

II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA

II NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 12 a 16 de Agosto de 2002 - João Pessoa – PB

MODELAGEM CINEMÁTICA E DINÂMICA DE UM DEDO DE UMA MÃO MECÂNICA

Max Suell Dutra

COPPE/UFRJ – Programa de Engenharia Mecânica C.P. 68503 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brasil maxdutra@ufrj.br

Marco Hiroshi Naka

COPPE/UFRJ – Programa de Engenharia Mecânica C.P. 68503 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brasil mnaka@ufrj.br

Aline Souza de Paula

EE/UFRJ – Departamento de Engenharia Mecânica C.P. 68503 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brasil alinesp@domain.com.br

Resumo. Na elaboração do projeto de uma garra mecânica é necessário realizar a análise cinemática, cuja finalidade é analisar os movimentos de cada parte do mecanismo. Dentro dessa análise, destacam-se a cinemática direta e a cinemática inversa, que são tratados nesse trabalho. O mecanismo analisado é um dedo mecânico com quatro graus de liberdade, que busca uma similaridade com o dedo humano. Na cinemática direta é adotada a análise por meio de matrizes de transformações homogêneas. Já para o caso da cinemática inversa é adotado o método direto e geométrico para a solução deste tipo de problema. A modelagem dinâmica também é apresentada, sendo ela fundamental para a implementação de um sistema de controle em tempo real do manipulador. O método adotado para o cálculo das equações dinâmicas do dedo é a formulação dinâmica de Euler-Lagrange. Simulações cinemáticas e dinâmicas são apresentadas no fim deste trabalho.

Palavras-chave. Cinemática, Dinâmica, Dedo Mecânico, Simulações.

1. INTRODUÇÃO

O mecanismo avaliado neste trabalho é um dedo mecânico com quatro graus de liberdade, acionado através de materiais com memória de forma, NiTi, conhecidos como *nitinol*.

1.1. Cinemática do Mecanismo

A análise cinemática tem como finalidade, analisar os movimentos de cada parte do mecanismo e as suas relações entre si. Dentro desta análise, destaca-se o estudo da cinemática direta e a cinemática inversa, temas deste trabalho.

O estudo da cinemática direta, neste trabalho, consiste em se determinar a posição da extremidade de cada dedo, a partir das rotações de cada junta. Os valores destes ângulos são obtidos com a utilização de sensores de rotação acoplados a cada junta.

A cinemática inversa consiste em determinar os graus de rotação de cada junta, de tal forma que a extremidade do dedo alcance uma posição pré-determinada ou desejada.



Figura 1. Esquema das operações de cinemática inversa e direta

1.2. Dinâmica do Mecanismo

A modelagem dinâmica descreve o balanço entre as forças internas e as externas aplicadas sobre o manipulador, onde os torques e as forças geradas pelas juntas de entrada balanceiam com outras cargas, sejam elas externas ou internas. A modelagem dinâmica também é fundamental para a implementação de um sistema de controle, uma simulação de movimentos e para o controle em tempo real do manipulador (Goldenberg & Emami, 1998).

Há diversos métodos matemáticos para se modelar dinamicamente um sistema, dentre eles se destacam o Método de Newton-Euler e o Método de Euler-Lagrange, também conhecido como o Método da Energia. A formulação adotada para o cálculo das equações dinâmicas do dedo é a formulação dinâmica de Euler-Lagrange.

2. CINEMÁTICA DIRETA DO DEDO

No cálculo da cinemática direta, foi desenvolvida a análise por meio de matrizes de transformação homogênea, a partir do modelamento físico do dedo mecânico apresentado na Fig. (2), com os devidos referenciais locais.



Figura 2. Representação dos referenciais locais.

Logo, com base na Fig. (2), têm-se as seguintes matrizes de transformação homogênea:

$${}^{SCD_1}T_p = {}^{SCD_1}T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_p \tag{1}$$

onde,

$${}^{SCD_{1}}T_{1} = R(z,\theta_{4}) \cdot T(y,l_{4}) = \begin{bmatrix} c_{4} & -s_{4} & 0 & 0 \\ s_{4} & c_{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2)

onde R(z, θ_4) representa a rotação de θ_4 em torno do eixo z, e T(y, l_4) é a translação de l_4 ao longo do eixo y, e c_4 =cos θ_4 e s_4 =sen θ_4 . Conseqüentemente, tem-se:

$${}^{1}T_{2} = R(x,\theta_{1}) \cdot T(y,l_{1})$$
(3)

$${}^{2}T_{3} = R(x,\theta_{2}) \cdot T(y,l_{2})$$
(4)

$${}^{3}T_{p} = R(x,\theta_{3}) \cdot T(y,l_{3})$$
(5)

