

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DO GRADIENTE TÉRMICO EM UMA CAVIDADE CILÍNDRICA

Ester Barbosa de Melo

LES /UFPB, Cidade Universitária, Campus I, João Pessoa, CEP 58059 900.

Fone: 83 216 7225. esterrebeca@ig.com.br

Marcelo Magalhães Ávila Paz

LES /UFPB, Cidade Universitária, Campus I, João Pessoa, CEP 58059 900.

Fone: 83 216 7225. marcelo@les.ufpb.br

Francisco Antônio Belo

LES /UFPB, Cidade Universitária, Campus I, João Pessoa, CEP 58059 900.

Fone: 83 216 7225. belo@les.ufpb.br

Resumo. *É apresentado um estudo teórico e experimental da condução térmica em uma cavidade cilíndrica para uso em instrumentos que necessitam de estabilidade térmica. É ensaiada uma barra cilíndrica com orifício concêntrico aquecida na superfície externa, através de uma resistência de cobre, e isolada do ambiente, onde são calculados: o fluxo térmico com geração interna de calor e a espessura do isolamento térmico para garantir o menor gradiente nas direções x , y e z . O fluxo térmico é calculado através do balanço de energia que nos fornece equações para o cálculo da taxa de transferência de calor, para a espessura do isolamento térmico e para as linhas de mesma temperatura considerando, para estes cálculos, o coeficiente de convecção externo, à barra cilíndrica, como sendo laminar. Para melhor visualização das isotérmicas é utilizado um programa computacional que usa elementos finitos para o cálculo das equações de transferências de calor. Com os valores da taxa de transferência de calor e da dimensão da barra cilíndrica é projetado um controlador para atuar na superfície da mesma mantendo uma temperatura desejada no seu interior.*

Palavras-chave: *Sistemas térmicos, Elementos finitos, Gradiente de temperatura.*

1. INTRODUÇÃO

Os fenômenos da transferência de calor têm grande importância na resolução de muitos problemas industriais e ambientais. Esses problemas envolvem processos de condução, de convecção e de radiação e estão ligados ao projeto de sistemas térmicos como, por exemplo, um forno.

Neste trabalho são apresentados os cálculos das dimensões, a construção e os resultados iniciais do controle térmico de uma cavidade cilíndrica que será usada como forno, com temperatura constante, para pesquisa de estabilidade térmica em termômetros digitais.

A cavidade é envolvida por uma resistência de fios de cobre, comercial, por onde passa uma corrente elétrica que irá aquecê-la por efeito Joule. Esta resistência de cobre envolve todo o cilindro com espiras paralelas, sem espaços entre elas. O calor gerado será conduzido através da parede do cilindro, composta de aço SAE 1020, para a cavidade (orifício concêntrico). O comprimento desta resistência, em forma de bobina, depende da temperatura de referência de aquecimento.

É realizada uma simulação através de um programa que utiliza o Método de Elementos Finitos, proporcionando a visualização e a comparação com os resultados experimentais.

2. FABRICAÇÃO DA CAVIDADE CILINDRICA AQUECIDA

2.1. Cálculo para o Comprimento da Resistência

Os cálculos são baseados nas dimensões comerciais do diâmetro da barra cilíndrica como mostra a Fig.(1).

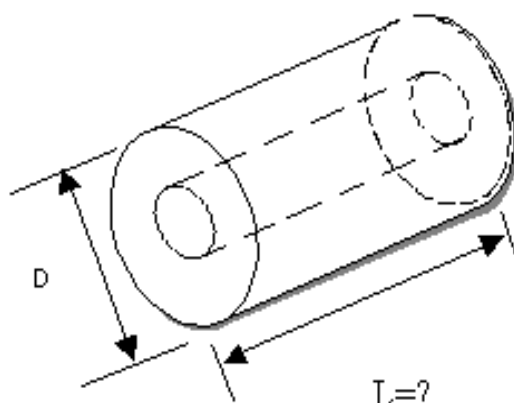


Figura 1 – Dimensões da barra cilíndrica.

