



## **DESENVOLVIMENTO DE MÉTODO PARA A ANÁLISE DAS TENSÕES ATUANTES NAS LÂMINAS DE UM FEIXE DE MOLAS SEMI-ELÍPTICAS.**

**Luiz Daré Neto**

**Odison Coimbra Fernandes**

**Eduardo Carlos Bianchi**

**Rodrigo Daun Monici**

Universidade Estadual Paulista - UNESP - Bauru; Av. Luiz E.C. Coube s/n; CEP 17033-360; ldaren@feb.unesp.br; bianchi@feb.unesp.br; daun@feb.unesp.br.

**Resumo.** Após revisão da literatura específica, foi constatada a ausência de um método que possibilitasse determinar o gradiente de tensões ao longo de cada lâminas de um feixe de molas; assim, foi desenvolvido um método com este propósito, denominado de “análise individual das lâminas de molas”. O método utilizou equações básicas de resistência dos materiais, e, após a determinação das tensões teóricas em pontos pré estabelecidos, estas foram comparadas às tensões experimentais, obtidas anteriormente em outro trabalho, podendo ser constatada a proximidade dos valores destas tensões. Foi denominado de “Erro” esta diferença em porcentagem. Os valores do “Erro” obtidos com o método proposto mostraram-se menores que os valores do “Erro” obtidos pela utilização da norma Brasileira ABNT NBR 8567 (1984), comprovando ser, este novo método, indicado para a determinação das tensões ao longo de cada lâmina de um feixe de molas.

**Palavras-chaves:** molas semi-elípticas; molas planas; análise de tensões.

### **1. INTRODUÇÃO**

Os feixes de molas planas são vistos como um componente seguro da suspensão, embora experiências com projetos atuais tenham mostrado que existe espaço para novos desenvolvimentos, por exemplo: molas de fibra de vidro, fibra de carbono, kevlar; lâminas parabólicas; variações na forma e intensidade do processo de “shot peening”, entre outros.

Os feixes de molas semi-elípticas foram utilizados, nos veículos, desde o começo de sua história, conforme Bastow (1990), e desde então o método de cálculo das tensões do feixe de molas é o mesmo, sendo utilizado pelas normas de vários países, incluindo o Brasil pela ABNT NBR 8567 (1984); neste método, o feixe é trabalhado como conjunto, não existindo a individualidade de cada lâmina.

Após aprofundada revisão da literatura, não foi encontrado um método de cálculo para determinar as tensões atuantes ao longo do comprimento de cada lâmina de mola de um feixe, e quantificasse sua eficiência, motivo que originou este trabalho.

A validação do “método de cálculo” é a primeira etapa para o posterior desenvolvimento de um programa computacional.

### **2. DELINEAMENTO DO PROBLEMA**

Para a determinação da tensão em feixes de molas, com espessura de lâminas iguais, a norma Brasileira, ABNT NBR 8567 (1984), utiliza a equação básica da Resistência dos Materiais:

$$\sigma = \frac{3.P.l}{N.b.h^2} \quad (1)$$

Onde “P” é a força aplicada em uma das extremidades da primeira lâmina; “l” é a distância da força até a seção em estudo feixe de molas; “N” é o número de lâminas de molas da seção em estudo; “b” é a largura das lâminas e “h” é a espessura das lâminas. Esta equação é recomendada pela norma ABNT NBR 8567 (1984), pela norma Norte Americana SAE J788 (1982) e todos os outros trabalhos consultados.

Com esta equação, é assumido o mesmo valor da tensão em todas as lâminas de mola de uma mesma seção transversal, não considerando o escalonamento das lâminas do feixe de molas. A Fig. (1) ilustra três seções transversais de um feixe de molas, que, pela Eq. (1), deve possuir a mesma tensão em todas as lâminas de uma mesma seção, isto é, na seção I, a tensão na primeira e segunda lâminas é igual, da mesma forma que na seção III o valor da tensão na primeira lâmina é o mesmo para a segunda, terceira e quarta lâminas.

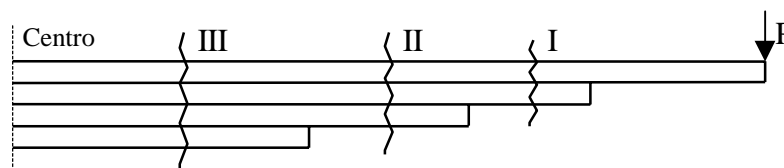


Figura 1. Feixe de molas semi-elípticas mostrando seções transversais; em cada seção a tensão é a mesma em todas as lâminas

Para o caso de feixes de molas simétricos, com lâminas de espessuras diferentes, a norma Brasileira ABNT NBR 8567 (1984) indica a equação:

$$\sigma = \frac{3.P.l.h_n}{b.\sum h^3} \quad (2)$$

Onde “h<sub>n</sub>” é a espessura da lâmina em estudo.

