



SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA EVOLUÇÃO DO DANO EM TRELIÇAS INELÁSTICAS COM ACOPLAMENTO TERMOMECÂNICO

José Maria A. Barbosa

Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Engenharia Mecânica
Avenida Acad. Hélio Ramos s/n
50740-530, Recife- PE, Brasil
jmab@demec.ufpe.br

Anna Katarina do Nascimento Ávila

Universidade Federal de Pernambuco,
Departamento de Engenharia Mecânica
Avenida Acad. Hélio Ramos s/n
50740-530, Recife- PE, Brasil

Resumo. *É apresentado um modelo para estudar a influência do dano sobre o comportamento mecânico de estruturas treliçadas inelásticas bidimensionais onde as resposta mecânica e térmica estão acopladas. O modelo constitutivo anisotérmico das barras foi baseado numa teoria com variáveis internas e leva em conta comportamento tanto elasto-plástico como elasto-viscoplástico. Efeitos como endurecimento isotrópico e cinemático e dependência de taxa estão inseridos no modelo. As equações para o comportamento da estrutura treliçada foi desenvolvida a partir do princípio dos trabalhos virtuais. Apesar de ser um problema não linear e acoplado pode-se mostrar que técnicas numéricas simples podem ser usadas se uma decomposição aditiva do operador diferencial for aplicada. O método de decomposição do operador adotado no trabalho separa o problema original acoplado em dois subproblemas desacoplados: um problema elástico resolvido através do Método dos Elementos Finitos, e um problema termoplástico composto de um sistema de equações diferenciais ordinárias resolvido através de um esquema de Runge-Kutta de quarta ordem. A solução destes dois problemas em seqüência permite uma aproximação para o problema global inicial. Foram realizadas simulações simples em barras de aço 316L submetidas a carregamentos cíclicos de diferentes períodos. Os resultados numéricos mostram que parte significativa do trabalho plástico é transformado em calor, resultando numa variação de temperatura que pode afetar tanto o comportamento mecânico como a vida útil do material.*

Palavras chave: viscoplasticidade, acoplamento, termomecânico, Dano.

1. INTRODUÇÃO

A grande maioria dos modelos propostos para a simulação do comportamento de materiais metálicos sob regime elasto-viscoplástico ou elasto-plástico tratam os fenômenos mecânicos e térmicos isoladamente, supondo que não existam interações entre eles. Porém, pode-se observar que em certas situações que envolvem deformações inelásticas, se produz uma quantidade de calor substancial e o acoplamento entre os fenômenos térmicos e mecânicos devem ser considerados.

Este acoplamento vem incentivando estudos para a obtenção de equações constitutivas que permitam a inclusão de um acoplamento global que iremos chamá-lo de termomecânico (Pacheco,

1994; Barbosa et al., 2001), e procedimentos numéricos para tratar o sistema de equações acopladas do problema (Simo & Mihe, 1992; Pacheco, 1994; Stabler & Baker, 2000). Desta maneira é possível obter modelos que permitam previsões mais realistas sobre o comportamento dos materiais.

A teoria constitutiva apresentada possui um enfoque baseado na mecânica dos meios contínuos com variáveis internas (Lemaitre & Chaboche, 1990) e é usada para simular o comportamento mecânico de um sistema de barras de aço 316L, submetidas a carregamentos monótonos ou cíclicos.

O objetivo do presente trabalho é analisar, através de resultados numéricos, a importância da equação da energia, através dos seus termos de acoplamentos termomecânicos, no comportamento mecânico da estrutura utilizando um modelo de dano contínuo para simular o comportamento de um sistema de barras inelásticas. O modelo aqui desenvolvido será usado na simulação de uma treliça elasto-viscoplástica considerando todos os termos de acoplamento termomecânico.

Utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais desenvolve-se o sistema de equações não lineares para o problema de evolução quase-estática de uma treliça inelástica. Para a aproximação da solução do problema, propõe-se uma técnica numérica simples baseada nos Métodos de Decomposição do Operador (Operator Splitting Methods) e algoritmos sequenciais associados (Carvalho, 1993; Armero & Simo, 1992). O Método consiste numa decomposição aditiva das equações elasto-viscoplásticas originando um algoritmo do tipo preditor-corretor. Este algoritmo implica, a cada passo, na solução de um problema elástico isotérmico, resolvido pelo Método dos Elementos Finitos, seguido da aplicação de um algoritmo termoplástico consistindo na solução de equações diferenciais ordinárias cujo método de solução utilizado foi o de Runge-Kutta.

