

# UM ESTUDO COMPARATIVO DE DOIS PROCEDIMENTOS DE ADAPTAÇÃO DE MALHAS AO RESOLVER PROBLEMAS MODELOS DE RESERVATÓRIOS ATRAVÉS DE UMA FORMULAÇÃO DO MVF COM ESTRUTURA DE DADOS POR ARESTA

**Filipe de Souza Araújo** <sup>1</sup>

**Paulo Roberto Maciel Lyra** <sup>2</sup>

**Darlan Karlo Elisiário de Carvalho** <sup>3</sup>

UFPE - Centro de Tecnologia e Geociências - Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Acadêmico Hélio Ramos s/n, CEP 50740-530 - Recife/PE Brasil

<sup>1</sup> [filda@uol.com.br](mailto:filda@uol.com.br), <sup>2</sup> [prmlyra@demec.ufpe.br](mailto:prmlyra@demec.ufpe.br), <sup>3</sup> [darlan@demec.ufpe.br](mailto:darlan@demec.ufpe.br)

## Resumo

*Neste trabalho apresentaremos duas ferramentas computacionais de adaptação de malhas, refinamento tipo  $h$  e remalhamento, que visam a melhoria da aproximação obtida via análise numérica. Os problemas abordados serão problemas modelos da simulação numérica de reservatórios. Uma formulação do Método dos Volumes Finitos (MVF) com estrutura de dados por aresta é adotada para a discretização espacial e uma integração explícita do tipo “Euler Foward” é a utilizada para o avanço no tempo. Finalmente, um estimador de erros a posteriori baseado na projeção dos gradientes será utilizado para reger o processo adaptativo.*

**Palavras-Chave:** Adaptação de Malhas Não-Estruturadas, MVF, Simulação de Reservatórios.

## 1. INTRODUÇÃO

Quando se trabalha com métodos numéricos para resolução de problemas complexos, como o caso de escoamento de fluidos em meios porosos, dificilmente tem-se como resultado da análise uma solução exata. Isto se dá devido aos diversos tipos de erro intrínsecos a estes métodos. A principal fonte de erro diz respeito ao chamado erro de discretização. Este está diretamente ligado à representação do domínio estudado através de uma malha discreta e à aproximação numérica do modelo matemático.

Visando a minimização dos erros de discretização utilizam-se os procedimentos de adaptação de malha. Nestes tipos de abordagem procura-se ter uma representação mais fiel da solução nas regiões onde o erro esteja acima de uma tolerância desejada, e a fim de ganhar eficiência computacional, uma representação mais grosseira onde a solução esteja com precisão maior do que a requerida.

Neste trabalho abordaremos dois procedimentos de adaptação de malhas: a adaptação do tipo  $h$  e a redefinição de malhas (“remeshing”), e faremos comparações entre diversas características de ambos.

Os exemplos utilizados serão problemas similares aos da simulação numérica de reservatórios quando discretizada de forma segregada por uma formulação tipo IMPES (Implicit Pressure Explicit Saturation) (Carvalho et al, 2002). O problema de condução de calor levantará aspectos da adaptação similares aos observados quando se estuda a equação de Pressão e o problema de transporte de poluentes, situações semelhantes quando do tratamento da equação de saturação.

O programa de análise numérica utilizado é baseado no MVF com volumes de controle centrados nos vértices (vertex centered) construídos pelo método das medianas (median dual) (Lyra

et al, 2002) tendo sido implementado usando uma estrutura de dados por aresta e adaptado para a resolução de problemas de convecção-difusão bidimensionais. Também será utilizado, para dirigir nossos processos de adaptação de malhas, um módulo de análise de erros que fornecerá os parâmetros para a construção da nova malha. Este estimador de erros a posteriori é baseado na projeção dos gradientes (Lyra, 1994; Zienkiewicz, 1987).

## 2. PROCEDIMENTO ADAPTATIVO

O procedimento adaptativo de malhas para melhoria da solução da análise requer que vários algoritmos sejam executados. Dentre os diversos modos de tratar esse problema, visto que os códigos utilizados são independentes uns dos outros, o escolhido foi a elaboração de um macro algoritmo que controla todo o procedimento adaptativo transferindo entre as diversas ferramentas os dados necessários para a execução de cada uma das etapas. As etapas estão esquematicamente descritas no fluxograma da Fig. (1).