No trabalho de Daré Neto et al (2000), foram medidas, através da extensometria, as tensões atuantes nas lâminas de um feixe de molas semi-elípticas, obtendo como uma das conclusões que, a discrepância entre os valores das tensões foi devido, possivelmente, à utilização de uma equação simplista, recomendada pela norma ABNT NBR 8567 (1984), para analisar um sistema complexo.

### 3. OBJETIVO

Este trabalho objetiva de desenvolver um método de cálculo, das tensões em lâminas de mola de um feixe, que individualiza cada lâmina de mola e possibilite determinar nelas, o gradiente de tensões.

### 4. DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO

Para o estudo de um feixe de molas, é usual estudar o meio feixe, desenvolvendo todas as equações para uma estrutura engastada no centro, com cada lâmina o comportamento estrutural é o mesmo; assim, utilizando a equação de resistência dos materiais para deslocamento, na extremidade, de vigas em balanço, conhecida como equação da flecha ( $f=P.l^3/3.E.I$ ), nota-se que esta não apresenta ponto de inflexão; desta forma, sobrepondo duas vigas em balanço, de comprimentos diferentes, como ocorre nos feixes de molas, mesmo apresentando contato entre as superfícies dos corpos das lâminas, deve ser assumido que uma transferência de força ocorrerá, somente, através do ponto de contato entre a superfície inferior do corpo da lâmina superior com a extremidade superior

da lâmina inferior, como ilustrado na Fig. (2); no ponto de contato (transferência de força), entre as lâminas, surge uma força de reação, denominada “Q”.

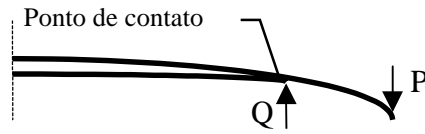


Figura 2. Esquema de duas lâminas de molas sobrepostas mostrando o ponto de contato entre elas, baseando-se na equação do deslocamento vertical de vigas em balanço

O processo de análise das tensões é feito para cada lâmina, individualmente, assumindo que, a transferência das forças de uma lâmina para outra, é através da extremidade da lâmina inferior.

Como não existe uma denominação específica para a análise de cada lâmina, individualmente, este método de cálculo será denominado de “análise individual das lâminas de molas”.

Desenvolvendo a equação diferencial da elástica, para a condição de uma viga engastada, com uma força atuando na sua extremidade em balanço e outra força, com sentido oposto, atuando no corpo da viga, conforme Fig. (3), o resultado dos deslocamentos verticais, “z<sub>P</sub>” e “z<sub>Q</sub>”, nos pontos onde atuam as forças “P” e “Q”, são mostrados pelas equações 3 e 4; estas equações também são apresentadas por Branco (1985) e Schiel (1980).

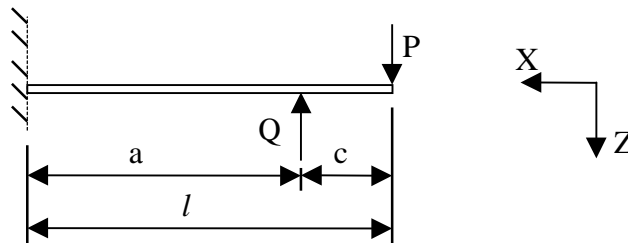


Figura 3. Representação de uma viga em balanço, submetida às forças “Q” e “P”

Onde: “l” é o comprimento da viga engastada; “a” é a distância do engastamento a força “Q”; “c” é a distância entre as forças “P” e “Q”; “z<sub>Q</sub>” é o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força “Q” e “z<sub>P</sub>” é o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força “P”.

$$z_Q = \frac{1}{E.I} \left[ \frac{P}{6} \cdot (3 \cdot a \cdot l^2 - l^3) - \frac{Q \cdot a^3}{3} \right] \quad (3)$$

$$z_P = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} - \frac{Q \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot (3 \cdot l - a) \quad (4)$$

Onde “E” é o módulo de elasticidade do material, para o aço E=204048 MPa; “I” é o momento de inércia a flexão.

