



AVALIAÇÃO DO CORTE ORTOGONAL ATRAVÉS DO TEOREMA DO LIMITE SUPERIOR.

Miguel Ângelo Lanna.

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica.
lanna@mec.ita.cta.br

Hazim Ali Al-Qureshi.

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica.
hazim@mec.ita.cta.br

***Resumo.** Uma nova avaliação do Corte Ortogonal é proposta utilizando-se o Teorema do Limite Superior e as definições do Trabalho Virtual. Para esta avaliação, é realizada uma avaliação das velocidades ocorridas no cavaco durante a sua formação no processo de torneamento através da determinação do diagrama de velocidades. Através das relações obtidas no diagrama de velocidades é desenvolvido um modelamento matemático do processo através do Teorema do Limite Superior. Como é utilizado o Corte Ortogonal, é utilizado o Teorema do Limite Superior para Deformações Planas. A Teoria é desenvolvida utilizando-se da hipótese da condição de incompressibilidade, ou seja, não há variação de volume durante o processo, ocorrendo somente variação de forma. É definido o trabalho virtual e o trabalho plástico necessário para que ocorra a deformação do cavaco, ou seja, o trabalho de deformação plástica no cisalhamento. Através do Limite Superior, é definida uma relação entre as forças durante o processo bem como a apresentação dos ângulos de cisalhamento.*

***Palavras-chave:** Corte Ortogonal, Limite Superior, Usinagem.*

1-INTRODUÇÃO.

Conforme (Astakhov, 2001), durante muito tempo, as pesquisas voltadas para o processo de fabricação por usinagem tem sido direcionadas à redução de custos, uma melhoria no acabamento superficial das peças e no desgaste das ferramentas de corte. Porém, um número muito pequeno de pesquisas tem sido realizadas no sentido de conhecer as bases teóricas do processo, fazendo com que fique muito difícil uma avaliação teórica do processo. Essa avaliação do processo é de extrema importância para um melhor acompanhamento do processo e assim se possa antecipar aos problemas inerentes do processo. Assim, é extremamente difícil uma previsão antecipada do processo, já que a maioria das pesquisas são direcionadas para o lado prático do processo, ficando o lado teórico desconhecido.

O presente trabalho apresenta um modelamento através de um Método de Energia pelo Teorema do Limite Superior, utilizando-se de diagramas de velocidades e o princípio do Trabalho Virtual aplicados na Zona de Corte para que se obtenha melhores relações com o processo de corte por usinagem.

2-MECANISMO DE CORTE.

Toda a Teoria do Corte gira em torno do mecanismo de formação do cavaco. O modelo mais usado é o modelo do Plano de Cisalhamento Primário. O mecanismo do Plano de Cisalhamento Primário pode ser explicado considerando a Fig. (1).

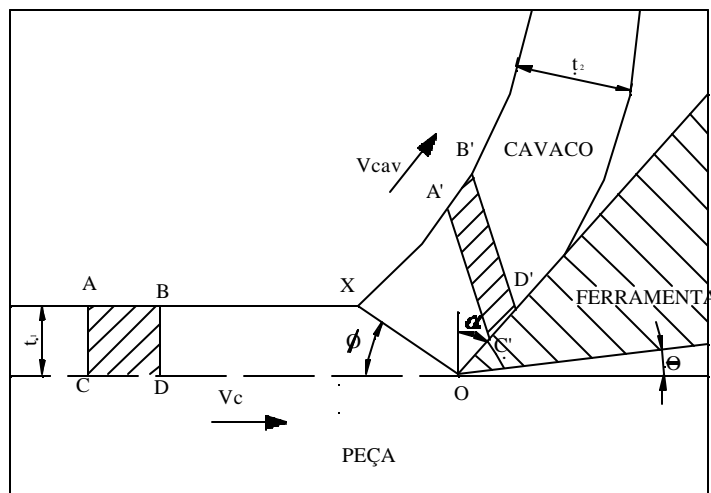


Figura 1. Mecanismo da Cunha de Corte.