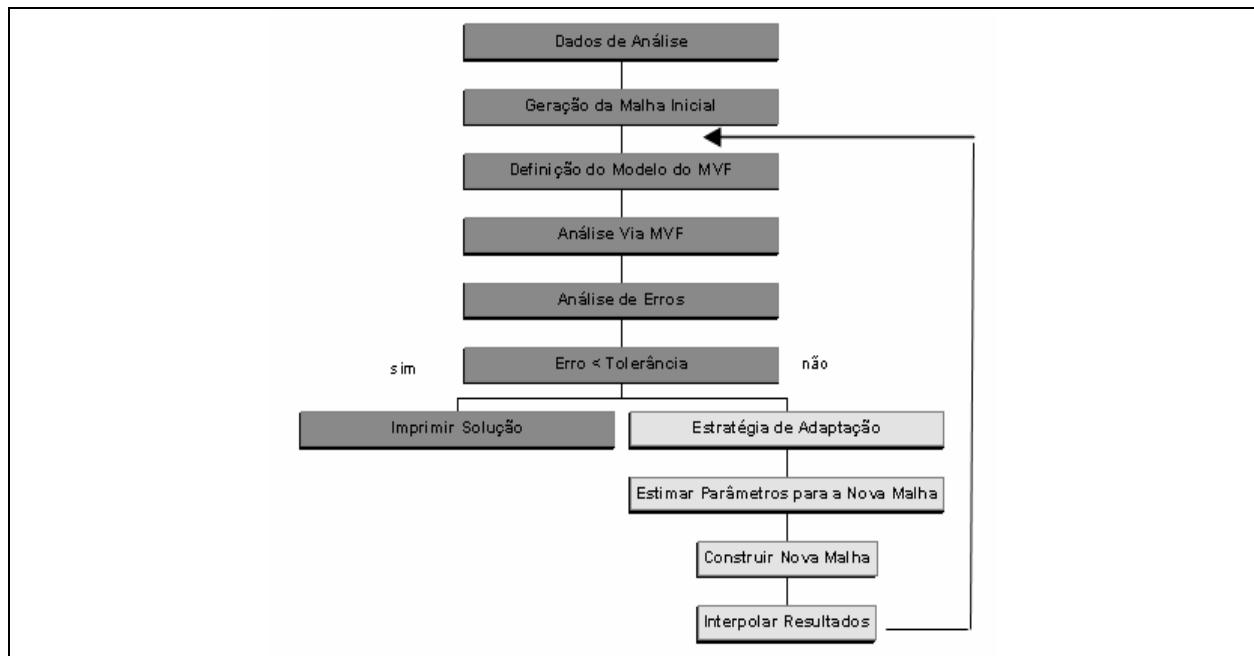


Figura 1 – Fluxograma Geral

Entretanto uma diferença entre as análises no regime permanente e transiente deve ser ressaltada. As etapas de análise de erro e de formação da nova malha adaptada somente são realizadas, para o caso estacionário, após o término da análise numérica, enquanto que em problemas de natureza transiente a cada passo no tempo ou conjunto de passos no tempo, a análise de erro é realizada e a integração no tempo a depender do erro atingido é interrompida. Ou seja, se durante o avanço no tempo de  $t^n$  a  $t^{n+1}$  o erro obtido da análise for superior à tolerância preestabelecida, obtém-se uma nova malha e interpola-se a solução do tempo  $t^n$  para a nova malha, para daí prosseguir com o processo de avanço no tempo. A utilização da solução calculada no tempo  $t^n$  é importante a fim de evitar a utilização de uma solução que não satisfaz o critério de erro estabelecido evitando assim que o erro se acumule e deteriore a qualidade da solução.

As seções a seguir são dedicadas a uma descrição dos principais itens do fluxograma descritivo.

## 3. GERAÇÃO DA MALHA INICIAL E DEFINIÇÃO DO MODELO DO MVF

Para uma discretização inicial consistente dos domínios estudados neste trabalho foi utilizado um sistema computacional capaz de gerar malhas triangulares, quadrangulares e mistas bidimensionais. Este código também é capaz de lidar com múltiplos domínios e gerar malhas tanto

isotrópicas quanto anisotrópicas. Na geração de malhas triangulares, tipo de malha utilizado no corrente trabalho, a técnica do “Avanço de Frente” (Carvalho, 2001, Peraire et al, 1987) é a adotada pelo código. Este programa utiliza também uma malha de fundo pra definir o espaçamento, graduação e direção dos elementos da malha e é capaz de gerar pontos e triângulos simultaneamente durante a triangularização do domínio.

As etapas da geração da malha seguem os seguintes passos:

- a)** Fornecimento dos Dados de Entrada: Um arquivo com dados da geometria, condições de contorno e propriedades dos materiais. E outro arquivo de dados contendo os parâmetros de controle da malha (espaçamento, direção e fator de alongamento) fornecidos através de uma malha de fundo (“background mesh”) que recobre todo o domínio;
- b)** Discretização do Contorno: Pontos nodais são criados sobre os segmentos do contorno de acordo com o valor do espaçamento dado na malha de “background”;
- c)** Geração dos Elementos Triangulares: Nós e elementos são criados simultaneamente, através da técnica do “Avanço de Frente” de acordo com os parâmetros de controle da malha;
- d)** Otimização da Malha Final: Modificações topológicas e geométricas são realizadas sobre a malha objetivando melhorar a qualidade final dos elementos

Após a discretização do domínio, o próximo passo consiste na construção de um modelo de volumes finitos correspondente ao da malha gerada, que inclui também os carregamentos do problema e as condições iniciais e de contorno. O gerador utilizado foi implementado de tal modo que associasse todos os dados topológicos da malha (nós, arestas e elementos) às correspondentes entidades geométricas (pontos, curvas, subdomínios), podendo assim, tanto o carregamento quanto as condições iniciais e de contorno, serem associadas à geometria. Vale ressaltar a importância dessa associação já que em um procedimento adaptativo a cada nova malha criada um novo modelo numérico deve ser construído.