Para calcular o comprimento da bobina são utilizados os dados abaixo:

- $D_{\text{fio}} = 0,0002859$ m, diâmetro do fio 29 AWG que irá compor a resistência;
- C_{fio} , comprimento do fio é calculado pela Eq.(1):

$$C_{\text{fio}} = \frac{R_{\text{bob}}}{R'_e} \quad (1)$$

onde, R'_e é a resistência elétrica por unidade de comprimento $R'_e = 0,2656 \Omega/\text{m}$ e R_{bob} é a resistência elétrica da bobina, para uma temperatura desejada de 50°C , que é obtida através da simulação eletrônica do circuito do controlador em um programa computacional “Electronics Workbench”, obtendo-se $R_{\text{bob}} = 23,26 \Omega$ com uma corrente no sensor $I = 0,3859$ A.

Substituindo os valores de R_{bob} e R'_e na Eq. (1) encontra-se o comprimento total para o fio que formará a bobina ou resistência aquecedora. Portanto tem-se $C_{\text{fio}} = 87,57$ m.

Uma volta do fio formando uma espira é dada por: $1 \text{ Volta} = \pi D_{\text{bob}}$, onde $\pi = 3,14$ e o diâmetro da bobina é dado por $D_{\text{Bob}} = 2R_m$, onde R_m é o raio médio encontrado através da Eq. (2).

$$R_m = R_{\text{fio}} + R_{\text{barra}} \quad (2)$$

Com os valores de $R_{\text{fio}} = 0,00014295$ m e o raio da barra $D/2 = R_{\text{barra}} = 0,03175$ m tem-se $R_m = 0,031893$ m, logo $D_{\text{Bob}} = 0,063786$ m.

Para calcular o comprimento da bobina utiliza-se a Eq. (3):

$$L = \frac{C_{fio}}{1 \text{ volta}} x D_{fio} \quad (3)$$

onde, $D_{fio} = 0,0002859 \text{ m}$ é o diâmetro do fio (29 AWG), $C_{fio} = 87,57 \text{ m}$ é o comprimento do fio e 1 volta da espira é dado por $\pi D_{bob} = 0,2135 \text{ m}$. Substituindo esses valores na Eq.(3) tem-se o comprimento da bobina $L = 0,1173 \text{ m}$.

2.2 Os Fenômenos Térmicos na Cavidade Cilíndrica

A cavidade cilíndrica foi escolhida para facilitar os cálculos devido à simetria e facilidade de construção. No estudo de sistemas cilíndricos e esféricos (Incropera e Witt, 1992) é observado que há gradientes de temperatura somente na direção radial, o que possibilita analisá-los como sistemas unidimensionais. A transferência de calor entre a resistência aquecedora e o ar é realizada por condução através da parede do cilindro para a cavidade e por convecção entre a superfície aquecedora e o ar externo.

2.3 Números Adimensionais

Todos os parâmetros adimensionais que serão mencionados têm interpretações físicas relacionadas às condições nas camadas limites do ar.

Os parâmetros adimensionais utilizados neste trabalho são:

- Número de Prandtl (Pr): razão entre a difusividade de momento e difusividade térmica.
- Número de Grashoff (Gr): razão entre o empuxo e as forças viscosas.
- Número de Rayleigh (Ra): produto entre os números de Grashoff e Prandtl.
- Número de Nusselt (Nu): gradiente de temperatura adimensional em uma superfície.

Para uma dada geometria o número de Nusselt é definido por: $Nu = \frac{\bar{h}L}{K_f}$. Neste caso a

geometria é cilíndrica e a expressão para o Nusselt fica: $Nu_D = \frac{\bar{h}D}{K}$.

