



## ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE UM VEÍCULO LEVE EM MANOBRA DE FRENAGEM

### **André Louzada Moreira**

Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais  
Instituto Militar de Engenharia  
[alouzada@epq.ime.eb.br](mailto:alouzada@epq.ime.eb.br)

### **Fernando Ribeiro da Silva**

Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais - IME  
Escola de Engenharia - UCP  
[d4fernan@epq.ime.eb.br](mailto:d4fernan@epq.ime.eb.br)

**Resumo.** *O presente trabalho apresenta um modelo simplificado de sistema hidráulico de freio antibloqueio de rodas aplicado a um veículo. São apresentados resultados de simulações do modelo para diferentes esforços de aplicação do freio exercidos pelo motorista em manobras de frenagem em pista plana nivelada de asfalto seco. A modelagem da interação pneu-solo é feita com o uso do modelo de Pacejka (1991). Valores de distância e tempo de parada, são apresentados. Também é apresentada uma análise da evolução do sistema com o tempo através de diagramas Torque X Tempo X Deslizamento.*

**Palavras-chave:** *Sistema de Freio, ABS, Desempenho*

## **1. INTRODUÇÃO**

Um modelo de sistema de freio antibloqueio de rodas que considera apenas as fases de aumento e redução da pressão de aplicação com regra de controle baseada no valor do deslizamento longitudinal foi usado por Alleyne (1997) num estudo preliminar sobre a melhoria da performance de veículos pelo uso combinado de suspensão ativa e sistema de freio antibloqueio. Neste estudo o modelo de interação pneu-solo adotado é o apresentado por Pacejka et al (1987), levando em conta a influência da força normal na força de frenagem proporcionada pelo pneu, e com condições de adesão do piso constantes.

A análise e o reprojeto de um controlador para sistema de freios antibloqueio de rodas usando um novo método de análise para prever comportamentos indesejáveis do sistema é apresentado por Wellstead (1997). O sistema antibloqueio apresenta três fases de controle de pressão: aumento, diminuição e manutenção da pressão de aplicação. É apresentado um diagrama esquemático que relaciona o torque de frenagem com o deslizamento relativo longitudinal.

Neste trabalho é apresentado um modelo simplificado de sistema antibloqueio de rodas aplicado a um veículo modelado como um quarto de carro. Estando o veículo a uma velocidade inicial e dado um esforço de frenagem exercido pelo condutor, estima-se a distância e o tempo de parada. Para o modelo também são traçados gráficos que relacionam o torque com o deslizamento relativo, como o apresentado esquematicamente por Wellstead (1997).

São gerados gráficos de torque, deslizamento relativo e tempo, cuja análise permite uma melhor compreensão da evolução do torque de reação do pneu e do torque gerado pelo sistema de freios. Tais gráficos são úteis para a estimativa de parâmetros do sistema.

## 2. MODELO DE UM QUARTO DE CARRO

Considerando o modelo de veículo acima dotado de velocidade inicial na direção positiva do eixo x submetido a uma manobra de frenagem, as forças que agem sobre o mesmo são o seu peso e as resultantes da interação entre o pneu e a superfície de rolagem que são a reação normal da superfície de rolagem ( $f_z$ ) e a força de frenagem gerada no contato da superfície com o pneu ( $f_x$ ) como reação à atuação do sistema de freio para parar o veículo.

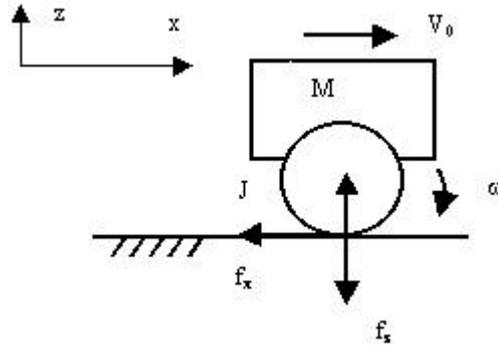


Figura 1. Modelo de um quarto de carro.

O valor da força normal manter-se-á constante, será função somente do deslizamento relativo longitudinal, e durante todo tempo de simulação o valor da força longitudinal estará sobre uma linha determinada no diagrama da Fig. (3).

Tabela 1: Parâmetros usados na simulação do modelo.

