entre "p" e "q". O raio do núcleo do vórtice de Lamb (σ_0) é calculado por:

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\Delta t / R_e} \quad (15)$$

O potencial complexo $f(z)^c$ representa o escoamento associado à presença dos corpos e, neste trabalho, é simulado por fontes distribuídas na superfície dos mesmos. Dessa forma:

$$f(z)^c = \frac{1}{2\pi} \int \sigma(\zeta) \ln(z - \zeta) d\zeta \quad (16)$$

sendo $\sigma(\zeta)$ a densidade de fontes, que é determinada com a utilização das condições de contorno especificadas sobre a superfície do corpo.

2.1.3. Avanço convectivo

Conhecendo-se a velocidade induzida em cada vórtice da nuvem, a solução da Eq.(6) é obtida fornecendo os avanços convectivos destes vórtices. Sendo a posição do vórtice nascente "p", no instante "t", definida pelo vetor $x_p(t)$, pode-se usar a solução de Euler, de 1ª ordem, para os vórtices nascentes:

$$x_p(t + \Delta t) = x_p(t) + u_p(x_p(t), t) \Delta t \quad (17)$$

Para os demais vórtices, a fórmula de Adams-Bashforth, proposta por Pereira (1999) é uma aproximação de 2ª ordem bastante eficiente em termos de memória requerida:

$$x_p(t + \Delta t) = x_p(t) + [1,5u_p(t) - 0,5u_p(t - \Delta t)] \Delta t \quad (18)$$

2.1.4. Difusão da vorticidade

Dentre os vários algoritmos utilizados para a obtenção da solução da Eq.(5), é adotado o método do avanço randômico. Este método consiste em se implementar um deslocamento difusivo para cada vórtice da nuvem, a cada incremento de tempo. Suas componentes são calculadas por:

$$\xi(t) = \Delta r \cdot \cos(\theta) \quad \text{Para a direção } x \quad (19)$$

$$\eta(t) = \Delta r \cdot \sin(\theta) \quad \text{Para a direção } y \quad (20)$$

onde Δr e θ são dados por:

$$\Delta r = \sqrt{\frac{8\Delta t}{Re} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} \quad \text{e} \quad \theta = 2\pi Q \quad (21)$$

sendo que P e Q são números randômicos, definidos no intervalo entre 0 e 1 :

Observa-se que, o avanço de cada vórtice ao final de cada incremento de tempo, continua sendo dado pela Eq.(17) ou Eq.(18), acrescentando-se o deslocamento randômico, Eq.(19) e Eq.(20).

3.5. Geração da vorticidade

Nos itens anteriores, tratou-se da convecção e difusão da vorticidade assumindo que a intensidade dos vórtices livres era conhecida, bem como a sua posição inicial. Neste item, estes dois aspectos serão analisados.

Da interpretação das equações de Navier-Stokes em duas dimensões conclui-se que: quando o gradiente de pressão é favorável, há uma geração de vorticidade na superfície sólida, porque o fluxo passa a ser positivo. Por outro lado, haverá uma geração negativa (aniquilamento) se o gradiente for desfavorável, ou seja, quando o escoamento é desacelerado.

Resta agora quantificar de maneira conveniente a vorticidade criada junto à superfície do corpo. Para isso, é necessário entender o mecanismo de geração da vorticidade. Considera-se, então, por um breve intervalo de tempo, a ação da convecção que desloca a vorticidade presente no fluido. Esta nova distribuição da vorticidade induzirá um campo de velocidades ligeiramente diferente daquele anteriormente induzido. Com isso, a condição de escorregamento nulo será violada, induzindo-se uma velocidade tangencial u_τ . Para que isto não aconteça, o escoamento desenvolve uma superfície de vorticidade, cuja superfície é suficiente para anular esta velocidade tangencial.

No método dos painéis, cada corpo é representado por N_p segmentos de reta. Utilizam-se fontes de densidade constante em cada painel e a intensidade dos vórtices livres, gerados a cada incremento de tempo, deve ser tal que anule a velocidade u_τ , calculada no ponto de controle de cada painel. Este procedimento é equivalente à satisfação da condição de escorregamento nulo. Um vórtice é gerado a uma distância finita ε de cada ponto de controle dos painéis, ou seja, a cada incremento de tempo são gerados N_p novos vórtices livres (vórtices nascentes).