2. EQUAÇÕES DO MODELO

É apresentado um modelo mecânico para um sistema de barras. O desenvolvimento pode ser feito usando tanto o Método de Diferenças Finitas como o Método dos Elementos Finitos. Num sistema de m barras, utilizando-se a hipótese de deformação homogênea nas barras sem forças de corpo, a relação cinemática e equação de equilíbrio de uma barra de comprimento L são dadas por,

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\Delta u}{L}; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

onde ε é a deformação total da barra, u o deslocamento e σ a tensão na barra.

2.1. Equações Constitutivas Inelásticas

Para uma modelagem completa da barra estudada, além dos princípios básicos válidos para todos materiais são também necessárias informações adicionais que o caracterize. Essas informações são dadas através de um conjunto de equações, de natureza empírica, chamadas de equações constitutivas. O grau de detalhamento da modelagem é função da escolha destas equações.

As equações constitutivas utilizadas para descrever o comportamento inelástico do material, assim como o modelo de dano, são derivados a partir de uma teoria constitutiva de variáveis internas com forte respaldo termodinâmico. A teoria constitutiva aqui apresentada, também abordada em Pacheco (1994) e em Costa Mattos (1988), permite descrever um grande número de comportamentos mecânicos inelásticos numa mesma estrutura matemática.

A Teoria será apresentada dentro do contexto termodinâmico unidimensional (Pacheco, 1994), associando-se variáveis de estado aos diferentes mecanismos que intervêm durante o processo de deformação. O conjunto de equações constitutivas do modelo são dadas na forma abstrata por

$$\sigma = (1 - D)E(\theta) \left[(\varepsilon - \varepsilon^p) - \alpha(\theta)(\theta - \theta_0) \right]$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{p} H_{\varepsilon^p}(\sigma, \varepsilon, \beta, D, \theta)$$

$$\begin{aligned}\dot{D} &= \dot{p} H_D(\sigma, \beta, D, \theta) \\ \dot{\beta} &= \dot{p} H_\beta(\sigma, \varepsilon, \beta, D)\end{aligned}\quad (2)$$

onde a variável θ é a temperatura absoluta do material, θ_0 é a temperatura absoluta de referência. β representa abstratamente um conjunto de variáveis auxiliares (denominadas de variáveis internas) associadas a mecanismos dissipativos como por exemplo, o endurecimento cinemático, envelhecimento material, etc. D é uma variável interna associada a degradação do material $\{D = 0 \Rightarrow$ material virgem; $D = 1 \Rightarrow$ material inteiramente danificado $\}$. \dot{p} é o módulo da taxa de deformação plástica e é denominada de deformação plástica acumulada. As funções H_s e as variáveis β definem o grau de sofisticação do modelo. Para o caso de viscoplasticidade com endurecimento isotrópico e cinemático, as expressões para H_s podem ser encontradas em [2]. Os parâmetros E e α são respectivamente o módulo de Young e o coeficiente de dilatação térmica e são dependentes da temperatura.

Definindo um potencial plástico f que estabelece o domínio elástico, a evolução da deformação plástica acumulada é obtida obedecendo as seguintes relações de acordo com o caso:

ELASTO-VISCOPLASTICIDADE:

Neste caso, utiliza-se a expressão explícita da função de escoamento através da lei de Viscoplasticidade,

$$\dot{p} = \left\langle \frac{f(\sigma; D, p, \beta)}{K(\theta)} \right\rangle^{N(\theta)} \quad (3)$$

Onde N e K são parâmetros constitutivos dependentes da temperatura,

PLASTICIDADE:

Neste caso \dot{p} é o multiplicador plástico, satisfazendo as condições de Kuhn-Tucker,

$$\dot{p} \geq 0; \quad f(\sigma; D, p, \beta) \leq 0; \quad \dot{p} f(\sigma; D, p, \beta) = 0; \quad (4)$$

2.2. Equação da Energia

É considerada ainda, a equação da energia para o caso de uma barra sem condução nem geração calor.

$$\rho c_e \dot{\theta} = \frac{hP}{A} (\theta - \theta_0) + d_1 + \alpha p T \quad (5)$$

onde ,

$$d_1 = \sigma \dot{\varepsilon}^p + B^p \dot{p} + B^\beta \dot{\beta} + B^D \dot{D}$$

$$\alpha p T = \theta \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right) (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) - \theta \left(\frac{\partial B^\beta}{\partial \theta} \right) \dot{\beta} - \theta \left(\frac{\partial B^D}{\partial \theta} \right) \dot{D} - \theta \left(\frac{\partial B^p}{\partial \theta} \right) \dot{p} \quad (6)$$

são os acoplamentos interno e térmico respectivamente. O primeiro está associado com a potência dissipada devido ao trabalho de deformação plástica e o segundo está associado a dependência dos coeficientes constitutivos com a temperatura.