Massa do veículo	$M = 805 \text{ kg}$
Inércia rotacional do pneu	$J = 2,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Coefficiente de atrito	$m = 0,55$
Raio efetivo do pneu	$r_e = 0,26 \text{ m}$

A Figura (1) mostra o modelo da dinâmica longitudinal de um quarto de carro em frenagem. As equações que regem o modelo são a Eq. (1) e a Eq. (2), onde  $M$  é a massa do veículo,  $J$  é inércia de rotação,  $r_e$  é o raio efetivo do pneu e  $f_x(t)$  a força longitudinal de frenagem.

$$M \ddot{x} + f_x(t) = 0 \quad (1)$$

$$J \ddot{q} + f_x(t) * r_e = 0 \quad (2)$$

O deslizamento relativo longitudinal é definido para uma roda em manobra de frenagem pela Eq. (3), onde  $V_{px}$  é a velocidade de deslizamento da superfície de contato do pneu, e  $V$  a velocidade do centro da roda.

$$k = -\frac{V_{px}}{V} = -\frac{\dot{x} - r_e \dot{q}}{\dot{x}} \quad (3)$$

Neste modelo a força longitudinal de frenagem  $f_x$  é calculada a partir do deslizamento relativo longitudinal pela fórmula apresentada por Pacejka (1987), dada pelas Eq. (4) e Eq. (5), onde os coeficientes  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$  são tabelados para diversos valores de força normal.

$$f_x = D \operatorname{sen}(C \arctan(Bf)) \quad (4)$$

$$f = (1 - E)k + \left(\frac{E}{B}\right) \arctan(Bk) \quad (5)$$

### 3. SISTEMAS DE FREIO

Neste trabalho será modelado um sistema do tipo “dump & pump” de duas válvulas por canal operando em três fases distintas: aumento, redução e manutenção de pressão.

A Figura (2) é uma representação esquemática de um circuito hidráulico composto de duas válvulas de duas vias e duas posições acionadas eletricamente (eletroválvulas de carga (5) e de descarga (6)), uma bomba (3) acionada por um motor elétrico (2), um pedal de acionamento (9), acumulador de alta pressão (10) e de baixa pressão (11), cilindro mestre (4), cilindro da roda (7), sensor de rotações da roda (8) e central eletrônica (1).

As eletroválvulas são consideradas resistências hidráulicas à passagem do fluxo de fluido de freio e de acordo com a posição em que se encontrem oferecem uma resistência infinita (válvula fechada) ou finita (válvula aberta) à passagem do fluxo de fluido de freio.

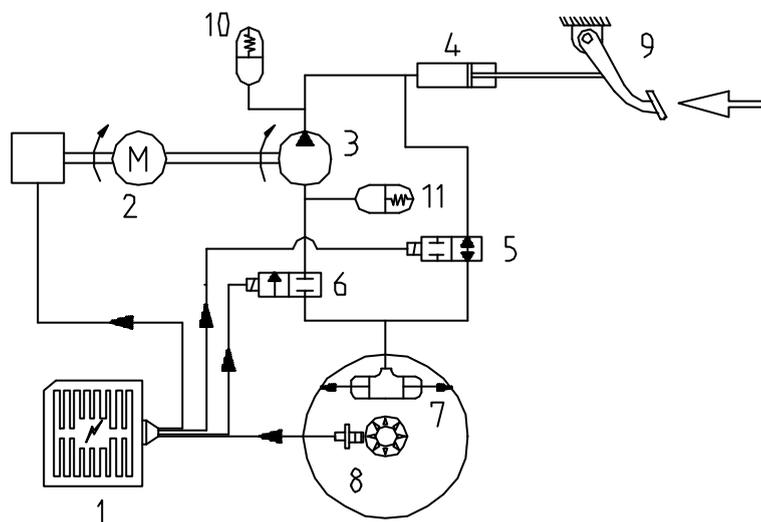


Figura 2. Sistema hidráulico antibloqueio de rodas.

