



ANÁLISE E PROJETO DE UMA SUSPENSÃO ATIVA PARA UM AUTOVEÍCULO USANDO ESPAÇO DE ESTADOS

Luís Carlos Passarini

Depto. de Eng. de Materiais, Aeronáutica e Automobilística - Escola de Engenharia de São Carlos - USP
Av. do Trabalhador São-carlense, 400 - 13564-200 São Carlos - SP
email: luca@sc.usp.br

Resumo: *Apresenta os resultados obtidos a partir de uma experiência feita no ensino de projeto de sistemas de controle pelo método de espaço de estados no curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica. São revistos os diferentes conceitos de suspensões veiculares. Para um determinado problema, propô-se o projeto de uma suspensão ativa. O controle da suspensão foi analisado e projetado pelo método de espaço de estados. Os conceitos de observabilidade, controlabilidade e otimização são apresentados e discutidos em cima do problema proposto. Os resultados são confrontados com o projeto tradicional pelo método do lugar das raízes otimizado pelo critério ITAE.*

Palavras-chave: *suspensão ativa, controle moderno, espaço de estados, ensino de engenharia de controle*

1. INTRODUÇÃO

O ensino de sistemas de controle nos cursos de engenharia mecânica têm sido cada dia mais necessário por ser a engenharia de controle uma das áreas que mais se desenvolvem nestes últimos anos. A engenharia mecânica exige uma abordagem particular que muitas vezes não está disponível na literatura tradicional que é mais voltada para a engenharia elétrica, embora os fundamentos teóricos sejam os mesmos.

A fim de manter os alunos motivados ao longo do curso, tem-se recorrido na Escola de Engenharia de São Carlos a estudos de casos de sistemas conhecidos ou de alguns tipos de problemas atuais aproveitando as oportunidades para introduzir certos conceitos de uma maneira mais eficiente. Há ainda de se ressaltar que os problemas tradicionalmente tratados na literatura, geralmente são “bem comportados” e mascaram os muitos melindres dos problemas mais práticos. Diversas vezes tem-se visto alunos com dificuldades em problemas relacionados ao seu trabalho, dificuldades que não enfrentavam quando faziam seus exercícios.

Aproveitando-se do fato de que a pesquisa principal da última década na área da dinâmica veicular foi sobre suspensões ativas, semi-ativas e adaptáveis, levou-se este problema para a sala de aula, com o objetivo de além de abordar um assunto atual e motivar o aluno fazendo-o desenvolver um projeto estudando uma das partes de sua paixão que é o automóvel.

Nos cursos de graduação o assunto é introduzido abordando os aspectos da análise e otimização de suspensões passivas através do método do lugar das raízes, resposta em frequência, critérios de desempenho e otimização. Posteriormente, são introduzidos os problemas de projeto pelos métodos convencionais pelas Transformadas de Laplace. Os resultados se refletem em um maior interesse dos alunos pelas aulas, maior participação e uma melhor fixação dos conceitos. O sucesso desta experiência motivou a repeti-la nos cursos de pós-graduação acrescentando-lhe os métodos pelo espaço de estados e controle digital. Os resultados ali também tem sido bastantes compensadores.

Neste artigo será abordado um desses assuntos, sendo apresentada a experiência realizada com o estudo de caso de um projeto de uma suspensão ativa automotiva usando a técnica dos espaços de estados. O artigo foi desenvolvido de modo a servir de roteiro para que a experiência possa ser também repetida em outras unidades

de ensino. Inicialmente serão introduzidos os requisitos de uma suspensão veicular e o conceito de suspensão ativa. Será apresentado o modelo matemático convencional e brevemente a solução obtida pelo método de projeto tradicional. A seguir será desenvolvido e discutido o projeto pela abordagem do espaço de estados. As soluções serão comparadas e os resultados discutidos.

2. REQUISITOS DE UMA SUSPENSÃO AUTOMOTIVA

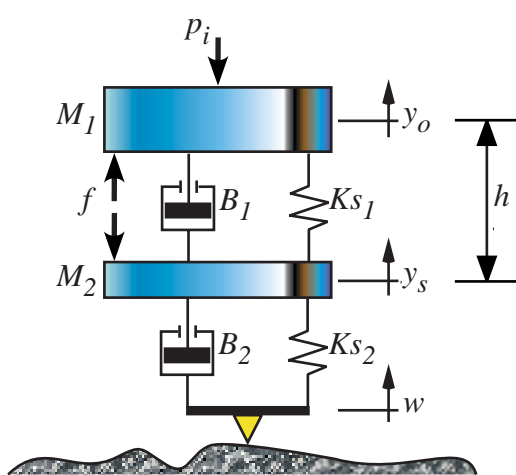
O conforto de um veículo é influenciado na maior parte por acelerações verticais e pelos movimentos do veículo causados por movimentos de arfagem (*pitch*) e de rolagem (*roll*). A rigidez do pneu, as características do amortecedor, e a rigidez da mola são os fatores principais que influenciam no conforto do veículo. Pela análise teórica é possível determinar os efeitos destes fatores e, além disso, é também possível, em alguns casos, otimizar todo o comportamento da suspensão automotiva. Entretanto, como será mostrado adiante, há casos em que a otimização da suspensão passiva não é satisfatória.

O projeto de uma suspensão ativa para um autoveículo é um interessante problema de engenharia de controle. Em geral, um sistema de suspensão veicular considerado bom deve ter um comportamento tal que providencie conforto aos passageiros quando o veículo estiver passando por buracos ou solavancos e ao mesmo tempo exibir uma capacidade satisfatória de manter a roda em contato com a pista. Em outras palavras, quando a roda vir a sofrer qualquer perturbação vinda da pista (i. e. buracos, rachaduras ou falhas e irregularidades no pavimento), a carroceria do veículo não deve reagir com grandes oscilações e mesmo as pequenas devem ser dissipadas rapidamente.