Trabalhando a Eq. (4), obtém-se:

$$Q = \left( \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} - z_P \right) \left( \frac{6 \cdot E \cdot I}{a^2 (3 \cdot l - a)} \right) \quad (5)$$

Para a determinação do gradiente da tensão teórica atuante em cada lâmina, é necessário determinar os valores das forças “ $P_n$ ” e “ $Q_n$ ”, onde o índice “ $n$ ” refere-se ao número da lâmina de mola em análise, para o feixe de molas da Fig. (4) o valor de “ $n$ ” varia de 1 a 5.

Conhecendo a força atuante no olhal da primeira lâmina do feixe de molas, força “ $P_1$ ” e seu deslocamento, “ $z_{P1}$ ”, que são dados de entrada para o dimensionamento de feixes de molas, utilizando as Eq. (3) e (5), podem-se determinar todas as forças pontuais atuantes em cada lâmina de mola.

A seqüência de carregamentos das lâminas de molas de um meio feixe é ilustrada pela Fig. (4), onde “ $P_1$ ” é a força atuante no olhal do meio feixe de molas.

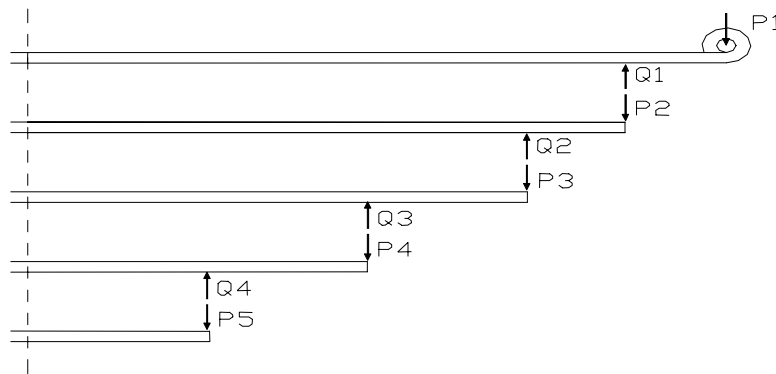


Figura 4. Seqüência de carregamento das lâminas de molas do feixe, a partir da força “ $P_1$ ”

A força de reação “ $Q_1$ ”, da lâmina inferior, é determinada pela Eq. (5), em função do escalonamento do feixe (distâncias de aplicação das forças “ $P_1$ ” e “ $Q_1$ ”), da intensidade da força “ $P_1$ ” e do deslocamento vertical do ponto “ $P_1$ ” ( $z_{P1}$ ).

A Eq. (3) determina o deslocamento vertical, “ $z_{Q1}$ ”, no ponto onde atua a força “ $Q_1$ ”.

A força “ $P_2$ ”, atuante na extremidade da segunda lâmina, possui mesmo módulo e direção que a força “ $Q_1$ ”, mas com sentido oposto; sendo, o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força “ $Q_1$ ” na lâmina número 1, igual ao deslocamento vertical do ponto de aplicação da força “ $P_2$ ” na lâmina número 2; seguindo assim, sucessivamente, até a última lâmina.

#### 4. VERIFICAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO MÉTODO

Para quantificar a precisão do método desenvolvido foram utilizados valores dos experimentos de Daré Neto et al (2000). Neste, foi aplicada uma força de 11357,3 N no olhal da lâmina número 1 ( $P_1 = 11357,3$  N); deslocamento vertical, do ponto de aplicação da carga  $P_1$ , de 110mm ( $z_{P1} = 110$ mm); valores de largura e altura de cada seção estudada, possibilitando a determinação do módulo de resistência à flexão ( $w_f$ ), e, com a nomenclatura da Fig. (3), os valores encontrados de “ $a$ ”, “ $c$ ” e “ $l$ ”, para cada lâmina, podem ser vistos na Tab. (1).

Tabela 1. Distâncias dos pontos de aplicação das forças ao centro de cada lâmina

Lâmina número	Dimensões[mm]		
	a	c	l
1	734,5	124,5	859
2	615	119,5	734,5
3	419	196	615
4	226	193	419
5	-	-	226

Sendo estes os valores de entrada de um projeto de feixe de molas, a Tab. (2) mostra os valores calculados de “ $P_n$ ”, “ $Q_n$ ” e “ $z_{Qn}$ ”, para cada lâmina, obtidos pelo desenvolvimento descrito. O índice “ $n$ ” refere-se ao número da lâmina estudada; assim, para este feixe, “ $n$ ” varia de 1 a 5.

