



## VALIDAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFORMADA DE ABEL APLICADA À ESPECTROSCOPIA EM SOLDAGEM

### Louriel Oliveira Vilarinho

Engenheiro Mecânico, MSc em Soldagem, doutorando no LAPROSOLDA da Universidade Federal de Uberlândia, 38400-902, Uberlândia – MG, e-mail: vilarinho@mecanica.ufu.br.

### Noelio Oliveira Dantas

Físico experimental, Dr. em Física, Prof./pesquisador do Laboratório de Novos Materiais Isolantes e Semicondutores (LNMIS) da Universidade Federal de Uberlândia, e-mail: noelio@ufu.br.

### Américo Scotti

Engenheiro Mecânico, PhD em Soldagem, LAPROSOLDA da Universidade Federal de Uberlândia, e-mail: ascotti@mecanica.ufu.br.

**Resumo.** *Um aspecto importante para a medição de temperatura em um arco de soldagem, através da técnica de espectroscopia de emissão, é a forma como se capta a intensidade luminosa proveniente do plasma. Ao se efetuar uma varredura no arco deve-se observar que se está medindo uma “linha” luminosa e não um ponto. Assim, a intensidade de radiação será obtida pela contribuição de vários estados energéticos em diferentes temperaturas. Assumindo uma distribuição radial de temperatura e axisimétrica, é possível, matematicamente, eliminar este efeito através da Transformada de Abel. Para tal, foi construído o programa "Abel.m". Esta programa calcula a intensidade radia, ajustada segundo um polinômi, que é posteriormente diferenciado numericamente, para poder calcular a integral utilizada na transformada. Esta integral é também calculada numericamente através da Regra 1/3 de Simpson Repetida. Para a validação numérica foram simulados diferentes modelos de distribuição espacial de energia. Os resultados numéricos provenientes da transformada foram comparados com os valores calculados analiticamente. Como conclusões acerca da metodologia computacional utilizada, pode-se dizer o programa construído converge satisfatoriamente e consegue calcular com grande precisão a transformada, onde os valores calculados ficaram próximos daqueles apresentados na literatura.*

**Palavras-chave:** Soldagem, Espectroscopia, Transformada de Abel.

## 1. INTRODUÇÃO

Um aspecto importante para a medição de temperatura em um arco de soldagem, através da técnica de espectroscopia óptica de emissão, é a forma como se capta a intensidade luminosa proveniente do plasma. Hiraoka (1998) usou um translador radial e de axial para captar esta intensidade luminosa e, conseqüentemente, medir a temperatura do plasma em vários pontos do arco. Já Pang et al (1993) mediram um valor médio para a temperatura do arco, a partir de um espectro luminoso médio, determinado pelo ângulo sólido de visão de uma fibra óptica. No caso de Pang et al, deve-se ter em mente que a condição do Equilíbrio Local Termodinâmico (LTE), que é um requisito para a estimação da temperatura do plasma por espectroscopia, não está sendo satisfeita, uma vez que ao se considerar todo o arco, há gradientes térmicos e de concentração muito fortes, juntamente com processos difusivos significativos. Assim, os valores de temperatura obtidos podem estar superestimados (Fauchais & Vardelle, 1997). Já para a medida de Hiraoka (1998),

deve-se tomar cuidado, pois está se medindo uma “linha” luminosa e não um ponto, como mostra a Fig. (1). Assim, a intensidade de radiação será obtida pela contribuição de vários estados energéticos em diferentes temperaturas. Assumindo uma distribuição radial de temperatura e axisimétrica, ou seja, a distribuição de intensidade é a mesma para as direções x e y ( $I(y) = I(x)$ ), é possível, matematicamente, eliminar este efeito através da Transformada de Abel (Walsh & Kihm, 1995), dada pela Eq. (1) e que deve ser resolvida numericamente a partir de dados experimentais.

$$I(r) = I(x) \left( 1 - \frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{I'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx \right) \quad (1)$$