A ação da ferramenta recalca o volume “ABCD”, nesse ponto, o metal começa a sofrer deformações elásticas. Com o prosseguimento do processo, o limite de escoamento do material é vencido e o material passa a se deformar plasticamente (Machado, 1996). Deformações plásticas continuam acontecendo até que as tensões não sejam mais suficientes para manter este regime. Assim fica definida uma zona de cisalhamento que é chamada de zona de cisalhamento primária e é representada pela linha “OX” da figura. Conforme (Astakhov, 2001), o processo de formação do cavaco é cíclico e possui três estágios distintos: 1-compressão do material da peça pela ferramenta, 2-formação de uma superfície de descontinuidade na velocidade e 3-fratura e deslizamento do cavaco.

Após o material entrar no regime plástico, o avanço da ferramenta faz com que as tensões ultrapassem o limite de resistência do material, ainda dentro da zona de cisalhamento primária, promovendo o cisalhamento que se inicia no ponto “O” e se estende até o ponto “X” (Machado, 1996). Ao passar pela linha “OX”, o material sofre um cisalhamento, passando de uma espessura t_1 (profundidade de corte), para uma espessura t_2 (espessura do cavaco). Assim, por geometria o ângulo de cisalhamento (f) pode ser definido por:

$$\operatorname{tg} f = \frac{\cos(f - a)}{1 - \operatorname{sen} a} \quad (1)$$

O termo I é definido como sendo a razão entre a espessura do cavaco e a profundidade de corte, ou seja:

$$I = \frac{t_2}{t_1} = \frac{OX \cos(f - a)}{OX \operatorname{sen} a} = \frac{\cos(f - a)}{\operatorname{sen} a} \quad (2)$$

Após passar pela região de cisalhamento primária, o volume “ABCD” movimenta sobre a superfície de saída da ferramenta e sai como um componente ou lamela do cavaco. No entanto ao atravessar a zona de cisalhamento primária ele se deforma para para um novo formato “A’BC’D’”, com velocidade diferente da velocidade anterior.

3-CAMPO DE VELOCIDADES.

Analisando o mecanismo de corte da figura 3, podemos definir o campo de velocidades durante a formação do cavaco necessário para definir as componentes de velocidade na zona de usinagem, que é essencial para definir a energia de deformação e de atrito do processo de corte. Conhecendo estes parâmetros, todas as outras grandezas do processo poderão ser definidas. A Fig. (2) nos apresenta o diagrama de velocidades mais utilizado, sendo, v_c a velocidade de corte, v^* a velocidade de cisalhamento e v_{cav} a velocidade do cavaco.

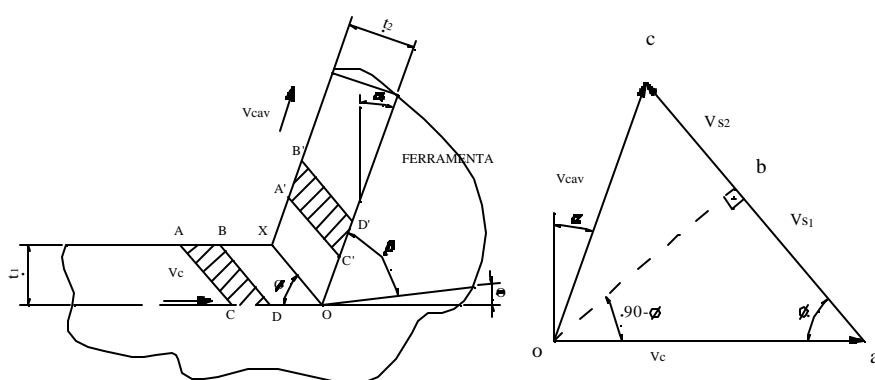


Figura 2. Diagrama de velocidades.