O deslocamento vertical “ $z_{P1}$ ”, do olhal da lâmina número 1, é igual ao curso do feixe de molas.

Tabela 2. Valores calculados das forças “ $P_n$ ” e “ $Q_n$ ”, e o deslocamento vertical “ $z_{Qn}$ ” no ponto de atuação da força  $Q_n$ , para o valor de entrada  $P_1 = 11473,5$  N e deslocamento na extremidade da lâmina número 1,  $z_{P1} = 110$  mm

Lâmina número	Força e deslocamento	Valores
1	$P_1$	11473,5 [N]
	$Q_1$	11120,0 [N]
	$z_{Q1}$	80,97 [mm]
2	$P_2$	11120,0 [N]
	$Q_2$	10390,6 [N]
	$z_{Q2}$	57,60 [mm]
3	$P_3$	10390,6 [N]
	$Q_3$	10689,0 [N]
	$z_{Q3}$	25,37 [mm]
4	$P_4$	10689,0 [N]
	$Q_4$	11814,1 [N]
	$z_{Q4}$	5,69 [mm]
5	$P_5$	11814,1 [N]
	$z_{Q4}=z_{Q5}$	5,69 [mm]

Com os valores das cargas “ $P_n$ ” e “ $Q_n$ ”, atuantes em cada lâmina, é determinado o momento fletor ( $M_f$ ) em qualquer ponto das lâminas.

Os pontos analisados em cada lâmina de mola são os pontos onde foram colados os extensômetros elétricos de resistência, mostrados na Fig. (5); assim, para se calcular a tensão teórica em cada ponto, é necessário conhecer as distâncias do extensômetro (ponto em análise) até as forças “ $P_n$ ” e “ $Q_n$ ”.

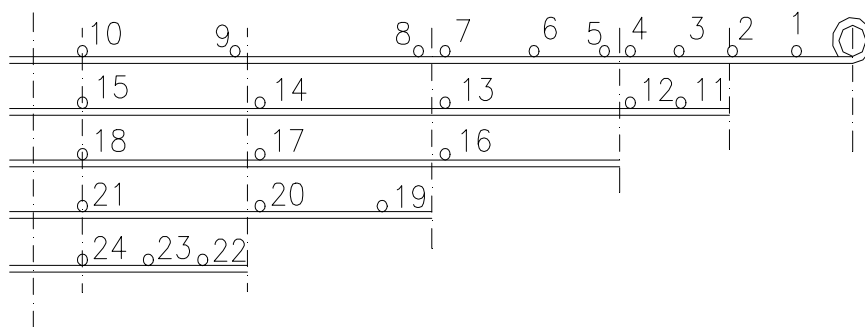


Figura 5. Pontos em estudos do feixe de molas (Daré Neto et al, 2000)

Pelo trabalho experimental citado, foi denominado de “ $l_p$ ” a distância do ponto de aplicação da força “ $P_1$ ” (olhal da mola) a todos os pontos onde foram colados os extensômetros (ponto em análise).

Será denominada de “ $d_p$ ” a distância de cada força “ $P_n$ ”, atuante na extremidade de cada lâmina, aos pontos em análise das mesmas, e receberá o índice “ $m$ ”, que é referente ao número do ponto em análise, portanto, “ $m$ ” varia de 1 a 24.

Para se obter este valor foi subtraído da distância “ $l_{Pm}$ ” o valor do escalonamento com a lâmina superior, dimensão “ $c_{n-1}$ ” (Tab. (1)).

Na lâmina número 1, como não possui lâmina superior, os valores de “ $l_{Pm}$ ” e “ $d_{Pm}$ ” ( $l_{Pm}=d_{Pm}$ ) são iguais, pontos números 1 ao 10.