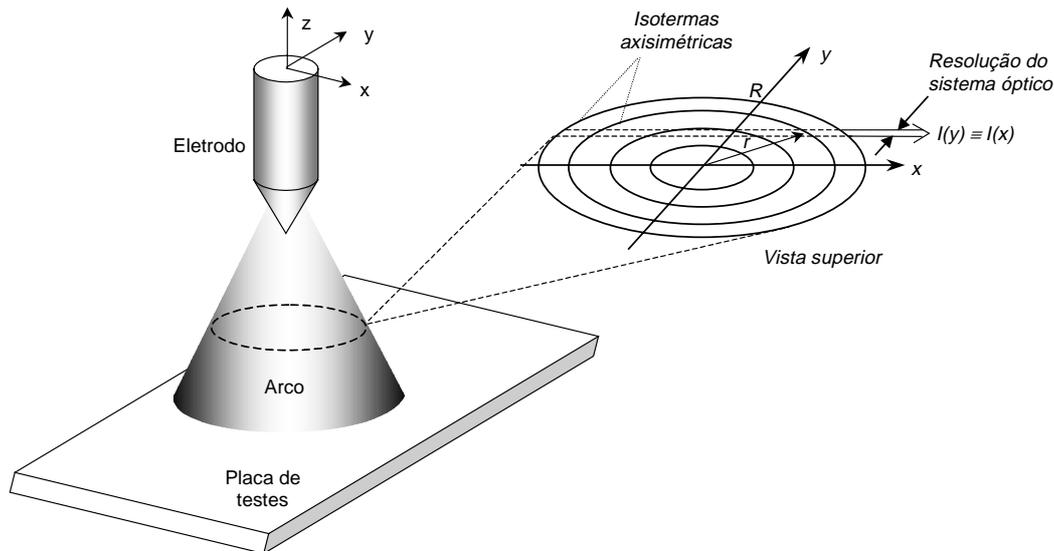


Figura 1 – Exemplo de uma seção transversal através do arco.

## 2. DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO E VALIDAÇÃO COMPUTACIONAL

Para realizar a Transformada de Abel de uma determinada distribuição espacial de intensidade espectral ( $I(x)$ ), foi construído um programa "*Abel.m*" em Matlab<sup>®</sup>. Esta programa calcula a intensidade radial corrigida para uma dada distribuição espacial de intensidade  $I(x)$  considerada como entrada. Como sugerido por Griem (1964), a distribuição de intensidade experimental foi ajustada segundo um polinômio. Este polinômio é então diferenciado numericamente, para se obter a função  $I'(x) = dI(x)/dx$ , para então poder calcular a integral da Eq. (1). Esta integral é também calculada numericamente através da Regra 1/3 de Simpson Repetida (Ruggiero & Lopes, 1997), utilizando-se uma função construída e denominada de "*Simpson.m*".

Para validar numericamente o programa (a validação numérica é a comparação dos resultados numéricos com os resultados analíticos - Maliska, 1995) foram simulados diferentes modelos de distribuição espacial de intensidade. Iniciou-se com um modelo mais simples (constante), até um modelo com um perfil de distribuição próximo ao esperado em um arco plasma, que é o modelo gaussiano (Hiraoka et al, 1997). Os resultados numéricos provenientes da transformada foram comparados com os valores calculados analiticamente. As condições destas simulações foram:

1. Utilização de 10 pontos "experimentais" (na verdade o experimento foi simulado como sendo várias formas de distribuição) como entrada, para se aproximar ao máximo das condições reais de um experimento, uma vez que não se tem uma grande quantidade de pontos na prática;
2. Utilização de 300 pontos de discretização para a realização da integração numérica. Este valor foi tomado com base no trabalho de Haddad & Farmer (1984), que utilizaram entre 200 e 300 pontos. Após esta validação computacional está apresentado um estudo sobre o número

mínimo de pontos para garantir a convergência e aproximações numéricas, que apontam este valor de 300 como o mais indicado;

3. Região de interesse de 2 mm (diâmetro do arco). Este valor poderia ser arbitrário, uma vez que pode-se estar medindo em qualquer posição axial do arco, o que implicaria em diferentes diâmetros. Entretanto, utilizou-se 2 mm para se poder efetuar uma posterior comparação com o trabalho de Hiraoka et al (1997).

As simulações utilizadas são apresentadas a seguir.

## 2.1. Distribuição Constante

Esta simulação está matematicamente expressa pela distribuição de intensidade na direção x pela Eq. (2), que implica em uma distribuição de intensidade radial dada pela Eq. (3), o que é fisicamente coerente.

$$I(x) = 1.0 \tag{2}$$

$$I(r) = 1.0 \tag{3}$$

Utilizou-se um polinômio de ajuste do 1º grau, pois notou-se que mesmo aumentando-se o grau do polinômio não alterava a transformada, o que é matematicamente coerente. O resultado desta simulação está apresentado na Fig. (2), que mostra uma perfeita coerência entre os valores numéricos e analíticos. Deve-se ressaltar que apenas alguns pontos estão apresentados, para não superlotar o gráfico.

