PROCEDIMENTO DE CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO, A TRÊS COORDENADAS, DO DIÂMETRO DE UMA ESFERA

Denise Pizarro Vieira Sato
Departamento de Matemática, Centro Universitário da FEI (UniFEI), Av. Humberto A. Castelo Branco, 3972, São Bernardo do Campo – SP – Brasil – 09850-901, e-mail: denise@4all.com.br

Benedito Di Giacomo
Departamento de Engenharia Mecânica, EESC -Universidade de São Paulo, bgiacomo@sc.usp.br

Rosenda Valdés Arencibia
Departamento de Engenharia Mecânica, EESC – Universidade de São Paulo, arvaldes@sc.usp.br

Resumo: *Este artigo tem por objetivo apresentar um procedimento para o cálculo da incerteza associada ao diâmetro de uma esfera inspecionada em uma Máquina de Medir a Três Coordenadas (MM3C). Para se estimar a incerteza de medição foi utilizado o método da modelagem matemática, tomando-se como base recomendações internacionalmente aceitas e descritas no ISO GUIDE. No cálculo da incerteza tridimensional foram consideradas as incertezas dos pontos medidos na superfície da peça analisada e as incertezas associadas aos estimadores do método de ajuste que define a geometria inspecionada (diâmetro da esfera). O procedimento utilizado é simples, transparente, mas trabalhoso, pois requer o cálculo de múltiplas derivadas simbólicas, nas diversas etapas necessárias para expressar a dimensão final avaliada. Uma vez calculadas tais derivadas, os resultados completos das medições de diâmetro de esferas, efetuadas na MM3C, podem ser determinados independente da dimensão ou do posicionamento da peça no espaço de trabalho da máquina.*

Palavras-chave*: incerteza tridimensional, Máquina de Medir a Três Coordenadas, propagação de incerteza, ISO GUIDE.*

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, todo resultado de uma medição deve ser acompanhado por um valor que indica a qualidade desse resultado. Isto requer, segundo normas nacionais e internacionais que seja acrescentada ao resultado da medição a incerteza a ele associada.

A incerteza associada ao resultado de uma medição pode ser avaliada estatisticamente, através da variação de todos os fatores que influenciam a grandeza medida. Se os recursos financeiros e a disponibilidade de tempo fossem ilimitados e/ou se existisse uma grande quantidade de instrumentos similares para se efetuar a inspeção requerida de forma extensiva, uma boa estimativa seria facilmente determinada através do desvio padrão dos resultados encontrados. Na prática, porém, isto é impossível.

A busca da melhor maneira de calcular a incerteza de medição e de introduzi-la nas normas de qualidade resultou na publicação, em 1993, de um documento intitulado "ISO GUM to Expression of Uncertainty in Measurement" (ISO GUIDE, 1993).

Este documento tem sido adotado pela comunidade metrológica de diversos países e apresenta critérios e regras para expressar e combinar as diferentes componentes de incerteza de medição, através da utilização da lei de propagação de incerteza.

Os procedimentos descritos no ISO GUIDE podem ser aplicados de forma simples para medições realizadas em instrumentos convencionais e em medições por comparação, porém muitas vezes isto exige cálculos laboriosos.

Nas medições a três coordenadas, entretanto, esses procedimentos não podem ser aplicados de forma direta. Os resultados de medições realizadas em uma Máquina de Medir a Três Coordenadas (MM3C) são determinados a partir de pontos espaciais levantados sobre a peça, que definem a característica inspecionada, através de um programa computacional. Desta forma, no cálculo da incerteza de medição, incerteza tridimensional, devem ser levadas em consideração as incertezas associadas a esses pontos espaciais e as incertezas associadas aos coeficientes da curva de ajuste que definem a geometria medida.

Analisar todas as incertezas associadas ao cálculo da característica dimensional desejada e combiná-las de forma que ofereçam a incerteza de medição é um trabalho árduo que requer o cálculo de múltiplas derivadas simbólicas, nas diversas etapas intermediárias, necessárias para se expressar a dimensão avaliada.