3.6. Cargas aerodinâmicas

A análise das cargas aerodinâmicas que atuam em consequência do movimento do fluido ao redor dos corpos é restrita ao campo de pressão e às forças de arrasto e sustentação.

Em termos adimensionais, o campo de pressão é dado por:

$$\Delta p_m = -\frac{\Delta \Gamma_m}{\Delta t} \quad (22)$$

Os coeficientes de arrasto e sustentação são então calculadas após a integração do campo de pressões sobre as superfícies dos cilindros.

3. IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

A implementação do Método dos Vórtices, apresentado nas seções anteriores, obedece ao algoritmo mostrado na Fig. (2):

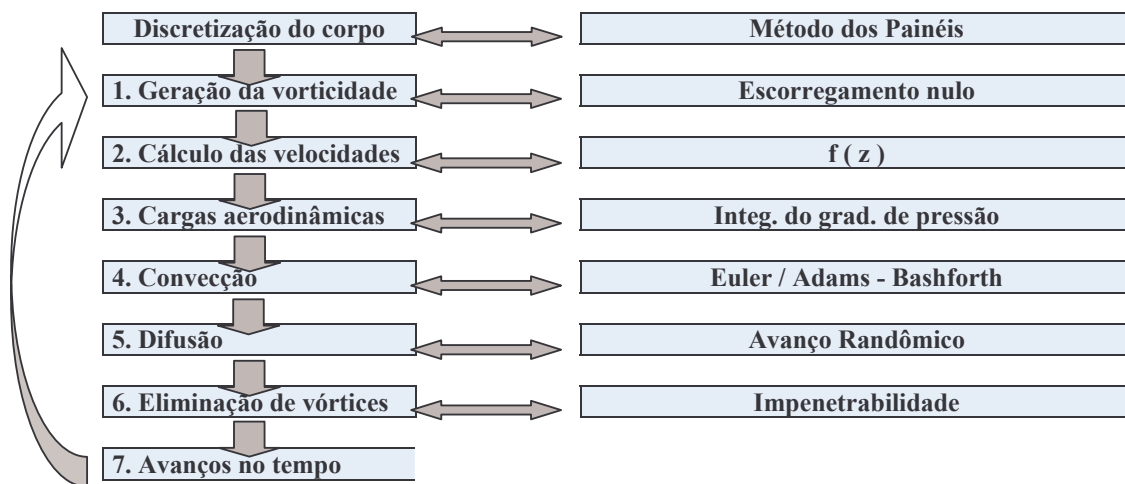


Figura 2. Algoritmo de implementação do Método dos Vórtices.

Geração da vorticidade – é simulada por um número finito de vórtices discretos (nascentes). Estes vórtices são posicionados a uma pequena distância ε da superfície do corpo, denominada de deslocamento primário.

Cálculo das velocidades – analisando a velocidade induzida pelo painel i , no ponto de controle do painel j , verifica-se que esta velocidade é igual a um fator geométrico multiplicado pela densidade de fontes (σ_j) distribuída sobre este painel. Por sua vez, as componentes desta velocidade, nas direções normal e tangencial ao painel j , são iguais a outro fator geométrico, denominado índice de influência, multiplicado pela densidade de fontes.

Cargas aerodinâmicas/ Convecção / Difusão – no mesmo incremento de tempo, os vórtices nascentes são incorporados aos vórtices presentes na nuvem, as cargas aerodinâmicas são calculadas e, os vórtices são submetidos aos processos de convecção e difusão.

Eliminação de vórtices – após o processo de difusão, verifica-se se algum vórtice foi levado para o interior dos corpos, sendo este eliminado e os vórtices remanescentes renumerados. Visando a conservação da circulação, faz-se a soma das intensidades dos vórtices eliminados, de modo que este total seja distribuído entre os vórtices a serem gerados no próximo passo de tempo.