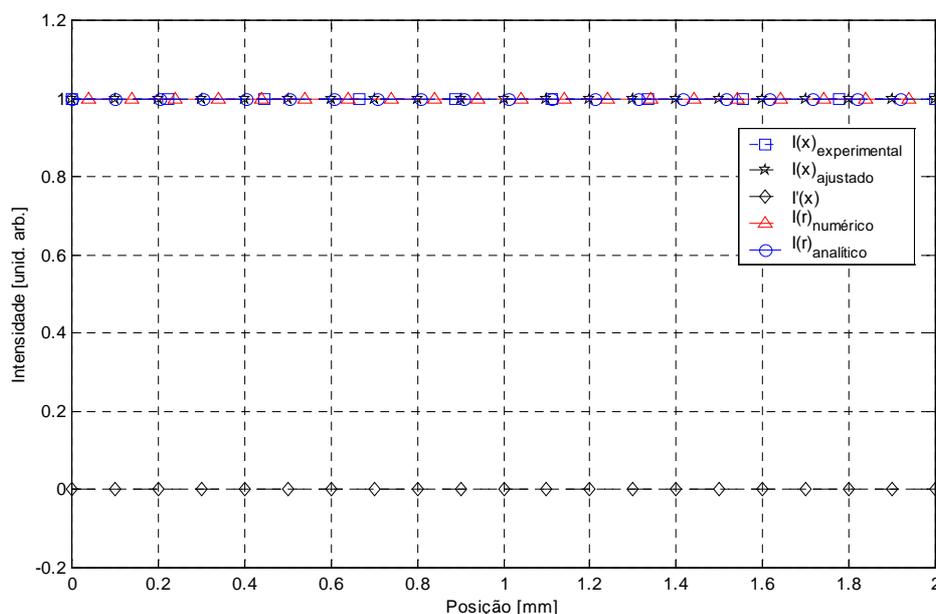


Figura 2 - Simulação efetuada para uma distribuição constante.

## 2.2. Distribuição Linear

Para a realização desta simulação utilizou-se a distribuição mostrada na Eq. (4), que incorre uma distribuição radial dada pela Eq. (5).

$$I(x) = 1.0 - 0.5x \tag{4}$$

$$I(r) = I(x) \left[ 1 + \frac{500}{\pi} \ln \left( \frac{R + \sqrt{R^2 - r^2}}{r} \right) \right] \quad (5)$$

Mais uma vez utilizou-se um polinômio de ajuste do 1º grau, pois notou-se que mesmo aumentando-se o grau do polinômio não alterava a transformada. O resultado desta simulação está apresentado na Fig. (3), mostrando que o programa calcula corretamente os valores numéricos.

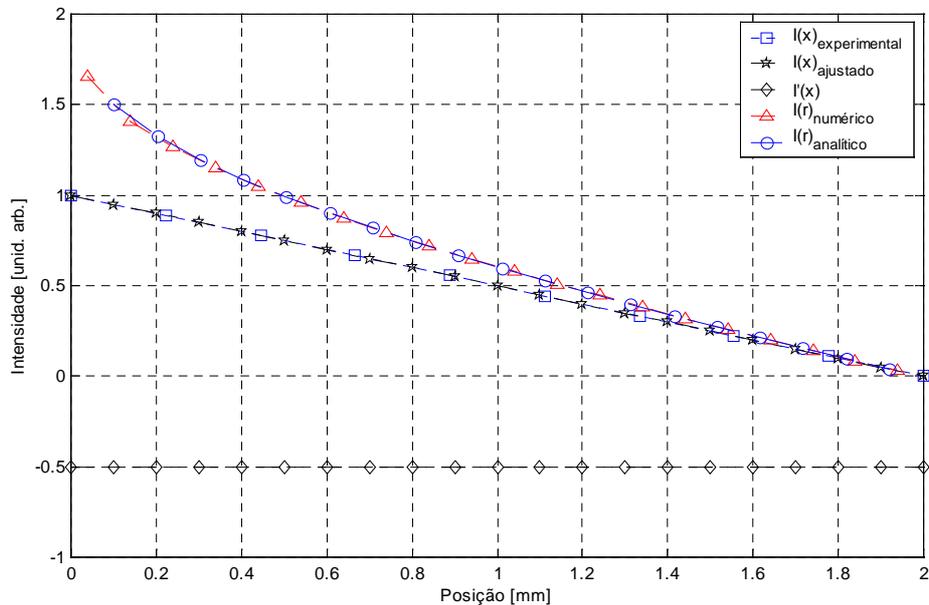


Figura 3 - Simulação efetuada para uma distribuição linear.

### 2.3. Distribuição Parabólica

A Eq. (6) representa uma distribuição parabólica de intensidade espectral, e que corresponde a uma distribuição radial dada pela Eq. (7).

$$I(x) = -0.25x^2 + 1 \quad (6)$$

$$I(r) = I(x) \left( 1 + \frac{500}{\pi} \sqrt{R^2 - r^2} \right) \quad (7)$$

Desta vez, foi utilizado um polinômio do 2º grau para ajustar os dados "experimentais". Para graus de ajuste maior, notou-se que transformada não se alterou. O resultado desta simulação está apresentado na Fig. (4), mostrando mais uma vez a boa aproximação entre os resultados numérico e analítico.