3. MODELO MATEMÁTICO

Em geral, o sistema de suspensão é projetado tomando-se um modelo unidimensional do tipo massa-mola-amortecedor para cada uma das rodas, ou seja, representa-se o chassi como uma massa suspensa com uma mola e um amortecedor em cada canto (divide-se o chassi do veículo em quatro ou seis partes dependendo do veículo ser um automóvel ou quando o veículo for um caminhão ou ônibus) apoiados sobre as rodas que por sua vez são representadas por massas suspensas por molas e amortecedores. Embora seja uma representação menos sofisticada, este modelo é bastante utilizado para estudos de controle da dinâmica vertical, mesmo considerando-se que tal modelo despreze as ações de esterçamento e as acelerações nas rodas, não sendo útil para o estudo do controle da suspensão onde os efeitos combinados de propulsão e esterçamento também estão incluídos.

Baseando-se neste modelo procura-se a máxima eficiência, que depende da intensidade da força no amortecedor, da elasticidade da mola e os coeficientes da rigidez do pneu. A Fig. (1) mostra um diagrama esquemático de tal modelo, sendo:



M_1 = massa da carroceria;

M_2 = massa móvel da suspensão (incluindo pneu, mola, amortecedor, disco, roda, pinça, eixo, etc.);

KS_1 = constante elástica da mola;

KS_2 = constante elástica do pneu e roda;

B_1 = constante de amortecimento do amortecedor;

B_2 = constante de amortecimento do pneu e roda;

f = força exercida pelo atuador (força de controle);

w = irregularidade do pavimento;

p_i = carregamento;

y_o = resposta da carroceria;

y_s = resposta da suspensão;

h = compressão medida na mola ou no amortecedor.

Fig. 1

Aplicando a 2ª Lei de Newton às massas da carroceria e da suspensão, respectivamente, obtêm-se as seguintes equações dinâmicas dos seus movimentos:

$$M_1 \cdot \ddot{y}_o = f - p_i - B_1(\dot{y}_o - \dot{y}_s) - Ks_1(y_o - y_s) \quad \text{Eq. (1)}$$

$$M_2 \cdot \ddot{y}_s = -f + B_1(\dot{y}_o - \dot{y}_s) + Ks_1(y_o - y_s) - B_2(\dot{y}_s - \dot{w}) + Ks_2(y_s - w) \quad \text{Eq. (2)}$$

É muito importante notar que a soma das Eq. (1) e Eq. (2) produz uma terceira equação

$$\ddot{y}_o = \underbrace{\frac{B_2}{M_1} \cdot \dot{w} + \frac{Ks_2}{M_1} \cdot w}_{\text{pavimento}} - \underbrace{\left(\frac{M_2}{M_1} \cdot \ddot{y}_s + \frac{B_2}{M_1} \cdot \dot{y}_s + \frac{Ks_2}{M_1} \cdot y_s \right)}_{\text{dinâmica da suspensão}} - \underbrace{\frac{p_i}{M_1}}_{\text{carregamento}} \quad \text{Eq. (3)}$$

que indica que a aceleração da carroceria depende diretamente das condições do pavimento w , da dinâmica da suspensão e do carregamento p_i .

Uma vez que a distância $(y_o - w)$ e a deformação do pneu $(y_s - w)$ são muito difíceis de serem medidas, do ponto de vista prático é mais interessante se trabalhar com a distância $(h = y_o - y_s)$ que pode ser facilmente obtida instalando-se um transdutor na mola ou no amortecedor.

Reescrevendo as Eq. (1) e Eq. (2) em função de h e y_o , encontra-se:

$$\ddot{y}_o + \frac{B_1}{M_1} \cdot \dot{h} + \frac{Ks_1}{M_1} \cdot h = \frac{1}{M_1} \cdot f - \frac{1}{M_1} \cdot p_i \quad \text{Eq. (4)}$$

$$\begin{aligned} \ddot{h} + \left[B_1 \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) + \frac{B_2}{M_2} \right] \cdot \dot{h} + \left[Ks_1 \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) + \frac{Ks_2}{M_2} \right] \cdot h + \frac{B_2}{M_2} \cdot \dot{y}_o + \frac{Ks_2}{M_2} \cdot y_o = \\ = \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) \cdot f - \frac{B_2}{M_2} \cdot \dot{w} - \frac{Ks_2}{M_2} \cdot w - \frac{1}{M_1} \cdot p_i \end{aligned} \quad \text{Eq. (5)}$$

Na abordagem convencional dos sistemas ditos lineares e invariantes no tempo, feita através das Transformadas de Laplace (TL), são obtidas as relações funcionais entre entradas (estímulos) e saídas (respostas). Da aplicação das TL obtemos os diagramas de blocos mostrados na Fig. (2).

