



ANÁLISE NUMÉRICA DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

Sara Del'Vecchio

Vânia Regina Velloso Silva

Departamento de Mecânica, FUNREI

Praça Frei Orlando, 170 – Centro, CEP 36307-904 – São João Del Rei - MG

e-mail: sarinha@mgconecta.com.br, velloso@funrei.br

Neilor César dos Santos

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo – São Carlos

Av. Trabalhador São Carlense, 400 – Centro, CEP 13560-970 – São Carlos - SP

Resumo. *Este trabalho analisa, em duas fases, as técnicas que fazem uso da correlação do campo de deslocamento na ponta da trinca e da integral J , visto que tais técnicas são capazes de determinar o valor de K para um estado de tensão e deformação planas.*

Os métodos que usam a correlação do campo de deslocamento empregam expressões analíticas, as quais se relacionam com os deslocamentos determinados pelo método dos elementos finitos. Esta técnica pode ser implementada usando-se tanto elementos finitos convencionais quanto elementos que representam adequadamente a singularidade do campo de tensões na ponta da fissura. Neste estudo, são empregados elementos quadriláteros e triangulares capazes de serem modificados para o tipo singular. O método da integral J utiliza o conceito de uma integral independente do caminho, e todos os parâmetros desta integral são determinados numericamente pelo método dos elementos finitos, desta forma, o valor de K pode ser obtido a partir do valor desta integral.

Desta forma, nesta fase, a técnica de correlação dos deslocamentos é utilizada e implementada em um software comercial, ANSYS[®], para análise pelo MEF, tornando-se possível a criação de um ambiente favorável para obtenção do fator de intensidade de tensão.

Palavras-chave: *Correlação de deslocamento, Integral J , Fator de intensidade de tensão, Mecânica da fratura elástica, Método dos Elementos Finitos.*

1. INTRODUÇÃO

Há tempos, o fenômeno da falha pela propagação catastrófica de trincas em materiais estruturais apresenta problemas para projetistas e analistas em muitos campos da Engenharia.

Segundo Owen & Flawkes (1983), as trincas estão presentes de alguma forma em todas as estruturas. E estas, podem surgir a partir de defeitos na microestrutura do material ou podem ser induzidas pelo processo de fabricação sofrido, ou pelo seu uso em serviço. Portanto, o requisito fundamental para a Teoria da Fratura Mecânica, é encontrar uma forma de se avaliar a estabilidade das trincas. Desta forma, um dos mais significativos avanços, foi a introdução do *Fator de Intensidade de Tensão (K)* como sendo um parâmetro que determina o início da propagação da trinca. A simples relação do seu valor à tenacidade do material, o faz significativamente atraente, uma vez que a determinação da tenacidade à fratura é adequada para análise do comportamento em serviço de uma estrutura contendo trincas. Todavia, seu uso na

determinação da estabilidade das trincas requer um conhecimento acurado do campo de tensões na região da ponta da trinca, levando-se em consideração a geometria da estrutura, o carregamento, as condições de contorno e as condições iniciais.

Infelizmente, soluções analíticas só existem para configurações relativamente simples de material, geometria e/ou carregamento. Porém, a determinação dos campos de tensões e deslocamentos para situações práticas e, em geral, complexas, requer métodos numéricos, dentre os quais, o Método dos Elementos Finitos (MEF) possui uma aplicação considerável.

Assim, ao longo das últimas décadas, O MEF tem se firmado como uma ferramenta versátil para soluções numéricas para problemas de engenharia e pode, à primeira vista ser o método ideal para estudo do comportamento das trincas nos materiais. Contudo, a menos que finas malhas sejam empregadas, poderão existir problemas na acuracidade da modelagem do campo de tensões singular na vizinhança da ponta da trinca. Entretanto, para se aplicar o MEF e obter resultados eficientes na solução de problemas de fratura mecânica, algumas adaptações ou desenvolvimentos devem ser feitos. Estes vão, de simples procedimentos para extrapolação do fator de intensidade de tensão, até o desenvolvimento de elementos especiais para trincas que modelem completamente a zona do campo de tensões da trinca.