Este artigo apresenta as etapas necessárias para estimar as incertezas tridimensionais associadas aos diâmetros de esferas. O procedimento apresentado foi baseado nas recomendações descritas no ISO GUIDE.

2. INCERTEZA TRIDIMENSIONAL

Diferentes métodos podem ser utilizados para determinar a incerteza tridimensional: método do comparador, método do teste de desempenho e método do modelo matemático (Phillips, 1995).

O método do modelo matemático parece ser o mais promissor para a determinação das incertezas das medições. Ele visa estimar a incerteza através de um equacionamento que descreve a relação entre a variável resposta do instrumento de inspeção e as variáveis envolvidas na medição que afetam o valor do mensurando. Assim sendo, os passos necessários para estimar a incerteza de medição utilizando a modelagem matemática são, de acordo com os procedimentos do ISO GUIDE: identificar todas as fontes de incerteza; descrever a relação matemática entre a variável resposta da inspeção e todas as variáveis que contribuem com alguma componente de incerteza; determinar as incertezas padrão (e também seus tipos: Tipo A ou Tipo B) das variáveis que afetam o comportamento do instrumento e calcular a incerteza de medição a partir das incertezas padrão individuais, através do uso da lei de propagação de incertezas.

Para medições unidimensionais, executar os passos descritos acima é relativamente simples. A determinação da incerteza de medições a três coordenadas, no entanto, é mais complexa e trabalhosa.

Durante um processo de medição em uma MM3C as coordenadas $\left(x_i, y_i, z_i\right)$ dos pontos dispersos sobre a superfície da peça são obtidas através de um sistema óptico-eletrônico e utilizadas pelos programas computacionais, incorporados à máquina, para definir as características geométricas e dimensionais desejadas. Assim sendo, a incerteza de medição a três coordenadas é estabelecida a partir das incertezas associadas aos pontos coordenados e às incertezas associadas aos parâmetros, obtidos pelo método que ajusta a geometria e que determina a característica inspecionada.

Para obter a incerteza de uma medição realizada em uma MM3C, com base nos procedimentos descritos no ISO GUIDE, é necessário:

- identificar as fontes de incerteza;
- construir um modelo matemático que gere o mapa de erros da máquina, ou seja, determinar a relação entrada-saída do sistema da máquina, onde todas as fontes de incertezas relevantes para a inspeção são interpretadas como as entradas e as componentes do erro volumétrico as saídas. Normalmente, as coordenadas dos pontos pertencentes ao volume de trabalho da máquina são consideradas as variáveis de entrada;
- determinar a incerteza de cada ponto coordenado medido na superfície analisada. A incerteza de cada um desses pontos é o resultado da combinação das incertezas dos pontos

observados na calibração e das incertezas associadas às outras variáveis de entrada, propagadas através das equações que descrevem o erro volumétrico (Orrego, 1999). Desta forma, tem-se a nuvem de incerteza de cada ponto medido pela máquina na superfície da peça inspecionada;

- utilizar um método matemático (mínimos quadrados, por exemplo) para ajustar a geometria ao conjunto de pontos medidos na superfície da peça;
- determinar as incertezas associadas aos estimadores do método de ajuste, propagadas através das expressões dos estimadores;
- determinar a incerteza padrão combinada da característica requerida.

Executar os passos acima implica no cálculo de múltiplas derivadas parciais que são expressões específicas da característica analisada.

3. INCERTEZA ASSOCIADA AO DIÂMETRO DA ESFERA

As máquinas de medir coordenadas determinam o valor do diâmetro de uma esfera a partir de um conjunto de N pontos ($N \geq 4$) medidos na superfície esférica. A máquina, a partir das coordenadas dos N pontos, utilizando um programa computacional, determina os parâmetros da esfera que melhor se ajustam a esses pontos. Neste trabalho utilizou-se o método dos Mínimos Quadrados.