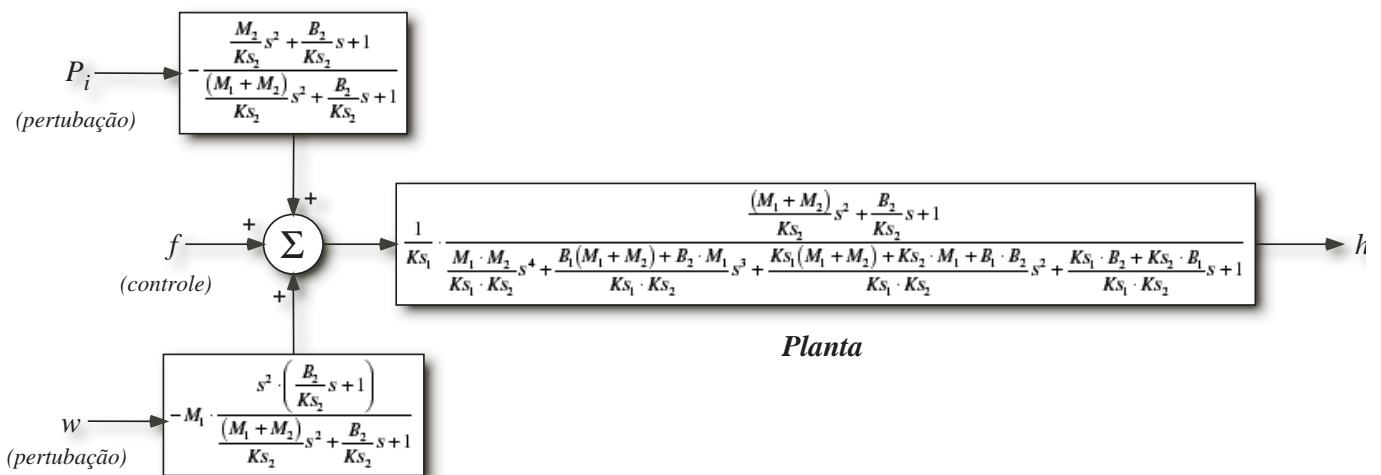
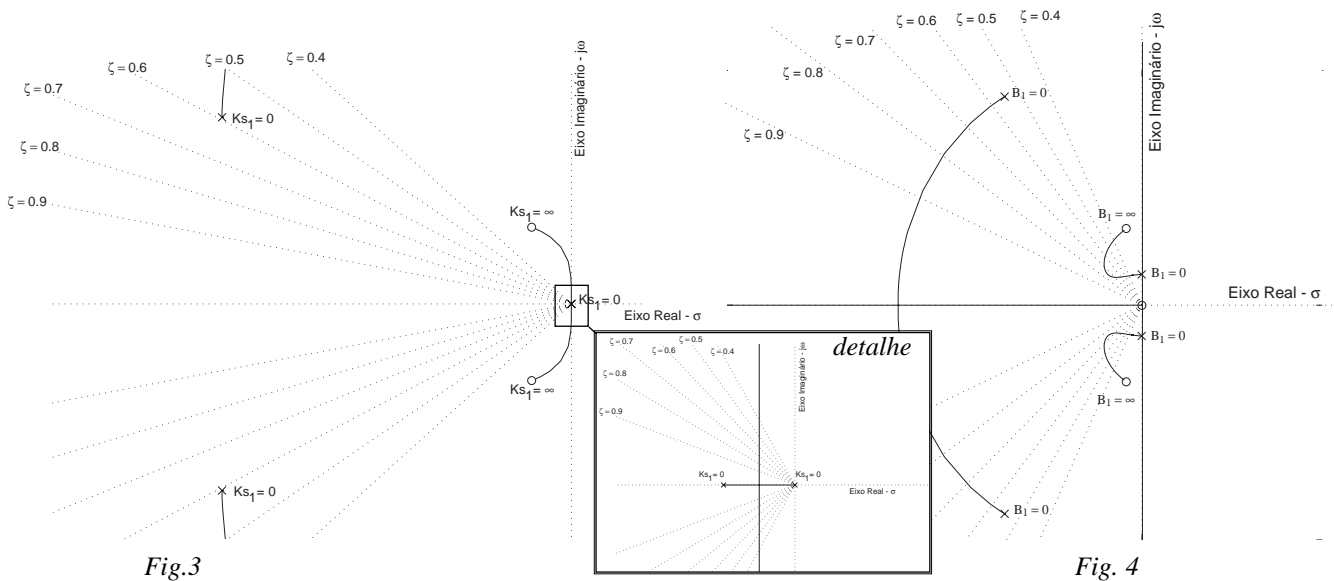


Fig. 2

Nota-se que o denominador na planta é quem define o comportamento dinâmico natural do sistema. No projeto de uma suspensão passiva convencional, a otimização é feita ajustando-se exclusivamente a constante de mola Ks_1 e a constante do amortecedor B_1 . Nenhuma ação de controle é realizada sobre as massas da carroceria ou suspensão. As técnicas de otimização tradicionais consistem na análise da resposta em frequência ou na combinação do método do lugar das raízes com algum critério de desempenho como o ITAE.

A Fig. (3) mostra a influência da constante elástica da mola Ks_1 através do Diagrama do Lugar das Raízes. A Fig. (4) mostra o efeito da constante do amortecedor B_1 . B_1 é otimizado adotando-se valores que produzem

raízes próximas ao cotovelo. Estes diagramas mostram também que há uma forte dominância das raízes próximas ao eixo imaginário, contando também com a presença de dois zeros relativamente próximos a elas. Esta informação é valiosíssima para o projeto de uma suspensão ativa.



Os critérios de desempenho baseados em integral de erro permitem o refinamento da escolha de B_1 e K_{s1} . A título de ilustração, tomando-se os dados de um problema real, a Fig. (5) mostra sob a ação de uma excitação em degrau (100 mm) a resposta no tempo de uma suspensão que teve seus parâmetros otimizados. Apesar da praticidade dessa técnica de projeto a resposta da suspensão ao movimento de rolagem não pode ser muito melhorada e às vezes é possível deparar-se com valores impraticáveis, como os obtidos na Fig. (5).

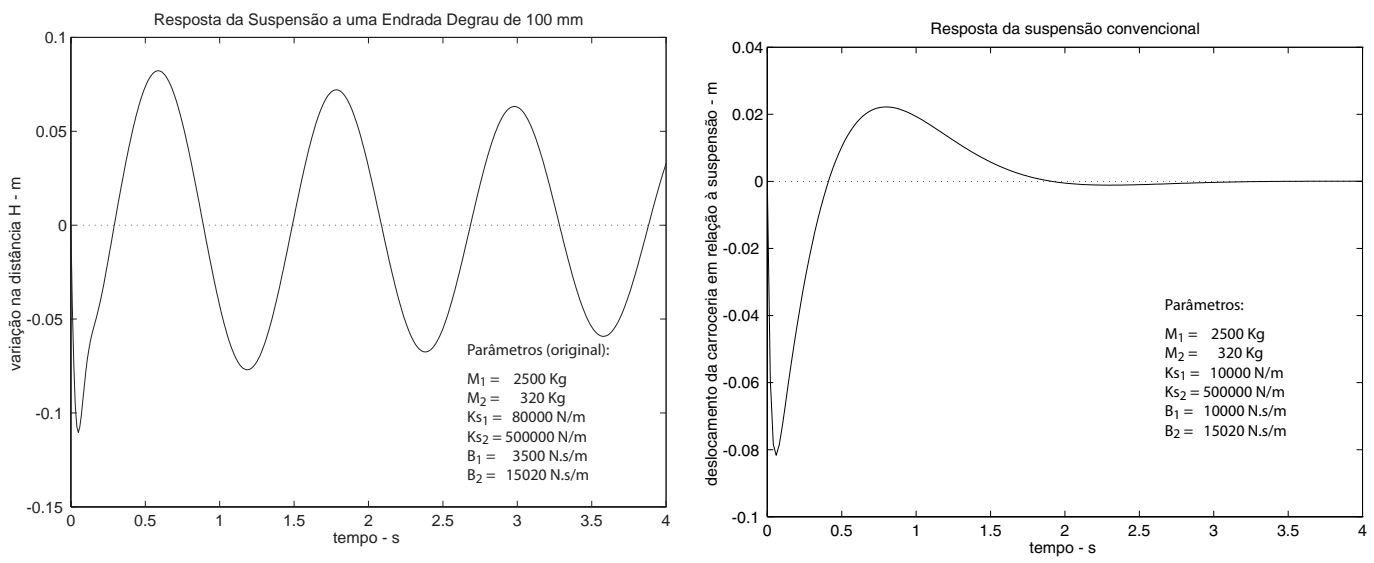


Fig. 5 Esq.: Suspensão com parâmetros originais. Dir. suspensão com parâmetros otimizados.