A Fig. (2) mostra o modelo adotado para o Corte Ortogonal e o diagrama de velocidades proposto. Durante o avanço da ferramenta e a formação do cavaco, o material se move, passando por uma deformação elástica e plástica até se separar da peça e transformar-se no cavaco. O material é representado na figura pelos paralelogramas “ABCD” e “A’BC’D’”. O paralelograma “ABCD” se move com velocidade v_c até atravessar a linha de cisalhamento, representada pelo eixo x e mudar de direção e velocidade passando a se mover com velocidade v_{cav} (velocidade do cavaco) e direção paralela à superfície da ferramenta de corte. A linha correspondente ao eixo x é considerada a linha do plano de máxima tensão de cisalhamento.

Através do diagrama de velocidades considerado, temos a velocidade inicial (v_c) e a velocidade do cavaco (v_{cav}) que pode ser determinada pela hipótese do volume permanecer constante. A velocidade de cisalhamento pode ser calculada através da soma dos dois segmentos do diagrama que a compõem, (v_{s1}) e (v_{s2}). Assim, a velocidade de cisalhamento pode ser definida como sendo:

$$v^* = v_{s1} + v_{s2} \quad (3)$$

Novamente utilizando o diagrama de velocidades, podemos definir os valores de v_{s1} e v_{s2} :

$$v_{s1} = v_c \cos f \quad (4)$$

$$v_{s2} = v_{cav} \operatorname{sen}(f - a) \quad (5)$$

Considerando o volume constante e b como sendo a largura do cavaco, temos:

$$t_1 v_c b = t_2 v_{cav} b \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{v_{cav}}{v_c} \quad (6)$$

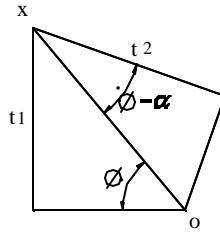


Figura 3. Sobreposição da espessura do cavaco (t_2) com profundidade de corte (t_1).

Como o comprimento ox da Fig. (3) é comum aos dois triângulos, temos:

$$\frac{t_1}{\text{sen } f} = \frac{t_2}{\text{cos}(f-a)} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\text{sen } f}{\text{cos}(f-a)} \quad (7)$$

Igualando a Eq. (6) com a Eq. (7), obtemos a velocidade do cavaco em função da velocidade de corte.

$$v_{cav} = v_c \frac{\text{sen } f}{\text{cos}(f-a)} \quad (8)$$

Finalmente, substituindo o valor obtido na Eq. (8) na Eq. (5) temos o valor de v_{s2} .

$$v_{s2} = v_c \text{sen } f \tan(f-a) \quad (9)$$

Substituindo os valores de v_{s1} e v_{s2} na Eq. (3), obtemos a velocidade de cisalhamento (v^*) em função de v_c , f e a :

$$v^* = v_c \frac{\text{cos } a}{\text{cos}(f-a)} \quad (10)$$

4-FORÇAS DURANTE O CORTE.

Considerando a formação do cavaco como sendo contínua, é possível estabelecer as forças que atuam durante o corte, estabelecendo três sistemas de forças em função da Força Resultante (R), (Kronenberg, 1966). Segundo (Al-Qureshi, 1994), com a hipótese de velocidades constantes, as resultantes de ação de cada grupo de ação da ferramenta e de ação da peça estarão em equilíbrio. A Fig. (4) mostra os três sistemas em função da Força Resultante que definem as forças durante o corte.