Resolvendo as Eqs. (2) a (5) e aplicando-as na Eq. (1), tem-se:

$${}^{SCD_{1}}T_{P} = \begin{bmatrix} c_{4} & -c_{123}s_{4} & s_{123}s_{4} & -(l_{4}+l_{1}c_{1}+l_{2}c_{12}+l_{3}c_{123})s_{4} \\ s_{4} & c_{123}c_{4} & -s_{123}c_{4} & (l_{4}+l_{1}c_{1}+l_{2}c_{12}+l_{3}c_{123})c_{4} \\ 0 & s_{123} & c_{123} & l_{1}s_{1}+l_{2}s_{12}+l_{3}s_{123} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

onde, $c_{12}=\cos(\theta_1+\theta_2)$ e $c_{123}=\cos(\theta_1+\theta_2+\theta_3)$, e analogamente para s_{12} e s_{123} .

Logo, pode-se definir as posições da extremidade do dedo como:

$$\begin{aligned} x_{P} &= -(l_{4} + l_{1}c_{1} + l_{2}c_{12} + l_{3}c_{123})s_{4} \\ y_{P} &= (l_{4} + l_{1}c_{1} + l_{2}c_{12} + l_{3}c_{123})c_{4} \\ z_{P} &= l_{1}s_{1} + l_{2}s_{12} + l_{3}s_{123} \end{aligned}$$

$$\tag{7}$$

3. CINEMÁTICA INVERSA DO DEDO

Para simplificar e possibilitar a solução da cinemática inversa, considerar-se-á que os valores dos ângulos das juntas 2 e 3 são iguais, ou seja, $\theta_2 = \theta_3$. Tal consideração é adequada devido ao fato de que esses ângulos são bem próximos na mão humana, que é usada como modelo. E essa consideração também é necessária pelo fato do sistema ser redundante, ou seja, possui mais graus de liberdade nas juntas do que necessário, o que é caracterizado pelo sistema da Eq. (7) possuir mais incógnitas do que equações. Isto é mais conhecido como *Redundância Cinemática* (Bailllieul, 1990).

Diversos métodos para solução da cinemática inversa em mecanismos robóticos são utilizados(Fu et al., 1987, Paul, 1986), inclusive, Redes Neurais e Fuzzy Logic (Lógica Nebulosa) (Costa Netto et al., 2000). Neste trabalho será adotado o método geométrico para a solução deste tipo de problema.

O ângulo θ_4 é facilmente obtido a partir da divisão de x_p por y_p (Eq. 7):

$$\frac{x_p}{y_p} = \frac{-(l_4 + l_1c_1 + l_2c_{12} + l_3c_{123})s_4}{(l_4 + l_1c_1 + l_2c_{12} + l_3c_{123})c_4} = -tg\theta_4$$
(8)

logo,

$$\theta_4 = \operatorname{arctg}\left(-\frac{x_p}{y_p}\right) \tag{9}$$

Desta forma, define-se o valor do ângulo θ_4 . Agora, para os demais ângulos será feita a seguinte consideração:



Figura 3. Consideração para a solução dos ângulos $\theta_2\,e\,\theta_3.$

A partir da Fig. (3), tem-se:

$$y_{p} = (l_{1}c_{1} + l_{\gamma}c_{1\gamma} + l_{4})c_{4}$$

$$z_{p} = l_{1}s_{1} + l_{\gamma}s_{1\gamma}$$
(10)

Desenvolvendo as equações acima, tem-se:

$$\frac{y_{p}}{c_{4}} - l_{4} = l_{1}c_{1} + l_{\gamma}c_{1}c_{\gamma} - l_{\gamma}s_{1}s_{\gamma}$$
(11)

$$z_{p} = l_{1}s_{1} + l_{\gamma}s_{1}c_{\gamma} + l_{\gamma}c_{1}s_{\gamma}$$
(12)