4. PROJETO DE SUSPENSÃO ATIVA - ABORDAGEM POR TRANSFORMADAS DE LAPLACE

A fim de obter uma resposta mais controlada da suspensão, introduz-se um sistema de controle para a suspensão atuando através da força f . Duas abordagens são possíveis: transformadas de Laplace e espaço de estados.

No projeto por transformadas de Laplace comumente pode-se projetar o controlador fazendo-se uso de filtros ou o uso das ações proporcional-integral-derivativa (PID).

No projeto por filtragem pode-se utilizar um controlador em rede de avanço dupla (*notch filter*). Os zeros do filtro são posicionados próximos aos pólos dominantes, de forma a atrair suas raízes para si (sem o controlador essas raízes são atraídas pelos zeros da planta conforme pode ser visto na fig. 4). Os pólos do controlador são posicionados mais à esquerda, mais para o lado dos pólos não dominantes da planta. Este projeto também pode ser feito utilizando-se os gráficos de resposta em frequência.

O projeto por ação PID é um pouco mais complicado. O pólo do controlador é naturalmente posicionado na origem do plano-s enquanto que os zeros são determinados por tentativa-e-erro: um dos zeros é posicionado bem próximo a este pólo na origem enquanto que varia-se posição do segundo zero a fim de obter a resposta desejada. Lembrando-se que o zero muito próximo do pólo eleva demais o *overshoot* e afastado demais eleva o esforço de controle. Esta preocupação precisa ser passada aos estudantes que pela inexperiência ainda não têm o discernimento apurado e acabam encontrando dificuldades na ajustagem dos parâmetros. Tem-se usado com sucesso, como um bom ponto de partida os já consagrados ajustes propostos por Ziegler-Nichols ou os ajustes propostos por Wherry et. al. (1954) que produzem uma sobrelevação mais reduzida.

A Fig. 6 ilustra as respostas obtidas usando-se um controlador PID ajustado segundo Wherry et. al. (1954). O sistema foi excitado, primeiro com uma entrada w em degrau (100 mm) simulando um solavanco e depois com uma entrada p_i em degrau (25000 N) simulando uma curva acentuada. É notável a diminuição da sobrelevação que foi praticamente “zerada” com um esforço de controle relativamente pequeno.

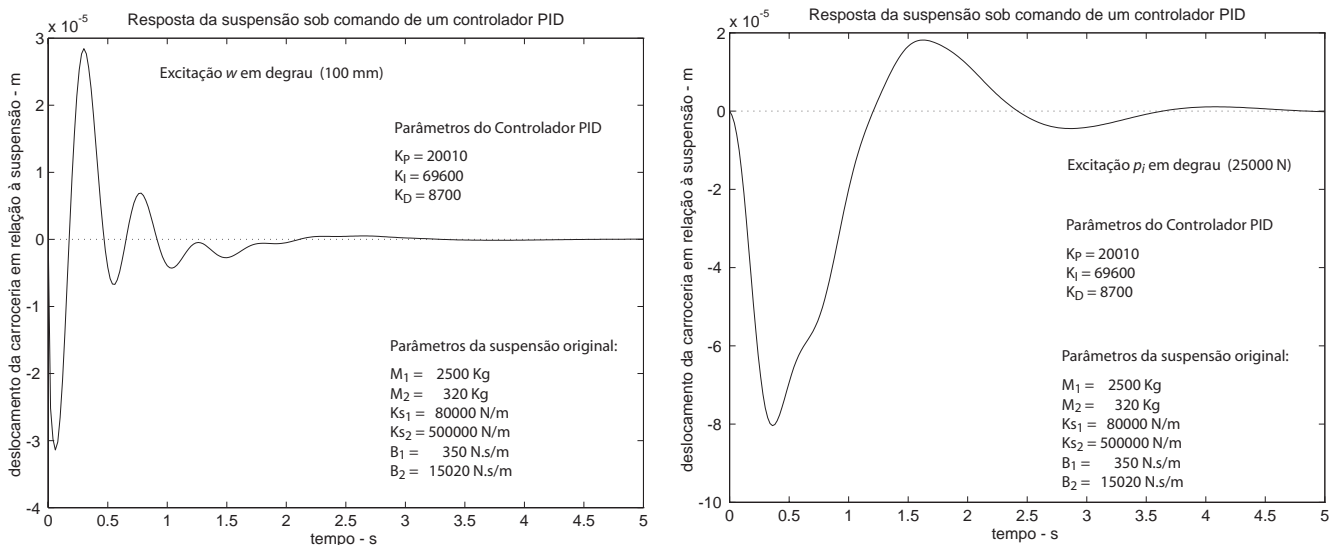


Fig. 6

5. PROJETO DE SUSPENSÃO ATIVA - ABORDAGEM POR ESPAÇO DE ESTADOS

O método de projeto por espaço de estados é sob vários aspectos mais poderoso que o método tradicional das TL, sobretudo pela liberdade oferecida. Entretanto, nem sempre a solução oferecida por este método para os sistemas lineares invariantes no tempo é superior àquela conseguida pelo método das transformadas de Laplace. O mito de que todo projeto feito pelo método de espaço de estados é sempre melhor que o obtido pelo método das transformadas é falso para muitos problemas, sendo mais conveniente dizer que para os sistemas lineares e invariantes no tempo, cada um dos métodos oferecem vantagens e desvantagens, podendo as técnicas serem complementares. Muitas vezes a confrontação das soluções obtidas usando-se um e outro método é muito útil para o refinamento do projeto. O que faz do projeto da suspensão um problema interessante é o fato de que a irregularidade do pavimento (deslocamento) agindo como perturbação é de natureza diferente à ação de controle (força). As técnicas de projeto por espaço de estados descritas na literatura (Ghrantham-Vicent, 1993, Ogata, 1993, Franklin et al., 1994 entre outros) não prevêem tal situação e as dificuldades que daí surgem acabam passando despercebido aos olhos dos educadores. É exatamente esta característica que faz do projeto da suspensão ativa um excelente problema de controle para ser discutido nos cursos de controle.