3.1. Método dos Mínimos Quadrados

O modelo matemático, Eq. (1), descreve a relação existente entre os N pontos medidos na superfície esférica, onde (x_c, y_c, z_c) é o centro e R o raio da esfera.

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2 \tag{1}$$

Com o objetivo de linearizar os resíduos, utilizou-se a mudança de variável expressa na Eq. (2), obtendo-se assim, a equação de mínimos quadrados, Eq. (3).

$$\rho = x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 - R^2 \tag{2}$$

$$MQ = \sum \left[-2 \cdot x_i \cdot x_c - 2 \cdot y_i \cdot y_c - 2 \cdot z_i \cdot z_c + \rho + \left(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \right) \right]^2 \tag{3}$$

Então, a esfera que melhor ajusta os N pontos medidos foi obtida determinando as derivadas parciais de MQ em relação aos parâmetros x_c, y_c, z_c e ρ e igualando-as a zero. Ao realizar os cálculos e escrever essas equações na forma matricial, obteve-se o sistema de equações normais dado pela Eq. (4).

$$\begin{bmatrix} 4\sum x_i^2 & 4\sum x_i y_i & 4\sum x_i z_i & -2\sum x_i \\ 4\sum x_i y_i & 4\sum y_i^2 & 4\sum y_i z_i & -2\sum y_i \\ 4\sum x_i z_i & 4\sum y_i z_i & 4\sum z_i^2 & -2\sum z_i \\ -2\sum x_i & -2\sum y_i & -2\sum z_i & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sum x_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \\ 2\sum y_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \\ 2\sum z_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \\ -\sum (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \end{bmatrix} \tag{4}$$

Utilizando a notação fornecida nas Eq. (5) – Eq. (15), foram obtidas como solução do sistema (4) as Eq. (16) – Eq.(19).

$$A = -4 \cdot \sum x_i y_i \cdot \sum x_i z_i + 4 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum y_i z_i \tag{5}$$

$$B = -4 \cdot \left(\sum x_i z_i\right)^2 + 4 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum z_i^2 \tag{6}$$

$$C = -4 \cdot \left(\sum x_i y_i\right)^2 + 4 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum y_i^2 \tag{7}$$

$$P = 2 \cdot \sum x_i \cdot \sum x_i y_i - 2 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum y_i \tag{8}$$

$$Q = 2 \cdot \sum x_i \cdot \sum x_i z_i - 2 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum z_i \tag{9}$$

$$D = 2 \cdot P \tag{10}$$

$$E = 2 \cdot Q \tag{11}$$

$$F = -2 \cdot \sum x_i y_i \cdot \sum x_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) + 2 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum y_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \tag{12}$$

$$G = -2 \cdot \sum x_i z_i \cdot \sum x_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) + 2 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum z_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \tag{13}$$

$$H = -2 \cdot \sum x_i^2 \cdot \sum (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) + 2 \cdot \sum x_i \cdot \sum x_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \tag{14}$$

$$T = -2 \cdot \left(\sum x_i\right)^2 + 2 \cdot N \cdot \sum x_i^2 \tag{15}$$

$$\rho = \frac{-\left[(A \cdot E - B \cdot D) \cdot (A \cdot F - C \cdot G)\right] + \left(A^2 - B \cdot C\right) \cdot (A \cdot H - D \cdot G)}{(A^2 - B \cdot C) \cdot (A \cdot T - D \cdot Q) - \left[(A \cdot P - C \cdot Q) \cdot (A \cdot E - B \cdot D)\right]} \tag{16}$$

$$z_c = \frac{(A \cdot F - C \cdot G)}{(A^2 - B \cdot C)} - \frac{(A \cdot P - C \cdot Q)}{(A^2 - B \cdot C)} \cdot \rho \tag{17}$$

$$y_c = \frac{G - Q \cdot \rho - B \cdot z_c}{A} \tag{18}$$

$$x_c = \frac{\sum x_i}{2 \cdot \sum x_i^2} \cdot \rho - \frac{\sum x_i \cdot y_i}{\sum x_i^2} \cdot y_c - \frac{\sum x_i \cdot z_i}{\sum x_i^2} \cdot z_c + \frac{\sum x_i \cdot \left(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2\right)}{2 \cdot \sum x_i^2} \tag{19}$$