Todo o procedimento, a partir da geração de vórtices, deve então ser repetido até o número máximo de iterações especificado nos dados de entrada do programa. Para diferentes distâncias entre o cilindro e a superfície, toda a simulação é feita novamente, sendo as conformações das esteiras, assim como as cargas aerodinâmicas analisadas a seguir.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas simulações realizadas, foram utilizados os seguintes parâmetros de entrada no programa, os quais estão listados na Tab. (1).

Tabela 1. Parâmetros de entrada do programa computacional

400	<i>AlTo = número total de passos no tempo</i>
260	<i>AlIn = instante de tempo inicial para cálculo das forças</i>
50	<i>AlS = passos para salvar as posições e intensidades</i>
0,18	<i>DelT = incremento de tempo</i>
0,00	<i>Delta = ângulo de ataque da velocidade incidente</i>
100000	<i>Re = número de Reynolds</i>
0,0045	<i>Eps = deslocamento primário do vórtice</i>
0,006	<i>SigL = raio do núcleo do vórtice de Lamb</i>

O programa tomado como base, Ricci (2000), realiza a simulação do escoamento em torno de um cilindro com distribuição de fontes de densidade constante. A esteira obtida após 400 passos de tempo, pode ser visualizada na Fig. (3).

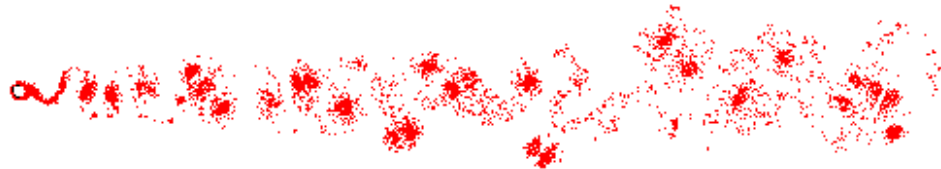


Figura 3. Visualização da esteira para o escoamento em torno de um cilindro.

A Figura (4) mostra o diagrama das forças de arrasto e sustentação para a simulação visualizada acima.

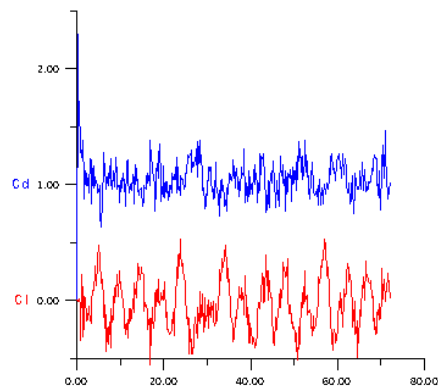


Figura 4. Evolução das forças no tempo.

A observação deste diagrama indica a presença de um forte ruído, característico do esquema utilizado para o cálculo das forças, em vista das pressões serem calculadas apenas em função da vorticidade que está sendo gerada no passo de tempo atual. O coeficiente de arrasto e o coeficiente de sustentação oscilam em torno dos valores médios mostrados na Tab. (2).

Tabela 2. Coeficientes médios de arrasto e de sustentação para o escoamento em torno de um cilindro

<i>Cd médio</i>	<i>1,128</i>
<i>Cl médio</i>	<i>-0,008</i>

Os resultados obtidos para a simulação em torno de um cilindro já haviam sido testados e encontram-se compatíveis aos encontrados por MUSTTO et al (1997).

A partir deste programa, foi realizada a adaptação para o escoamento em torno de dois cilindros em arranjo tandem, onde um está situado na esteira do outro. Foram mantidos os mesmos parâmetros de entrada e as esteiras obtidas para diferentes distâncias entre os cilindros podem ser visualizadas a seguir.

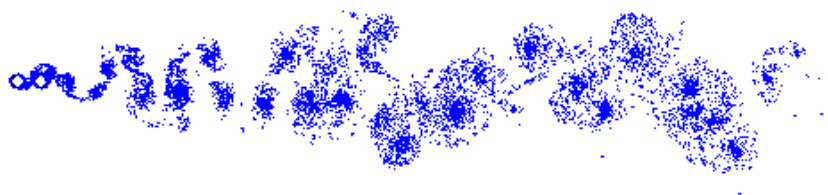


Figura 5 . Visualização da esteira para o escoamento em torno de dois cilindros para uma distância de 1 diâmetro entre os cilindros.

