

PREDIÇÃO NÃO-LINEAR SIMPLES EM SÉRIES TEMPORAIS EXPERIMENTAIS: APLICAÇÃO AO PÊNDULO NÃO-LINEAR

Eduardo Gomes Ferreira Pinto

Marcelo Amorim Savi

Instituto Militar de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais

22290-270 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

E-Mail: savi@ime.eb.br

Resumo. A predição em séries temporais possui aplicações em várias áreas do conhecimento. Este trabalho tem como objetivo apresentar uma discussão sobre a predição não-linear simples em séries temporais experimentais, avaliando a influência da reconstrução do espaço de estado nas predições. Como aplicação, considera-se um pêndulo não-linear experimental onde a posição angular é a variável de estado que define a série temporal. Dois tipos de sinais são analisados: periódico e caótico. Os resultados mostram as dificuldades de se efetuar predições em séries temporais não-lineares.

Palavras-chave: Predição, Reconstrução do espaço de estado, Caos, Pêndulo não-linear.

1. INTRODUÇÃO

A ligação mais direta entre a teoria do caos e o mundo real é a análise de séries temporais, nos termos da dinâmica não-linear (Schreiber, 1999). Uma série temporal é um conjunto discreto de valores de uma variável de estado de um sistema dinâmico. A predição em séries temporais tem como objetivo, a partir de uma série temporal escalar S_n ($n = 1, \dots, N$), denominada como *passado*, determinar uma estimativa para os seus valores seguintes, $S_{N+1}, S_{N+2}, \dots, S_{N+p}$, denominado *futuro*, sem que se conheçam as equações de governo do fenômeno físico associado ao sistema. Assim, os termos conhecidos da série são utilizados para estimar valores dos termos seguintes através de uma técnica de predição. Desta forma, estima-se uma série relacionada ao futuro: $P_{N+1}, P_{N+2}, \dots, P_{N+p}$.

Na Fig. 1, considere uma série temporal conhecida (passado), S_n (cor azul). A partir dessa série, realiza-se uma predição dos termos seguintes (futuro), P_n (vermelho). Os termos da série prevista (vermelho) podem ser comparados com os da série original no futuro (verde), avaliando a precisão da técnica de predição.

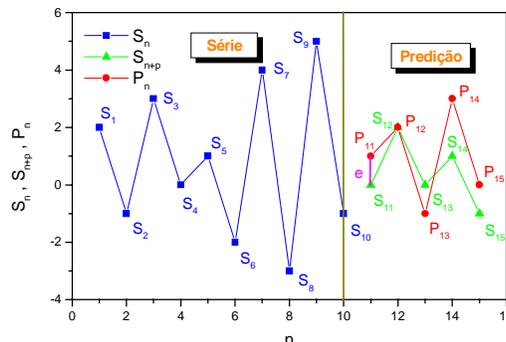


Figura 1. Predição em uma série temporal.

Várias áreas do conhecimento têm interesse no estudo da predição em séries temporais dentre elas a engenharia (Miyano *et al.*, 2000; Cao *et al.*, 1997; Sakai & Aihara, 1994), a economia (Hsieh, 1991; Leung *et al.*, 2000), o marketing (Kuo, 2001), a meteorologia (Sfetsos, 2000; Toth *et al.*, 2000) e a medicina (Brandt *et al.*, 2000). Abarbanel *et al.* (1993), Lillekjendlie *et al.* (1994), Weigend & Gershenfeld (1994) Kantz & Schreiber (1997) e Schreiber (1999) fazem uma revisão sobre a análise de séries temporais, apresentando as principais técnicas de predição.

Gershenfeld & Weigend (1993) afirmam que o início das “modernas” técnicas de predição em séries temporais é creditado a Yule (1927), que apresenta pela primeira vez uma técnica auto-regressiva com o intuito de estimar o comportamento futuro de um sistema dinâmico a partir de dados de uma variável de estado. Há ainda a destacar o surgimento de duas ferramentas importantes para a análise de séries temporais por volta do ano de 1980: a reconstrução do espaço de estado e as redes neurais.