Elevando-se as Eq. (11) e (12) ao quadrado, tem-se:

$$\left(\frac{y_p}{c_4} - l_4\right)^2 = l_1^2 c_1^2 + 2l_1 c_1^2 l_\gamma c_\gamma - 2l_1 c_1 l_\gamma s_1 s_\gamma + l_\gamma^2 c_1^2 c_\gamma^2 - 2l_\gamma^2 c_1 c_\gamma s_1 s_\gamma + l_\gamma^2 s_1^2 s_\gamma^2$$
(13)

$$z_{p}^{2} = l_{1}^{2} s_{1}^{2} + 2 l_{1} l_{\gamma} s_{1}^{2} c_{\gamma} + 2 l_{1} l_{\gamma} s_{1} c_{1} s_{\gamma} + l_{\gamma}^{2} s_{1}^{2} c_{\gamma}^{2} + 2 l_{\gamma}^{2} s_{1} s_{\gamma} c_{1} c_{\gamma} + l_{\gamma}^{2} c_{1}^{2} s_{\gamma}^{2}$$
(14)

Considerando-se:

$$l_{\gamma} = \sqrt{l_2^2 + l_3^2 + 2l_2 l_3 c_3} \tag{15}$$

$$c_{\gamma} = \frac{l_2 c_2 + l_3 c_{23}}{l_{\gamma}}$$
(16)

Somando as Eqs. (13) e (14), e realizando as devidas substituições das Eqs. (15) e (16) no resultado desta soma, tem-se simplificando:

$$(4l_1l_3)c_2^2 + (2l_1l_2 + 2l_2l_3)c_2 - 2l_1l_3 - \left(\frac{y_p}{c_4} - l_4\right)^2 - z_p^2 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = 0$$
(17)

Assumindo se as seguintes constantes:

$$A = 4l_1 l_3$$

$$B = 2l_2(l_1 + l_3)$$

$$C = -2l_1 l_3 - \left(\frac{y_p}{c_4} - l_4\right)^2 - z_p^2 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2$$
(18)

Tem-se:

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right) \tag{19}$$

Para a solução de θ_1 deve-se considerar inicialmente o desenho esquemático da Fig. (4).





Assim, tem-se:

A partir das relações trigonométricas, tem-se:

$$\tan(\beta - \phi) = \frac{\tan\beta - \tan\phi}{1 + \tan\beta\,\tan\phi} \tag{20}$$

Considerando que $\beta - \phi = \theta_1$, e substituindo na Eq. (20), juntamente com as considerações anteriores, e realizando as manipulações matemáticas necessárias, tem-se:

$$\theta_{1} = \arctan\left(\frac{c_{4}(l_{\gamma}(l_{4}s_{\gamma} + z_{p}c_{\gamma}) + l_{1}z_{p}) - l_{\gamma}s_{\gamma}y_{p}}{c_{4}(l_{\gamma}(l_{4}c_{\gamma} + s_{\gamma}z_{p}) + l_{1}l_{4}) - y_{p}(l_{\gamma}c_{\gamma} + l_{1})}\right)$$
(21)

onde os valores de $l_{\gamma} e \gamma$ são dados pela Eq. (15) e Eq. (16), respectivamente.

4. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO DAS JUNTAS

Com relação às equações de movimento das juntas, é observada a existência de três fases. A primeira é caracterizada por um movimento acelerado, partindo-se inicialmente do repouso até atingir uma dada velocidade, o qual será mantida constante durante a segunda fase, e no final, na terceira fase, há uma desaceleração do movimento até o repouso. Tal definição é válida ao se observar às simulações realizadas por Grant, (1999), para a caracterização dos SMA's (*Shape Memory Alloys*) no uso de atuadores antagônicos.

A partir disto, e com a devida manipulação matemática, pode se chegar às equações das três fases, as quais são encontradas em Naka (2001), e são aplicadas nas simulações apresentadas no final deste trabalho.

5. EQUAÇÕES DINÂMICAS

O modelamento dinâmico descreve o balanço entre as forças internas e as externas aplicadas sobre o manipulador, onde os torques e as forças geradas pelas juntas de entrada equilibram-se com outras cargas, sejam elas externas ou internas. O modelamento dinâmico também é fundamental para a implementação de um sistema de controle, uma simulação de movimentos e para o controle em tempo real do manipulador (Goldenberg & Emami, 1998).