Este trabalho tem o objetivo inicial de analisar a técnica que utiliza a correlação de campo na ponta da trinca e, como uma segunda fase deste trabalho, analisar a técnica da integral J para a determinação do fator de intensidade de tensão. Tais procedimentos foram e serão implementados em um software comercial para análise pelo método dos elementos finitos, ANSYS®, com o intuito de criar um ambiente favorável para que análises dentro do campo da mecânica da fratura possam ser feitas.

Tal software torna possível a criação de rotinas através de uma linguagem de programação própria, denominada *Ansys Parametric Design Language – APDL* (Ansys, 1998). Assim, este se perfaz em um sistema adequado à implementação e à realização de análises dentro da mecânica da fratura.

2. DETERMINAÇÃO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

2.1. Método da extrapolação de deslocamento

Expressões analíticas para o fator de intensidade de tensão, para a variação do deslocamento bidimensional ao longo da linha radial de origem na ponta da trinca, podem ser dadas por:

$$K_I \begin{Bmatrix} (2k-1) \cos \theta/2 - \cos^3 \theta/2 \\ (2k-1) \sin \theta/2 - \sin^3 \theta/2 \end{Bmatrix} = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$K_{II} \begin{Bmatrix} -(2k+3) \sin \theta/2 - \sin^3 \theta/2 \\ (2k-3) \cos \theta/2 + \cos^3 \theta/2 \end{Bmatrix} = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (2)$$

das quais, r e θ são as coordenadas definidas a partir da ponta da trinca; K_I e K_{II} são os fatores de intensidade de tensão correspondentes ao modo de carregamento; $\mu = E/2(1+\nu)$ é o módulo de elasticidade no cisalhamento; $\kappa = 3-4\nu$ para deformação plana e $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ para tensão plana e ν é o coeficiente de Poisson.

A substituição dos valores de u ou v e r nas Eqs. (1) e (2), para os pontos nodais ao longo da linha radial a partir da ponta da trinca, como mostrado na Fig. (1), permite a construção de gráficos de K_I e K_{II} em função de r . Os resultados podem ser extrapolados para $r=0$. Este tipo de abordagem pode ser empregado usando tanto elementos finitos convencionais quanto para elementos que representam adequadamente a singularidade (*quarter point*).

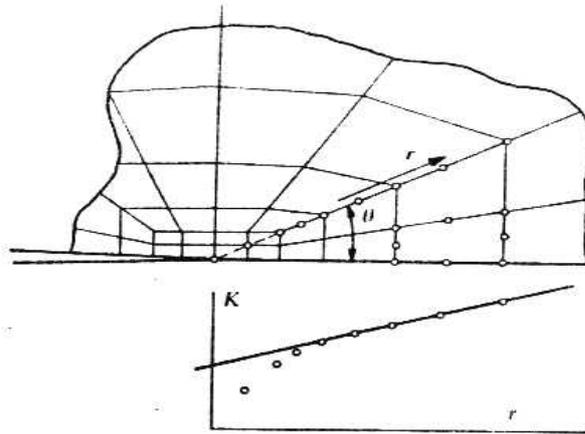


Figura.1. Determinação do fator de intensidade de tensão por extrapolação (OWEN & FAWKES, 1985)

2.2. Método da Integral J

Considere o caminho da integral linear, como mostrado na Fig. (2), que circunda a ponta da trinca com ponto inicial e final situados nas duas faces da trinca.

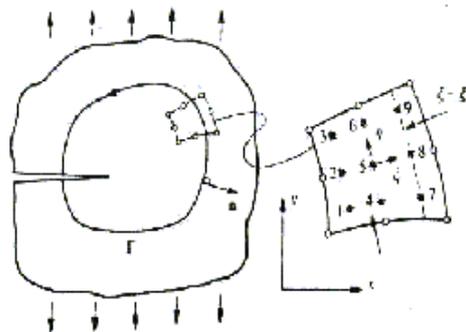


Figura 2. Contorno do caminho para a determinação da Integral J (OWEN & FAWKES, 1985)

Foi demonstrado por RICE (1968) que o valor da integral é independente do caminho por esta, satisfazendo as condições abaixo:

$$J = \int_r \left(U dy - t \frac{\partial d}{\partial x} ds \right) \quad (3)$$

Sendo, U a densidade de energia de deformação, t o vetor tração na direção normal ao plano de análise, d é o vetor deslocamento, ds é um elemento infinitesimal ao longo do caminho, r . Para um caminho fechado, que não contenha a ponta da trinca, $J=0$.