B^p, B^β, B^D , são as forças termodinâmicas associadas às variáveis internas p , β e o dano respectivamente. Para efeito de simplificação, todos os parâmetros constitutivos são considerados funções lineares da temperatura.

2.3. Treliça Inelástica com Dano

É apresentado um modelo mecânico para um sistema de barras. O desenvolvimento pode ser feito usando tanto o Método dos Elementos Finitos como o Método de Diferenças Finitas. Num sistema de m barras, utilizando-se a hipótese de deformação homogênea das barras, a deformação de cada barra q ($q = 1, m$) pode ser dada por $\varepsilon_q = \mathbf{B}_q \cdot \mathbf{U}$.

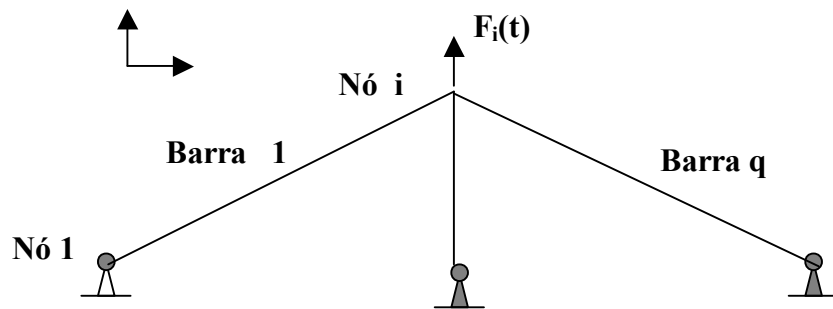


Figura 1. Exemplo de Treliça Bidimensional

Onde $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{\mu m}$ é o vetor deslocamentos nodais e $\mathbf{B}_q \in \mathbb{R}^{\mu m}$ depende da geometria inicial ($\mu = 2$ ou 3 componentes por nó para uma base cartesiana fixa, dependendo do problema ser bi ou tridimensional), ou no caso do Método dos Elementos Finitos, também das funções de interpolação usadas para o problema. No trabalho apresentado foi simulada uma treliça bi-dimensional ($m=3$) mostrada na Fig. (1).

O Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) para um vetor de forças aplicadas nos nós \mathbf{F} , desprezando o peso das barra: “Os esforços externos aplicados nos nós e as tensões atuantes nas barras, num dado instante, são tais que o trabalho virtual do esforços externos é sempre igual ao trabalho virtual dos esforços internos”,

$$\sum_{q=1}^m \int_0^{L_q} \int_{A_q} (\sigma_q \cdot \varepsilon_q^*) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{V}^*, \quad \forall \mathbf{V}^* = (v_1^*, v_2^*, \dots, v_{\mu m}^*) \quad (7)$$

onde $\varepsilon_q^* = \mathbf{B}_q \cdot \mathbf{V}^*$ é a deformação virtual da q -ésima barra associada aos deslocamentos nodais virtuais \mathbf{V}^* . A_q e L_q são respectivamente, o comprimento e a área da seção transversal da q -ésima barra.

Introduzindo a equação constitutiva da tensão e as relações cinemáticas da deformação na expressão do PTV acima, obtém-se o seguinte sistema algébrico de equações.

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} + \mathbf{F}^p + \mathbf{F}^\theta \quad (8)$$

onde,

$$\mathbf{K} = \sum_{q=1}^m \mathbf{K}_q ; \quad \text{com} \quad \mathbf{K}_q = W_q \mathbf{B}_q \otimes \mathbf{B}_q \quad (9)$$

$$\mathbf{F}^\theta = \sum_{q=1}^m W_q (\theta_q - \theta_{0q}) \mathbf{B}_q ; \quad \mathbf{F}^p = \sum_{q=1}^m W_q \varepsilon^p \mathbf{B}_q ; \quad \text{com} \quad W_q = A_q (1 - D_q) L_q E_q \alpha_q \quad (10)$$

O símbolo \otimes denota o produto tensorial clássico entre dois vetores. A_q e L_q são respectivamente a área e o comprimento da barra q .

