



## IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM BRAÇO FLEXÍVEL USANDO UMA TÉCNICA PARAMÉTRICA DO DOMÍNIO DO TEMPO

Víctor Orlando Gamarra Rosado  
Mauro Hugo Mathias  
UNESP – Campus de Guaratinguetá  
Departamento de Mecânica, CP 205  
E-mail: [victor@feg.unesp.br](mailto:victor@feg.unesp.br)  
[mhm@feg.unesp.br](mailto:mhm@feg.unesp.br)

**Resumo.** *Este artigo trata da modelagem dinâmica e da identificação experimental de um braço flexível através de um método paramétrico do domínio do tempo. Este procedimento de identificação deriva-se do método autoregressivo de médias móveis - ARMA, o qual correlaciona os parâmetros modais e os coeficientes do modelo. O equacionamento dinâmico reduzido do braço obtém-se da formulação de Newton-Euler, junto com a teoria elementar de vigas e o método de elementos finitos na modelagem do elo flexível. Aplica-se, através do atuador, um sinal PRBS - pseudo random binary signal, na excitação do braço, e obtém-se as respostas do sistema através de extensômetros elétricos colados no elo. Os resultados obtidos da identificação experimental, os quais são comparados com os teóricos, foram fundamentais na aplicação da estratégia de controle de modo a otimizar os níveis de vibração na extremidade livre do braço. Apresenta-se o protótipo experimental.*

**Palavras-chave:** *Identificação experimental, Técnica paramétrica do domínio do tempo, Modelagem dinâmica, Braço flexível, Robótica.*

### 1. INTRODUÇÃO

No controle de sistemas dinâmicos, frequentemente tem-se dificuldades na obtenção do modelo físico do sistema. Na robótica, a estratégia de controle de um manipulador que opera lentamente pode desprezar os efeitos da flexibilidade estrutural, entretanto, no caso de manipuladores nos quais se requer maior velocidade de operação deve-se considerar estes efeitos com a finalidade de melhorar a performance do controle de posição da extremidade livre do manipulador (Chang *et al*, 1991; Hollerbach, 1980; Sunada *et al*, 1983 e Gamarra-Rosado *et al*, 1996). Assim, estudos de estabilidade e do controle de estruturas flexíveis tem sido tratados com algoritmos de identificação (Balas *et al*, 1990 e Sridhar *et al*, 1985).

Neste trabalho, obtém-se o modelo dinâmico do manipulador flexível através da formulação Newton-Euler, junto com a teoria elementar de vigas e com o método de elementos finitos. Isto, porque na prática, permite limitar o número finito de coordenadas e sintetizar o controlador para ter uma performance adequada. A seguir, descreve-se o protótipo experimental, e apresenta-se o procedimento de identificação utilizado na análise dos dados coletados, obtidos da excitação do braço. Este procedimento se baseia no modelo ARMA - *autoregressive moving average*, o qual é um método paramétrico do domínio do tempo e com resultados muito confiáveis. E finalmente, apresenta-se as conclusões segundo os resultados apresentados.

## 2. MODELAGEM DINÂMICA DO BRAÇO FLEXÍVEL

O braço flexível consiste de um atuador; o acoplamento, o qual é modelado como um corpo rígido; e o elo de comprimento  $l$ , o qual é modelado como uma viga flexível. Utiliza-se a formulação de Newton-Euler na obtenção do equacionamento dinâmico deste manipulador, e o método de elementos finitos para discretizar a estrutura em  $n$  elementos de viga, o que resulta em  $n+1$  pontos nodais. A massa discretizada  $m_i$  está associada ao  $i$ -ésimo ponto nodal ( $i = 0, 1, \dots, n$ ); e a carga na extremidade livre do manipulador pode ser adicionada no  $n$ -ésimo ponto nodal, representada por  $m_a$ .

Considera-se o sistema de coordenadas retangulares fixo  $(X, Y, Z)$  e o sistema de coordenadas móvel  $(x, y, z)$ , com o eixo  $z$  oposto à direção da gravidade. A rotação do manipulador em torno do eixo  $z$  é dada por  $\theta(t)$ , que define o ângulo da junta; e a viga deformada é definida pelo deslocamento  $U_i$ . Veja a Fig. (1).