De uma maneira geral, as técnicas de predição podem ser classificadas em lineares e não-lineares. Dentre as técnicas de predição lineares mais utilizadas na literatura vale destacar: linear de ordem zero, média flutuante, auto-regressão e a média flutuante auto-regressiva (Weigend & Gershenfeld, 1994; Kantz & Schreiber, 1997; Schreiber, 1999). Com relação as técnicas não-lineares, vê-se que estas tem como primeiro passo realizar a reconstrução do espaço de estado (Farmer & Sidorowich, 1987; Casdagli, 1989). A partir daí pode-se, por exemplo, realizar uma predição não-linear de ordem zero (Farmer & Sidorowich, 1987; Abarbanel *et al.*, 1993; Kantz & Schreiber, 1997). Algumas alternativas mais sofisticadas incluem a predição polinomial e a predição por funções de base radial (Farmer & Sidorowich, 1987; Casdagli, 1989; Abarbanel *et al.*, 1993; Kantz & Schreiber, 1997; Hegger *et al.*, 1999; Schreiber, 1999). Para melhorar o desempenho das técnicas de predição não-lineares, surgem as estruturas capazes de decidir, que são as predições por redes neurais e por redes *wavelet* (Cao *et al.*, 1995), que combinam a decomposição *wavelet* e a estrutura das redes neurais.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma discussão sobre a predição não-linear simples em séries temporais não-lineares, avaliando a influência da reconstrução do espaço de estado. Como aplicação, considera-se um pêndulo não-linear. As séries temporais são obtidas através de um experimento de laboratório, e a posição angular do pêndulo é a variável de estado que define a série. Dois tipos de sinais são analisados: periódico e caótico. Os sinais não passam por qualquer tipo de tratamento (filtragem). Os resultados mostram as dificuldades de se efetuar predições em séries temporais não-lineares.

2. RECONSTRUÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADO

A reconstrução do espaço de estado baseada no método das coordenadas defasadas tem provado ser uma poderosa ferramenta na análise de sistemas físicos não-lineares com comportamento caótico. As idéias fundamentais sobre esta técnica são creditadas a Ruelle (1979), Packard *et al.* (1980) e Takens (1981), e uma de suas principais características é a preservação dos invariantes geométricos do sistema.

Considere uma série temporal, S_n , que representa a trajetória de um dado sistema dinâmico. O espaço de estado do sistema pode ser reconstruído a partir desta série considerando o método das coordenadas defasadas. A idéia básica da técnica é traçar S_n versus $S_{n+\tau}$, onde τ é uma defasagem no tempo. Este procedimento é motivado pelo fato de que a trajetória representada no espaço de fase reconstruído possui propriedades similares ao espaço de fase original, sendo topologicamente equivalentes. Se o sinal experimental é representado por S_n , $n = 1, 2, \dots, N$, onde N é o número total de amostras, então o vetor reconstruído é dado por

$$\mathbf{U}_n = (S_{n-(De-1)\tau}, S_{n-(De-2)\tau}, \dots, S_{n-\tau}, S_n) \quad (1)$$

onde D_e é a dimensão de imersão do sistema, escolhida de tal maneira que $D_e > 2D_A + 1$, sendo D_A a dimensão do atrator; \mathbf{U}_n representa a dinâmica reconstruída na imersão. A principal dificuldade na aplicação do método das coordenadas defasadas está na determinação dos parâmetros de imersão: D_e e τ .

3.1. Método da Informação Mútua Média

Fraser & Swinney (1986) estabelecem que o valor da defasagem τ corresponde ao primeiro mínimo local da função de informação mútua $I(\tau)$, quando este existir. Esta função é definida da seguinte forma, Eq. 2:

$$I(\tau) = \sum_{n=1}^{N-\tau} P(S_n, S_{n+\tau}) \log_2 \left[\frac{P(S_n, S_{n+\tau})}{P(S_n) P(S_{n+\tau})} \right] \quad (2)$$

onde $P(S_n)$ é a probabilidade da medida S_n , $P(S_{n+\tau})$ é a probabilidade da medida $S_{n+\tau}$, e $P(S_n, S_{n+\tau})$ é a probabilidade da medida combinada de S_n e $S_{n+\tau}$ (Fraser & Swinney, 1986).

3.2. Método dos Falsos Vizinhos

O método dos falsos vizinhos (Kennel *et al.*, 1992) foi desenvolvido baseado na busca de uma dimensão mínima onde não ocorra cruzamento de uma órbita consigo mesma. Desta forma, procura-se determinar se um vizinho é “verdadeiro” ou “falso” apenas em virtude da projeção do sistema em uma determinada dimensão. Assim, um vizinho falso é um ponto do sinal que só corresponde a um vizinho devido a observação das órbitas em um espaço muito pequeno, $D < D_e$. Quando o espaço está imerso em uma dimensão $D \geq D_e$, todos os pontos vizinhos, de todas as órbitas, são vizinhos verdadeiros.