A matriz \mathbf{K} é a matriz de Rigidez análoga obtida num problema elástico com módulo de elasticidade em cada barra dado por $(1-D)E$. \mathbf{F}^p e \mathbf{F}^θ São idênticos aos vetores que aparecem num problema elástico considerando uma tensão residual em cada barra. Obviamente o Dano e a Temperatura podem ser diferentes em cada barra.

Considerando o problema no qual cada barra é isolada termicamente (condição adiabática) das outras e sem geração de calor nem convecção, pode-se colocar o sistema de equações problema em termos das velocidades nodais.

Problema em Velocidades

A cada instante t_{n+1} , encontrar $(\mathbf{U}(t_{n+1}), \sigma_q(t_{n+1}), \varepsilon_q^p(t_{n+1}), D_q(t_{n+1}), \beta_q(t_{n+1}), \theta_q(t_{n+1}))$ $q = 1, m$ tais que,

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{K}^{-1}(\dot{\mathbf{F}} + \dot{\mathbf{F}}^p + \dot{\mathbf{F}}^\theta) + \dot{\mathbf{K}}^{-1}(\mathbf{F} + \mathbf{F}^p + \mathbf{F}^\theta)$$

$$\dot{\varepsilon}_q = \mathbf{B}_q \cdot \dot{\mathbf{U}}$$

$$\dot{\sigma}_q = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right)_q \dot{\theta}_q - \frac{\sigma_q \dot{D}_q}{(1 - D_q)} + (1 - D_q) E_q (\mathbf{B}_q \cdot \dot{\mathbf{U}} - \dot{\varepsilon}_q^p)$$

$$\dot{\varepsilon}_q^p = \dot{p}_q H_{\varepsilon^p}(\sigma, \varepsilon, \beta, D)_q$$

$$\dot{\beta}_q = \dot{p} H_{\beta}(\sigma, \varepsilon, \beta, D)_q$$

$$\dot{D}_q = \dot{p}_q H_D(\varepsilon^p, \sigma, \beta, D, \theta)_q$$

$$(\rho_q c_{eq}) \dot{\theta}_q = d_{1q} + \theta_q \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right)_q (\mathbf{B}_q \cdot \dot{\mathbf{U}}_q - \dot{\varepsilon}_q^p) + \text{acp} T_q^p + \text{acp} T_q^\beta + \text{acp} T_q^D$$

com as condições iniciais,

$$(\mathbf{U}(t_n), \sigma_q(t_n), \varepsilon_q^p(t_n), D_q(t_n), \beta_q(t_n), \theta_q(t_n)) = (\mathbf{U}_n, \sigma_{q_n}, \varepsilon_{q_n}^p, D_{q_n}, \beta_{q_n}, \theta_{q_n})$$

3. MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO DO OPERADOR

Apesar da generalidade e sofisticação das equações constitutivas consideradas neste trabalho, técnicas numéricas relativamente simples podem ser utilizadas para se obter uma solução aproximada do problema descrito. Para a aproximação da solução dos problemas de evolução quase-estática, em treliças inelásticas, propõe-se uma técnica numérica simples baseada nos Métodos de Decomposição do Operador (MDO - Operator Splitting & Fractional Step Methods) e algoritmos sequenciais associados (Product Formula Algorithm) (Carvalho, 1993; Armero, & Simo, 1992; Stabler & Backer, 2000). A idéia básica do método consiste numa decomposição aditiva das

equações do problema original numa seqüência de outros mais simples do tipo preditor/elástico e corretor/termoplástico de forma que possam ser aplicados métodos numéricos clássicos dos quais se conheça bem o comportamento de estabilidade e convergência. Aplicando a Decomposição do Operador ao problema em velocidades apresentado no box anterior, obtém-se os dois subproblemas: um Preditor Elástico e um Corretor Termoplástico.