De esta formulação e da análise através do método de elementos finitos (Clough *et al*, 1982) a representação do modelo dinâmico no espaço de estados é dado por,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

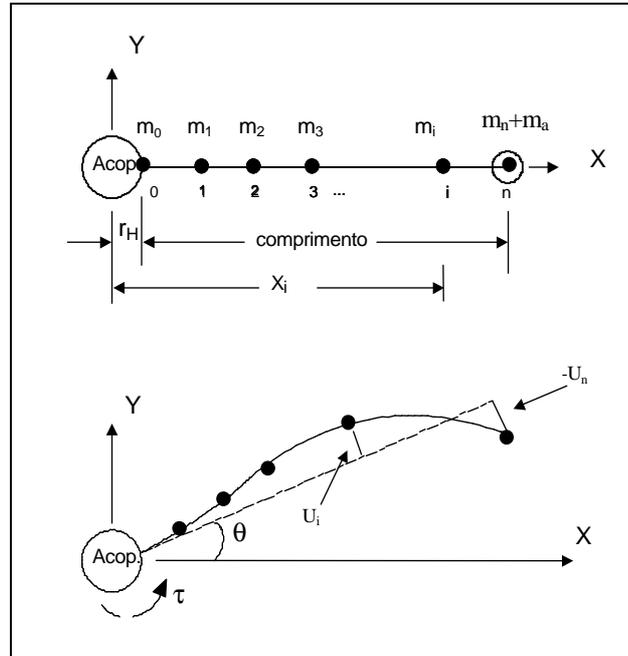


Figura 1. Configuração do braço flexível.

onde,

$$x = [\alpha \quad \dot{\alpha}]^T ; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}N \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} ; \quad \alpha \equiv \begin{bmatrix} \theta \\ U_i \end{bmatrix} ;$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K^i \end{bmatrix} ; \quad M(\alpha) = \begin{bmatrix} I_h + \sum_i [m(X^2 + U^2)] & \sum_i [mXU_i] \\ \sum_i [mXU_i] & m_i \end{bmatrix} ; \quad N(\alpha, \dot{\alpha}) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta} \sum_i [2mU_i] \\ -\dot{\theta} \sum_i [mU_i] & C^i \end{bmatrix}$$

A entrada  $u$  é dada pela tensão,  $M$  e  $K$  são as matrizes de inércia e de rigidez, respectivamente, e  $N$  é a matriz não-linear devido aos esforços de Coriolis e as forças centrípetas, a qual considera o amortecimento.

### 3. DESCRIÇÃO DO PROTÓTIPO EXPERIMENTAL

O protótipo experimental do braço flexível, conforme a Fig. (2), consiste basicamente do *hardware* de controle que se baseia no microcontrolador do tipo HCTL-1100, de um atuador dado pelo motor-CC da MAXON, o qual tem agregado um encoder incremental, de uma placa de potência, e de uma barra flexível com carga na extremidade (Gamarra-Rosado *et al*, 1996).



Figura 2. Protótipo experimental.

Tabela 1. Propriedades da barra de aço.

$h = 25.4$ (mm)	: largura
$e = 5.0$ (mm)	: espessura
$l = 300$ (mm)	: comprimento
$E = 2,069 \times 10^{11}$ (N/m <sup>2</sup> )	: módulo de elasticidade de Young
$\rho = 0,78 \times 10^4$ (Kg/m <sup>3</sup> )	: densidade
$m_a = 0,020$ (Kg)	: carga na extremidade

A barra flexível é montada na posição horizontal, perpendicular ao eixo do atuador. As características desta lamina de aço especial, com seção transversal retangular, são dadas na Tab. (1). Para a medida das deformações, foram colados extensômetros em dois pontos da barra flexível à distância de 0,105 m e a 0,190 m do eixo do atuador. Em cada um dos pontos se formaram circuitos em meia ponte de Wheatstone, um em cada lado da barra. Os extensômetros utilizados são da KYOWA tipo KFG-5-350-C1-11. Os sinais dos extensômetros foram obtidos através de uma Ponte amplificadora para extensometria Modelo AB-120/350 de dois canais, marca INTERFACE, os

quais passam pelo filtro ROBOTRON (Passa baixa), e foram coletados via placa A/D (analógica-digital) modelo CAD12/35 da LYNX. Veja a Fig. (3).