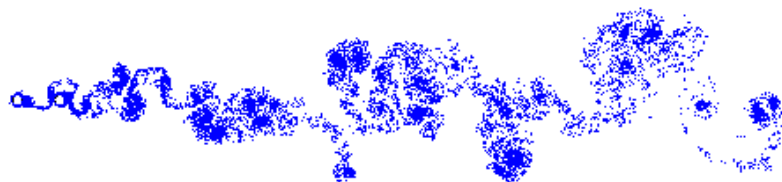


Figura 6 . Visualização da esteira para o escoamento em torno de dois cilindros para uma distância de 3 diâmetros entre os cilindros.

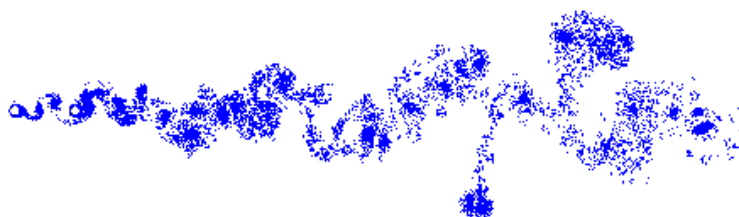


Figura 7 . Visualização da esteira para o escoamento em torno de dois cilindros para uma distância de 5 diâmetros entre os cilindros.

Os valores médios dos coeficientes de arrasto e sustentação obtidos para as diversas simulações são mostrados na Tab. (3).

Tabela 3. Coeficientes médios de arrasto e sustentação para as diversas simulações realizadas.

	CILINDRO ISOLADO	DOIS CILINDROS EM ARRANJO TANDEM							
		CILINDRO 1				CILINDRO 2			
		1D	3D	5D	10D	1D	3D	5D	10D
<i>Cd (ARRASTO)</i>	1.128	1.060	1.089	1.097	1.126	0.710	0.811	0.838	0.887
<i>Cl (SUSTENTAÇÃO)</i>	-0.008	-0.117	-0.049	-0.041	-0.027	0.038	0.017	0.026	-0.011

De posse das esteiras obtidas e dos coeficientes calculados, pode-se fazer algumas observações.

A força de arrasto média do cilindro de trás é fortemente afetada pela esteira do cilindro da frente, tendo seu valor diminuído em relação ao valor obtido para o cilindro isolado para quase todas as distâncias entre os corpos. Este fenômeno resulta da estrutura turbulenta criada pelo cilindro da frente provocando uma mudança na distribuição de pressão, que se traduz em um rápido declínio da força de arrasto sobre o cilindro de trás. A força de arrasto média atuante no cilindro da frente também é influenciada, porém de forma menos intensa pelo cilindro de trás, somente quando o espaço entre eles é menor que um certo valor denominado de espaço crítico. Neste trabalho, o espaço crítico determinado foi de cinco diâmetros. Para valores menores que este, o arrasto do cilindro da frente é menor que o obtido para o cilindro isolado.

A força de sustentação é aproximadamente zero para quase todas as distâncias. No entanto, quando a distância diminui, observa-se uma tendência a ocorrer um valor negativo para esta força. O comportamento do escoamento para o arranjo tandem pode ser classificado em dois regimes: para espaçamentos inferiores ao espaço crítico, a 'vortex street' é anulada atrás do cilindro da frente e, além deste valor, ambos os cilindros formam 'vortex streets'.

Todos os resultados obtidos nestas simulações concordam com o resultado experimental apresentado em KAREEM et al (1995). Deve-se ressaltar que estes resultados são apenas qualitativos e relacionam-se aos obtidos com o cilindro isolado.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

De posse dos resultados obtidos e das discussões feitas no capítulo anterior pode-se concluir que:

A utilização do Método de Vórtices para a simulação do escoamento em questão foi satisfatória, já que as esteiras formadas e os coeficientes aerodinâmicos calculados apresentaram concordância com outros resultados existentes na literatura.