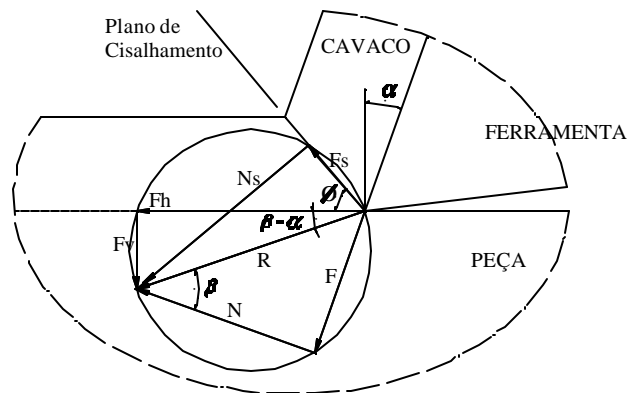


Figura 4. Forças durante o corte, (Al-Qureshi, 1994)

O primeiro sistema consiste na força horizontal (F_h) agindo na direção da velocidade de corte e uma força (F_v) agindo na direção normal à força de corte. A força (F_h), no torneamento é tangencial à superfície de torneamento. Estas duas forças formam o primeiro sistema no qual a força resultante pode ser calculada. As forças F_h e F_v são grandezas passíveis de serem medidas durante o processo.

$$R^2 = F_h^2 + F_v^2 \quad (11)$$

O segundo sistema consiste em uma força de fricção F agindo tangencialmente à face da ferramenta e uma força normal à face da ferramenta N . Esse é outro sistema através do qual a força resultante pode ser calculada.

$$F = F_h \sin \alpha + F_v \cos \alpha \quad (12)$$

$$N = F_h \cos \alpha - F_v \sin \alpha \quad (13)$$

O terceiro sistema é composto da força de cisalhamento F_s agindo no plano de cisalhamento e a força de compressão N_s , agindo perpendicularmente ao plano de cisalhamento.

$$F_s = F_h \cos \beta - F_v \sin \beta \quad (14)$$

$$N_s = F_h \sin \beta + F_v \cos \beta \quad (15)$$

5-PRINCÍPIO DO TRABALHO VIRTUAL.

Aplicando a Engenharia da Plasticidade e utilizando o método de energia durante o segundo e terceiro estágios de formação do cavaco, os problemas podem ser considerados quase estáticos, desde que se assuma que as forças de inércia do fluxo plástico possam ser desprezadas. Assim, de uma forma geral o trabalho virtual do elemento usada em muitas aplicações da teoria da plasticidade nas soluções de limite superior e linha de deslizamento, pode então ser expresso através da equação abaixo, (Al-Qureshi, 1991)

$$\int_s T_i v_j ds + \int_v X_i v_j dv = \int_v S_{ij} e_{ij}^* dv \quad (16)$$

A equação definida acima assume que as tensões e as velocidades são contínuas na zona de deformação, o que não é verdade. As descontinuidades nas tensões e nas velocidades são inevitáveis durante a deformação plástica (segundo e terceiro estágios de formação do cavaco), se fazendo necessário uma melhor definição para a equação 21. O Trabalho realizado pela tensão agindo na superfície de cisalhamento é dado pela Eq. (17).

$$w_s = \int_s \mathbf{t}_s v^* ds \quad (17)$$

Assim, podemos redefinir a Eq. (16) incluindo na mesma o trabalho realizado na superfície onde ocorre a descontinuidade da velocidade e então a equação do trabalho virtual se tornará:

$$\int_s T_i v_j ds + \int_v X_i v_j dv = \int_v S_{ij} e_{ij}^* dv + \int_{SD} \mathbf{t}_s v^* ds \quad (18)$$

6-TEOREMA DO LIMITE SUPERIOR APLICADO AO CORTE ORTOGONAL.

Definição: Um corpo rigidamente plástico, será capaz de suportar sem deformação plástica um dado sistema de cargas externas se um campo de velocidades cinematicamente admissível existe, para o qual a taxa de trabalho externo supera a taxa de dissipação de energia no regime plástico, (Al-Qureshi, 1991). Assim esta teoria pode ser usada para determinar a força de deformação plástica necessária. São admitidas as seguintes hipóteses:

- 1-As tensões de cisalhamento são máximas.
- 2-As tensões são principais.
- 3-O material é rígido.
- 4-As deformações são planas, ou seja, $e_z = 0$.