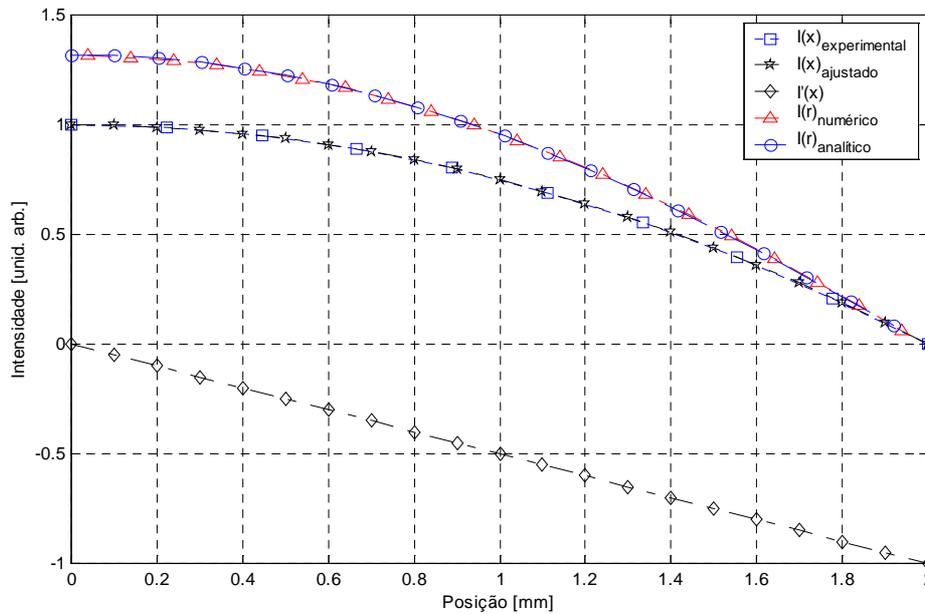


Figura 4 - Simulação efetuada para uma distribuição parabólica.

## 2.4. Distribuição Gaussiana

Para simular um distribuição gaussiana na direção  $x$  utilizou-se a Eq. (8), que gera a distribuição de intensidade na direção radial dada pela Eq. (9).

$$I(x) = e^{-2x^2} \quad (8)$$

$$I(r) = I(x) \left[ 1 + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{e^{2r^2}} \operatorname{erf} \left( \sqrt{2R^2 - 2r^2} \right) \right] \quad (9)$$

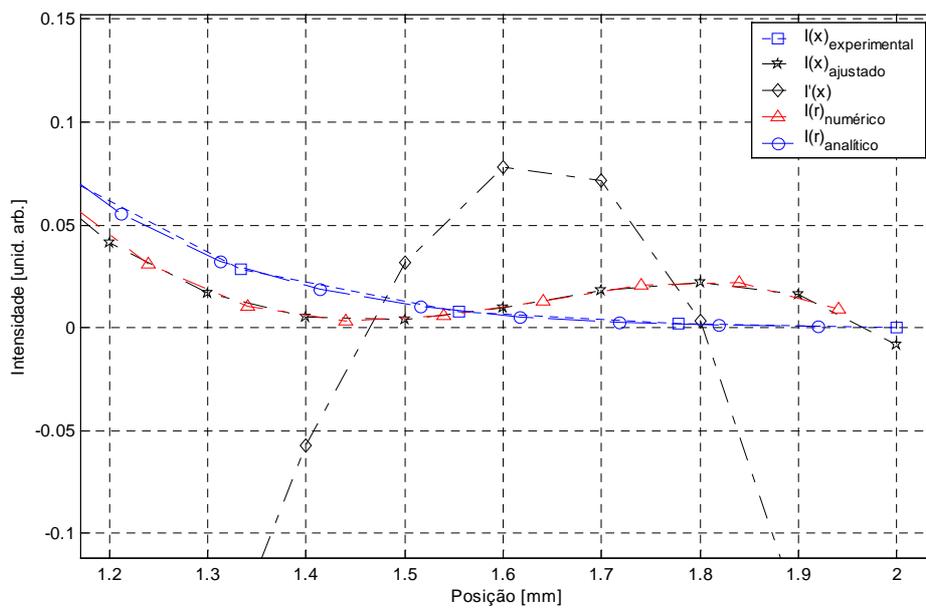
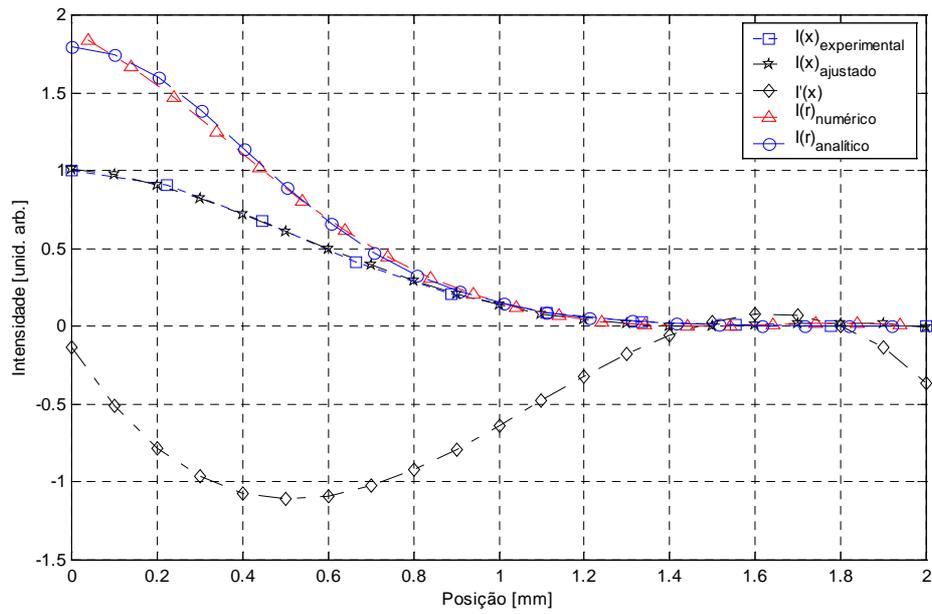
onde,  $\operatorname{erf} \left( \sqrt{2R^2 - 2r^2} \right)$  é a função erro de Gauss.