Problema 1: Preditor Elástico

A cada instante t_{n+1} , encontrar $(\bar{\mathbf{U}}(t_{n+1}), \bar{\boldsymbol{\sigma}}_q(t_{n+1}), \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^P(t_{n+1}), \bar{D}_q(t_{n+1}), \bar{\boldsymbol{\beta}}_q(t_{n+1}), \bar{\boldsymbol{\theta}}_q(t_{n+1}))$ para $q = 1, m$ tais que,

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{U}}} &= \bar{\mathbf{K}}^{-1}(\dot{\bar{\mathbf{F}}} + \dot{\bar{\mathbf{F}}^P} + \dot{\bar{\mathbf{F}}^0}) + \dot{\bar{\mathbf{K}}}^{-1}(\bar{\mathbf{F}} + \bar{\mathbf{F}}^P + \bar{\mathbf{F}}^0) \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}_q &= \dot{\bar{\mathbf{B}}}_q \cdot \dot{\bar{\mathbf{U}}} \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}_q &= (1 - \bar{D}_q) \mathbf{E}_q(\bar{\mathbf{B}}_q \cdot \dot{\bar{\mathbf{U}}}) \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}_q^P &= 0 \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\beta}}}_q &= 0 \\ \dot{\bar{D}}_q &= 0 \\ (\rho_q c_{eq}) \dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}}_q &= 0\end{aligned}$$

com as condições iniciais,

$$(\bar{\mathbf{U}}(t_n), \bar{\boldsymbol{\sigma}}_q(t_n), \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^P(t_n), \bar{D}_q(t_n), \bar{\boldsymbol{\beta}}_q(t_n), \bar{\boldsymbol{\theta}}_q(t_n)) = (\mathbf{U}_n, \boldsymbol{\sigma}_{q_n}, \boldsymbol{\varepsilon}_{q_n}^P, D_{q_n}, \boldsymbol{\beta}_{q_n}, \boldsymbol{\theta}_{q_n})$$

Problema 2: Corretor Termoplástico

A cada instante t_{n+1} , encontrar $(\mathbf{U}(t_{n+1}), \boldsymbol{\sigma}_q(t_{n+1}), \boldsymbol{\varepsilon}_q^P(t_{n+1}), D_q(t_{n+1}), \boldsymbol{\beta}_q(t_{n+1}), \boldsymbol{\theta}_q(t_{n+1}))$ para $q = 1, m$ tais que,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{U}} &= 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q &= 0 \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}_q &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)_q \dot{\boldsymbol{\theta}}_q - \frac{\boldsymbol{\sigma}_q \dot{D}_q}{(1 - D_q)} + (1 - D_q) \mathbf{E}_q(-\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^P) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^P &= \dot{p}_q H_{\boldsymbol{\varepsilon}^P}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\beta}, D)_q \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}_q &= \dot{p}_q H_{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\beta}, D)_q \\ \dot{D}_q &= \dot{p}_q H_D(\boldsymbol{\varepsilon}^P, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\beta}, D, \boldsymbol{\theta})_q \\ (\rho_q c_{eq}) \dot{\boldsymbol{\theta}}_q &= \frac{\partial}{\partial x} (\Lambda \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial x})_q + d_{1q} + \boldsymbol{\theta}_q \left(\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)_q (-\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^P) + \text{acpT}_q^P + \text{acpT}_q^\beta + \text{acpT}_q^D\end{aligned}$$

com as condições iniciais,

$$(\mathbf{U}(t_n), \boldsymbol{\sigma}_q(t_n), \boldsymbol{\varepsilon}_q^P(t_n), D_q(t_n), \boldsymbol{\beta}_q(t_n), \boldsymbol{\theta}_q(t_n)) = (\bar{\mathbf{U}}_{n+1}, \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{q_{n+1}}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q_{n+1}}^P, \bar{D}_{q_{n+1}}, \bar{\boldsymbol{\beta}}_{q_{n+1}}, \bar{\boldsymbol{\theta}}_{q_{n+1}})$$

4. DISCRETIZAÇÃO DOS PROBLEMAS: FORMA INCREMENTAL

A discretização dos problemas 1 e 2 pode ser feita utilizando esquemas de Euler. Nas equações que seguem os índices das barras foram omitidos para não sobrecarregar a notação. O problema 1 incremental nada mais é do que o cálculo dos deslocamentos nodais, das tensões e das deformações em uma treliça elástica com uma tensão residual e módulo de elasticidade (1-D)E em cada barra. Então para o preditor elástico obtém-se a seguinte forma incremental,