O sistema representado pelas Eq. (1) e Eq. (2) necessita, para ser completamente descrito pelo método de espaço de estados, de quatro estados denotados x_1, x_2, x_3 e x_4 . Um ou mais deles escolhe-se iguais às variáveis de interesse (que podem ser medidas), no caso, $x_1 = h$ e $x_3 = y_0$. A descrição dos demais estados não segue uma regra fixa. Em geral, utiliza-se a que for mais conveniente e familiar. No entanto, é muito importante deixar cada saída ou variável de interesse em função de apenas um estado de cada vez. A montagem das equações obedecendo-se a lei de formação para a obtenção da forma canônica observável (OCF) é bastante prática quando aparecem derivadas das entradas nas equações diferenciais, como nas Eq. (1) e (2) e foi a forma adotada neste trabalho. Observa-se que mesmo usando-se tal lei de formação nem sempre se obtém a OCF pura como se pode observar na Eq. (6).

A partir de agora, seguindo a convenção encontrada na literatura, os parâmetros e variáveis vetoriais e matriciais serão representados em negrito.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\left(\frac{B_1+B_2}{M_1} + \frac{B_1}{M_2}\right) & 1 & \frac{B_2}{M_2} & 0 \\ -\left(\frac{B_1+B_2}{M_1} + \frac{B_1}{M_2}\right) & 0 & \frac{Ks_2}{M_2} & 0 \\ \frac{-B_1}{M_1} & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-Ks_1}{M_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{F}} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_1+M_2}{M_1 \cdot M_2} \\ 0 \\ \frac{1}{M_1} \end{bmatrix}}_{\hat{G}} \cdot f + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{B_2}{M_2} \\ -\frac{1}{M_1} & -\frac{Ks_2}{M_2} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{M_1} & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{G}_w} \cdot \begin{bmatrix} p_i \\ w \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (6)}$$

$$h = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{H}} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (7)}$$

A dinâmica de um sistema descrito pelo espaço de estados representada pelas equações Eq. (6) e Eq. (7) é governada, assim como na descrição por função de transferência, pelos pólos e zeros entre w e p_i e/ou pelos pólos e zeros entre w e h (para simplificar será citado daqui em diante apenas o efeito da perturbação w):

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{F}] = 0 \quad \text{para os pólos e} \quad \text{Eq. (8)}$$

$$\det \begin{bmatrix} s\mathbf{I} - \mathbf{F} & \mathbf{G}w_2 \\ \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{para os zeros.} \quad \text{Eq. (9)}$$

onde \mathbf{G}_{w_2} representa a segunda coluna de \mathbf{G}_w .

O projeto de sistemas de controle por espaço de estados segue invariavelmente dois passos básicos que são a determinação da lei de controle e a determinação do estimador de estados. O propósito da lei de controle é impor um conjunto de pólos para o sistema em malha fechada que corresponda a um comportamento dinâmico satisfatório em termos de porcentagem de sobrelevação (*overshoot*), tempo de subida e outras medidas da resposta transitória, fazendo-se

$$f = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} \quad \text{Eq. (10)}$$

sendo $\mathbf{K} = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4]$ a matriz dos ganhos da realimentação dos estados \mathbf{x} , e cuidando para que o esforço de controle não seja demasiado inviabilizando na prática a implementação do projeto, uma vez a ação de controle consiste na união de parcelas proporcionais a cada um dos estados.

A finalidade do estimador de estados, também conhecido como observador, é calcular uma estimativa de todo o vetor de estados quando alimentado com as medições do sistema. Isto é necessário porque nem sempre todos os estados são mensuráveis ou porque na prática isto se mostra inviável.

5.1 Determinação da Lei de Controle

Uma limitação prática muito importante do projeto da lei de controle é muito pouco discutida na literatura: Tem-se constatado que os estudantes adquiriam a falsa impressão de que teriam liberdade de colocar os pólos onde quisessem bastando satisfazer as condições necessárias para controlabilidade. Em geral, os alunos entendiam que bastava escolher um conjunto de pólos que as características que aqueles pólos ofereciam estavam asseguradas. A experiência com o ensino de engenharia de controle revelou que o processo de aprendizado vinha se mostrando demais mecanizado ainda mais com a utilização dos pacotes CACSD (*computer aided control systems design*) dos quais o MatLab® é o maior conhecido. Para corrigir este erro é recomendável enfatizar o problema do esforço de controle e das limitações da precisão numérica dos CACSD (especialmente nas transformações). Essa ação produz nos estudantes uma abordagem mais prática na seleção do conjunto de pólos. Entretanto, há mais uma outra séria consideração que será comentada logo mais adiante e que diz respeito ao comportamento do sistema sob ação de perturbações.

A verificação da controlabilidade do sistema leva à obtenção da matriz de controlabilidade \mathcal{C} da Eq. (11), onde pode-se perceber claramente que as colunas da matriz \mathcal{C} são linearmente independentes, o que significa na prática que os estados de um sistema de suspensão podem ser controlados pela aplicação da força f . Portanto, pela

representação de estados escolhida, a variável h também o será.