Para se ajustar os dados "experimentais" simulados, utilizou-se inicialmente um polinômio do 3º grau, seguindo recomendações de Griem (1964), que relata o fato de que, normalmente, os ajustes são efetuados com polinômio desta ordem. Entretanto, os valores numéricos ficaram distantes dos valores analíticos. Partiu-se, então, para um polinômio de 4º grau, cujos resultados das simulações estão mostrados nas Figs. (5a) e (5b). Pela Fig. (5b), fica claro o pobre ajuste na região próxima à periferia do arco. Aumentando-se o grau do polinômio para o 5º, obteve-se os resultados apresentados na Figs. 6a e 6b, que demonstram a concordância entre os valores numéricos e analíticos.

Assim, este ajuste de 5º grau será o utilizado daqui por diante, pois para qualquer tipo de distribuição ele mostrou-se adequado. Este resultado ficou diferente da sugestão de Griem (1964), possivelmente pela diferença de equipamento computacional para se efetuar a Transformada de Abel. Deve-se ressaltar que a utilização de polinômios de maior grau induz ao problema de "overfitting".

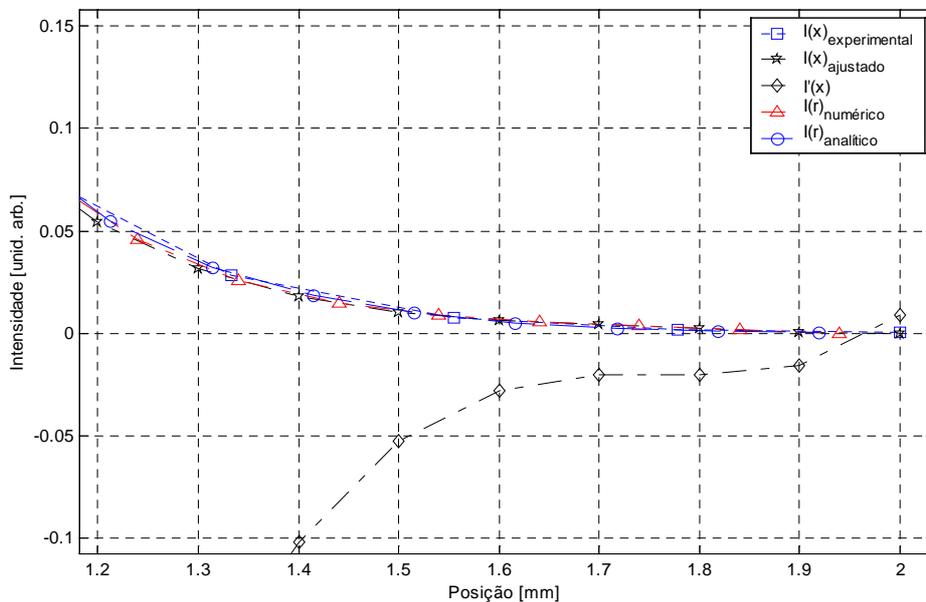
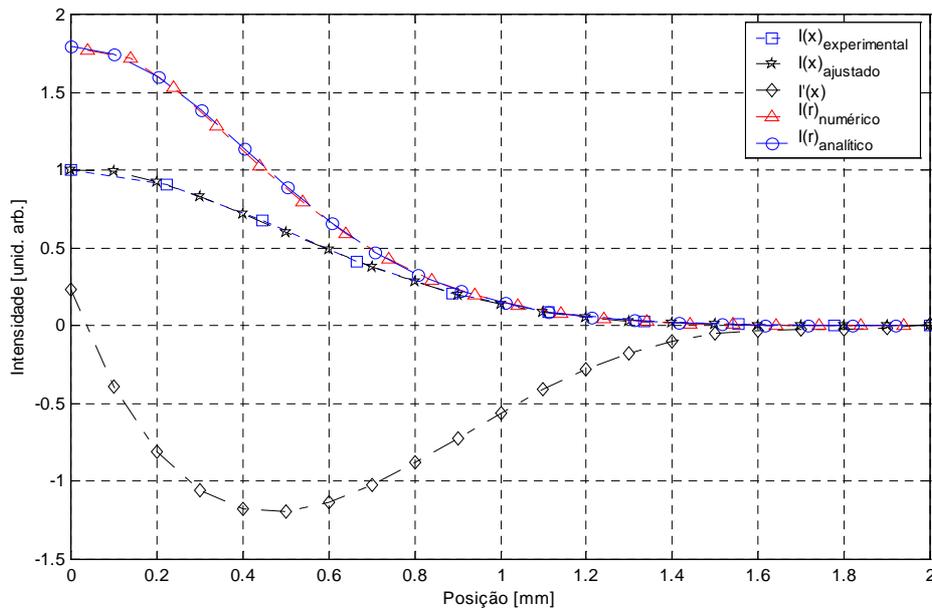
Um ponto importante a ser ressaltado é a definição da singularidade  $1/\sqrt{x^2 - r^2}$ , quando  $x$  for igual à  $r$ . Analiticamente, isto este problema não existe pois a substituição dos valores é feita após a execução da Transformada de Abel, onde não passa mais a existir este denominador. Diferentemente, numericamente a substituição do valor  $x = r$ , ocorre antes da execução da