Problema 1 : Preditor Elástico Discretizado

Conhecidos $(\mathbf{F}_{n+1}, \sigma_n, \varepsilon_n^p, D_n, \beta_n, \theta_n)$, calcular $(\bar{\mathbf{U}}_{n+1}, \bar{\sigma}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p, \bar{D}_{n+1}, \bar{\beta}_{n+1}, \bar{\theta}_{n+1})$ em cada barra tal que,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}\mathbf{U}_{n+1} &= (\mathbf{F}_{n+1} + \mathbf{F}_n^p + \mathbf{F}_n^\theta) \\ \varepsilon_{n+1} &= \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}_{n+1} \\ \bar{\sigma}_{n+1} &= (1 - \bar{D}_n) E_n \left((\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n^p) - \alpha_n (\bar{\theta}_n - \bar{\theta}_0) \right) \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^p &= \varepsilon_n^p \\ \bar{\beta}_{n+1} &= \beta_n \\ \bar{D}_{n+1} &= D_n \\ \bar{\theta}_{n+1} &= \theta_n \end{aligned}$$

Para o problema incremental 2, Como todos os incrementos podem ser colocados em função de Δp_n , é possível reduzir a solução do sistema a encontrar o zero de uma função não linear na reta. Com isto chega-se ao seguinte forma incremental para o problema 2

Problema 2: Corretor Termoplástico Discretizado

Conhecidos $(\mathbf{U}_n, \sigma_n, \varepsilon_n, \varepsilon_n^p, D_n, \beta_n, \theta_n) = (\bar{\mathbf{U}}_{n+1}, \bar{\sigma}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p, \bar{D}_{n+1}, \bar{\beta}_{n+1}, \bar{\theta}_{n+1})$, calcular $(\mathbf{U}_{n+1}, \sigma_{n+1}, \varepsilon_{n+1}^p, D_{n+1}, \beta_{n+1}, \theta_{n+1})$, em cada barra tal que,

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{n+1} &= (\mathbf{U}_n) \\ \varepsilon_{n+1} &= \varepsilon_n \\ \sigma_{n+1} &= \sigma_n + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right)_n \Delta \theta_n - \frac{\bar{\sigma}_{n+1} \Delta D_n}{(1 - D_n)} + (1 - D_n) E_n (-\Delta \varepsilon_n^p) \\ \varepsilon_{n+1}^p &= \varepsilon_n^p + \Delta p_n H_{\varepsilon^p}(\varepsilon^p, \beta, D)_n \\ \beta_{n+1} &= \beta_n + \Delta p_n H_{\beta}(\varepsilon^p, \beta, D)_n \\ D_{n+1} &= D_n + \Delta p_n H_D(\varepsilon^p, \beta, D, \theta)_n \\ (\rho_n c_{en}) \theta_{n+1} &= (\rho_n c_{en}) \theta_n + d_{1n} + \theta_q \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right)_n (-\Delta \varepsilon_n^p) + \text{acp} T_n^p + \text{acp} T_n^\beta + \text{acp} T_n^D; \end{aligned}$$

onde,

$$\Delta p_n = 0, \text{ se } f(\sigma_n; D_n, p_n, \beta_n) < 0$$

ou, se $f \geq 0$, Δp_n é calculado como a zero da função:

VISCOPLASTICIDADE:

$$G(\Delta p_n) = \Delta p_n - \left\langle \frac{f(\Delta p_n)}{K_n + \Delta K_n} \right\rangle^{N_n + \Delta N} \Delta t$$

PLASTICIDADE:

$$G(\Delta p_n) = f(\Delta p_n) \Delta p_n$$

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de ilustrar o modelo apresentado foi simulado um caso cíclico com amplitude constante e variando a frequência e analisado como ela interfere no processo de deformação plástica e na degradação de um material viscoplástico. Através da análise dos gráficos da Fig. (2), (3) e (4) é observado como a escolha da frequência influencia no comportamento da estrutura da Fig. (1) quando esta é submetida a um carregamento triangular em força prescrita. Os gráficos são referentes a barra do meio onde está aplicada a carga e por ser a mais solicitada. As barras são compostas de um aço 316L cujos parâmetros material podem ser obtidos em (Barbosa et al, 2001).

Pode-se observar que com o aumento da frequência do carregamento, devido ao efeito viscoso, o material sofre maiores amplitudes de tensão em períodos de tempo muito curtos (Fig. (3)), o que leva a estrutura a uma aceleração do seu processo de danificação como mostrado na Fig. (1).