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M_1} & -B_1\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)^2 - \frac{B_2}{M_2^2} & \frac{B_2^2}{M_2^2 \cdot M_1} + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) \left[\frac{M_1^2 \cdot B_2(B_1+B_2) - B_1^2 \cdot M_2(M_1+M_2)}{M_2^2 \cdot M_1^2} - \frac{Ks_1}{M_1} \right] \\ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} & 0 & -Ks_1\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)^2 - \frac{Ks_2}{M_2^2} & \frac{Ks_1 \cdot B_1}{M_1} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) - \frac{Ks_2}{M_2^2} \left[\frac{B_1+B_2}{M_2} + \frac{B_1}{M_1} \right] \\ 0 & \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} & -\frac{B_1}{M_1} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) & \frac{Ks_2 + (M_1+M_2) \left(\frac{B_1^2}{M_1^2} - \frac{Ks_1(M_1+M_2) + Ks_2 \cdot M_1}{M_1 \cdot M_2} \right)}{M_1 \cdot M_2} \\ \frac{1}{M_1} & 0 & -\frac{Ks_1}{M_1} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) & \frac{Ks_1}{M_1^2} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) \end{bmatrix} \quad Eq. (11)$$

Uma importante observação deve ser feita aqui com relação aos zeros: A consequência direta desta ação de controle aplicada ao sistema sobre os pólos e zeros entre w e h é que estes passam a obedecer uma nova lei:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{F} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{K}] = 0 \quad \text{para os pólos e} \quad Eq. (12)$$

$$\det \begin{bmatrix} s\mathbf{I} - \mathbf{F} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{K} & \mathbf{G}w_2 \\ \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{para os zeros.} \quad Eq. (13)$$

Enquanto que a movimentação dos pólos não afeta a posição dos zeros da planta entre h e f , o mesmo não se dá em relação aos zeros da perturbação w ou p_i que se deslocam em função dos ganhos da matriz da realimentação dos estados conforme pode ser visto pela Eq. (13). Além desse deslocamento de zeros, a lei de controle promove também uma alteração no ganho da função de transferência entre w e h ! O resultado é que o sistema pode exibir ‘offset’ quando perturbado.

Franklin et al. (1994) descreve três métodos para se chegar à lei de controle e consequentemente à matriz \mathbf{K} :

- projeto pelos pólos dominantes;
- projeto por protótipo;
- projeto pelo lugar das raízes simétrico (SRL)

Estes métodos são bastante conhecidos e funcionam como uma orientação para o posicionamento dos pólos em malha fechada. A princípio, pode-se impor qualquer conjunto de pólos ao sistema, desde que este seja controlável. Por exemplo, no projeto pelos pólos dominantes impõe-se a esses pólos as características dinâmicas desejáveis da resposta transitória podendo deixar os demais pólos onde estão ou deslocando-os em relação ao eixo imaginário a fim de melhorar o seu amortecimento. Diferentemente do método das transformadas de Laplace onde age-se sempre no conjunto de pólos. Entretanto, para problemas do tipo estudado, a escolha dos elementos da matriz de ganhos \mathbf{K} não é tão trivial e não depende apenas da escolha dos pólos de malha fechada, ou seja, estes métodos não são eficazes, sendo exigido um compromisso entre a resposta transitória e o *offset* residual em regime. Em outras palavras, a principal vantagem desses métodos foi anulada pela presença da perturbação e infelizmente este aspecto no projeto dos sistemas de controle não é abordado na literatura, é esta dificuldade que os estudantes enfrentam nos projetos ditos “reais” quando se sentem despreparados para lidar com o problema e não encontram na teoria subsídios que lhes permitam encontrar uma solução satisfatória, mesmo tendo aprendido a observar a relação esforço/desempenho. Em muitos casos constatou-se que o procedimento metodológico foi deixado de lado e a alternativa mais ao seu alcance foi o método da tentativa-e-erro.

Neste projeto, propôs-se, antes de tudo, analisar a partir da Eq. (13) as possíveis restrições que poderiam ser aplicadas à matriz \mathbf{K} . Esta análise revelou, por exemplo, que a movimentação dos zeros entre w e h independe do primeiro elemento da matriz, K_1 . E além disso, revelou também que duas condições são necessárias na matriz de ganhos \mathbf{K} para que sob ação das perturbações w e p_i o sistema não apresente *offset*:

$$K_3 = 0 \quad \text{e} \quad K_2 = -\frac{Ks_2 \cdot M_2}{B_2} \quad Eq. (14)$$

Com estes dois elementos fixados, pode-se partir para a determinação dos elementos restantes K_1 e K_4 . Por exemplo, supondo que se queira uma sobrelevação na resposta menor que 5% e que o sistema estabeleça perto dos 5 seg, calculam-se os correspondentes valores de K_1 e K_4 pelo critério ITAE e obtém-se a fig. (7) onde o sistema foi excitado, primeiro com uma entrada w em degrau (100 mm) simulando um solavanco e depois com uma

entrada p_i em degrau (25000 N) simulando uma curva acentuada.