Para exemplificar será utilizada a Eq. (6) para determinar o valor de “ $d_{Pm}$ ” para os pontos 11 e 17, pertencentes às lâminas número 2 e 3, respectivamente.

$$d_{Pm} = l_{Pm} - \sum_{i=1}^{n-1} c_i \quad (6)$$

No ponto número 11, que está na lâmina número 2 ( $n=2$ ), o valor fornecido de “ $l_{P11}$ ” é 180mm; valor de  $c_{n-1} = c_1 = 124,5\text{mm}$  (Tab. (1)), aplicando à Eq. (6) será determinado o valor da distância, “ $d_{P11}$ ”, entre a força e o ponto analisado número 11.

$$d_{P11} = 180 - 124,5 = 55,5 \text{ mm} \quad (7)$$

Da mesma forma, para o ponto 17, na lâmina 3 ( $n=3$ ), o valor fornecido é  $l_{P17} = 621\text{mm}$ , o valor de  $c_{n-1} = c_2 = 119,5\text{mm}$  e  $c_1 = 124,5\text{mm}$ ; encontra-se o valor de “ $d_{P17}$ ” referente à distância entre a força “ $P_3$ ” e o ponto em análise 17, Eq. (8).

$$d_{P17} = 621 - (124,5 + 119,5) = 377 \text{ mm} \quad (8)$$

Para a determinação da distância, “ $d_{Qm}$ ”, do extensômetro à força  $Q_n$ , deve ser subtraído da distância “ $d_{Pm}$ ” o valor da dimensão “ $c_{n-1}$ ”(distância entre as forças “ $P_n$ ” e “ $Q_n$ ”). A Eq. (9) expressa o exposto.

$$d_{Qm} = d_{Pm} - c_{n-1} \quad (9)$$

Deve ser ressaltado que, se esta distância for negativa, indica que a força “ $Q_n$ ” não produz influência na determinação da tensão no ponto em estudo, devendo ser atribuído o valor zero para a mesma.

A determinação da tensão teórica, em cada ponto, é precedida pela determinação do momento fletor.

Para exemplificar, será determinada a tensão teórica atuante nos pontos 1 e 3, produzida pelo deslocamento vertical, “ $z_{P1}$ ”, de 110 mm.

O momento fletor teórico, “ $M_{f_{tm}}$ ”, nos pontos números 1 e 3 são ilustrados pela Eq. (10).

$$\begin{aligned} M_{f_{t1}} &= P_1 \cdot d_{P1} - Q_1 \cdot d_{Q1} = 11473,5 \times 59 - 11120 \times 0 = 676937 \text{ N.mm} \\ M_{f_{t3}} &= P_1 \cdot d_{P3} - Q_1 \cdot d_{Q3} = M_{f_{t1}} = 11473,5 \times 182 - 11120 \times 57,5 = 1448777 \text{ N.mm} \end{aligned} \quad (10)$$

A tensão teórica em cada ponto é determinada pela equação básica da resistência dos materiais, dividindo-se o momento fletor pelo módulo de resistência à flexão da seção transversal do ponto estudado; assim, como os pontos 1 e 3 possuem módulo de resistência flexional igual a  $3050 \text{ mm}^3$ , as tensões nestes pontos serão : 221,9 MPa e 475 MPa, respectivamente.

O processo é repetido para a determinação da tensão teórica em todos os pontos.

## 5. ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conhecendo-se o valor da tensão experimental, medida no ponto, e a tensão teórica, calculada no mesmo ponto, pode-se determinar a diferença entre elas; será chamado de “Erro” esta diferença em porcentagem.

Para o ponto número 1, o “Erro” é expresso pela Eq. (11):

$$\text{Erro}_1 = \left( \frac{\sigma_{t1} - \sigma_{ext1}}{\sigma_{ext1}} \right) 100 = \left( \frac{221,9 - 220,4}{220,4} \right) 100 = 0,72\% \quad (11)$$

Nos cálculos dos “Erros” foi utilizada precisão absoluta, razão pela qual é possível detectar alguma diferença em relação aos valores com apenas uma casa decimal.

Quando o valor do “Erro” for negativo indica que a tensão experimental é maior que a tensão calculada.

A Tab. (3) mostra os valores que possibilitam determinar o “Erro” em cada ponto. A primeira coluna indica os números dos pontos analisados; a segunda coluna mostra os valores dos módulos de resistência a flexão, para a seção correspondente a cada ponto; a terceira coluna mostra os momentos fletores teóricos; na quarta coluna estão os valores das tensões teóricas para todos os pontos; a quinta coluna estão os valores das tensões medidas pelos extensômetros, na sexta coluna estão os valores dos “Erros”, resultantes da aplicação da Eq. (11) e na sétima coluna foram acrescentados os valores dos “Erros”, extraídos do trabalho de Daré Neto et al (2000), obtidos através da aplicação do método recomendado pela norma ABNT NBR 8567 (1984).