A formulação adotada para o cálculo das equações dinâmicas do dedo é a formulação dinâmica de Lagrange-Euler. Assim sendo, tem-se:

$$L(\theta, \dot{\theta}) = K(\theta, \dot{\theta}) - P(\theta)$$
onde *L* é o Lagrangiano, *K* é energia cinética e *P* é a energia potencial. (22)

Desta forma, tem-se para cada elo:

$$K_{i} = \frac{1}{2} m_{i} v_{Ci}^{T} v_{Ci} + \frac{1}{2} \omega_{i}^{T} I_{i} \omega_{i}$$
(23)

onde m_i é a massa do elo *i* do dedo, v_{Ci} é a velocidade tangencial do centro de massa do elo *i*, ω_i é a velocidade angular e I_i é a inércia do elo *i*.

Já a energia potencial de cada elo do dedo é dada por:

 $P_i = -m_i g P_{Ci} \tag{24}$

onde g representa a aceleração da gravidade referencial, e P_{Ci} representa a posição do centro de gravidade de cada elo *i* do dedo.

Considera-se nessa modelagem que a palma da mão é estacionária. Esta seria uma hipótese razoável, uma vez que quando se realiza o agarramento, em geral a mão não se movimenta, e sim os dedos. Assim sendo, de acordo com a orientação da palma da mão, os vetores de o_g podem ser calculados. Se fosse feita a consideração de que a palma da mão não é estacionária, seria necessário calcular a dinâmica do braço manipulador também, para que os vetores o_g fossem determinados.

O torque do atuador é dado por:

$$T_{i} = \sum_{i,j} T_{ij} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L_{j}}{\partial \dot{\theta}_{i}} - \frac{\partial L_{j}}{\partial \theta_{i}}$$
(25)

onde, *i* é o número da junta e *j* é o número do elo.

As equações dinâmicas podem ser reescritas da seguinte forma:

$$T = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta)$$
(26)

onde, T representa o torque, M representa a matriz de massa, V representa o vetor dos termos de Coriolis e Centrípeta e G representa vetor gravitacional.

Logo, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{\Theta}_1 \\ \vec{\Theta}_2 \\ \vec{\Theta}_3 \\ \vec{\Theta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix}$$
(27)

onde:

$$\begin{split} & M_{11} = I_{xx1} + I_{x2} + I_{xx3} + m_1 r_{c1}^{-2} + m_2 (l_1^2 + r_{c2}^2 + 2l_1 r_{c2} c_2) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + r_{c3}^2 + 2l_2 (l_1 c_2 + r_{c3} c_3)) \\ & + l_1 r_{c3} c_{33}) \end{split}$$

sendo que r_{Ci} é a distância do centro de rotação do elo *i* ao seu centro de massa, l_i é a distância dos centros de rotações dos elos e no caso do elo extremo, a distância do seu centro de rotação até a extremidade (l_3).

6. SIMULAÇÕES CINEMÁTICAS E DINÂMICAS

No gráfico a seguir (Fig. (5)), é apresentada a simulação cinemática do dedo mecânico no espaço tridimensional. Os valores adotados são apresentados na Tab. (2):

T 1 1 A	D 1		• 1	~	•	<i>,</i> , •
Tabala 7	Dohod	nara	C1m11	0000	0100	matica
	Dautos	מומנו	SIIIIUI	acau	UIIIU	inanca
1000100 =:	2	P *** **	011101	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		

X=21,23mm	$\theta_1 = 25^\circ$
Y=120,42mm	$\theta_2 = 30^\circ$
Z=114,35mm	$\theta_3 = 30^\circ$
	$\theta_4 = 10^{\circ}$

É válido ressaltar que os valores de X, $Y \in Z$ correspondem a posição da ponta do dedo, e foram obtidos através da cinemática direta, utilizando-se as rotações das juntas descritas na Tab. (2). As aplicações das equações da cinemática inversas também corresponderam adequadamente.



Figura 5. Simulação Cinemática do Dedo Mecânico.

Uma simulação para se calcular os torques exercidos em cada junta foi realizada, com os seguintes dados:

Tabela 3. Dados para Simulação Dinamica.						
$m_1 = 0,0230 \text{kg}$	$rc_1 = 25$ mm	$g = 9.8 \text{m/s}^2$				
$m_2 = 0,0283$ kg	$rc_2 = 20$ mm	<i>Tat (junta 4)</i> = $0,0375$ Nm				
$m_3 = 0,0358$ kg	$rc_3 = 15$ mm	<i>Tat (junta1,2,3)</i> = 0,0570Nm				
$m_4 = 0,0278$ kg	$rc_4 = 10$ mm					

onde Tat é o torque do atuador (material com memória de forma) (Naka (2001)).