transformada. Este impasse foi resolvido tomando-se como aproximação 1/10 do intervalo de discretização da transformada, para fazer  $x \rightarrow r$ .



(b)

Figura 5 - (a) Simulação efetuada para uma distribuição gaussiana ajustada com um polinômio de 4º grau e (b) região de ajuste ruim.



(b)

Figura 6 - (a) Simulação efetuada para uma distribuição gaussiana ajustada com um polinômio de 5º grau e (b) região de ajuste ruim.

### 3. DEFINIÇÃO DO DIÂMETRO DE AMOSTRAGEM

Para definir as condições experimentais mínimas para a utilização da Transformada de Abel, procedeu-se tal qual à simulação proposta por Hiraoka et al (1997), como mostra a Fig. (7a). Esta simulação foi executada no centro do arco, modificando-se o valor de  $R$ , ou seja,  $R$  varia entre 0.01 e 1 mm, para simular diferentes janelas de amostragem, o que é conseguido numericamente, variando-se o número de pontos com os quais se executa a Transformada de Abel. Assim, 40 pontos significam, uma janela de  $2 \text{ mm}/40 = 0.05 \text{ mm}$ . Com relação à simulação proposta, a relação  $I_s/I_t$  refere-se à divisão entre o valor conseguido pela transformada ( $I_s$ ) ao variar  $R$ , e  $I_t$  refere-se ao valor analítico (real) esperado para o centro do arco. Já Hiraoka et al utilizaram como valor real ( $I_t$ ), o valor da transformada com 600 pontos.

As simulações ficaram próximas, e segundo Hiraoka et al, um diâmetro menor que 0.25 mm deve ser usado para ser incorrer em um erro menor que 3%. Na simulação proposta, para 0.25 mm a

relação entre as intensidades foi de 0.965 %, ou seja, um erro de 3.5 %. A pequena diferença aqui apresentada pode ter sido causada por considerar o valor real ( $I_t$ ) diferente do valor que Hiraoka et al utilizaram.