Por esta tabela, nota-se que os valores das tensões experimentais são, geralmente, maiores que os valores das tensões teóricas (calculadas); as poucas exceções onde isto não ocorre são nos pontos mais próximos das extremidades das lâminas, possivelmente devido ao fato de que uma pequena variação das distâncias de carregamento e/ou descarregamento e um pequeno erro de leitura, podem provocar variações significativas do valor do Erro.

Tabela 3. Valores das tensões teóricas e experimentais que possibilitaram a determinação do “Erro” em cada ponto, produzidos pela deflexão de 110 mm do feixe de molas

Extensômetro número	Módulo de resistência (Wf) [mm <sup>3</sup> ]	Momento fletor teórico (Mft)[N.mm]	Tensão teórica ( $\sigma_c$ )[MPa]	Tensão experimental ( $\sigma_{ext}$ )[MPa]	Erro teórico [%]	Erro pela Norma [%]
1	3050	676937	221,9	220,4	0,71	0,72
2	3050	1445661	474,0	476,5	-0,52	-0,51
3	3050	1448777	475,0	493,8	-3,80	-30,67
4	3050	1466806	480,9	497,9	-3,41	-11,97
5	3050	1476350	484,0	502,0	-3,57	-14,39
6	3050	1502332	492,6	516,2	-4,59	-8,04
7	3050	1535208	503,3	532,6	-5,49	-5,27
8	3050	1545283	506,7	540,7	-6,30	-10,25
9	3050	1612978	528,8	565,2	-6,43	-8,57
10	3050	1669715	547,4	581,5	-5,86	-5,78
11	3050	617160	202,3	200,0	1,19	69,31
12	3050	1200960	393,8	402,0	-2,04	8,79
13	3050	1493492	489,7	493,8	-0,84	2,29
14	3050	1634996	536,1	553,0	-3,06	-3,12
15	3050	1775130	582,0	589,7	-1,30	-7,2
16	3400	1901480	559,3	553,0	1,14	-3,29
17	3400	1982547	583,1	585,6	-0,43	-3,14
18	3400	1927343	566,9	597,9	-5,18	-3,09
19	2044	566517	277,2	267,3	3,69	33,86
20	3400	1934709	569,0	591,7	-3,84	-4,14
21	3400	1881274	553,3	614,2	-9,91	-5,78
22	2155	578891	268,6	263,2	2,05	59,59
23	2805	1246388	444,3	444,8	-0,11	13,07
24	3400	2043839	601,1	620,3	-3,09	-6,59

A primeira lâmina mostra uma tendência crescente do módulo do “Erro”, do ponto número 2 ao ponto 9, com pequeno decréscimo do ponto número 9 ao ponto 10.

Na segunda lâmina, o crescimento é menos acentuado, e os valores do módulo do “Erro” são menores.

Nas terceira, quarta e quinta lâminas a razão de crescimento do módulo do “Erro” é similar, onde, no ponto mais próximo da extremidade, pontos que não sofreram influência da entrada da lâmina inferior, a tensão teórica (calculada) é maior que a tensão experimental (valor do “Erro” positivo), e os maiores valores do módulo do “Erros” foram encontrados nos pontos mais próximos ao centro de cada lâmina (pontos 18, 21 e 24).

Para verificar a eficiência do método proposto, foi comparado aos valores dos “Erros” obtidos pela utilização do método recomendado pela norma Brasileira, ABNT NBR 8567 (1984), fornecidos por Daré Neto et al (2000); deste trabalho, foi concluído que, pelo método recomendado pela norma Brasileira, existe influência da variação do pacote de lâminas do feixe, além do método não ser recomendado para a análise da distribuição da tensão ao longo de todas as lâminas do feixe de molas.

Com os valores dos “Erros”, tomados em módulo, encontrados pelo método de cálculo proposto e pelo método proposto pela norma Brasileira, foram determinados: o somatório, média, desvio padrão, variância e valor máximo, para cada lâmina e para o conjunto feixe de molas, os resultados estão na Tab. (4).