Com o conhecimento de Nu, o coeficiente local de transferência de calor por convecção h pode ser determinado, e o fluxo térmico local é calculado pela Eq. (4):

$$q = h\pi D_{fio} L \Delta T \quad (4)$$

A transição do escoamento laminar para turbulento na camada limite de convecção livre depende da magnitude relativa das forças de empuxo e das forças viscosas do ar. Relaciona-se a sua ocorrência em termos do número de Rayleigh crítico. O número de Rayleigh crítico é dado pela Eq. (5):

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_{sup} - T_{\infty})D^3}{\nu\alpha} \quad (5)$$

onde o ar ambiente está a uma temperatura $T_{\infty} = 300 \text{ K}$, a aceleração da gravidade é dada por $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, o coeficiente de expansão térmica $\beta = 1/T_f$, as difusividades de momento $\nu = 15,8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ e térmica $\alpha = 22,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Estes parâmetros estão estimadas para uma temperatura de filme T_f dada pela Eq. (6):

$$T_f = \frac{(T_{SupBob} + T_{\infty})}{2} \quad (6)$$

A temperatura de superfície da resistência (bobina) $T_{Sup Bob}$ está projetada para aquecer até 50 °C.

O número de Rayleigh para a configuração da cavidade cilíndrica é $Ra_L \cong 10^5$. O ambiente da experiência é uma sala com as portas e janelas fechadas e o ar interno apresenta um comportamento laminar tornando o número de Rayleigh inferior a 10^9 . Para o número de Rayleigh inferior a 10^9 , o número de Nusselt (Nu) deve ser obtido com o uso da Eq. (7):

$$Nu = 0,60 + \frac{0,378 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + \left(0,559 / Pr \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \quad (7)$$

obtendo-se $Nu = 14$.

O coeficiente de convecção médio será dado pela Eq. (8):

$$\bar{h} = \frac{Nu_D x k_{\infty}}{D_{Bob}} \quad (8)$$

onde $k_{\infty} = 0,0313$ W/mK e o diâmetro médio da bobina $D_{Bob} = 0,063786$ m. Para uma temperatura de filme (T_f) igual a 311,57 K o valor do coeficiente de convecção médio será $h = 80,0$ W/m²K.

O cálculo da taxa de transferência de calor entre a superfície da bobina e o ar ambiente é dado pela Eq. (9):

$$q = h \pi D_{Bob} \Delta T \quad (9)$$

resultando em $q = 385,19$ W/m.

3. ISOLAMENTO TÉRMICO

Acrescentando um isolamento ao sistema, podemos reduzir o coeficiente de convecção e conseqüentemente, a potência utilizada pelo controlador para manter a mesma temperatura. Este isolamento deve ter uma espessura ótima.

A existência dessa espessura para a camada de isolamento térmico em sistemas radiais é sugerida pela presença de efeitos concorrentes associados ao aumento desta. Em particular embora a resistência à condução de calor aumente com a adição de isolamento térmico, a resistência térmica à convecção de calor diminui, devido ao aumento da área superficial externa. Dessa forma deve existir uma espessura da camada de isolamento térmico que minimize a perda de calor pela maximização da resistência total à transferência de calor. A Eq. (10) fornece a relação para o cálculo do raio crítico que pode ser visto na Fig. (2).

$$r_{cr} = \frac{k}{h} \quad (10)$$

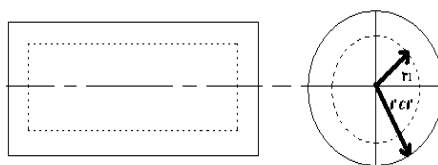


Figura 2 – r_1 raio da barra cilíndrica e r_{cr} raio crítico do isolante.

Será usado o poliestireno expandido (PS), para fazer o isolamento, que é um material comprovadamente isolante, suportando temperaturas de -70°C a 80°C , de baixo custo e facilmente encontrado no comércio. Suas características a uma temperatura T_{∞} de 20°C , são: $\rho = 1050 (\text{kg}/\text{m}^3)$ e $k = 0,157 (\text{W}/\text{m}^2\text{K})$ (Bejan, 1996).

Segundo Eq. (10) temos que o raio crítico (r_{cr}) é resultado da divisão da condutividade térmica (k) e o coeficiente de transferência de calor por convecção (h) deste material.