#### **4. ANÁLISE VIA VOLUME FINITOS**

O programa de análise numérica utilizado é baseado no MVF com volumes de controle centrados nos vértices (vertex centered) construídos pelo método das medianas (median dual) (Lyra et al, 2002) tendo sido implementado usando uma estrutura de dados por aresta e adaptado para a resolução de problemas de convecção-difusão bidimensionais via uma formulação centrada com difusão numérica adaptativa de 2<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> ordem (Lyra, 1994).

Utilizou-se, por meio do método das Diferenças Finitas, uma integração explícita no tempo do tipo “Euler Foward”. A formulação adotada é flexível para tratar qualquer tipo de malha não-estruturada.

#### **5. ANÁLISE DE ERROS**

A ferramenta de análise de erros é a que controla todo o processo adaptativo, ela é quem indica os parâmetros para a formação da nova malha adaptada, assim como também os critérios de parada do macro algoritmo.

O módulo de análise de erro utilizado pode ser descrito como sendo um estimador de erros a posteriori governado pelo comportamento da projeção dos gradientes (Lyra, 1988; Zienkiewicz, 1987). A idéia geral deste estimador é computar a diferença entre o campo descontínuo do gradiente da solução e o campo aproximado contínuo de gradientes, onde este campo contínuo aproximado é obtido pela técnica de “global variational recovery”.

Para a estratégia de adaptação adotada calcula-se, por meio da análise de erros, os parâmetros que indicam o quanto e quais os elementos a serem refinados e dois tipos de estimativas globais para controle de parada do processo adaptativo. No primeiro tipo calcula-se o erro global da solução levando em consideração os erros de todos os elementos da malha, já o segundo exclui do cálculo os elementos que não podem ser mais refinados pelo critério de adaptação, ou seja, aqueles que

possuem altura mínima ou originados através do número de subdivisões pré-definidas, no caso de adaptação tipo h.

## 6. ESTRATÉGIA DE ADAPTAÇÃO

No que se refere à adaptação, que é o objeto central do presente trabalho, apresentaremos dois dos diversos tipos de estratégias, a adaptação tipo h isotrópica na qual ou subdividimos ou agrupamos elementos da malha e as estratégias de “remeshing” quer local ou global.

Quando o algoritmo adaptativo determina a necessidade da elaboração de uma nova malha, esta será obtida via um procedimento automático através de uma das estratégias que serão discutidas nas próximas seções.

### 6.1. Adaptação tipo h

Na estratégia de refinamento de malhas tipo h refinam-se as malhas automaticamente nas regiões onde a solução apresenta grandes erros de discretização e disrefinam-se em regiões onde os erros estão muito abaixo da precisão estabelecida através da subdivisão ou agrupamento de elementos. Sendo que no caso de disrefinamento só poderão ser agrupados os elementos provenientes do refinamento de um mesmo elemento, para isso e a fim de uma maior otimização da estrutura de dados é utilizada uma estrutura de árvore (Metcalf et al, 1996).

O algoritmo geral que descreve a estratégia adotada para adaptação de malhas consistentes do tipo h pode ser sintetizado como:

- 1- Determinar o nível de refinamento para cada elemento;
- 2- Limitar o desnível interelementos em uma unidade;
- 3- Assegurar boa regularidade da malha;
- 4- Tratar nós irregulares através do uso de elementos de transição;
- 5- Formar a nova malha.

O nível (ou grau) de refinamento do elemento, ou seja, o quanto um determinado elemento deve ser subdividido ou agrupado, fica determinado através da análise de erros, sendo facultado ao usuário limitar ou não o quanto subdividir ou agrupar em um único estágio. De posse do indicador de erros em cada elemento e estimativa global dos erros, de informações provenientes do comportamento teórico da taxa de convergência da solução e do critério da “equidistribuição dos erros” (Lyra, 1994) é possível se estimar a distribuição das dimensões dos elementos necessárias para atingir uma tolerância pré-estabelecida. Estas dimensões são então comparadas com as dimensões existentes na malha atual definindo-se assim o grau do refinamento, que é positivo para o refinamento e negativo para agrupamento do elemento. Nossa tipo padrão de refinamento divide os elementos triangulares em 4 elementos através da criação de nós intermediários nas suas arestas.

Visando simplificar o processo de formação de uma malha final consistente temos as etapas 2 e 3 do algoritmo, que consistem no ajuste do grau de refinamento de cada elemento para posterior criação dos novos entes da malha. No primeiro critério são ajustados os níveis dos elementos de forma que a maior diferença entre graus de refinamento de elementos vizinhos seja de uma unidade, o segundo critério visa a formação de malha mais regular. Então quando um elemento tem dois vizinhos com grau maior que o seu nível, este tem acrescido uma unidade ao seu valor. Pelo caráter dinâmico destas etapas foi adotada uma estrutura de dados em fila para otimização do processo.

Ao final das 3 primeiras etapas do algoritmo geral temos uma malha com nós irregulares, que são eliminados através de elementos de transição do mesmo tipo, utilizando-se de um padrão de subdivisão do elemento em outros dois.