A integral J pode ser diretamente relacionada com o fator de intensidade de tensão, para o primeiro modo de carregamento, por:

$$K_I = \left(\frac{8 \mu J}{1+k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A geometria analisada considera um modelo quadrado $2W = 0.254$ m, espessura de 0.005 m e trinca central $2a = 0.0508$ m e $\beta = 90^\circ$. Como se pretende fazer o estudo o fator de intensidade de tensão para uma placa feita a partir de uma resina epóxica para fins estruturais, utiliza-se como constantes do material: módulo de elasticidade $E = 4$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0.4$ e densidade 1.3×10^3 Kg/m³.

Além disso, a tensão aplicada foi de 3.889 KPa e a malha adotada é composta de elementos quadriláteros com oito nós, PLANE 82 e elementos triangulares de 6 nós, PLANE 2, (Ansys, 1995), elementos capazes de serem modificados para o tipo singular.

Os resultados então obtidos puderam ser comparados com aquele calculado a partir da expressão utilizada para o cálculo do fator de intensidade de tensão para a geometria estudada:

$$K_I = \sigma \sin^2 \beta \sqrt{\pi a} \quad (5)$$

Os fatores de intensidade de tensão foram determinados a partir da análise por elementos finitos, para $\frac{1}{4}$ do corpo de prova, considerando-se apenas o modo I de carregamento para um estado de tensão plana.

Desta forma, para o modelo do corpo de prova utilizado, as análises foram feitas levando-se em consideração a influência do número de elementos na ponta da trinca (N) concomitantemente ao tipo de elemento utilizado (PLANE 82 e PLANE 2). Sendo assim, diferentes níveis de refinamento da malha foram obtidos. Para tal, utilizou-se o critério adotado por (Gerstle & Abdalla, 1990), o qual considera uma região mínima na qual a singularidade que ocorre na ponta da trinca pode ser representada com bastante precisão com a necessidade apenas de um refinamento local, no caso a ponta da trinca.

Os resultados encontrados podem ser verificados na Tab. (1).

Tabela1. Valores de K_I (Pa \sqrt{m}). $K_{I \text{ teórico}} = 28.248$ (Pa \sqrt{m})

Número de elementos	PLANE 82	PLANE 2
N = 4	29.904	29.472
N = 5	29.907	29.305
N = 6	29.961	29.466
N = 7	29.984	29.462
N = 8	29.825	29.447
N = 9	29.857	29.322
N = 10	29.828	29.529

Nos gráficos que seguem, Figs. (3) e (4), podem ser verificados os erros encontrados no cálculo do fator de intensidade de tensão para o corpo de prova em estudo.

Os resultados obtidos são bastante aceitáveis, pois os erros não foram superiores a 7 %. Desta forma, faz-se importante observar os valores obtidos nas duas etapas da simulação. No primeiro caso, no qual utilizou-se sempre o elemento PLANE 82, verifica-se que à medida que o número de elementos (N) aumenta, há um acréscimo no valor do K encontrado. Todavia, a partir de 8 elementos há uma leve diminuição desses valores. Já para o caso em que se utilizou o elemento PLANE 2, vê-se que o aumento do número de elementos traz uma oscilação no valor de K, ora o aumentando, ora diminuindo.

Além disso, para o segundo caso, houve uma tendência, embora variável, no decréscimo dos erros no cálculo dos valores do fator de intensidade de tensão.

Tal fato mostra que a acuracidade dos valores de K não é tão dependente do número de elementos dispostos na ponta da trinca ou ao tipo de elemento utilizado, desde que se comparem elementos singulares.