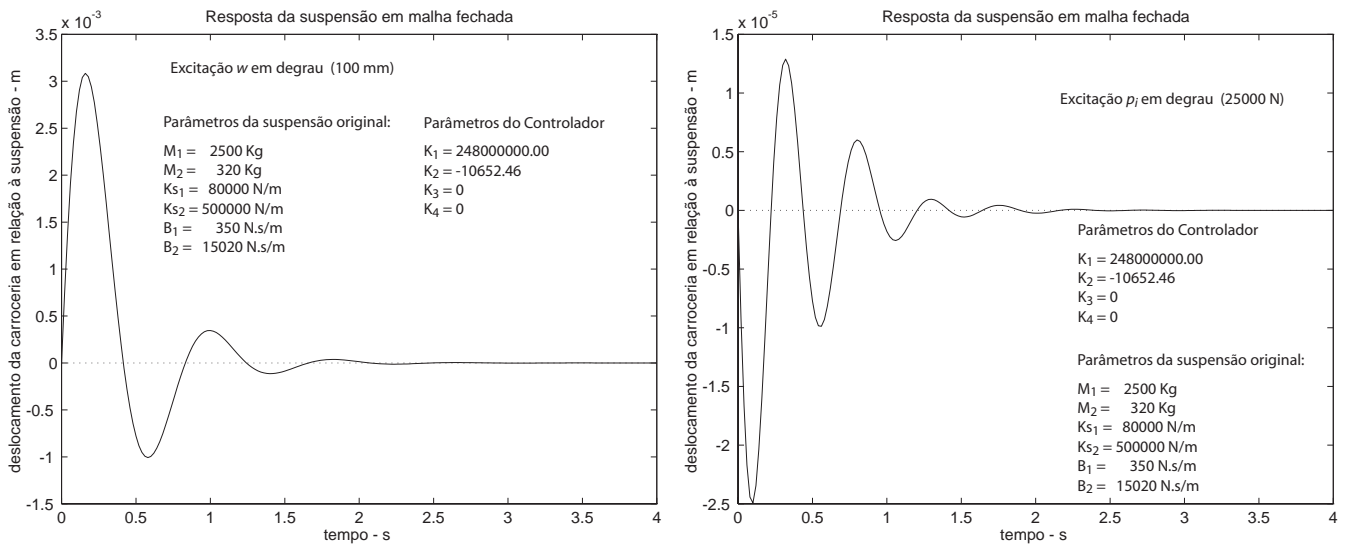


Fig. 7

5.2 Determinação do Estimador de Estados

A seqüência normal no projeto de um sistema de controle pelo método dos espaços de estados consiste no projeto do estimador de estados que trará ao controlador as informações sobre os estados que não podem ser medidos. A grosso modo, o estimador de estados age como um simulador da planta, porém com uma dinâmica geralmente mais rápida. O estimador trabalha no mínimo com dois sinais: a ação de controle e a resposta da planta. O estimador precisa reconstruir todos os estados a partir apenas da medida da resposta da planta. Para saber se é ou não possível esta tarefa é feito um teste, construindo-se a chamada matriz de observabilidade \mathcal{O} . Uma propriedade da matriz de observabilidade é que se as colunas de \mathcal{O} forem linearmente independentes, então é possível a reconstrução dos estados a partir da medida da resposta da planta. No projeto de suspensões ativas, existe uma configuração muito particular onde o atuador substitui a mola e o amortecedor. Este tipo de sistema é controlável, porém não é possível reconstruir os estados medindo apenas o deslocamento da carroceria y_o uma vez que, se observarmos a Eq. (4), quando K_{s1} e $B_1 = 0$ desaparece o acoplamento entre y_o e h e logicamente com os estados relacionados a h . Entretanto, se tomarmos a resposta do sistema a distância h , o acoplamento não desaparece e o sistema é observável. Donde se conclui que a observabilidade depende do que se toma como resposta do sistema. No caso da suspensão automotiva, podemos escolher entre medir o deslocamento da carroceria ou deslocamento do semi-eixo ou a distância carroceria/semi-eixo (compressão da mola), mas qualquer que seja esta escolha, ela tem implicações. Para o problema em estudo, verifica-se pela matriz de observabilidade que o sistema é observável. Infelizmente, a expressão obtida para a matriz \mathcal{O} é bem complexa e não será mostrada aqui.

Um dos critérios de projeto do estimador bastante utilizado consiste em tomar os pólos do sistema em malha fechada obtidos com a lei de controle e multiplicá-los de 2 a 6 vezes para usá-los no estimador. Em geral, essa regra prática facilita bastante o trabalho dos estudantes que só precisam se preocupar em evitar, se possível, produzir um sistema condicionalmente estável. Entretanto, para os sistemas do tipo estudado, a interação entre estimador e perturbação na dinâmica do sistema é bastante complicada. As Eq. (15) e (16) trazem a descrição da dinâmica do sistema em malha fechada com estimador de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & -G \cdot K \\ L \cdot H & F - G \cdot K - L \cdot H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_w \\ 0 \end{bmatrix} \quad Eq. (15)$$

$$h = [H \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad Eq. (16)$$

A introdução do estimador no sistema sobre os pólos e zeros entre w e h é que estes passam a obedecer uma outra lei diferente da de malha aberta Eq. (9) e diferente daquela imposta pela lei de controle Eq. (13):

$$\det \begin{bmatrix} (sI - F + G \cdot K) & -G \cdot K \\ 0 & (sI - F + L \cdot H) \end{bmatrix} =$$

$$= \det(sI - F + G \cdot K) \cdot \det(sI - F + L \cdot H) = 0 \text{ para os pólos e} \quad \text{Eq. (17)}$$

$$\det \begin{bmatrix} (sI - F + G \cdot K) & -G \cdot K & -G_w \\ 0 & (sI - F + L \cdot H) & -G_w \\ H & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \det(sI - F + G \cdot K + L \cdot H) \cdot \det \begin{bmatrix} (sI - F + G \cdot K) & -G_w \\ H & 0 \end{bmatrix} = 0 \text{ para os zeros.} \quad \text{Eq. (18)}$$

Conforme pode ser visto pelas Eq. (18) e Eq. (13) o efeito principal da introdução do estimador é o aparecimento de um outro conjunto de zeros entre w e h , além daquele que foi modificado pela lei de controle. Logicamente que ocorrerá também uma alteração no ganho da função de transferência entre w e h e o ajuste do *offset* obtido com a lei de controle estará perdido. Mas além disso, o principal e pior efeito produzido é que a lei de controle pode não ser mais satisfatória para o sistema com estimador, como aconteceu no exemplo em questão. De fato, o estimador afeta todo o compromisso entre a lei de controle e os zeros do sistema de malha fechada exigindo um novo compromisso às custas de uma nova lei de controle. A dificuldade de se ajustar ao mesmo tempo dois conjuntos de ganhos sem poder contar com as ferramentas convencionais ultrapassa os objetivos didáticos deste artigo. Porém, como ilustração de um projeto com estimador de estados, será apresentado um resultado que foi obtido usando-se a *técnica do controle integral*.