O tempo para se alcançar a posição desejada da ponta do dedo no espaço foi arbitrado em 2 segundos, tem-se o seguinte gráfico dos torques (Fig. (6)):



Figura 6. Simulação dos torques.

7. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Através deste trabalho, pode-se verificar e validar as equações de cinemática inversa, obtidas através do método geométrico. Foi realizada também a análise da cinemática direta utilizando se as matrizes de transformação homogêneas.

Na questão da análise dinâmica foi adotado o método de Euler-Lagrange, o que gerou resultados satisfatórios, conforme pode ser observado no gráfico da (Fig. (6)). É interessante perceber que num dado momento, o torque das juntas torna-se maior do que o torque do atuador, um fato que pode ser entendido melhor através da (Fig. (7)).



Figura 7. Amplificação de torque devido à massa dos elos.

Observa-se que numa configuração logo após o início do movimento, as massas dos elos do dedo geram um torque resistivo nas juntas, mas depois de um dado tempo, numa outra configuração, o torque gerado pela massa torna-se contribuinte ao torque do atuador, o que faz com que o torque resultante seja maior do que o do atuador.

Desta forma, pode-se concluir que o método de Euler-Lagrange para um mecanismo similar ao dedo empregado neste trabalho, é extremamente prático e produz resultados satisfatórios, que permitem avaliar o comportamento dinâmico do sistema e os torques resultantes para a realização dos movimentos do dedo.

8. REFERÊNCIAS

- Baillieul, J., 1990, "Resolution of Kinematic Redundancy", In: Technical Report TR 90-1097, Mathematical Questions in Robotics, Department of Computer Science, Cornell University, New York;
- Costa Netto, S.M., Evsukoff, A.G., Dutra, M.S., 2000, "Fuzzy Systems to Solve Inverse Kinematics Problem in Robotic Control: Application to an Hexapod Robot's Leg", In: Proceeding of the 8th SBRN, IEEE, Rio de Janeiro, Brasil;
- Ebner, M., Wallace, R.S., 1994, "A Direct-drive Hand: Design, Modeling and Control", Technical Report no. 66, Department of Computer Science, New York University;
- Fu, L.S., Gonzales, R.C., Lee, C.S.G., 1987, "Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence", Mc-Graw Hill, 1st ed., New York-USA;
- Goldenberg, A.A., Emami, M.R., 1998, "Kinematics and Dynamics", In: Handbook of Industrial Robotics, 2nd ed., John Willey & Sons, New York;
- Grant, D., 1995, "Shape Memory Alloy Actuator with an Application to a Robotic Eye", Ph.D. dissertation, McGill University, USA;
- Naka, M.H., 2001, "Estudo e Projeto de uma Mão Mecânica de Cinco Dedos, com Atuadores Utilizando Material com Memória de Forma", dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, Programa de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, Brasil;

Paul, R.P., 1986, "Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control - The Computer Control of Robot Manipulators", 5 ed., USA, MIT-PRESS;

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

KINEMATIC AND DYNAMIC MODELING OF A FINGER OF A MECHANICAL HAND

Max Suell Dutra

COPPE/UFRJ – Mechanical Engineering Program C.P. 68503 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brazil maxdutra@ufrj.br

Marco Hiroshi Naka

COPPE/UFRJ – Mechanical Engineering Program C.P. 68503 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brazil mnaka@ufrj.br

Aline Souza de Paula

EE/UFRJ – Mechanical Engineering Department C.P. 68503 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro – Brazil alinesp@domain.com.br

Abstract. In the design of a mechanical gripper, it is necessary to accomplish the kinematics analysis, whose purpose is to analyze the movements of each part of the mechanism. Inside of this analysis, they stand out the direct kinematics and the inverse kinematics, that are treated in this work. The analyzed mechanism is a mechanical finger with four degrees of freedom, that it seeks for a similarity with the human finger. In the direct kinematics, the analysis is adopted through homogeneous transformations matrix. Although for the case of the inverse kinematics, the direct and geometric method is adopted for the solution of this kind of problem. The dynamic modeling is also presented, being its fundamental for the implementation of a control system in the manipulators real time. The method adopted for the calculation of the dynamic equations of the finger, it is the dynamic formulation of Euler-Lagrange. Kinematics and dynamics simulations are presented at the end of this work.

Keywords. Kinematics, Dynamics, Mechanical Finger, Simulations.