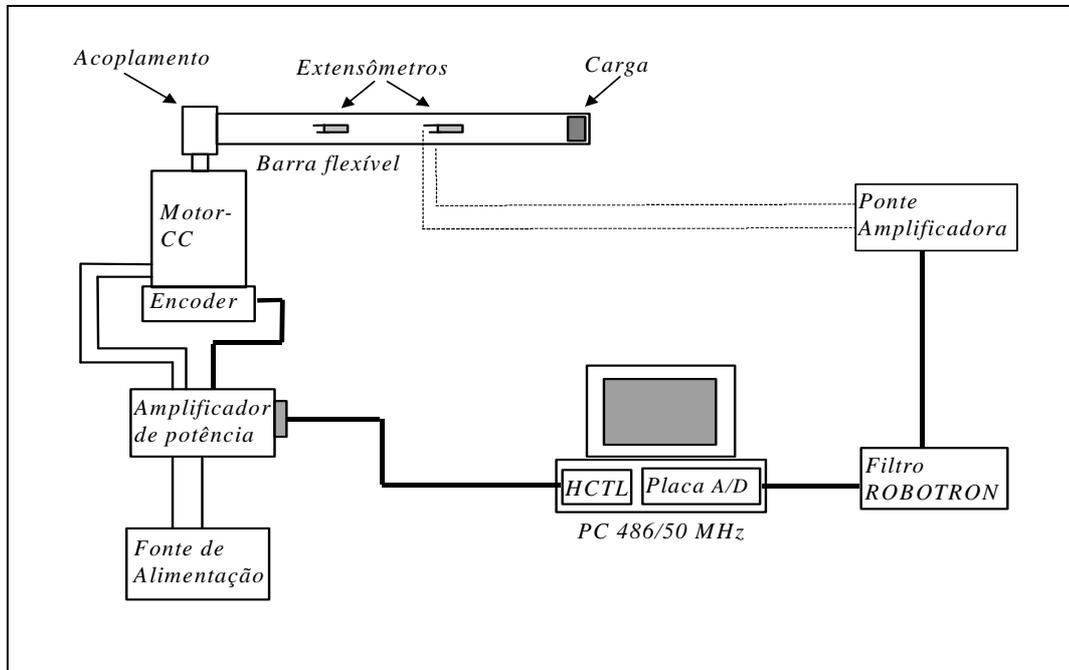


Figura 3. Esquema geral do experimento.

#### 4. PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO

Na identificação de sistemas tem-se que levar em consideração o esforço computacional e o número de parâmetros que descrevem o modelo, por isto, seguindo o princípio da plausibilidade os parâmetros que o caracterizam devem ser o menor possível. O método utilizado neste trabalho (Mathias *et al*, 1994) se baseia no dados de saída, o qual tem importância prática para sistemas com entradas desconhecidas.

O modelo autoregressivo de médias móveis de ordem (p,q) denominado modelo ARMA é descrito pela equação de diferenças,

$$y(t) = a_1 y(t-1) + \dots + a_p y(t-p) + x(t) + b_1 x(t-1) + \dots + b_q x(t-q) \quad (2)$$

onde os coeficientes  $a_p$  são relativos à componente autoregressiva, e os coeficientes  $b_q$  são relativos à componente das médias móveis. O termo de médias móveis contém componentes não-determinísticas do sistema. A forma polinomial do modelo ARMA é dada por,

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} X(z) \quad (3)$$

onde,  $B(z)$  é um polinômio de ordem q definido por,

$$B(z) = 1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_q z^{-q} \quad (4)$$

Uma vez estabelecido o modelo de análise do sistema, os parâmetros são estimados. Neste procedimento os parâmetros foram obtidos através de um processo de estimação de dados em bloco (*batch estimation*), ou seja, o modelo é atualizado a partir de um bloco de dados fixos. A estimação se baseia em algoritmos recursivos, os quais operam um bloco fixo de amostragens, onde um critério baseado na minimização de um funcional é otimizado para a obtenção da ordem do modelo. A ordem do modelo ótima foi obtida com base na minimização do valor médio quadrático do erro dos resíduos, computados dos dados observados (medidos) e estimados (correlacionados).

Este procedimento se aplica aos dados que foram coletados do sistema através dos extensômetros colados no elo flexível, descrito no ítem 3. A entrada utilizada para excitar o sistema é um sinal *PRBS* - *Pseudo random binary signal*, realizada através do atuador dado pelo motor-CC.

## 5. RESULTADOS

A identificação foi processada através dos sinais coletados via placa A/D. A seguir, o sinal de saída passa por um filtro passa baixa, ajustado na frequência de corte de 50 Hz. Optou-se por esta frequência de corte de forma a evitar os modos de vibrar acima de 50 Hz. Assim, aplicando-se este método para um modelo ARMA de ordem (8,6) obteve-se o seguinte espectro da resposta conforme a Fig. (4).