Com $h_{isol} = 4,484 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ e $k_{isol} = 0,157 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$, o raio crítico é $r_{cr} = 0,0272 \text{ m}$. Considerando o diâmetro do isolamento $D_{isol} = 0,130 \text{ m}$, o comprimento $L = 0,1173 \text{ m}$, e $\Delta T = 323 - 300 = 23 \text{ K}$, a nova taxa de transferência de calor entre a superfície da bobina e o isolamento, por unidade de comprimento, é encontrada usando a Eq. (11):

$$q = h\pi D\Delta TL \quad (11)$$

portanto $q = 4,94 \text{ W}$

4. USANDO A TÉCNICA DE ELEMENTOS FINITOS

O Método de Elementos Finitos vem sendo uma ferramenta de ampla utilização para a solução de equações diferenciais que possibilitam sua multidisciplinaridade aos vastos problemas na área da mecânica (Huebner e Thorton, 1982).

De uma forma global este foi criado com o objetivo de resolver os problemas da mecânica que não admitem soluções fechadas (de forma analítica). Ele é baseado em aproximações do tipo polinomial nodal em subdomínios, o que implica em processos de discretização dos domínios, que podem ter geometrias irregulares arbitrárias. Na Fig. (3) pode ser visto de forma esquemática alguns elementos básicos de um modelo de elementos finitos, e suas nomenclaturas.

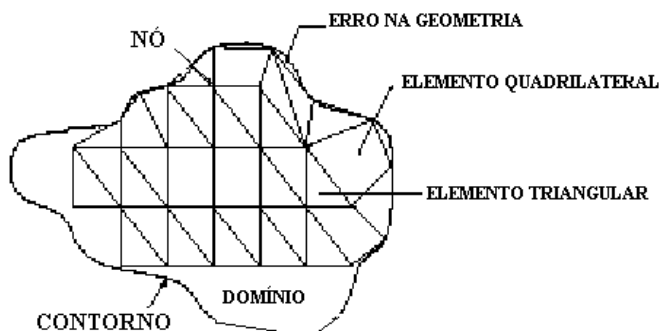


Figura 3. Alguns elementos básicos de um modelo de elementos finitos.

Pode-se ver no esquema apresentado na Fig. (3) que o domínio foi discretizado em elementos finitos, de forma triangular ou quadrilateral. Neste caso cada ponto n , chamado de nó, está associado às incógnitas do problema. Quanto maior o número de elementos, a solução discretizada deve convergir para a solução exata do modelo. Neste caso deve-se observar que o modelo contínuo possui infinitos graus de liberdade.

Utiliza-se de um programa de elementos finitos, ANSYS, para visualização do fluxo de calor, bem como a criação de um algoritmo para formação de imagens. Foi feito inicialmente um estudo da operação deste software e aplicou seu domínio na solução do estudo da transferência de calor em questão.

Os passos usados no ANSYS são: criar um modelo, criar a rede de nós, acrescentar condições limites, resolver as equações diferenciais e finalmente ver estes resultados.

5. RESULTADO E DISCUSSÃO

5.1 Experimento com a Cavidade Cilíndrica

A Fig. (4) mostra o experimento para o cilindro aquecido a 48°C . No centro do cilindro, a cavidade foi preenchida com elementos circulares com diâmetros de $0,006\text{ m}$ para evitar a convecção (Bejan, 1996). A massa de aço serve para aumentar a inércia térmica reduzindo as oscilações devido à variação da temperatura externa.



Figura 4. Montagem do Controlador, Cilindros e sensores

As áreas acima e abaixo da massa de aço são zonas de transição entre o fluxo de calor radial e o fluxo de calor axial no centro. Nas bordas aquecidas, Fig. (5), vemos os efeitos do gradiente térmico reduzindo a temperatura como mostra a Tab. (1) em $T_{\text{Borda}} = 45^{\circ}\text{C}$. A cavidade cilíndrica tem comprimento um pouco maior do que o comprimento da bobina para reduzir os efeitos de borda.