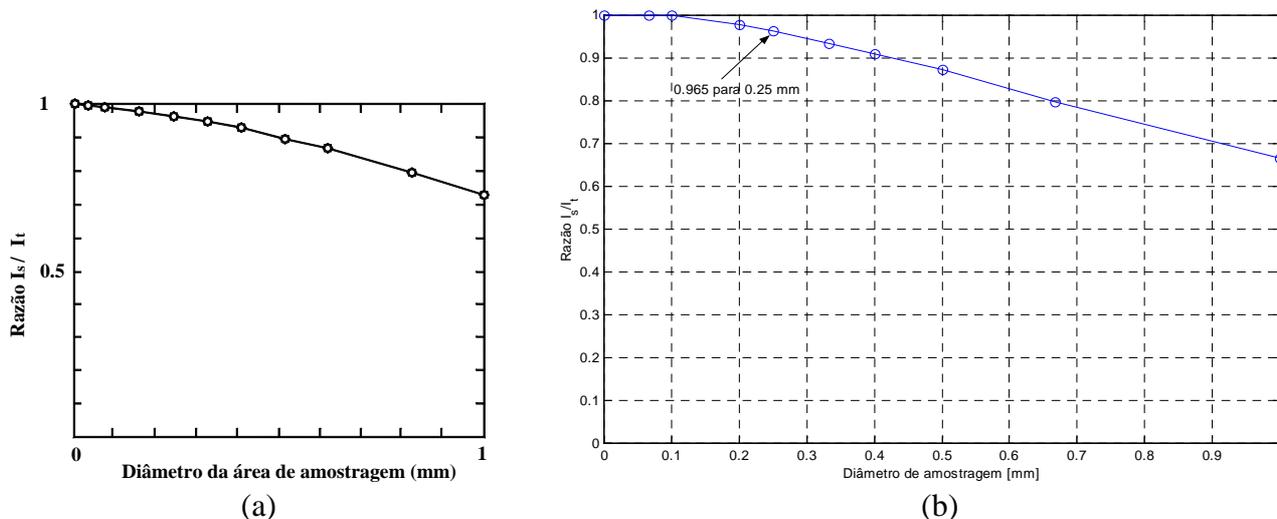


Figura 7 - Comparação entre a simulação efetuada por Hiraoka et al (1997) (a) e a proposta (b).

Uma outra comparação a ser efetuada refere-se ao fato de Hiraoka et al (1997) terem encontrado que a partir de 60 pontos a relação entre  $I_s$  e  $I_t$  é maior que 99%. No caso da simulação, este valor ficou em torno de 50 pontos. A partir deste valor de 60 pontos, Hiraoka et al passaram a utilizar 120 pontos para efetuar a transformada. Já Haddad & Farmer (1984) utilizaram de 200 a 300 pontos. Como o custo computacional é pequeno entre 100 e 300 pontos, irá optar-se por realizar a transformada para 300 pontos. Acima disto, proporcionalmente, o tempo de execução começa a se tornar oneroso, como mostra a Fig. (8).

Esta figura retrata diferentes simulações, para averiguar a relação entre o tempo computacional gasto para efetuar a transformada com um determinado número de pontos. As simulações foram executadas em um Pentium II 200 MHz, 64 MB RAM, com função gaussiana para a distribuição de intensidade e polinômio de interpolação de 5° grau.

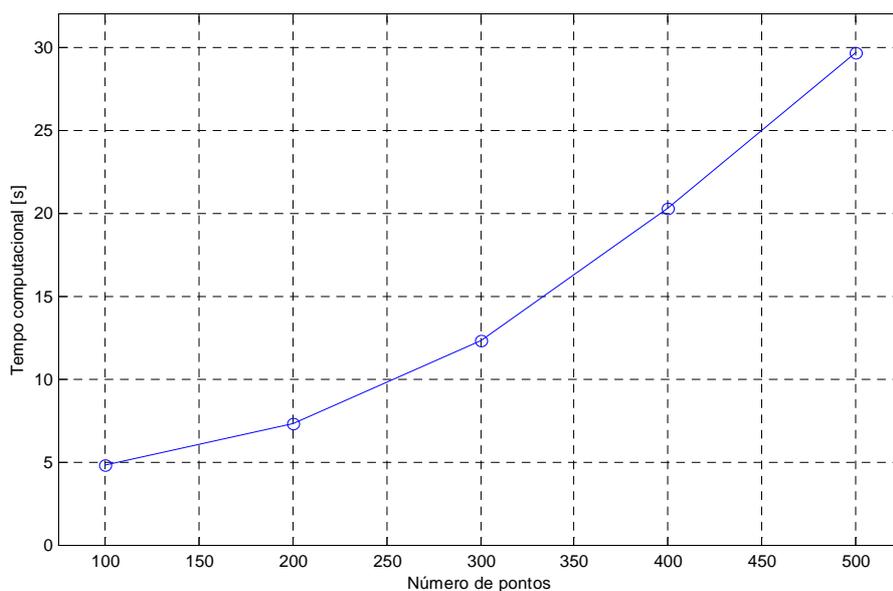


Figura 8 - Tempo computacional gasto para executar a transformada em função do número de pontos utilizados para sua discretização.

Finalmente, um último ponto refere-se ao valor do limite superior  $R$  da integral da Eq. (1). É difícil atribuir um valor correto para o diâmetro do arco, pois além de variar (o arco possui um formato tronco-cônico), a identificação dos limites do arco variará, dependendo da sensibilidade do aparelho utilizado na experimentação pela espectroscopia. Felizmente, a transformada é pouco sensível ao valor do raio  $R$ , como demonstrado por Thornton (1993), ocorrendo alterações no seu cálculo somente na periferia do arco. De qualquer forma, o valor da periferia do arco não é muito importante para a espectroscopia, uma vez que o Equilíbrio Local Termodinâmico (LTE), necessário para a espectroscopia, parece não ser válido nesta região (Thornton, 1993 e Vilarinho, 2001).