Assumindo que o material possui uma descontinuidade na linha ox , então ocorrerá um movimento relativo causado pela tensão de cisalhamento. Como a componente normal ao plano é a mesma nas duas superfícies, o trabalho plástico será dado por:

$$W_p = \mathbf{t}_s \cdot OX \cdot b \cdot AA' \quad (19)$$

sendo: \mathbf{t}_s a tensão de cisalhamento.

OX o comprimento da linha de cisalhamento.

b a largura do cavaco.

AA' o deslocamento.

Admitindo que t seja o tempo necessário para o comprimento AC percorrer o comprimento AA', então a razão de dissipação da energia será dada por:

$$\frac{dW_p}{dt} = \mathbf{t}_s \cdot OX \cdot b \frac{AA'}{t} \quad (20)$$

Assumindo que a velocidade inicial v_c seja igual à distância percorrida pelo temo gasto, temos: a

$$v_c = \frac{AB}{t} \Rightarrow t = \frac{AB}{v_c} \quad (21)$$

Assim:

$$\frac{dW_p}{dt} = t_s \cdot OX \cdot b \cdot AA' \frac{V_c}{AB} \quad (22)$$

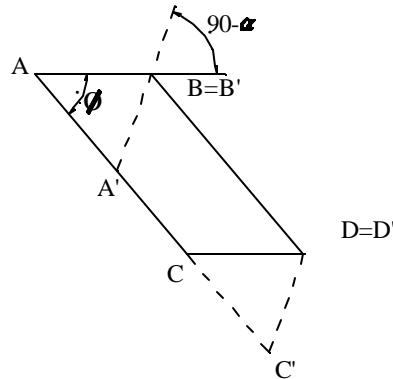


Figura 5. Sobreposição dos paralelogramas antes e depois da deformação.

Por semelhança entre os triângulos A'AB da Fig.(5) e aoc da Fig. (2), temos:

$$\frac{AA'}{AB} = \frac{ac}{ao} = \frac{v^*}{v_c} \quad (23)$$

Então a razão de dissipação da energia na linha de cisalhamento do cavaco fica sendo:

$$\dot{w}_p = t_s \cdot OX \cdot b \cdot v^* \quad (24)$$

A Fig. (6) mostra o modelo adotado para o fluxo de material durante o corte. O trabalho externo realizado no elemento é dado por:

$$\dot{w}_e = \sum_{n=1}^n t_s v^* ds \quad (25)$$

$$\dot{w}_e = F_s v^* \quad (26)$$

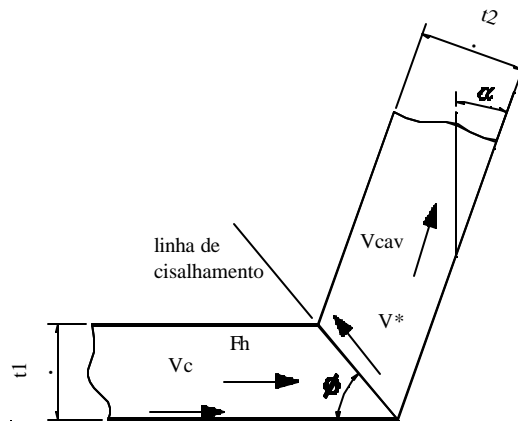


Figura 6. Modelo adotado para o fluxo do material.