O servo freio à vácuo é modelado como um fator constante de multiplicação de esforço. Os fluxos de carga e descarga através das válvulas dependem da diferença de pressão existente nos dois lados da válvula. Admitindo resistências hidráulicas lineares a vazão é dada pela Eqs. (6) e (7) para os fluxos de carga ( $f_c$ ) e de descarga ( $f_d$ ), onde  $P_{cm}$  é a pressão no cilindro mestre e  $P_{cr}$  a pressão no cilindro da roda.

$$\dot{q}_c = f_c = \frac{P_{cm} - P_{cr}}{R_5} \quad (6)$$

$$\dot{q}_d = f_d = \frac{P_{cr} - P_{eb}}{R_6} \quad (7)$$

Na fase de aumento de pressão, o valor da resistência  $R_6$  é infinito, impedindo o fluxo pela válvula, que está fechada, e o valor da resistência  $R_5$  é finito, permitindo o fluxo pela válvula de carga que está aberta. Na fase de redução de pressão, o valor da resistência  $R_6$  é finito, permitindo o fluxo pela válvula de descarga que está aberta, e o valor de  $R_5$  é infinito, impedindo o fluxo pela

válvula de carga que está fechada. Na fase de manutenção de pressão os valores das resistências  $R_5$  e  $R_6$  são infinitos, impedindo tanto o fluxo de carga como o fluxo de descarga, Tab. (2).

Tabela 2.: Resistência hidráulica para as três fases do sistema.

Tabela de Fases de Operação do Sistema		
Fase	$R_5$	$R_6$
Fase inicial	Finito	$\infty$
Aumento	Finito	$\infty$
Redução	$\infty$	Finito
Manutenção	$\infty$	$\infty$

O cilindro da roda possui uma flexibilidade, e é modelado como um capacitor. A pressão reinante no cilindro da roda é dada pela Eq. (8).

$$P_{cr} = K_{line}(q_c - q_d) \quad (8)$$

#### 4. CONTROLE ANTIBLOQUEIO

Associado a este modelo de parte hidráulica, escolhe-se um conjunto de regras que mudam a condição do sistema de uma fase para outra, conforme o algoritmo de controle.

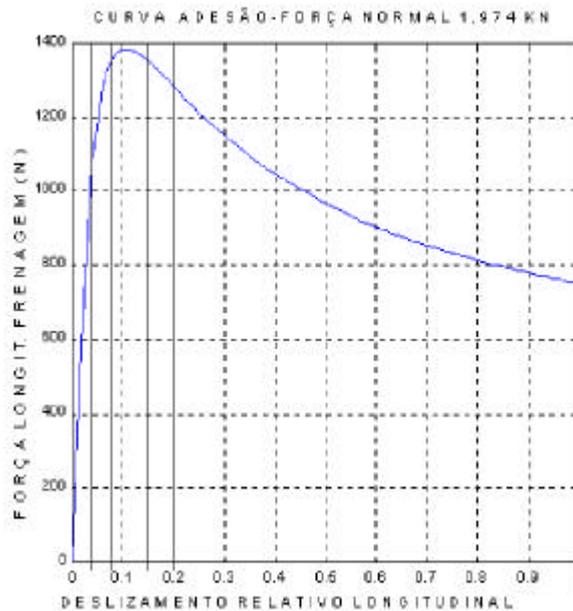


Figura 3. Limites das fases do sistema.

O algoritmo de controle apresentado na Tab. (4) será usado para a modelagem da lógica do controle. Tomado por base a curva da Fig. (3), especifica-se os valores limites no deslizamento relativo longitudinal que serão fronteiras para as mudanças de fase do sistema.

Tabela 3. Limites de valores de deslizamento relativo longitudinal.

Valores de deslizamento relativo longitudinal			
A	B	C	D
0,05 (5%)	0,20 (20%)	0,08 (8%)	0,15 (15%)

Tabela 4. Regras de controle do sistema para três fases de operação segundo Wellstead (1997).

Tabela de Fases de Operação do Sistema		
Condição	Fase Atual	Próxima Fase
Deslizamento > 0,20	Fase inicial	Redução de pressão
Deslizamento > 0,08	Aumento de pressão	Manutenção de pressão
Deslizamento > 0,20	Manutenção de pressão	Redução de pressão
Deslizamento < 0,15	Redução de pressão	Manutenção de pressão
Deslizamento < 0,05	Manutenção de pressão	Aumento de pressão

Escolhendo-se os valores apresentados na Tab. (3), como os limites, obtém-se a Tab. (4), que representa a tabela de eventos que marcam as mudanças de fase de funcionamento do sistema em função de valores de deslizamento relativo longitudinal.