Tabela 4. Resultado do somatório, média, desvio padrão, variância e valor máximo, dos valores do “Erro”, em módulo, para o método proposto e para o método recomendado pela norma ABNT NBR 8567 (1984)

Método Proposto						
	1ª lâmina	2ª lâmina	3ª lâmina	4ª lâmina	5ª lâmina	Feixe Completo
Somatória	40,68	8,43	6,75	17,44	5,25	78,55
Média	4,07	1,69	2,25	5,81	1,75	3,27
Desvio Pad	2,13	0,88	2,56	3,55	1,51	2,42
Variância	4,52	0,78	6,56	12,59	2,29	5,87
Valor Máximo	6,43	3,06	5,18	9,91	3,09	9,91
Norma ABNT NBR 8567 (1984)						
Somatória	96,17	90,71	9,52	43,78	79,25	319,43
Média	9,62	18,14	3,17	14,59	6,42	13,31
Desvio Pad	8,64	28,73	0,10	16,71	28,91	17,80
Variância	74,58	825,57	0,01	279,08	835,85	316,74
Valor Máximo	30,67	69,31	3,29	33,86	59,59	69,31

Para o conjunto feixe completo, o valor da somatória dos “Erros”, dos 24 pontos analisado, para o método proposto, resultou em 78,55%, enquanto que pela norma Brasileira o valor é 319,43%; o valor da média para o método proposto é de 3,27% contra 13,31% da norma Brasileira.

Em cada lâmina, individualmente, o método proposto apresentou valores do somatória e média dos módulos dos “Erros”, menores em relação aos apresentados pela norma Brasileira, indicando a melhor eficiência do método proposto.

Com relação ao desvio padrão, variância e valor máximo, o método proposto foi superior em todas as lâminas, com exceção da terceira lâmina, apesar da diferença entre os valores não ser significativa, isto é, inferior às outras lâminas.

Somente nos pontos números 18 e 21, o método proposto apresentou desvantagem em relação à norma Brasileira, sendo esta diferença de 2,09% para o ponto 18 e 4,13% para o ponto 21, valores que não depreciam a nova proposta de análise das tensões em lâmina de mola.

Para melhor visualização e comparação dos valores dos “Erros”, ao longo de cada lâmina de mola, estes são mostrados na Fig. (6), onde constam os valores obtidos pela utilização do método



proposto e pelo método recomendado pela norma ABNT NBR 8567 (1984); pelo método proposto, pode ser observado que ao longo de todas as lâminas, a variação do “Erro” não apresenta valores discrepantes da média, condição que não ocorre com o método recomendado pela norma Brasileira.