Quando as distâncias entre \mathbf{U}_n e \mathbf{U}_n^r , na passagem da dimensão D para a dimensão $D+1$, são grandes, alguns dos r -ésimos vizinhos próximos estão se separando (vizinhos falsos). A dimensão mínima de imersão é encontrada quando as distâncias param de crescer na medida em que se aumenta a dimensão do espaço, não existindo mais vizinhos falsos. A condição para decidir se os vizinhos são falsos é dada através de uma norma euclidiana avaliada em diferentes dimensões.

3. PREDIÇÃO NÃO-LINEAR SIMPLES

A predição não-linear simples se baseia na reconstrução do espaço de estado, através do método das coordenadas defasadas. O primeiro passo é, a partir de uma série temporal escalar S_n ($n = 1, \dots, N$), determinar os parâmetros de imersão τ e D_e , formando-se os vetores \mathbf{U}_n (Eq. 1). Para realizar uma predição em um tempo Δn ($\Delta n = 1, \dots, p$), à frente de N , escolhe-se um parâmetro ε da ordem de grandeza da resolução das medições, que é o raio da vizinhança $V_\varepsilon(\mathbf{U}_N)$ ao redor do ponto \mathbf{U}_N . Para todos os pontos $\mathbf{U}_n \in V_\varepsilon(\mathbf{U}_N)$, ou seja, todos os pontos a uma distância inferior a ε medida desde \mathbf{U}_N , procuram-se as “predições individuais” $S_{n+\Delta n}$ (termos da série temporal escalar) (Figura 2). A predição $P_{N+\Delta n}$ é, então, calculada como média aritmética das predições individuais $S_{n+\Delta n}$, conforme mostrado a seguir (Kantz & Schreiber, 1997)

$$P_{N+\Delta n} = \frac{1}{|V_\varepsilon(\mathbf{U}_N)|} \sum_{\mathbf{U}_n \in V_\varepsilon(\mathbf{U}_N)} S_{n+\Delta n} \quad (3)$$

onde $|V_\varepsilon(\mathbf{U}_N)|$ é o número de elementos pertencentes à vizinhança $V_\varepsilon(\mathbf{U}_N)$.

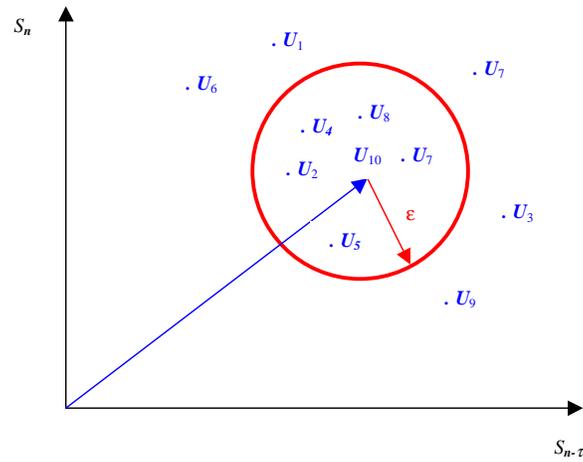


Figura 2. Representação esquemática da predição não-linear simples de uma série.

Para ilustrar o procedimento utilizado pela técnica, considere a Fig. 2 que representa o espaço de estado reconstruído para $D_e = 2$ e um tempo de defasagem τ . Para a vizinhança de raio ϵ , $V_\epsilon(\mathbf{U}_N)$, vê-se que os vetores \mathbf{U}_2 , \mathbf{U}_4 , \mathbf{U}_5 , \mathbf{U}_7 , e \mathbf{U}_8 estão contidos na vizinhança do ponto. Assim, a predição é avaliada a partir de uma média dos termos S_3 , S_5 , S_6 , S_8 e S_9 .

Neste trabalho, as predições são aferidas através do cálculo do *erro na predição normalizado*, e_{RMS} , que é obtido através da seguinte equação

$$e_{RMS} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{1}{p} \sum_{n=N+1}^{N+p} (S_n - P_n)^2} \quad (4)$$

onde p é o número de passos previstos na região do futuro e σ é o desvio padrão da amostra. Pela Eq. 4, conclui-se que $e_{RMS} \approx 0$ denota uma predição quase perfeita, e que para o caso de $e_{RMS} = 1$ é equivalente usar \bar{S} (média da amostra) como valor da predição.

As predições aqui tratadas podem ser classificadas como locais no sentido de que são utilizados termos de uma vizinhança de raio ϵ em torno de \mathbf{U}_N e não se considera todo o espaço de estado. As simulações são realizadas a partir do algoritmo de Hegger *et al.* (1999).