Os diagramas de evolução das forças no tempo apresentaram um forte ruído, fato devido ao esquema utilizado para o cálculo das pressões.

Para dar continuidade a este trabalho e para trabalhos futuros pode-se formular as seguintes sugestões.

Implementar a modelagem da turbulência no programa computacional. HIRATA (2000) menciona esta modelagem com o Método de Vórtices para um cilindro e para um aerofólio, entretanto, o programa base utilizado neste trabalho não apresenta essa modelagem. A sugestão, portanto, é implementá-la para a simulação do escoamento em torno de dois cilindros.

Realizar a simulação do escoamento em torno de dois cilindros para outros arranjos como, por exemplo, o arranjo lado-a-lado.

Realizar o cálculo das cargas aerodinâmicas através do esquema apresentado por Shintani & Akamatsu (1994). Neste esquema, que não é apresentado neste trabalho, as forças são calculadas não só em função da vorticidade que está sendo gerada, mas também em função de toda a vorticidade presente no campo, o que faz com que os resultados se apresentem mais suaves, praticamente sem ruído.

6. REFERÊNCIAS

- CHORIN, A. J., 1973, Numerical study of slightly viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 57, pp. 785-796.
- HELMHOLTZ, H., 1858, On Integrals of the Hydrodynamic Equations which Express Motion Translation. P.G., Tait, in *Phil. Mag*(4) 1467, vol 33, pp 444-512.
- HIRATA, M. H. (2000). O Método de Vórtices com modelagem da turbulência. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, Natal, Brasil, 2000.
- MUSTTO, A.A., HIRATA, M.H. and BODSTEIN, G.C.R., 1997, Análise do Escoamento ao Redor de um Cilindro de Seção Circular. XIII COBEM, Bauru, SP.
- PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. ; OLIVEIRA, W. (1999). Cálculo de Cargas Aerodinâmicas: Simulação Numérica Utilizando uma Nuvem de Vórtices. In: XIV COBEM, Águas de Lindóia, Brasil, 1999. *Anais*.
- SHINTANI, M. and AKAMATSU, T., 1994, Investigation Of Two Dimensional Discrete Vortex Method With Viscous Diffusion Model. *Computational Fluid Dynamic, Journal*, Vol. 3, N° 2.

Numerical simulation of the flow around two cylinders in tandem arrangement by Vortex Method

André Mariano Soares Cunha

UFRN – Federal University of RN – Technology Center – Mechanical Engineering Pos Graduation Program – Lagoa Nova – Natal/RN – Brazil – CP 59072-970 - andre_mariano@pop.com.br

Zenaide Alves de Araújo

UFRN – Federal University of RN – Technology Center – Mechanical Engineering Pos Graduation Program – Lagoa Nova – Natal/RN – Brazil – CP 59072-970 - zenaide@dem.ufrn.br

Miguel Hiroo Hirata

EFEI – IEM – Department of Mechanical Engineering – Avenue BPS, 1303 – Itajuba/MG – Brazil – CP 37500-903 - hirata@iem.efei.br

José Eugênio Rios Ricci

EFEI – IEM – Department of Mechanical Engineering – Avenue BPS, 1303 – Itajuba/MG – Brazil – CP 37500-903 - ricci@iem.efei.br

Abstract. *The flow over bluff bodies has several applications in engineering. For example, the risers in offshore structures for exploration and production can be mentioned. This work consists of a numerical simulation of the flow over a group of cylinders by using the numerical source panel method for the simulation of the bodies. A lagrangean description with the Vortex method is used for simulating the viscous effects. Vortex are produced in all solids walls and the boundary layer separation happens naturally during runtime of the software. The Reynolds number is 1×10^5 and the compressibility effects are ignored. The drag and lift coefficients are calculated and discussed. The wakes obtained in different configuration, changing the distances and the positions between the cylinders, are shown. The results are compared with some published literature to validate the algorithm developed during the research.*

Keywords : *vortex method, panel method, bluff bodies.*