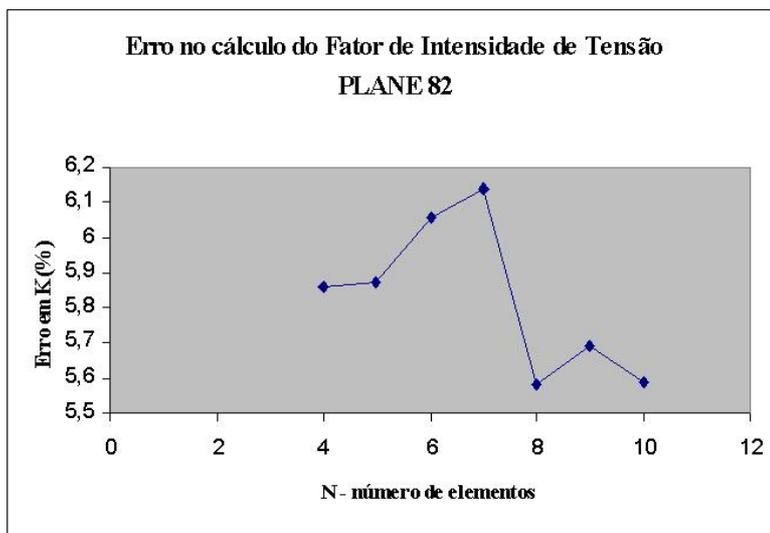


Figura 3. Gráfico mostrando o erro no cálculo do fator de intensidade de tensão para o elemento PLANE 82 e variação do número de elementos (N) na ponta da trinca.

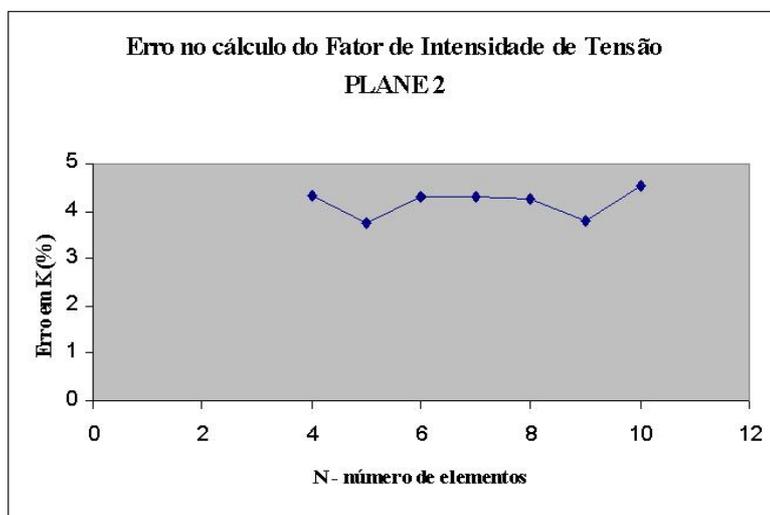


Figura 4. Gráfico mostrando o erro no cálculo do fator de intensidade de tensão para o elemento PLANE 2 e variação do número de elementos (N) na ponta da trinca.

Todavia, deve-se estar atento à discretização angular na ponta da fissura. Ou seja, o uso de um número de elementos superior a oito gera uma discretização angular densa, criando-se, assim, uma maior discrepâncias para os valores de K calculados como comprovaram Guinea et al (2000).

Nas Figs. (5a) e (5b), observam-se dois exemplos, considerando-se o modelo do corpo de prova em estudo, das malhas geradas para a análise realizada neste trabalho. Na Fig. (5a), verifica-se a malha criada com a opção de geração “livre” para o elemento PLANE 82, enquanto que na Fig. (5b), observa-se também uma malha gerada com a opção livre, porém utilizando o

elemento PLANE2. Vale ressaltar que em ambas figuras quatro elementos em torno da ponta da trinca foram utilizados.