Determinados o parâmetro auxiliar ρ e as coordenadas do centro da esfera, calculou-se o raio pela Eq. (20).

$$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 - \rho} \tag{20}$$

3.2. Incerteza de Medição associada ao Diâmetro da Esfera

Para avaliar a incerteza de medição a três coordenadas, primeiramente é necessário conhecer as coordenadas dos pontos medidos e as incertezas associadas a cada uma dessas coordenadas. Essas incertezas podem ser estimadas, como citado acima, pela combinação das incertezas dos pontos observados na calibração dos erros, propagadas através das equações que descrevem as componentes do erro volumétrico da MM3C (Zirondi, 2002, Valdés, 2003). Neste trabalho supõe-se conhecidas tais incertezas.

A incerteza de medição associada ao diâmetro da esfera, ou analogamente ao raio da esfera, foi calculada utilizando a lei de propagação de incerteza em todas as etapas do cálculo de R, expressa na Eq. (20).

As derivadas parciais necessárias para determinar a incerteza dessa medição serão expostas na ordem em que elas devem ser calculadas.

As primeiras a serem avaliadas são derivadas parciais das variáveis auxiliares A, B, C, D, E, F, G, H, P, Q e T. Para cada uma dessas variáveis foram obtidas 3 expressões relacionadas às coordenadas x_i, y_i e z_i (Vieira Sato, 2001). As notações utilizadas para essas derivadas parciais são apresentadas na Eq (21), onde considerou-se VAR uma variável auxiliar qualquer (isto é, VAR $\in$ U= {A, B, C, D, E, F, G, H, P, Q, T}).

$$\frac{\partial VAR}{\partial x_i},\ \frac{\partial VAR}{\partial y_i}\ \text{e}\ \frac{\partial VAR}{\partial z_i} \tag{21}$$

Observe que, para cada ponto medido na superfície esférica os valores dessas derivadas parciais devem ser calculados.

De posse das derivadas parciais das variáveis auxiliares, são determinadas as expressões para as derivadas parciais dos parâmetros da esfera.

- derivadas parciais do parâmetro ρ

A derivada parcial de ρ em relação a uma coordenada qualquer w_i (w_i sendo x_i, y_i ou z_i) do ponto i medido na superfície esférica pode ser descrita pela Eq (22), onde $\frac{\partial \rho}{\partial VAR}$ é a derivada parcial de ρ em relação a uma dada variável auxiliar.

$$\frac{\partial \rho}{\partial w_i} = \sum_{VAR \in U}\left[\frac{\partial \rho}{\partial VAR}\cdot\frac{\partial VAR}{\partial w_i}\right] \tag{22}$$

- derivadas parciais do parâmetro z_c (coordenada z do centro da esfera)

A derivada parcial de z_c em relação a uma coordenada qualquer w_i é dada pela Eq. (23), onde $\frac{\partial z_c}{\partial VAR}$ é a derivada parcial de z_c em relação a uma dada variável auxiliar e $\frac{\partial z_c}{\partial \rho}$ é a derivada de z_c em relação ao parâmetro ρ.

$$\frac{\partial z_c}{\partial w_i} = \sum_{VAR \in U}\left[\frac{\partial z_c}{\partial VAR}\cdot\frac{\partial VAR}{\partial w_i}\right] + \frac{\partial z_c}{\partial \rho}\cdot\frac{\partial \rho}{\partial w_i} \tag{23}$$

- derivadas parciais do parâmetro y_c (coordenada y do centro da esfera)

A derivada de y_c em relação a uma coordenada qualquer w_i do ponto i é dada pela Eq (24), onde $\frac{\partial y_c}{\partial VAR}$ é a derivada parcial de y_c em relação a uma dada variável auxiliar, $\frac{\partial y_c}{\partial \rho}$ é a derivada de y_c em relação a ρ e $\frac{\partial y_c}{\partial z_c}$ é a derivada parcial de y_c em relação ao parâmetro z_c.