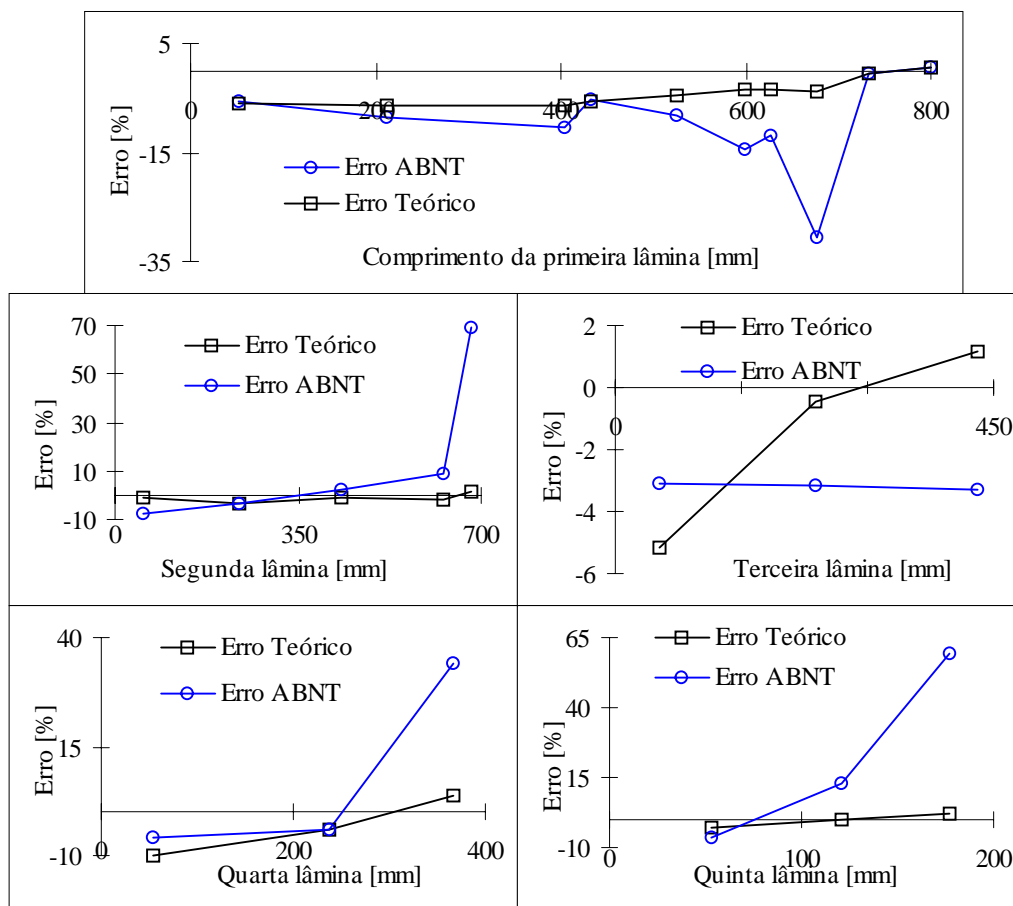


Figura 5. Comparação entre os valores dos “Erros” obtidos pelo método proposto e aqueles recomendados pela norma ABNT NBR 8567 (1984), ao longo das cinco lâminas do feixe

## 6. CONCLUSÃO

A literatura específica, para o dimensionamento de feixes de molas semi-elípticas, utiliza de equações básicas de resistência dos materiais e trata o conjunto de lâminas de mola, que compõe o feixe, como “uma” peça única, desconsiderando o escalonamento das lâminas.

Um novo método, denominado de “análise individual das lâminas de mola” foi desenvolvido, com o propósito de possibilitar, com maior precisão, a determinação do gradiente de tensão em cada lâmina do feixe de molas.

Após o desenvolvimento do método, este foi comparado aos valores experimentais, obtidos em 24 pontos de um feixe com 5 lâminas de mola.

A discrepância média de todos os pontos, em porcentagem, foi de 3,27, com desvio padrão de 2,42 e valor máximo de 9,91%. Estes resultados são melhores que os obtidos com a utilização do método recomendado pela norma Brasileira, ABNR NBR 8567 (1984), que resultou na média de 13,31 com desvio padrão de 17,80 e valor máximo de 69.31%.

O método proposto é mais trabalhoso que o recomendado pela norma Brasileira, mas apresentou melhor precisão além de ser recomendado para determinar a tensão atuante em qualquer ponto de uma lâmina de um feixe de molas.

## 7. REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (1984), ABNT - NBR 8567 - Cálculo e Projetos de Feixes de Molas para Veículos Rodoviários.
- Bastow, D. (1990). Car Suspension and Handling; 2nd ed, 2nd reprinted; Billing & Sons; Cap. &, pp 201-230.
- Branco, C.A.G.M. (1985). Mecânica dos materiais; Lisboa, Fundação Calouste Gulberkian, pp 321-364.
- Daré Neto, L.; Bianchi, E.C.; Fernandes O.C.; Análise das tensões em feixe de molas semi-elípticas e comparação com a norma ABNT NBR 8567 (1984). In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2000); Natal - RN, 07 a 11 de agosto de 2000. Anais do CONEM2000. Natal: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 08 paginas (em CD - ROM).
- Schiel, F. (1980). Introdução à resistência dos materiais, Fascículo I; São Carlos, EESC, pp 137.
- Society of Automotive Engineering (1982), SAE J788 - Manual on Design and Application of Leaf Springs, Warrendale.

## DEVELOPMENT OF METHOD TO THE STRESS ANALYSIS ACTUATING IN THE LEAVE OF A SEMI-ELLIPTIC LEAF SPRINGS

**Luiz Daré Neto**

**Odison Coimbra Fernandes**

**Eduardo Carlos Bianchi**

**Rodrigo Daun Monici**

Universidade Estadual Paulista - UNESP - Bauru; Av. Luiz E.C. Coube s/n; CEP 17033-360; ldaren@feb.unesp.br; bianchi@feb.unesp.br; daun@feb.unesp.br.

**Abstract.** After reviewing the specific literature, it was verified the absence of a method that could determine the stress gradient along each leaf of leaf springs; therefore, it was developed a method with this purpose, called "individual analysis of the leaf springs". The method utilized basic equations of resistance of the materials, and, after determining the theoretical stress, in pre-established points, these stresses were compared to the experimental stresses, previously obtained from another paper, in which the proximity of these stresses values could be evidenced. The difference, in percentages, was called "Error". The "Error" values obtained from the proposed method, showed smaller than the "Error" values obtained by the use of Brazilian norm ABNT NBR 8567 (1984), proving to be, this new method, indicated to determine the stresses along each leaf of a semi-elliptical leaf springs.

**Keywords:** semi-elliptical leaf spring; leaf springs; stress analysis.