A área de dentro é zona ideal de gradiente zero, com fluxo de aquecimento vindo da massa do cilindro aquecido em toda direção radial. O componente sensível de temperatura, termômetro $T_{\text{Centro}} = 48^{\circ}\text{C}$, localiza-se próximo a área de gradiente zero. As superfícies aquecidas estão sujeitas a um fluxo de calor entre elas e o isolamento $T_{\text{Bob}} = 46^{\circ}\text{C}$.

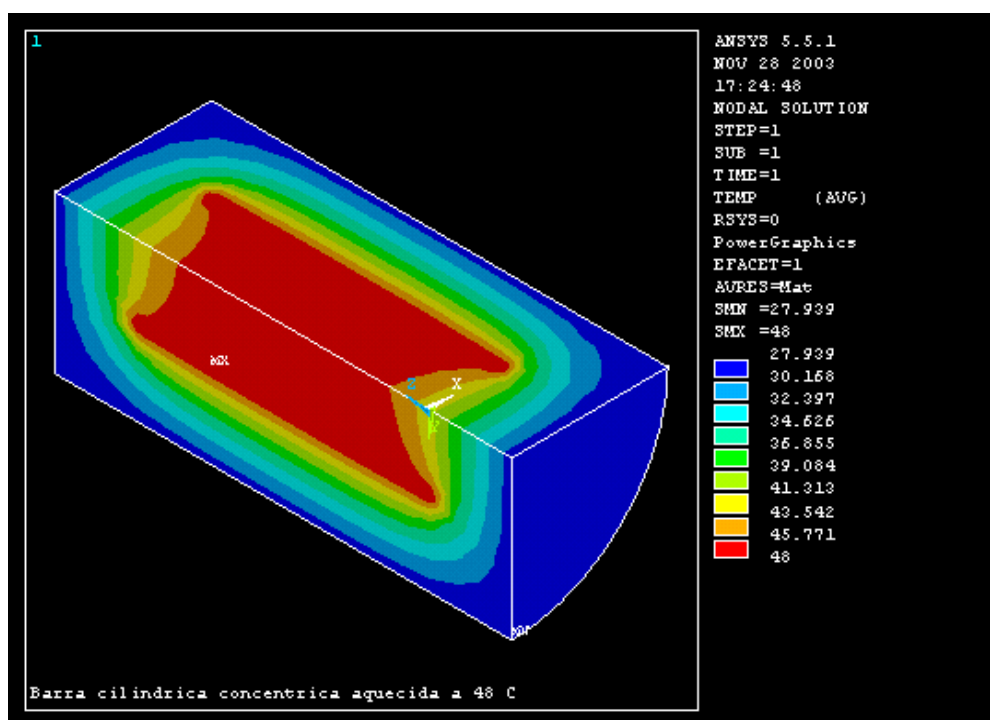


Figura 5. Simulação usando Elementos Finitos.

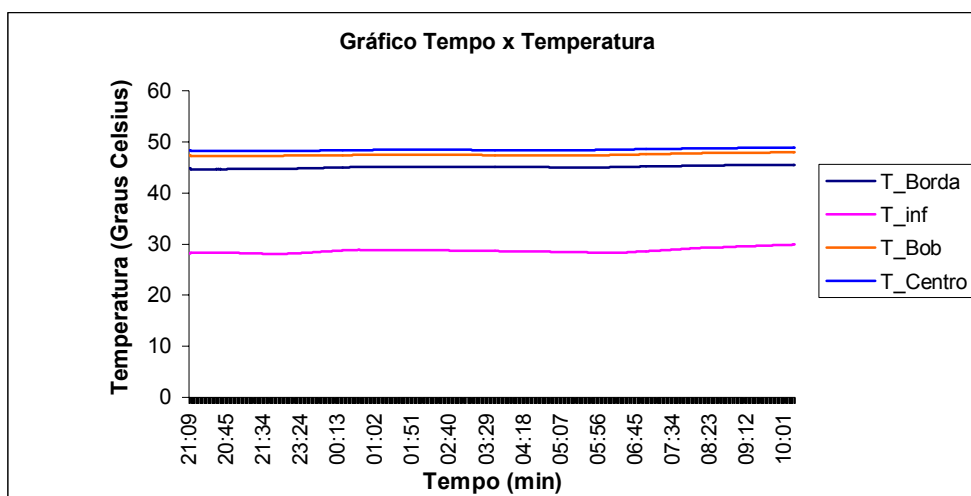


Figura 6. Resultados experimentais das temperaturas para 4 sensores.