A última etapa consiste na formação das matrizes das conectividades, das arestas do contorno e das coordenadas que descrevem a nova malha.

## 6.2. Remeshing

A estratégia de remeshing consiste na criação de uma nova malha para todo o domínio, no caso de um remeshing global, ou para porções deste domínio quando do remeshing local. Em qualquer um dos casos os parâmetros de controle para a redefinição de malhas são todos provenientes do estimador de erros descrito anteriormente.

O mesmo gerador de malhas mencionado no item 3 é utilizado para realizar a criação das novas malhas nas duas estratégias.

O procedimento para o remeshing de malhas triangulares consiste em:

- 1- Estabelecer a malha corrente como malha de fundo;
  - 2- Determinar os parâmetros para a nova malha com o estimador de erros;
  - 3- Criar a nova malha com o gerador, usando a técnica do Avanço de Frente.
- Para maiores detalhes consultar (Lyra et al, 2001).

## 7. INTERPOLAÇÃO DE RESULTADOS ENTRE MALHAS

Durante o procedimento adaptativo é necessário interpolar a solução entre as malhas consecutivas obtidas.

Para o caso da utilização das técnicas de remeshing uma estrutura de dados em árvore (ADT) (Bonet et al, 1990) é utilizada para descobrir em que elemento da malha anterior está localizado cada novo nó da nova malha corrente. Tendo conseguido a localização dos novos nós da malha são então utilizadas as funções de forma lineares padrão do método dos elementos finitos. Vale aqui ressaltar que este procedimento pode incorrer em grandes erros para o processo em alguns casos, assim sendo, como tentativa de minimizar esses efeitos foram implementadas estratégias não-lineares de interpolação. Para os triângulos com dimensões próximas as mínimas permitidas pelo processo de análise são usadas funções de interpolação lineares e para os demais elementos funções de ordem quadrática, conseguindo assim uma interpolação de resultados mais acurada (Lyra, 1994).

Para o caso da adaptação tipo h, a fase de interpolação de dados entre malhas consecutivas representa uma grande vantagem sobre as demais alternativas devida à natureza hierárquica das sucessivas malhas. Tem-se, portanto, que qualquer novo elemento da malha corrente sempre será proveniente da subdivisão de outro elemento da malha anterior, as conectividades deste último sempre coincidirão com as do elemento “pai” ou estarão nos limites do elemento antigo em coordenadas locais pré-determinadas. Sendo assim a etapa de localização dos novos nós da malha para posterior interpolação é evitada, uma vez que uma estrutura de dados em árvore já existe e guarda em si essa informação essencial, tem-se grande eficiência no processo. A base para a interpolação de resultados utilizada são as funções de interpolação para elementos finitos isoparamétricos.

## 8. RESULTADOS NUMÉRICOS

### 8.1 - Caso Estacionário (Condução de Calor – Pressão)

O primeiro problema abordado para exemplificar as ferramentas de adaptação será o indicado pela Fig(2), onde temos dois pontos com temperatura prescrita ( $T_1$  e  $T_2$ ) e as demais condições de contorno são tais que garantem o isolamento térmico em todas as arestas.

As Fig.(3-8) apresentam a seqüência das malhas adaptadas para ambos os tipos de adaptação juntamente com as isofaixas de temperatura, com os respectivos números de elementos, nós, e percentagem do erro total, sendo egt o erro global considerando todos os elementos da malhas e egt<sub>hmin</sub> o erro global computado eliminando-se os elementos com tamanho menor ou igual ao mínimo pré-estabelecido. As tolerâncias preestabelecidas utilizadas foram de 12% para o egt e de 7% para o egt<sub>hmin</sub>.

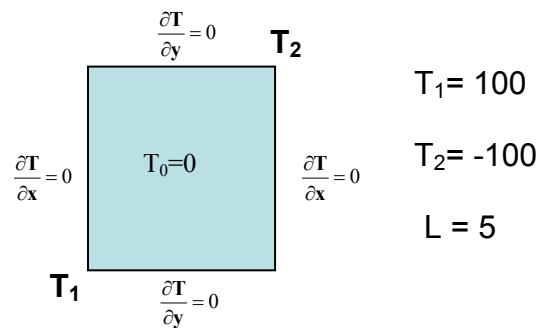


Figura 2 – Esquema do problema de Condução de Calor

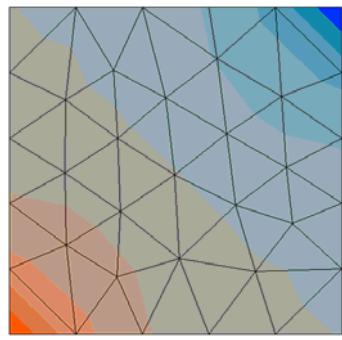


Figura 3 – Malha Inicial  
52 elementos e 37 nós -  $\text{egt} = \text{egt}_{\text{hmin}} = 37.21\%$

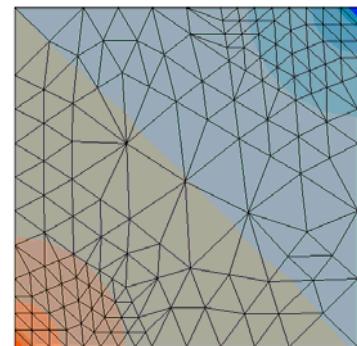


Figura 4 – 1<sup>a</sup> Malha Adaptada (tipo h)  
272 elementos e 160 nós -  $\text{egt} = \text{egt}_{\text{hmin}} = 27.94\%$