Igualando o trabalho interno com o trabalho externo realizado durante o processo e substituindo o valor do comprimento da linha de cisalhamento e o valor da velocidade na linha de cisalhamento, temos:

$$\frac{F_h}{F_s} = \frac{\cos a}{\cos(f - a)} \quad (27)$$

Pela Fig. (7) percebemos a variação entre a razão entre as duas forças com valor do ângulo de cisalhamento para três valores fixos do ângulo de saída da ferramenta. Percebe-se pela figura que quanto maior o valor do ângulo de saída, maior será o valor da relação entre as duas forças com uma maior variação da inclinação da curva. Para valores de f entre 10° e 30° e para $a = -20^\circ$ o valor da força de corte é aproximadamente 5% menor do que o valor da força de cisalhamento, sendo que para valores de a maiores o valor da força de corte será sempre maior do que o valor da força de cisalhamento.

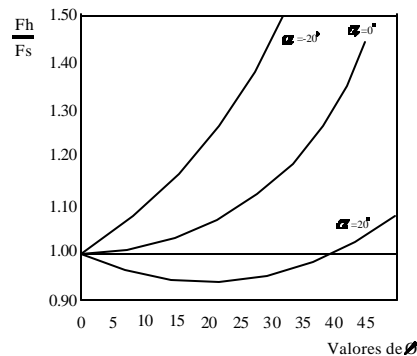


Figura 7. Variação da relação das forças em função do ângulo de cisalhamento para três valores fixos de a .

Como uma solução através do Limite Superior é realizada, podemos fazer uma estimativa da força principal de corte durante a operação do torneamento ortogonal. A razão de dissipação da energia interna não pode exceder à $t \cdot ox \cdot v^*$, sendo “ox” o comprimento da linha de cisalhamento, ou seja, linha onde ocorre o cisalhamento.

Como o trabalho realizado pelas forças externas é máximo no final do segundo estágio, a equação representa o Teorema do Limite Superior para todo o ciclo de formação do cavaco.

7-ÂNGULO DE CISALHAMENTO.

Quando ocorre o cisalhamento do material, os cristais são deformados na direção diferentes dos cristais anteriores, formando um ângulo entre a superfície deformada e a superfície não deformada. Esta direção de cisalhamento é conhecida como plano de cisalhamento do material e o ângulo entre elas é o ângulo de cisalhamento (f) do material.

No presente trabalho o valor do ângulo de cisalhamento foi obtido através de dois métodos diferentes: um método de medida direta através da foto da região de formação do cavaco e o outro método foi o da razão do cavaco, (Al-Qureshi, 1994). Foram feitas medidas através dos dois métodos para uma posterior comparação entre os resultados.

Para a obtenção do ângulo de cisalhamento através do método direto, primeiramente um CDP de material foi torneado e o processo interrompido durante o torneamento, de modo que o cavaco permanecesse preso à peça. Após a interrupção do processo, foi retirada de cada amostra de cada CDP contendo parte da peça e o cavaco nela preso. Assim foi realizado um polimento e um ataque químico para que os grãos pudessem ser observados através de um microscópio óptico. Após a amostra ser

fotografada, com uma ampliação de 200X, foi possível medir o ângulo de cisalhamento diretamente na fotografia.

Pelo método da razão do cavaco, para a obtenção do ângulo de cisalhamento novamente um CDP foi torneado. Após o torneamento, a espessura do cavaco foi medida e assim calculada a razão entre a profundidade de corte e a espessura do cavaco. Assim, com o valor do ângulo de folga da ferramenta (α) medido anteriormente e com o valor da razão do cavaco foi possível calcularmos o valor do ângulo de cisalhamento.

A foto da Fig. (8) mostra o ângulo de cisalhamento obtido através de microscopia ótica com aumento de 200X para uma amostra de aço.