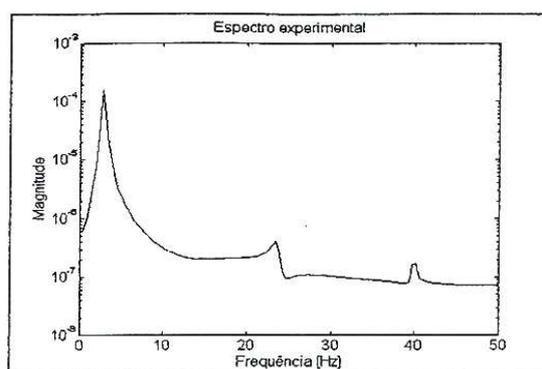


Figura 4. Espectro do sistema.

Estes resultados foram comparados com os resultados teóricos obtidos do modelo dinâmico, conforme a Tab. (2). Observa-se que existe pequena diferença, o qual deve-se provavelmente às simplificações consideradas na modelagem do braço. Assim como, nas perturbações na instrumentação que possam ter ocorrido durante a coleta de dados e a ruídos presentes nos sinais medidos no sistema.

Tabela 2. Resultados teóricos e experimentais do braço.

Modos de vibrar	Teórica	Experimental	Fator de amortecimento
1°	4.61 (Hz)	4.3 (Hz)	0.01
2°	28.9 (Hz)	27.6 (Hz)	0.008

## 6. CONCLUSÕES

O trabalho apresenta o equacionamento matemático de um braço flexível obtido através da formulação de Newton-Euler, junto com a teoria elementar de vigas. Também, apresenta uma técnica paramétrica no domínio do tempo na identificação do protótipo. Com base nestes resultados,

bastante próximos dos obtidos do modelo teórico, foi implementado o controle de posição do braço robótico, evitando-se níveis de vibração e melhorando a performance do controlador.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balas, G. and Doyle, J., 1990, "Identification of flexible structures for robust control", IEEE Control Magazine.
- Chang, L. W. and Hamilton, J. F., 1991, "Dynamics robotic manipulators with flexible links", ASME J. Dyn. Sys., Meas., and Control, vol. 113, pp. 54-59.
- Clough, R. and Penzien, J., 1982, Dynamics of structures. Mac Graw-Hill.
- Gamarra-Rosado, V. O., *et. al.*, 1996, "Automation and cybernetics: Control of a flexible one-link manipulator", The International Journal of Systems & Cybernetics - Kybernetes, vol. 25, n° 5, pp.38-47.
- Gamarra-Rosado, V. O., *et. al.*, 1995, "Tip position control with hub position corrections for a one-link flexible manipulator", IFAC- Workshop on Human-Oriented Design of Advanced Robotics Systems - DARS'95, Vienna, Sep. 19-20, pp. 215-220.
- Hollerbach, J. M., 1980, "A recursive lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity", IEEE Trans. On Systems, Man. And Cybernetics, vol. SMC-10, n° 11, pp. 730-736.
- Mathias, M. H., Brandon, J. A. and Kurka, P. R. G., 1994, "Performance of ARMA algorithms on a time series from a simple vibrating system", Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics, Univ. of Southampton, England, July 18-21, pp. 592-599.
- Sridhar, B., Aubrum, J. and Lorell, K., 1985, "Identification experiment for control of flexible structures", IEEE Control Magazine, n° 5.
- Sunada, W. H. and Dubowsky, S., 1983, "On the dynamic analysis and behavior of industrial robotic manipulators with elastic members", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, vol. 105, n° 1, pp. 42-51.

## 8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF A FLEXIBLE ARM USING A PARAMETRIC TIME DOMAIN TECHNIQUE

**Víctor Orlando Gamarra Rosado**

**Mauro Hugo Mathias**

UNESP – Campus de Guaratinguetá

Departamento de Mecânica, CP 205

E-mail: [victor@feg.unesp.br](mailto:victor@feg.unesp.br)

[mhm@feg.unesp.br](mailto:mhm@feg.unesp.br)

***Abstract.** This paper is related to the dynamic modeling and the experimental identification of a flexible arm using a parametric time domain technique. The identification procedures derive from the Auto Regressive Moving Average method - ARMA, which highlighting the relations between modal parameters and model coefficients. The reduced analytical dynamic equations of the arm was obtained using the Newton-Euler's formulation together with the elementary beam theory based on the finite element method. The arm was excited through the actuator by a PRBS signal and the response data were collected using strain-gauges fixed in the link. The results from the identification were compared with the theoretical ones and were fundamental to apply a control*

*strategy to the system that optimize the level of vibration at the end-effector of the arm. It is showed the experimental prototype.*

**Keywords.** *Experimental identification, Parametric time domain technique, Dynamic modeling, Flexible arm, Robotics.*