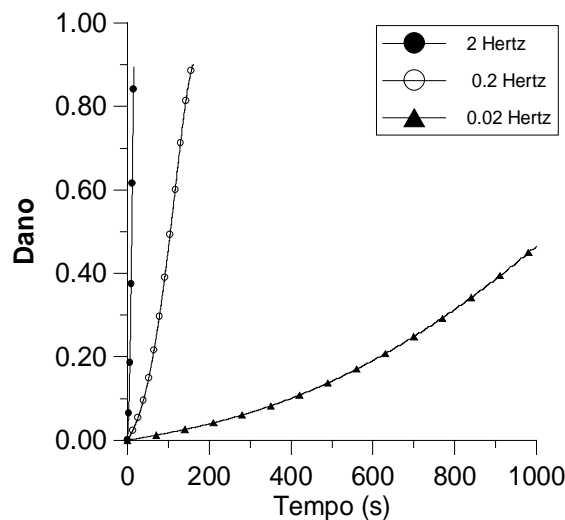


Figura 2. Variação temporal do dano para diferentes frequências.

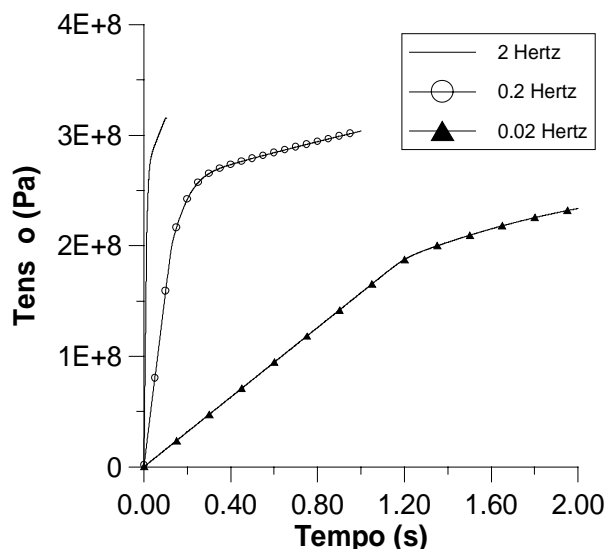


Figura 3. Variação temporal da tensão para diferentes frequências.

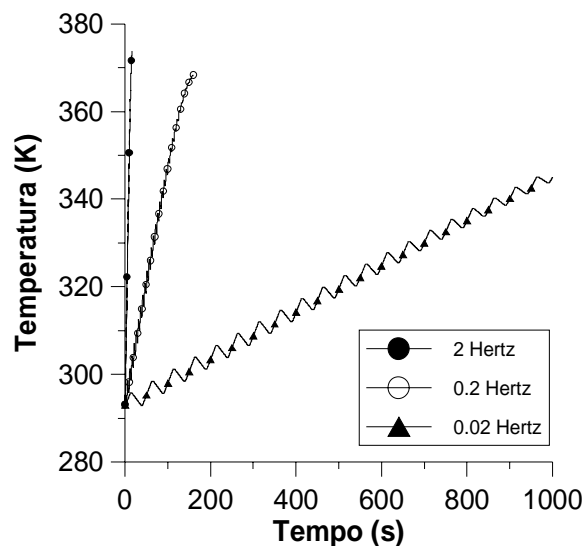


Figura 4 – Variação temporal da temperatura para diferentes frequências.

A variação da frequência de solitação afeta os termos de acoplamento termomecânico aumentando a geração calor provocando assim um aumento na temperatura (Fig. 4) da estrutura, inicialmente a temperatura ambiente (293 K), que acelera ainda mais o processo de degradação. Para uma estrutura treliçada submetida a carregamentos cíclicos, dependendo da frequência da solitação, valores elevados de temperatura podem ser atingidos. Resultados de simulações com a consideração da equação da energia levaram a uma redução de até 2/3 no tempo de vida útil do material.

Segundo a norma da ASTM sobre ensaios de fadiga de baixo ciclo (ASTM, 1980), as condições de ensaio devem ser tais que as variações com relação à temperatura inicial e final no corpo de prova não ultrapassem a faixa de $\pm 2K$. Foram obtidos neste trabalho variações de até 77K, o que exige para simulações realizadas nas condições do modelo apresentado, um controle rígido do aumento de temperatura através da retirada de calor por convecção por exemplo para que a norma seja satisfeita. Entretanto é importante lembrar que os termos de condução e convecção de calor foram desprezados neste trabalho.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um modelo anisotérmico baseado na teoria das variáveis internas para estudar a degradação de estruturas metálicas treliçadas.

Uma formulação constitutiva termodinamicamente consistente foi considerada através de um modelo de dano contínuo acoplado à lei de comportamento do material que pode ser tanto plástico como elastoviscoplastico.