O torque de frenagem aplicado pelo sistema de freio é função da pressão de aplicação no cilindro da roda e é calculado por uma relação linear. Para o cálculo da pressão tem-se que integrar no tempo os fluxos de carga e descarga dados pelas Eq.(4) e Eq. (5).

## 5. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO MODELO

O modelo hidráulico de freio antibloqueio foi incorporado ao modelo de dinâmica longitudinal de um quarto de carro. O modelo de pneu desenvolvido por Pacejka (1991) foi utilizado nas simulações realizadas.

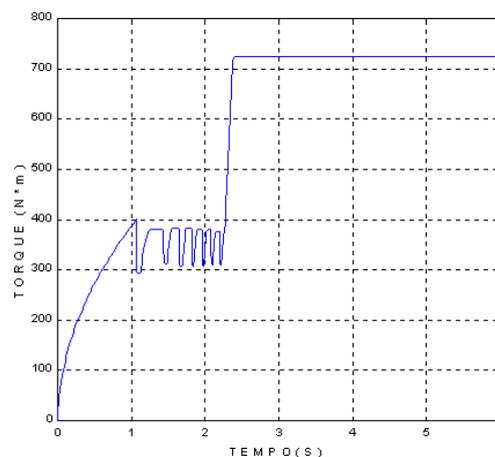


Figura 4. Torque de frenagem do sistema de freio.

Usando-se os mesmos valores de parâmetros do veículo dados na Tab. (1) para um esforço do condutor sobre o pedal segundo a função  $F_p(t)=100\sqrt{t}$  (N), tem-se os gráficos apresentados na Fig. (6) para uma velocidade inicial  $V_0 = 50$  km/h. O valor de distância de parada para a simulação do modelo é  $d = 18,42$  m e o instante de parada é  $t = 2,38$  s. O instante em que o sistema antibloqueio entra em ação para evitar o travamento da roda é  $t = 1,06$  s.

Na Figura (7) é apresentado o torque de frenagem do sistema de freio durante a frenagem descrita acima para a qual os gráficos de velocidade e posição são dados na Fig.(6). Na Fig. (7) pode-se observar que o valor do torque de frenagem começa a ser controlado a partir do instante  $t = 1,06$  s. A partir deste instante, apesar do esforço exercido pelo condutor no pedal aumentar segundo a expressão  $F_p(t)=100\sqrt{t}$  (N), o torque de frenagem fornecido pelo sistema de freio passa a ser

controlado para evitar o travamento da roda e fica oscilando dentro de uma faixa de valores entre 300 e 400 Newtons-metro.

Este valor é, no caso do modelo, um valor próximo do máximo valor de torque de frenagem possível pelas condições de adesão entre o pneu e a superfície de rolagem. É importante lembrar que no caso deste modelo, a condição de adesão entre o pneu e a superfície de rolagem é considerada constante. Este é o motivo pelo qual o torque oscila em uma faixa bem delimitada de valores.

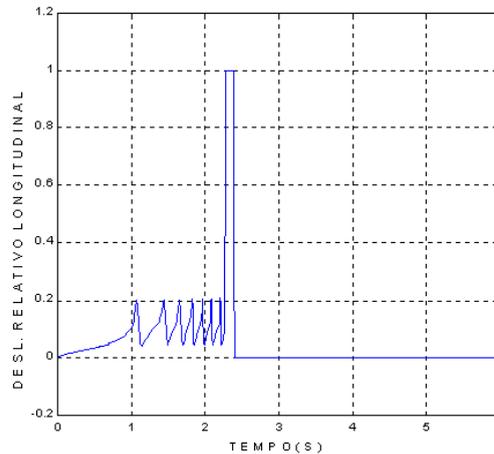


Figura 5. Deslizamento relativo longitudinal.

A partir do instante  $t = 2,25$  s a velocidade do veículo cai abaixo de  $V = 2,75$  km/h e o sistema antibloqueio é desativado de modo a permitir a parada total do veículo. Com isso, o valor do torque de frenagem fornecido pelo sistema de freio deixa de ser controlado, e cresce até atingir um valor limite dado pela intensidade de aplicação do freio pelo condutor.