$$\frac{\partial y_c}{\partial w_i} = \sum_{VAR \in U} \left[\frac{\partial y_c}{\partial VAR} \cdot \frac{\partial VAR}{\partial w_i} \right] + \frac{\partial y_c}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial w_i} + \frac{\partial y_c}{\partial z_c} \cdot \frac{\partial z_c}{\partial w_i} \tag{24}$$

- derivadas parciais do parâmetro x_c (coordenada x do centro da esfera)

A derivada de x_c em relação às coordenadas de um ponto i qualquer são dadas nas Eq (25) - Eq. (27), onde $\frac{\partial x_c}{\partial \rho}$, $\frac{\partial x_c}{\partial z_c}$ e $\frac{\partial x_c}{\partial y_c}$ são, respectivamente, as derivadas parciais de x_c em relação aos parâmetros ρ, z_c e y_c.

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} = & \left\{ (\rho/2) - y_i \cdot y_c - z_i \cdot z_c + \left[\left(3 \cdot x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \right) \div 2 \right] \right\} \div \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^2 \right) - \\ & \left\{ (\rho/2) \cdot \sum_{k=1}^{N} x_k - y_c \cdot \sum_{k=1}^{N} x_k \cdot y_k - z_c \cdot \sum_{k=1}^{N} x_k \cdot z_k + \right. \\ & \left. \left[\sum_{k=1}^{N} x_k \cdot \left(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2 \right) \right] \div 2 \right\} \cdot \left[-(2 \cdot x_i) \div \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^2 \right)^2 \right] + \\ & \frac{\partial x_c}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\partial x_c}{\partial z_c} \cdot \frac{\partial z_c}{\partial x_i} + \frac{\partial x_c}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial x_i} \end{aligned} \tag{25}$$

$$\frac{\partial x_c}{\partial y_i} = \left(x_i . y_i - x_i . y_c \right) \div \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^2 \right) + \frac{\partial x_c}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y_i} + \frac{\partial x_c}{\partial z_c} \cdot \frac{\partial z_c}{\partial y_i} + \frac{\partial x_c}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \tag{26}$$

$$\frac{\partial x_c}{\partial z_i} = \left(x_i . z_i - x_i . z_c \right) \div \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^2 \right) + \frac{\partial x_c}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z_i} + \frac{\partial x_c}{\partial z_c} \cdot \frac{\partial z_c}{\partial z_i} + \frac{\partial x_c}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial z_i} \tag{27}$$

- derivadas parciais do raio da esfera

Obtidos os valores das derivadas parciais dos parâmetros da esfera em relação a cada uma das coordenadas dos N pontos medidos na superfície esférica, deve-se calcular as derivadas parciais do raio da esfera em relação a seus parâmetros: $\frac{\partial R}{\partial x_c}$, $\frac{\partial R}{\partial y_c}$, $\frac{\partial R}{\partial z_c}$ e $\frac{\partial R}{\partial \rho}$.

Finalmente os coeficientes de sensibilidade podem ser determinados. A Eq. (28) apresenta o cálculo a ser efetuado, onde w_i é uma das coordenadas de um ponto i qualquer medido na superfície esférica.

$$\frac{\partial R}{\partial w_i} = \frac{\partial R}{\partial x_c} \cdot \frac{\partial x_c}{\partial w_i} + \frac{\partial R}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial w_i} + \frac{\partial R}{\partial z_c} \cdot \frac{\partial z_c}{\partial w_i} + \frac{\partial R}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial w_i} \tag{28}$$

- incerteza associada ao diâmetro

A incerteza padrão combinada do raio R, equivalentemente à do diâmetro, da esfera é dada pela raiz quadrada de $u^2(R)$, Eq. (29).

$$u^2(R) = \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{\partial R}{\partial x_k} \right)^2 \cdot [u(x_k)]^2 + \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{\partial R}{\partial y_k} \right)^2 \cdot [u(y_k)]^2 + \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{\partial R}{\partial z_k} \right)^2 \cdot [u(z_k)]^2 \tag{29}$$

Como pode ser observado, a determinação da incerteza associada ao diâmetro da esfera requer o cálculo de múltiplas derivadas simbólicas, nas diversas etapas intermediárias, necessárias para expressar essa dimensão.