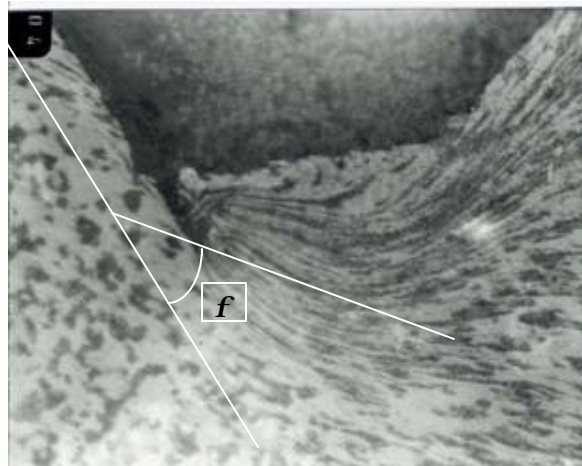


Figura 8. Ângulo de Cisalhamento de uma amostra de aço.

A Tab. (1) mostra o valor do ângulo de cisalhamento (f) para alguns materiais obtidos através de microscopia ótica (método prático) e também pelo método da razão do cavaco (método teórico). Após a obtenção dos valores de f e de α foi então possível calcular a relação da força de corte pela força de cisalhamento. Os valores de F_h / F_s obtidos estão dentro dos valores previstos pelo gráfico da figura 8, verificando que a equação 31 é coerente.

Tabela1. Valores de f obtidos para alguns materiais.

Material	f (°) prático	f (°) teórico	α (°)	F_h / F_s prático	F_h / F_s teórico
Alumínio	30	32,8	14,63	1,003	1,018
Cobre	27	27,2	14,00	0,996	0,997
Aço	40	43,9	13,23	1,072	1,132
Bronze	32	34,4	13,43	1,026	1,042

Os valores do ângulo de cisalhamento (f) e da razão entre as forças (F_h / F_s) obtidos pelo método prático foram muito próximos dos valores obtidos pelo método teórico, apresentando uma variação média de 6,3% para os valores do ângulo de cisalhamento e de 2,1% para os valores da relação F_h / F_s . Percebemos então que a variação foi pequena, principalmente para a relação entre as forças, o que permite verificar que o método é válido.

8-CONCLUSÕES.

O presente trabalho apresenta um modelamento matemático para o Torneamento Ortogonal, baseado no Teorema do Limite Superior e no Princípio do Trabalho Virtual. Com o modelamento das cargas inerentes do processo, podemos prever antecipadamente o processo, tornando mais objetivo a escolha dos parâmetros do processo, bem como o equipamento e tipos de ferramentas a serem utilizadas. Como o processo é ainda hoje pouco conhecido do ponto de vista científico, com muitos conhecimentos obtidos em dados práticos é de grande importância o conhecimento do comportamento físico do fenômeno para uma melhor adequação do processo.

9-REFERÊNCIAS.

Al-Qureshi, H.A., “Teoria da Plasticidade”, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1991.

Al-Qureshi, H.A., “Introdução ao Processo de Usinagem Ortogonal”, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1994.

Astakhov, V.P., Osman, M.O.M., Hayajneh, M.T., “Re-evaluation of the basic mechanics of orthogonal metal cutting: Velocity diagram, virtual work equation and upper-bound theorem”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 41 (2001) 393-418.

Kronenberg, M., “Machine Science and Application”, Pergamon Press, 1996.

Machado, A.R., Silva, M.B., “Usinagem dos Metais”, Universidade Federal de Uberlândia, 1996.

RE-EVALUATION OF METAL ORTHOGONAL CUTTING THROUGH UPPER BOUND THEOREM

Miguel Ângelo Lanna.

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Department of Mechanical Engineering.

lanna@mec.ita.cta.br

Hazim Ali Al-Qureshi.

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Department of Mechanical Engineering.

hazim@mec.ita.cta.br

Abstract: *This paper re-evaluates the orthogonal metal cutting through Upper Bound Theorem and Virtual Work. For re-evaluates, the velocity relationships of the chip formation through velocity diagram is proposed. Through relations of velocity diagram is developed the mathematic model with Upper Bound Theorem for plane deformation. The material is incompressible. The cut forces and the shear angle was argued.*

Keywords: *orthogonal cutting, upper bound theorem, machining.*