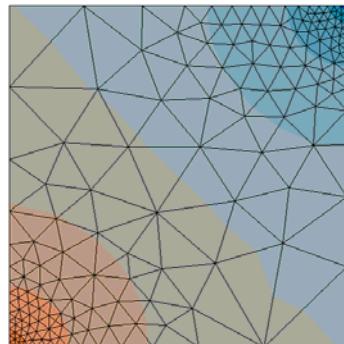


Figura 5 – 1<sup>a</sup> Malha Adaptada (remeshing)  
305 elementos e 182 nós -  $\text{egt} = \text{egt}_{\text{hmin}} = 17.37\%$

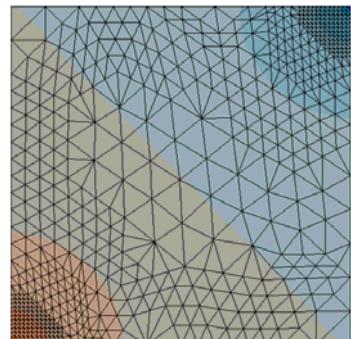


Figura 6 – 2<sup>a</sup> Malha Adaptada (tipo h)  
1194 elementos e 651 nós -  $\text{egt} = \text{egt}_{\text{hmin}} = 19.92\%$

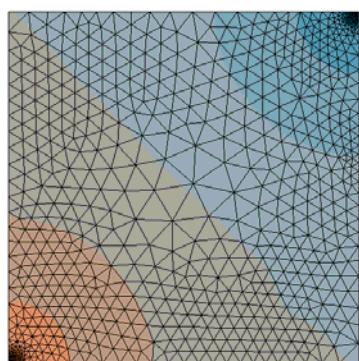


Figura 7 – 2<sup>a</sup> Malha Adaptada (remeshing)  
1413 elementos e 769 nós  
 $\text{egt} = 13.89\%$  e  $\text{egt}_{\text{hmin}} = 5.29\%$

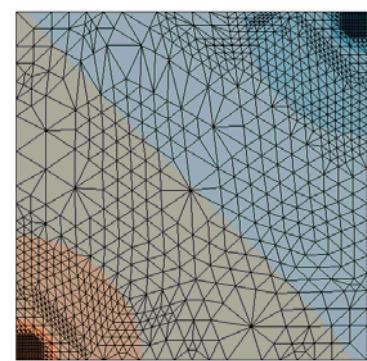


Figura 8 – 3<sup>a</sup> Malha Adaptada (tipo h)  
2151 elementos e 1148 nós  
 $\text{egt} = 17.29\%$  e  $\text{egt}_{\text{hmin}} = 4.50\%$

Como se esperava, o erro está concentrado ao redor das singularidades, fazendo com que a malha seja refinada naquelas regiões para ambos os procedimentos adaptativos. Acontece que, quando os elementos dessas regiões atingem a altura mínima permitida eles não entram no cálculo do  $egt_{hmin}$ , fazendo que o erro estimado esteja abaixo da tolerância requerida, parando assim o processo de adaptação.

Como o processo de “remeshing” não limita a adaptação por etapa, ao contrário do tipo h que, para esse problema foi imposto que cada elemento só poderia ser refinado até duas vezes por etapa, logo na 2<sup>a</sup> etapa alguns dos elementos da malha adaptada da Fig.(7) já atingiram uma altura menor ou igual à mínima, saindo do cálculo do  $egt_{hmin}$ , parando assim o processo, já para o caso tipo h a limitação imposta fez com que somente na 3<sup>a</sup> malha adaptada da Fig. (8) isso acontecesse.

Como resultado disso o procedimento “remeshing” foi computacionalmente mais eficiente, levando apenas 9"68 para sua execução completa, enquanto que a estratégia tipo h levou 18"91 para sua execução.

## 8.2 - Caso Transiente (Transporte de Poluentes – Saturação)

O problema abordado será o esquematizado pela Fig. (9), onde um traçador com concentração de  $10\text{g/m}^3$  é injetado em uma coluna de areia horizontal com distribuição inicial da concentração de  $Co = 0\text{ g/m}^3$ .

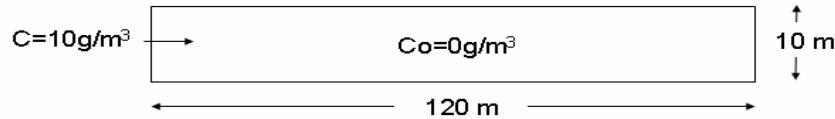


Figura 9 – Esquema do problema de Transporte de Poluentes

O problema ilustrado foi retirado de Ne-Zheng Sun (1996), onde se encontra toda a formulação matemática do problema. Para este caso foram adotados como tolerância 15% para o egt e de 10% para o  $egt_{hmin}$ . Novamente foi imposto um grau de refinamento máximo de 2 por etapa para o caso do procedimento de adaptação tipo h.