#### 4. CONCLUSÕES

Como conclusões acerca da metodologia computacional aqui apresentada para o cálculo da Transformada de Abel, pode-se dizer o programa construído "*Abel.m*" e suas funções auxiliares conseguiram calcular com grande precisão numérica esta transformada, e que os valores calculados ficaram próximos daqueles apresentados na literatura.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao Minicurso de Física de Nível Médio (MCFNM) da Universidade Federal de Uberlândia pela infra-estrutura oferecida e ao CNPq. O Eng. Louriel gostaria de agradecer, em especial, à Capes pelo apoio às suas atividades sob o Processo BEX1148/01-0.

#### 6. REFERÊNCIAS

- Fauchais, P. and Vardelle, A., 1997, "Thermal Plasmas", IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 25, no. 6, pp. 1258-1280
- Griem, H. R., "Plasma Spectroscopy", McGraw-Hill, 1964, pp. 176-178.
- Haddad, G. N. and Farmer, A. J. D., "Temperature Determinations in a Free-burning Arc: I. Experimental Techniques and Results in Argon", J. Phys. D: Appl. Phys., 17, 1984, pp. 1189-1196.
- Hiraoka, K., "Plasma Structures of Ar-H<sub>2</sub> Mixed Gas Tungsten Arcs Determined by Spectroscopy Measurements", Welding International, 12(3), 1998, pp. 186-194.
- Hiraoka, K., Shiwaku, T. and Ohji, T., "Determining Temperature Distributions of Gas tungsten Arc (TIG) Plasma by Spectroscopic Methods", Welding International, 11(9), 1997, pp. 688-696.
- Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC, Rio de Janeiro, 1995, 424 p.
- Pang, Q., Pang, T., McClure, J. C. and Nunes, A. C., "Spectroscopic Measurements of Hydrogen and Oxygen in Shielding Gas During Plasma Arc Welding", Journal of Engineering for Industry, Vol. 115, 1993, pp. 145-148.
- Ruggiero, M. A. G. e Lopes, V. L. R., "Cálculo numérico : aspectos teóricos e computacionais", 2<sup>a</sup> ed. edição, 1997, São Paulo, pp. 295-391.
- Thornton, M. F., 1993, "Spectroscopic Determination of Temperature Distributions for a TIG Arc", Ph.D. Thesis, Cranfield Institute of Technology, UK, 118 p.
- Vilarinho, L. O., 2001, "Avaliação de Gases de Proteção em Soldagem através de Técnicas Experimentais e Numéricas", Relatório de Qualificação, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 201p.
- Walsh, T.E. and Kihm, K.D., "Tomographic Deconvolution of Laser Speckle Photography for Axisymmetric Flame Temperature Measurement", Journal of Flow Visualization & Image Processing, Vol. 2, 1995, pp. 299-310.

# NUMERICAL VALIDATION OF THE ABEL TRANSFORM APPLIED TO SPECTROSCOPY IN WELDING

## **Louriel Oliveira Vilarinho**

Mechanical Engineer, MSc in Welding, PhD student at LAPROSOLDA - Federal University of Uberlândia, 38400-902, Uberlândia – MG, e-mail: vilarinho@mecanica.ufu.br.

## **Noelio Oliveira Dantas**

Experimental Physicist, Dr. in Physics, Prof./Researcher in the Laboratory of Semiconductor and Isolating New Materials (LNMIS) at Federal University of Uberlândia, e-mail: noelio@ufu.br.

## **Américo Scotti**

Mechanical Engineer, PhD in Welding at LAPROSOLDA - Federal University of Uberlândia, e-mail: ascotti@mecanica.ufu.br.

**Abstract.** *An important aspect for arc welding temperature measurement, through the emission spectroscopy technique, is the method utilised to capture the light intensity from plasma. Scanning the arc, it should be noticed that is measuring a light “line” and not a point. Thus, radiation intensity would be obtained from contribution of many energetic states in different temperatures. If a radial and axisimetric distribution is supposed to be assumed, it is possible, mathematically, to eliminate this effect using the Abel Transform. Thus, it was projected and built the “Abel.m” software. This software outputs the right radial intensity from a given spatial distribution, fitted using a polynomial. This polynomial is differentiated numerically to calculate the integral utilised in the Abel Transform. This integral is obtained numerically too, through the 1/3 Repeated Simpson Rule. The numerical validation was obtained using simulations of different energy spatial distribution models. The numerical results from the transform was compared to the analytical values. Concerning the utilised computational methodology, it is possible to conclude that the developed “Abel.m” software converges satisfactorily and it could obtain with good numerical precision the Abel Transform, whose calculated values are closed to those from literature.*

**Keywords.** *Welding, Spectroscopy, Abel Transform.*