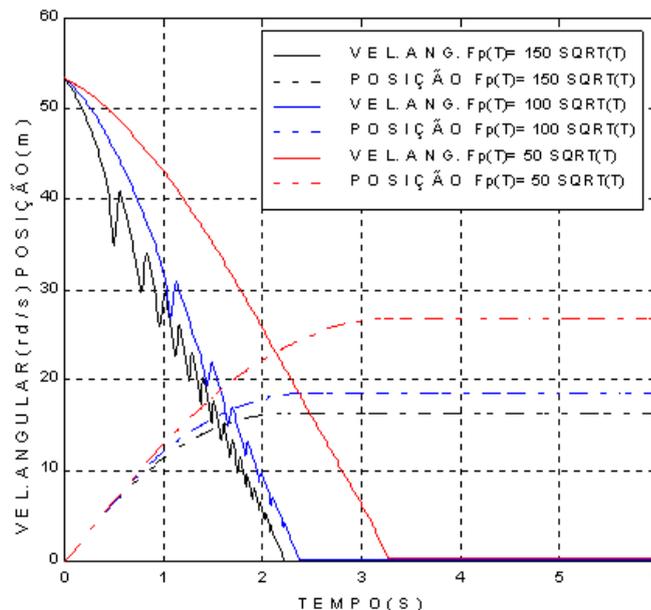


Figura 6. Resultado para diferentes valores de esforço no pedal de freio.

A Figura (5) apresenta o gráfico para a mesma simulação descrita anteriormente. O valor do deslizamento parte do zero, cresce à medida que o freio é aplicado até o instante  $t = 1,06$  s quando o sistema antibloqueio entra em ação. A partir do instante  $t = 2,25$  s o sistema antibloqueio é desligado para permitir a parada do veículo. Por um curto período de tempo o deslizamento é total

e, quando o veículo para totalmente, o deslizamento relativo longitudinal cai a zero e assim permanece.

A Figura (6) apresenta o resultado da simulação de três diferentes situações de aplicação, ainda para o modelo descrito anteriormente. São apresentados gráficos de posição e velocidade angular da roda em função do tempo para valores do esforço no pedal  $F_p(t) = 150\sqrt{t}$ ,  $F_p(t) = 100\sqrt{t}$  e  $F_p(t) = 50\sqrt{t}$ . Vale lembrar que os resultados de simulação apresentados na Fig. (5) são referentes à segunda situação das três descritas acima.

Para a primeira situação os valores de distância de parada, tempo de parada e tempo de início de operação do sistema antibloqueio são, respectivamente, 16,38 m; 2,23 s e 0,50 s. Estes valores são menores que os obtidos na segunda situação (18,42 m; 2,38 s e 1,06 s), como consequência de uma aplicação mais intensa do freio.

Para a terceira situação os valores de distância de parada e tempo de parada são, respectivamente, 26,75 m e 3,27 s. Estes valores são maiores que os obtidos na segunda situação (18,42 m e 2,38 s), fruto de uma aplicação menos intensa do freio. Neste caso a aplicação foi tal que não ocorreu a tendência de travamento da roda, e por isso o sistema antibloqueio não entrou em ação.

## 6. DIAGRAMAS TORQUE TEMPO DESLIZAMENTO

Uma melhor compreensão da ação do sistema antibloqueio pode ser conseguida pela análise de alguns diagramas que relacionam o torque desenvolvido pelo sistema de freio e o torque de reação do pneu em função do seu deslizamento relativo longitudinal. Nesta análise será considerada somente uma roda em frenagem. Quando a roda gira livre o deslizamento relativo é zero. Quando um torque de aceleração ou de frenagem é aplicado a esta roda, o pneu passa a ter um valor de deslizamento relativo longitudinal, em consequência, uma força longitudinal (de frenagem ou aceleração) gera um momento em relação ao eixo de rotação da roda. Este momento é o torque de reação do pneu. No caso de uma manobra de frenagem, a diferença entre o torque fornecido pelo sistema de freio e o torque de reação do pneu é responsável pela desaceleração da inércia rotacional do pneu.

O objetivo de um controlador antibloqueio é manter o deslizamento relativo do pneu entre valores determinados que englobam o pico da curva que relaciona a força (torque) de frenagem longitudinal e o deslizamento relativo longitudinal do pneu, maximizando o torque de frenagem e evitando o travamento da roda.