O controle integral é utilizado quando se trabalha com um sistema suscetível a desajustes. No caso do controlador obtido no item 5.1, qualquer desajuste em K_2 fará com que o sistema exiba *offset*. Portanto, neste caso, e naqueles onde há perturbações, a melhor solução é controle integral, ou seja, acrescentar à lei de controle uma ação integral corretiva para o erro do sistema. No caso do sistema da suspensão, o erro é a própria resposta que deseja-se que vá para zero quando o sistema é perturbado:

$$f = -K \cdot x - K_I \int h dt = -K \cdot x - K_I \int H \cdot x dt \quad \text{Eq(19)}$$

Definindo um estado adicional $x_I = \int h dt$, as Eq. (15) e (16) trazem a descrição da dinâmica do sistema em malha fechada com estimador de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & H & 0 \\ -G \cdot K_I & F & -G \cdot K \\ -G \cdot K_I & L \cdot H & F - G \cdot K - L \cdot H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_I \\ x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_w \\ 0 \end{bmatrix} \cdot w \quad \text{Eq. (20)}$$

$$h = [0 \quad H \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_I \\ x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (21)}$$

O projeto desse sistema também não é simples uma vez que a interação entre estimador e perturbação na dinâmica do sistema continua bastante complicada. Felizmente, esta ação integrativa adicional que acrescenta entre w e h apenas mais um zero na origem, não modificando os demais zeros obtidos pela Eq. (17). A Fig. 8 traz as respostas da suspensão sob a lei de controle integral com o estimador de estados de ordem plena, primeiro com uma entrada w em degrau (100 mm) simulando um solavanco e depois com uma entrada p_i em degrau (25000 N) simulando uma curva acentuada.

6. CONCLUSÕES

De uma maneira geral, os projetos apresentados aqui conseguiram produzir respostas bastante boas para o sistema de suspensão ativa (Figs. 6 a 8). Em todos os casos, a resposta foi superior àquela obtida pela otimização da suspensão passiva (Fig. 5). Mas, mais do que a qualidade da resposta, o grande mérito desses projetos tem sido

as discussões geradas por eles e que só contribuem para o processo de aprendizado. Tem-se percebido que num primeiro momento, os estudantes se sentem tentados, diante das dificuldades de obter uma boa dinâmica para sistemas mais complicados, a cometer dois erros básicos: movimentar demais os pólos ou mover os pólos para muito próximo de zeros tentando um cancelamento destes. Tanto a primeira quanto a segunda leva a um esforço de controle muito grande, principalmente a segunda por causa da relativa perda da controlabilidade. Num segundo momento, os estudantes se dão conta do que está acontecendo e todas as dificuldades apontadas aqui tem levantado muitas discussões dentro e fora da sala de aula e motivado muito o interesse por métodos mais efetivos no projeto de sistemas de controle perturbados ou mal comportados.

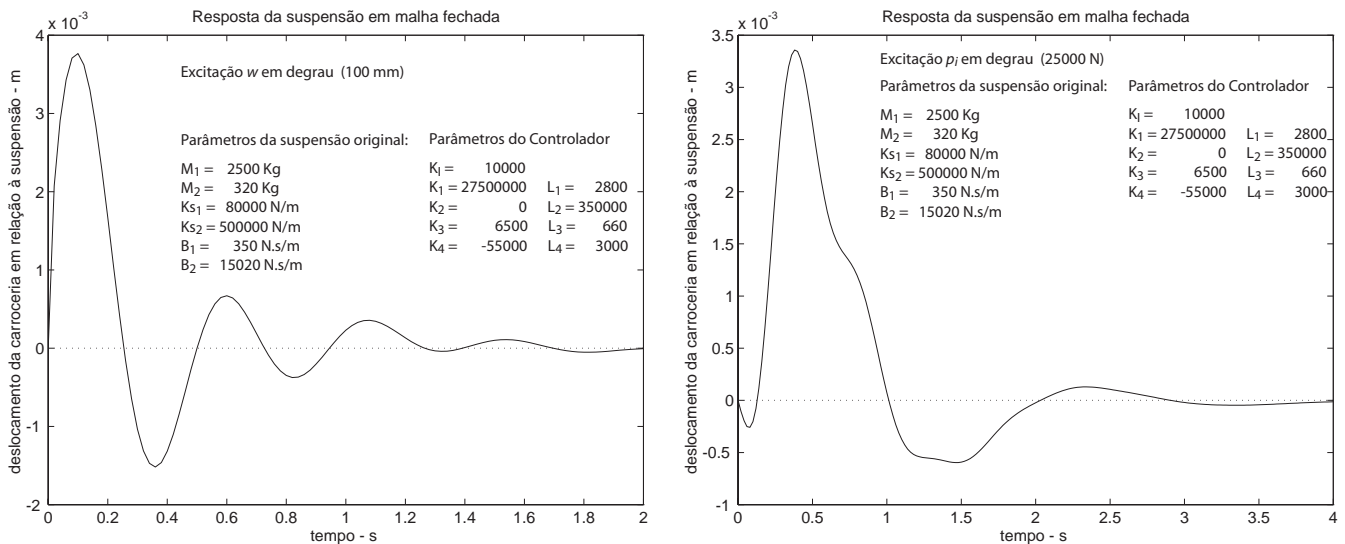


Fig. 8

REFERÊNCIAS:

- Franklin, G.F.; Powell, J. D.; Emami-Naeini, A., 1994, "Feedback Control of Dynamic Systems" 3rd Ed, Addison-Wesley Publishing Company, New York, USA, pp. 469-580.
- Grantham, W. J.; Vincent, T. L., 1993 "Modern Control Systems: Analysis and Design" 1st Ed., John Wiley & Sons Inc., New York, USA, 327 p.
- Ogata, K., 1993, "Engenharia de Controle Moderno" Ed. Prentice Hall do Brasil, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 630-692.
- Wherry, T. C.; Miller, E. C. et al., 1954, "Process Control", in "Chemical Engineering Handbook", Perry, J. H., Ed, 1st Ed., McGraw-Hill Book Co Inc., New York, pp. 22.22-22.25.

AN AUTOMOTIVE ACTIVE SUSPENSION USING STATE SPACE DESIGN

Luis Carlos Passarini

Escola de Engenharia de Sao Carlos - USP

e-mail: luca@sc.usp.br

abstract: *Designing an active suspension system for an automobile turns out to be an interesting control problem to be presented into classroom. Results obtained from an experience done in teaching the state space design of control systems are presented. Different concepts of automobile suspension are reviewed. For an specific problem, a design of an active suspension was proposed. Suspension control was analyzed and designed by space state method. Observability, controlability and optimization concepts are presented and discussed under the proposed problem. Results obtained with traditional root-locus and ITAE criterium design are compared with.*

Keywords: *active suspension, space state design, learning control engineering.*