A seguir são apresentados três conjuntos de malha adaptada tipo h, solução, e malha adaptada via “remeshing”, para exemplificar o avanço no tempo.

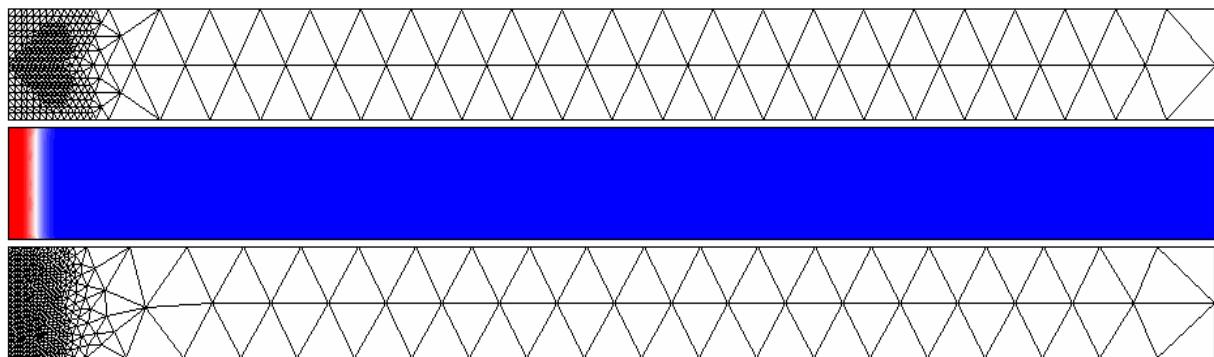


Figura 10 – 1º passo no tempo

2<sup>a</sup> Malha Adaptada (tipo h) – 844 elementos, 469 nós, egt=11.41% e  $egt_{hmin} = 8.65\%$

2<sup>a</sup> Malha Adaptada (Remeshing) – 1036 elementos, 571 nós, egt=8.47% e  $egt_{hmin} = 4.24\%$

Como pode ser observado, nas Fig. (10-12), a estratégia de remeshing gera malhas mais densas e com faixas densas mais largas, conseguindo avançar mais iterações no tempo sem precisar de uma nova etapa de adaptação. Isso está principalmente relacionado à já mencionada limitação sobre o grau de refinamento imposta para a adaptação tipo h.

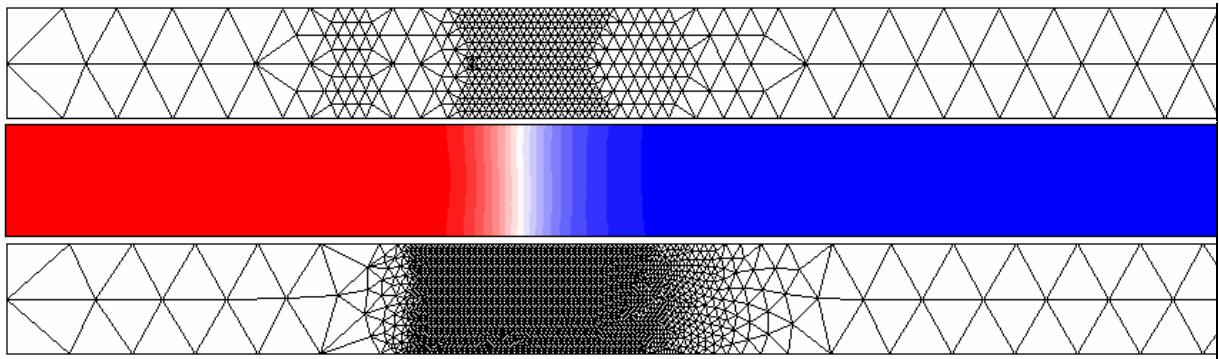


Figura 11 – 19º passo no tempo

8ª Malha Adaptada (tipo h) – 968 elementos, 540 nós,  $egt=5.54\%$  e  $egt_{hmin}=5.52\%$   
 5ª Malha Adaptada (Remeshing) – 4657 elementos, 2425 nós,  $egt=1.68\%$  e  $egt_{hmin}=0.54\%$