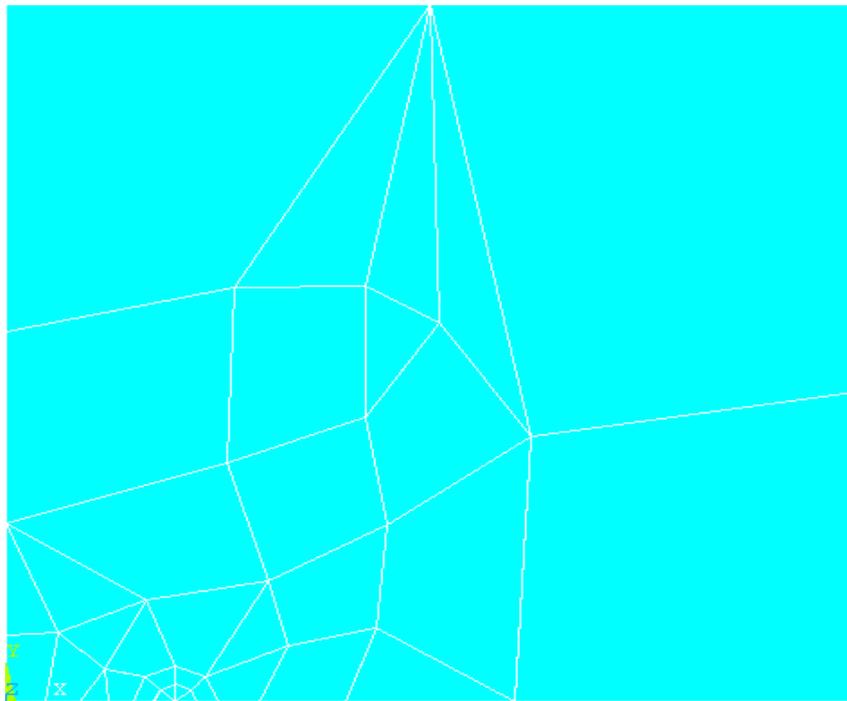


Figura 5a. Malha utilizada no cálculo do fator de intensidade de tensão a partir do elemento PLANE 82

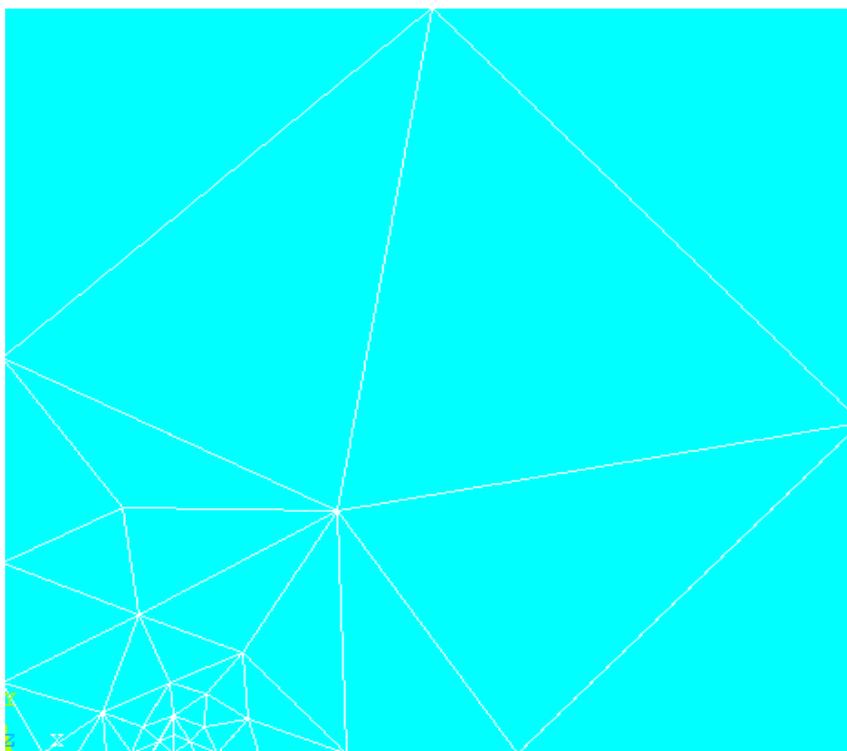


Figura 5a. Malha utilizada no cálculo do fator de intensidade de tensão a partir do elemento PLANE 2

4. CONCLUSÕES

Os resultados encontrados neste trabalho foram compatíveis com a literatura, não sendo, então, superiores a 7%. Isto pode ser explicado pela influência reduzida do número de elementos utilizados na ponta da fissura quando este é inferior a oito. Além disso, Santos et al (2000) mostraram que os valores do fator de intensidade de tensão são, de fato, mais influenciados por outros parâmetros geométricos, tais como o comprimento do elemento *quarter point* e o tamanho do elemento regular.