6. CONCLUSÃO

Apresentou-se um breve estudo do gradiente térmico em uma cavidade cilíndrica onde se observou o centro com gradiente térmico zero e próximo as bordas uma variação do gradiente térmico (efeito de borda) reduzindo a temperatura da cavidade no sentido axial, eixo Z, pois há uma descontinuidade da massa térmica. O programa computacional de Elementos Finitos apresentou resultados próximos dos valores experimentais validando o projeto do controlador. Devido ao acréscimo do isolante térmico foi possível utilizar um controlador com potência reduzida, em torno de 5 W.

7. REFERÊNCIAS

- ANSYS Workbook. versão 5.4 _ 3ed. Ansys Company, 1994.
- BEJAN, A., **Transferência de Calor**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- HAMMES, Érico João. **Orientações e normas para trabalhos científicos**. <<http://www.pucs.br/uni/poa/teo/normas.pdf>> , 04/10/2003.
- HUEBNER, K. H; THORTON, E. A. **The finite element method for engineers**. 2ed.New York: John Willey & Sons,1982.
- INCROPERA, Frank P; WITT, David P. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. 4ed. Rio de Janeiro: LTC, 1992.
- NÓBREGA, Eurípides Guilherme de Oliveira; BELO, Francisco Antônio; BELO, Gomes Aristóteles. **Sistema automático de aquisição de dados de baixo custo**. In: Congresso Internacional de Processamento de Sinais, 1997, Rio de Janeiro.
- UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. **Elaboração de dissertações, teses e planos de pesquisa**: normas da faculdade de engenharia agrícola da Unicamp. <http://www.agr.unicamp.br/admin/mat_dita/pos_graduacao/linha1/arquivos/normasdeTesesprojetos.pdf> , 04/10/2003.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL. **Normas para apresentação de trabalhos científicos**.<http://www.ufrgs.br/ppge/normas_para_apresentacao_de_trabalhos_cientificos.doc> , 04/10/2003.

8. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo suporte financeiro e a Equipe do LES/UFPB.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE THERMAL GRADIENT IN A CYLINDRICAL BAR

Ester Barbosa de Melo

LES /UFPB, Cidade Universitária, Campus I, João Pessoa, CEP 58059 900.

Fone: 83 216 7225. esterrebeca@ig.com.br

Marcelo Magalhães Ávila Paz

LES /UFPB, Cidade Universitária, Campus I, João Pessoa, CEP 58059 900.

Fone: 83 216 7225. marcelo@les.ufpb.br

Francisco Antônio Belo

LES /UFPB, Cidade Universitária, Campus I, João Pessoa, CEP 58059 900.

Fone: 83 216 7225. belo@les.ufpb.br

ABSTRACT

It's presented a theoretical and experimental study of thermal conduction in a cylindrical bar aimed for instruments that need thermal stability. It's tested the heating of a cylindrical bar surface, through a copper resistance and isolated from the ambient, where are calculated: the thermal flux with internal heat generation and the thermal insulating thickness to guarantee a smoller gradient on x, y and z directions. The thermal flux is calculated through the energy balance that provides us equations to calculate the heat transference rate, to the thermal insulating thickness and to the lines of same temperature, considering a laminar external convection coefficient to the cylindrical bar. To a better visualization of the isothermals is used computer program that uses finite elements to calculate the equations of heat transference. Whit the numbers of the heat transference rate and the cylindrical bar measurement it's planed a control to act on it's surface maintaining the desirable temperature inside.

Key-words: Thermal systems, Finite elements, Temperature gradient.