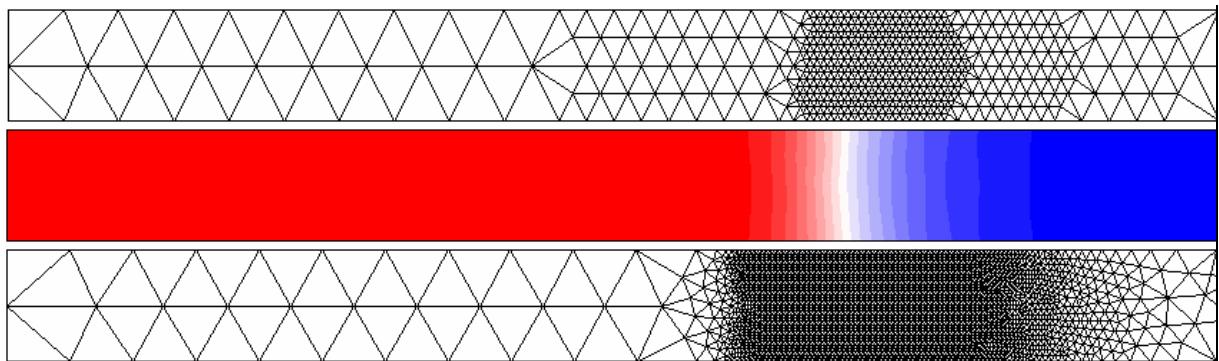


Figura 12 – 32º passo no tempo

10ª Malha Adaptada (tipo h) – 1037 elementos, 576 nós,  $egt=5.81\%$  e  $egt_{hmin}=5.80\%$   
 6ª Malha Adaptada (Remeshing) – 5424 elementos, 2820 nós,  $egt=1.38\%$  e  $egt_{hmin}=0.60\%$

Entretanto, apesar de conseguir avançar no tempo com um menor número de adaptações e chegar ao final do processo com um erro médio menor do que a estratégia de adaptação tipo h, como mostra a Tab (1), o processo de remeshing leva grande desvantagem no tempo gasto para a simulação completa, sendo por volta de três vezes mais lento.

Tabela 1 – Resumo Geral

Tipo	Remeshing		Tipo h	
	Qtd	Tempo Total	Qtd	Tempo Total
Análise Numérica		6	155"38	
Tempo Médio		10	35"35	
16"48		3"88		
Adaptação de Malhas e Interpolação de Resultados	Qtd	Tempo Total	Qtd	Tempo Total
	6	9"75	10	5"8
Tempo Médio		1"63		0"51

Tabela 2 – Tempo x Procedimento Adaptativo

Tolerância	Global	Global (hmin)
	15	10
hmin	0,35	
Tipo	Remeshing	Tipo h
No de Adapt	6	10
Erro Médio	7,30%	11,40%
Erro Médio (hmin)	6,70%	11,20%
Tempo Total	25"13	40"43
Num. Méd. de Nos	1514	522
Num. Méd. de Elem	2886	942
Num. Méd de Arestas	4399	1463

Essa desvantagem está em que o processo de adaptação tipo h já incorpora o procedimento de interpolação e principalmente por conseguir formar malhas com menor número de entes geométricos, fazendo assim com que a etapa da análise numérica seja consequentemente mais rápida, como mostra a Tab.(2).

A seguir, o gráfico da Fig. (13) mostra como o erro varia com o avanço da frente para ambos os processos. Como era de se esperar, a cada redefinição da malha, o erro é reduzido de modo considerável, e cresce enquanto a frente de concentração do traçador move-se no domínio discretizado pela malha até exceder a tolerância pré-estabelecida.

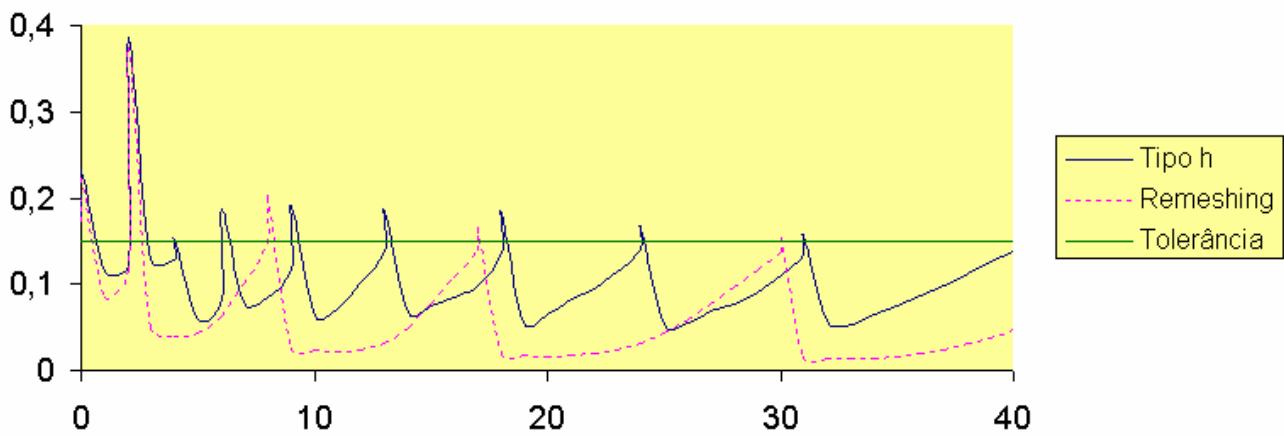


Figura 13 – Erro global x Passos no Tempo

Por fim, as Fig.(14-15) mostram as soluções para ambas as alternativas no passo de tempo 20, onde observa-se uma boa captura da frente de concentração em ambos os casos.