No entanto, algumas dificuldades foram encontradas para uma melhor modelagem da geometria do corpo de prova e conseqüente geração das malhas. Todavia, como nenhuma diferença exorbitante fora encontrada no cálculo do fator de intensidade de tensão, assegura-se que modelos mais complexos podem ser gerados e analisados.

A metodologia implementada para a determinação do fator de intensidade de tensão foi exclusivamente baseada na correlação de deslocamento, ficando para uma segunda fase deste trabalho, a utilização das técnicas que utilizam a integral J.

5. REFERÊNCIAS

- Anderson, T. L. (1995), “Fracture Mechanics – Fundamentals And Applications”. Crc Press Inc., Boca Raton.
- ANSYS User’s Manual, 1995, Procedures Volume I, SAS IP, Aug.
- Barsoum, Roshdy.S. (1976), “On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics”. International Journal for Numerical Methods in Engineering, V.10, 25-37.
- Benzley, S.E.(1974), “Representation of Singularities with Isoparametric Finite Elements”. International Journal for Numerical Methods in Engineering, V.8, 537.
- Guinea, G. V.; Planas, J., Elices, M. (2000), “K1 Evaluation By The Displacement Extrapolation Technique”. Engineering Fracture Mechanics. Vol. 66, 243-255.
- Henshell, R.D., Shaw, K.G. (1975), “Crack Tip Finite Elements are Unnecessary”. International Journal for Numerical Methods in Engineering, V.9, 495-507.
- Irwin, G.R. (1957), “analysis of Stress and Strain Near the End of crack Traversing a Plate. Trans. ASME., Appl. Mech.
- Liebowitz, H., Moyer, E. T. (1989), “Finite Element Methods In Fracture Mechanics”. Computers & Structures, V.31, N. 1, Pp.1-9.
- Owen, D. R. J.,Fawkes, A. J. (1983), “Engineering Fracture Mechanics: Numerical Methods And Applications”. Pineridge Press Ltd., Swansea, U. K., 305 P.
- Rice, J. R. (1968), “A Path-Independent Integral And The Approximate Analysis Of Strain Concentration By Notches And Carcks”. Trans. Asme. Appl. Mech.35, 379-386.
- Santos, N. C, Carvalho, J., Lirani, J, 2000, “Determinação do Fator de Intensidade de Tensão Utilizando o Método dos Elementos Finitos”. Conem-Congresso Nacional de Engenharia Mecânica.

6. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRESS INTENSITY FACTOR

Sara Del'Vecchio

Vânia Regina Velloso Silva

Mechanical Engineering Department, FUNREI

170, Frei Orlando square – Centre, CEP 36307-904 – São João Del Rei - MG

e-mail: sarinha@mgconecta.com.br, velloso@funrei.br

Neilor César dos Santos

Mechanical Engineering Department, University of São Paulo – São Carlos

400, Trabalhador São Carlense avenue – Centre, CEP 13560-970 – São Carlos - SP

Abstract. *This work analyses, in two steps, the different approaches for the computational determination of stress intensity factor (SIF) for the mode I of fracture. So, the methods that use the displacement correlation technique and J integral are presented.*

Methods, which are based on the displacement correlation technique, use analytical expressions to associate these techniques and the displacement calculated by finite Element Method (FEM). This technique can be improved using conventional finite elements so far as elements that represent the stress field singularity at the crack tip. In this study, the displacement field in the crack tip zone was modelled with quadratic and triangle isoparametric elements. Different geometric configurations and mesh refinement were tested.

Like that, the displacement correlation technique was set in this analysis step and was implemented in the post-processor of a commercial finite element package in order to create an user-friendly atmosphere for this work.

Keywords. Displacement Correlation Technique, J Integral, Stress Intensity Factor, Elastic Fracture Mechanics, Finite Element Method.