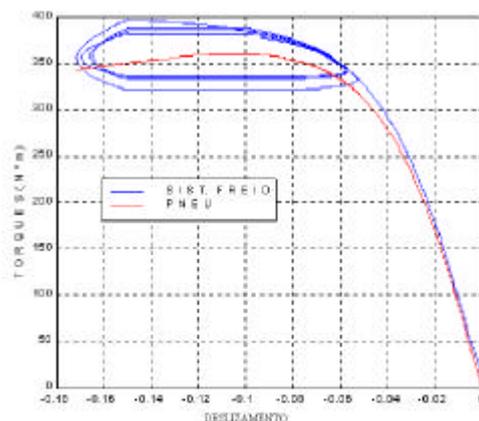


Figura 7. Torque fornecido pelo sistema de freio e torque de reação do pneu.

Os valores de torque de reação do pneu e de torque do sistema de freio estão mostrados na Fig. (7). Neste caso o torque de frenagem aplicado inicialmente aumenta. O sistema está na região crescente da curva de adesão do pneu (região de operação estável).

Após o pico da curva de adesão do pneu ser atingida, o torque de reação do pneu passa a diminuir com o aumento do deslizamento relativo longitudinal e a roda apresenta uma tendência de rápido travamento. Neste ponto o sistema passa do aumento para a manutenção de pressão. O torque de reação do pneu continua diminuindo, até que outro valor limite de deslizamento relativo é atingido e o sistema passa para a redução de pressão. Nesta fase, o torque de aplicação do sistema de freio se reduz e o torque de reação do pneu aumenta com a diminuição do deslizamento. Novo limite é atingido e o sistema passa da diminuição para a manutenção de pressão.

Quando o quarto valor limite de deslizamento relativo é atingido, o sistema passa para a fase de aumento de pressão, completando o ciclo que resulta no controle do bloqueio da roda.

Para a manobra simulada, a condição de adesão da superfície de rolagem é constante. Assim, o diagrama que relaciona força longitudinal de frenagem e deslizamento relativo longitudinal pode ser considerado no tempo, o que resulta no gráfico da Fig. (8).

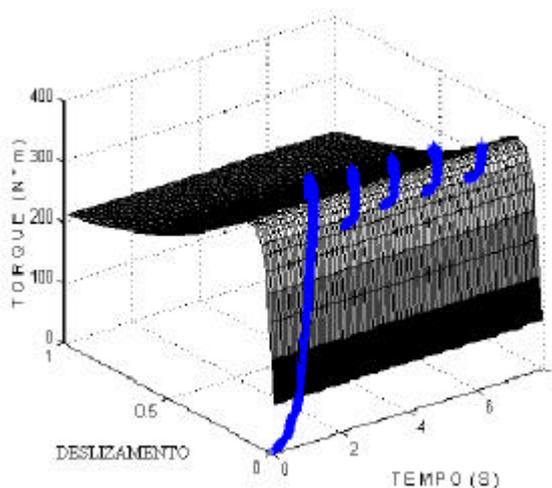


Figura 8. Torque de frenagem do sistema de freio em relação à superfície de adesão.

Colocando o valor do torque do sistema de freio em relação à esta “superfície” por onde evolui o torque de reação do pneu, vê-se que aquele se alterna para manter o deslizamento em níveis aceitáveis e evitar o travamento da roda. Os gráficos correspondentes estão representados na Fig. (8). O torque de reação do pneu está representado na Fig. (9). O torque de reação se desenvolve sobre a referida superfície, percorrendo um caminho sinuoso pelo pico da curva de adesão.

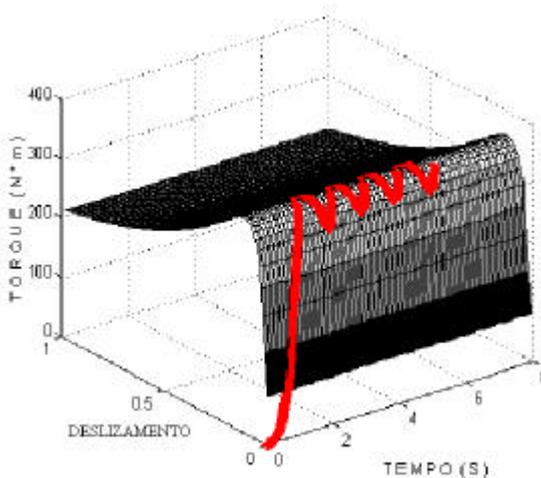


Figura 9. Torque de reação do pneu em relação à superfície de adesão.