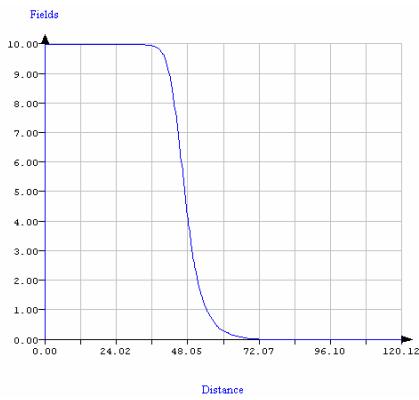


Figura 14 – Concentração x Distância  
(Remeshing)

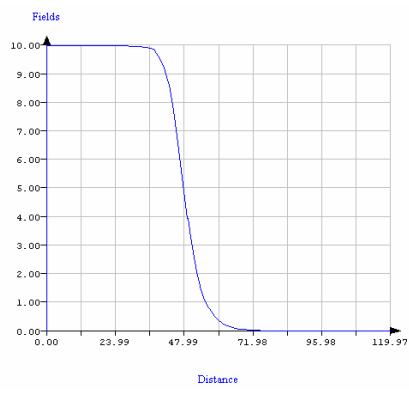


Figura 15 – Concentração x Distância  
(Tipo h )

## 9 – CONCLUSÃO

Neste artigo, apresentamos brevemente duas estratégias adaptativas flexíveis incorporadas a um simulador baseado no Método dos Volumes Finitos.

Também foram apresentados estudos de sub-problemas similares aos que ocorrem na prática da engenharia de reservatórios de petróleo.

O uso das estratégias aqui descritas serão empregadas em trabalhos futuros na simulação de escoamentos bifásicos em reservatórios de petróleo via formulação do tipo IMPES.

## 10 – AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às agências CNPq e MCT-ANP (PRH-26), pelo suporte financeiro durante a realização deste trabalho.

## 11 - BIBLIOGRAFIA

Bonet, J; Peraire, J, 1990, An Alternating Digital Tree (ADT) Algorithm for 3-D Geometric Searching and Intersection Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 31, 1-17;

- Carvalho, D. K. E., 2001. Um Sistema Computacional para Geração e Adaptação de Malhas Não-Estruturadas Bidimensionais. Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Dissertação de Mestrado;
- Carvalho, D. K. E.; Lyra, P. R. M.; Willmersdorf, R. B.; 2002. Towards A Numerical Reservoir Simulator Using an Unstructured Finite Volume Formulation with the Aid of High Performance Tools. In: Segundo Workshop dos Programas de Formação de Recursos Humanos para o Setor de Petróleo e Gás da UFPE, Recife. p.31 – 35;
- Lyra, P. R. M.; 1988. Uma Estratégia de Refinamento Auto-Adaptativo Versão-h do Método dos Elementos Finitos Aplicada à Problemas Bidimensionais Regidos Pela Equação de Campo. Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio De Janeiro, Dissertação de Mestrado;
- Lyra, P. R. M.; 1994. Unstructured Grid Adaptive Algorithms for Fluid Dynamics and Heat Conduction. Pos-Graduação em Engenharia Civil, University College of Swansea, Swansea, Tese de Doutoramento;
- Lyra, P. R. M.; Lima, R. C. F.; Guimarães, C. S. C.; Carvalho, D. K. E.; 2002. An Edge-Based Unstructured Finite Volume Method for the Solution of Potential Problems. First South American Congress on Computational Mechanics, Parana and Santa Fé, Argentina, November, 2002, pp. 1-19, in CD-ROM.;
- Metcalf, M.; Reid, J.; 1996. Fortran 90/95 Explained. Oxford University Press;
- Peraire, J.; M. Vahdati; Morgan, K.; Zienkiewicz, O. C.; 1987. Adaptive Remeshing for Compressible Flows Computations. *J. Comp. Phys.* 449-466;
- Sun, N.; 1996. Mathematical Modeling of Groundwater Pollution. Springer, 123p;
- Zienkiewicz, O. C.; Zhu, J. Z.; 1987. A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Pratical Engineering Analisys; *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24:337-357.

## **A COMPARATIVE STUDY OF TWO MESH ADAPTIVE PROCEDURES WHEN SOLVING RESERVOIR MODEL PROBLEMS USING AN EDGE-BASED UNSTRUCTURED FINITE VOLUME METHOD**

**Filipe de Souza Araújo <sup>1</sup>**

**Paulo Roberto Maciel Lyra <sup>2</sup>**

**Darlan Karlo Elisiário de Carvalho <sup>3</sup>**

UFPE - Centro de Tecnologia e Geociências - Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Acadêmico Hélio Ramos s/n, CEP 50740-530 - Recife/PE Brasil

<sup>1</sup> [filda@uol.com.br](mailto:filda@uol.com.br), <sup>2</sup> [prlyra@demec.ufpe.br](mailto:prlyra@demec.ufpe.br), <sup>3</sup> [darlan@demec.ufpe.br](mailto:darlan@demec.ufpe.br)

### **Abstract**

*Two different mesh adaptation tools, mesh embedding h type and remeshing, are presented in this work. This tools work in a context of improvement of the approximation of the solution obtained from the numerical analysis. The problems that are approached are model problems of numerical simulation of petroleum reservoir. An edge-based unstructured finite volume formulation is adopted for spatial discretization and a simple two-level explicit time step (Euler forward scheme) is used for time integration. Finally, a posteriori error estimator based on gradient recovery is used to control the adaptive procedure.*

**Keywords:** *Unstructured Mesh Adaptation, Finite Volume Methods, and Reservoir Simulation*