Apesar de ser um problema de difícil solução devido a sua complexidade e caráter altamente não-linear, soluções numéricas razoavelmente simples podem ser obtidas, a partir de métodos clássicos, se o método de decomposição do operador for aplicado.

Essa modelagem foi utilizada para simular o comportamento anisotérmico de uma treliça simples composta por barras de aço inox 316L e submetida a carregamentos cíclicos de várias frequências.

Ocorreu um aceleração na degradação do material da barra estudada devido a variação da frequência e ao aumento de temperatura provocado pelo processo de deformação plástica.

7. REFERÊNCIAS

ASTM, “E606-80 – Standard Recommended Practice for Constant-Amplitude Low-Cycle Fatigue Testing”, ASTM Standards, 1980. col. 03.01, pp 629-641.

- Armero, F., Simo, F.C., 1992, "A new unconditionally stable fractional step method for non-linear coupled thermomechanical problems", *Int. Journal Num. Method Eng.*, vol. 35, pp.737-766.
- Barbosa, J. M. A., Pacheco, P. M. C. L., Costa Mattos, H. S., 2001, "Análisis Anisotérmica de la Evolución del Daño en Barras Elastoviscoplasticas Sometidas a Cargas Dinámicas", *Revista Internacional de Información Tecnológica*, vol 12, n. 5.
- Carvalho, R. B., 1993, "Simulação Numérica do Amolecimento em Treliças Elasto-Viscoplasticas com Dano", Dissertação de Mestrado, Depto. De Engenharia Mecânica, PUC- Rio.
- Chorin, A. J., Hughes, M. F., McCracken, M. F. and Marsden, J. E., 1978, "Product Formulas and Numerical Algorithms", *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 31, pp205-256.
- Costa Mattos, H. S., 1988, "Uma Contribuição a Formulação Termodinâmica da Elasto-Plasticidade e da Elastoviscoplasticidade", Tese de Doutorado, Depto. de Enga. Mecânica, PUC-Rio.
- Lemaitre, J., Chaboche, 1990, "Mechanics of Solid Materials", Cambridge.
- Marchuk, G.I., Shaidunov, V. V., 1983, "Difference Methods and their Extrapolations", *Application of Mathematics*, Vol. 19, Springer-Verlag.
- Ortiz, M., Pinsky, P.M. and Taylor, R.L., 1983, "Operator Split Methods for the Numerical Solution of the Elastoplastic Dynamic Problem", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 39, pp.137-157.
- Ortiz, M., Pinsky, P.M. and Taylor, R.L., 1983, "Unconditionally Stable Element-by-Element Algorithms for Dynamic Problems", *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 36, pp.223-239.
- Pacheco, P. M. C. L., 1994, "Análise do Acoplamento Termomecânico em Materiais Elasto-Viscoplasticos", Tese de Doutorado, Depto. de Eng. Mecânica, PUC-Rio.
- Pacheco, P. M. C. L., Chimisso, F. E.G. e Costa Mattos, H., 1993, "Sobre a Análise de Falha em Componentes Mecânicos, Usando a Mecânica do Dano Contínuo", *Anais do XII COBEM*, Brasília, Dez., pp. 1451-1454.
- Simo, J.C. and Mihe, C., 1992, "Associative Coupled Thermoplasticity at Finite Strains Formulations, Numerical Analysis and Implementation", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol 98, pp 41-104.
- Stabler, J.; Baker, G., 2000, "Fractional step methods for thermo-mechanical damage analyses at transient elevated temperatures", *Int. Journal Num. Met. Eng.*, Vol. 48, No.5 pp. 761-785.

NUMERICAL SIMULATION OF DAMAGE IN ELASTO-VISCOPLASTICITY TRUSS WITH TERMOMECHANICAL COUPLING

Abstract. *A model with internal variables is presented to study the thermomechanical coupling effects on a metallic viscoplastic truss subjected to quasi-static loading. Metallic components submitted to cyclic loading, part of the plastic work is transformed into heat, resulting in a temperature rise, which affects the mechanical behavior of the material. In cyclic analysis of metallic structures, usually the hypothesis of isothermal process is adopted. A damage variable is introduced in the model to study the influence of the thermomechanical coupling in processes involving the degradation of the material. Simple numerical solutions are obtained when an Operator Splitting Technique is used. Numerical simulations of a 316 L stainless steel truss are presented and analyzed. The present work shows, through simple examples, that simplifying isothermal hypothesis can be inadequate when inelastic deformations are involved.*

Keywords. *viscoplasticity, coupling, termomechanical, Damage.*