Neste ponto a visualização do comportamento crescente do torque de reação do pneu quando da diminuição do torque do sistema de freio aparece claramente.

Quando ocorre a diminuição do torque de frenagem do sistema de freio, o deslizamento relativo longitudinal diminui e o torque de reação “escala” a superfície de adesão rumo ao “cume” passando por um valor de máximo local, depois diminuindo.

A Figura (10) apresenta os torques de frenagem do sistema de freio e o torque de reação do pneu em função do tempo e do deslizamento relativo, juntamente com os gráficos de torques de frenagem e de reação em função do tempo, deslizamento relativo em função do tempo, e torques de frenagem e de reação em função do deslizamento relativo longitudinal; que são as projeções do gráfico mais geral nos planos de tempo igual a zero, e deslizamento relativo igual a zero.

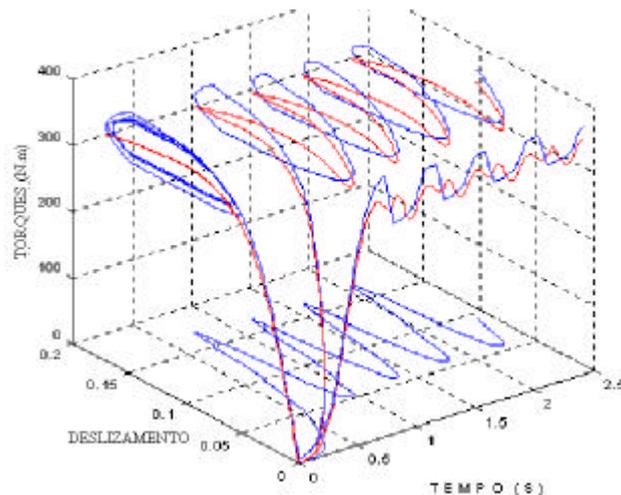


Figura 10. Torques do sistema de freio e do pneu em função do tempo e deslizamento.

## 7. COMENTÁRIOS FINAIS

A análise do desempenho de um veículo leve dotado de freio antibloqueio de rodas com o modelo apresentado neste trabalho permite avaliação de tempo e distância de parada.

Este modelo permite a comparação de valores de distância e tempo de parada para o veículo dotado de freio antibloqueio com os do mesmo veículo dotado de sistema de freio convencional. Tal estimativa preliminar é útil como um aspecto inicial para avaliar a relação custo benefício da adoção de tal sistema em determinado veículo.

O diagrama torque x tempo x deslizamento é uma ferramenta útil para a determinação preliminar de parâmetros que devem ser atingidos pelo sistema hidráulico de freio antibloqueio de rodas, além de permitir uma melhor compreensão da complexa interação que ocorre entre o torque de frenagem disponível na superfície de contato do pneu e o torque gerado pelo sistema de freio antibloqueio.

## 8. REFERÊNCIAS

- Alleyne, A., 1997, “Improved Vehicle Performance Using Combined Suspension and Braking Forces”, *Vehicle System Dynamics*, 27, pp. 235-265.
- Bakker, E., Nyborg, L., Pacejka, H. B., 1987, “Tire Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies”, SAE Paper 870421.
- Bakker, E., Pacejka, H. B., 1991, “The Magic Formula Tire Model”, *Tyre Models For Vehicle Dynamics Analysis, Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis*, held in Delft, The Netherlands.
- Gillespie, T.D., 1992, “Fundamental of Vehicle Dynamics”, SAE Press.

- Hattwig, P., 1993, "Synthesis of ABS Hydraulic Systems", SAE Paper N° 930509.
- Karnopp, D. C., Margolis, D. D., Rosenberg, R. C., 1990, "System Dynamics: A Unified Approach", John Wiley and Sons.
- Merrit, H. E., 1966, "Hydraulic Control"., John Wiley and Sons.
- Newcomb, T. P., 1969, "Braking of Road Vehicles", Robert Bentley Inc.
- Packer, M. B., 1976, "The Dynamics of Wheel Braking", Braking of Road Vehicles, I Mech E Conference Publications 1976-5,C27/76.
- Wellstead, P.E. 1977, "Analysis and Redesign of an Antilock Brake System Controller", IEE Proc- Control Theory and Application, Vol 144, N° 5.
- Newcomb, T. P., 1976, "Basic Principles", Braking of Road Vehicles, I Mech E Conference Publications, C27/76.