4. CONCLUSÕES

Ao finalizar este trabalho conclui-se que:

- os procedimentos descritos no ISO GUIDE podem, eficientemente, ser aplicados para avaliar a incerteza associada às medições a três coordenadas, apesar de não serem específicos para tais avaliações;
- uma vez determinadas as expressões para o cálculo da incerteza associada diâmetro da esfera, seu valor pode ser estimados independente da dimensão da superfície esférica e de seu posicionamento no volume de trabalho da MM3C;
- outras contribuições de incerteza podem ser acrescentadas à Eq. (29), se forem consideradas relevantes para estimar a incerteza associada à medição do diâmetro.
- procedimentos análogos podem ser aplicados a outras características (tais como diâmetro de círculos, distância entre pontos, distância ponto-plano) (Viera Sato, 2001).

5. AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro (processo 99/08043-1).

6. REFERENCIAS

ISO TAG 4/WG 3 –(1993). "Guide to the Expression of Uncertainty in measurement", Geneva Switzerland

Phillips, S. D. 1995, "Performance evaluations". In Bosch, J. A. "Coordinate Measuring Machines and Systems". pp.137-226. New York, Marcel Dekker, Inc.

Bosch, J. A., 1995, "Coordinate Measuring Machines and Systems". New York, Marcel Dekker, Inc

Orrego, R.M.M. 1999, "Método de calibração Direta para Máquinas de Medir a Três Coordenadas", Tese de doutorado, EESC-USP.

Zirondi, R.B. 2002, "Uma Contribuição ao Modelo de Sintetização de Erros em Máquinas de medir a Três Coordenadas", Tese de doutorado, EESC-USP.

Valdés, A.R. 2003, "Modelo de sintetização de erros termicamente induzidos em Máquinas de Medir a Três Coordenadas", Tese de doutorado, EESC-USP. 181p.

Vieira Sato 2001, "Determinação da Incerteza de Medição a Três Coordenadas", Relatório No.1. Fapesp, processo:99/08043-1.

PROCEDURE FOR MEASUREMENT UNCERTAINTY CALCULATION AT THREE-COORDINATE OF THE SPHERE DIAMETER

Denise Pizarro Vieira Sato
Centro Universitário da FEI (UniFEI); Av. Humberto A. Castelo Branco, 3972, São Bernardo do Campo – SP – Brazil – 09850-901; e-mail: denise@4all.com.br

Benedito Di Giacomo
Dep. Mech Eng. – EESC – University of São Paulo – Brazil, e-mail: bgiacomo@sc.usp.br

Rosenda Valdés Arencibia
Dep. Mech. Eng., EESC – University of São Paulo – Brazil; e-mail: arvaldes@sc.usp.br

***Abstract**. This paper aims to present a procedure to calculate the uncertainty associated with the sphere diameter, inspected in a Coordinate Measuring Machine (CMM). To estimate the measurement uncertainty was used the mathematical modeling method, following the internationally accepted recommendations described at the ISO GUM. The three-dimensional uncertainty was established from the uncertainty of the measurement points on the surface under consideration and the uncertainty associated with the parameters of the adjustment method that defines the inspected characteristic (sphere diameter). The procedure used is simple, transparent, but laborious, because requires the calculation of many symbolic derivatives in the all necessary stage to define the dimension evaluated. Once these derivatives are known, the complete results from the inspections made in the CMM are calculated independent of the dimension or position of the piece in the machine working volume.*

***Keywords.** three-dimensional uncertainty, Coordinate Measuring Machine, propagation of uncertainty, ISO GUIDE.*