4. PÊNDULO NÃO-LINEAR

Considere um aparato experimental de um pêndulo não-linear, mostrado na Fig. 3 (Franca & Savi, 2001). O pêndulo não-linear (1) está fixo ao sensor de movimento (3) através de um eixo, que possui 1440 furos, correspondendo a uma precisão de $0,25^\circ$. Sobre o sensor, existe um dispositivo responsável pelo amortecimento magnético (2), que pode ser aproximado ou afastado do disco, induzindo um amortecimento ao pêndulo. O forçamento é feito através do motor - 12 DC (5), ME - 8750, juntamente com um dispositivo mola-fio (4). Um outro dispositivo é utilizado para medir a frequência do motor (5) o que é feito através de um transdutor magnético (6). O sensor de movimento (3), assim como o transdutor magnético (6), são acoplados a uma interface, *Science Workshop™ Interface 500* (CI- 6760), e em seguida ao computador.

Variando-se a voltagem do motor elétrico (5), pode-se obter diferentes tipos de comportamentos. Dois tipos de sinais são analisados: um periódico de período-2 e um caótico. Estes sinais são armazenados sem qualquer filtragem. A partir deles, utiliza-se a técnica de predição não-linear simples para efetuar a predição, o que é tratado a seguir.

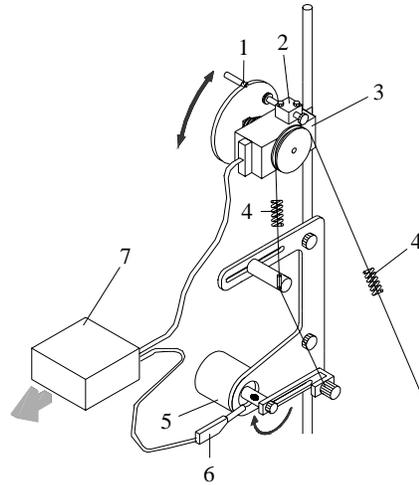


Figura 3. Experimento do pêndulo não-linear.

4.1. Sinal Periódico

Considere um sinal de período-2 com $N = 37090$, a partir do qual deseja-se fazer a previsão de valores futuros da série. A Fig. 4 apresenta um trecho deste sinal.

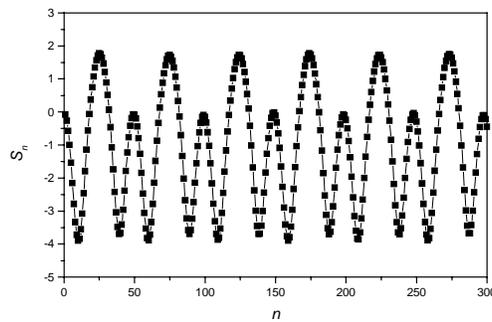


Figura 4. Série periódica.

A reconstrução do espaço de estado pode ser feita a partir da técnica de coordenadas defasadas. Inicialmente, considere a análise dos parâmetros de imersão. A Fig. 5 apresenta os resultados, mostrando que o tempo de defasagem é $7\Delta t$ e que a dimensão de imersão está entre 3 e 4.

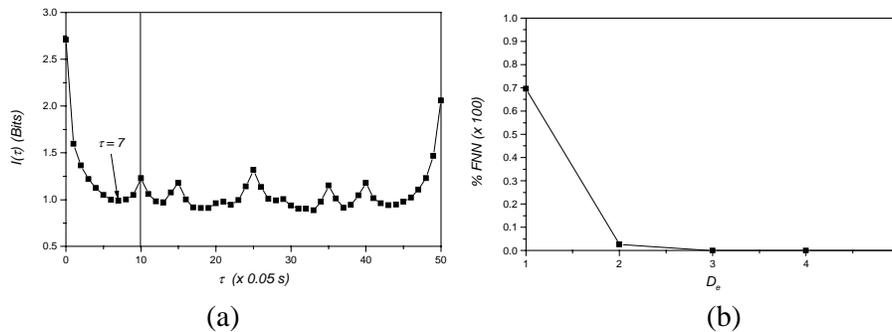


Figura 5. Parâmetros de imersão do sinal periódico ($N = 37090$):
 (a) Informação mútua *versus* τ , (b) Percentual de falsos vizinhos *versus* D_e .

A Fig. 6a apresenta a inserção gradual dos parâmetros de imersão nas previsões para curto prazo ($p = 20$) e na Fig. 6b para o longo prazo ($p = 200$). Observa-se que já no primeiro ponto da série de

predição a reconstrução do espaço de estado fornece uma contribuição significativa para a melhora das predições e, ainda, que a dimensão de imersão possui mais influência que o tempo de defasagem nesta melhora.

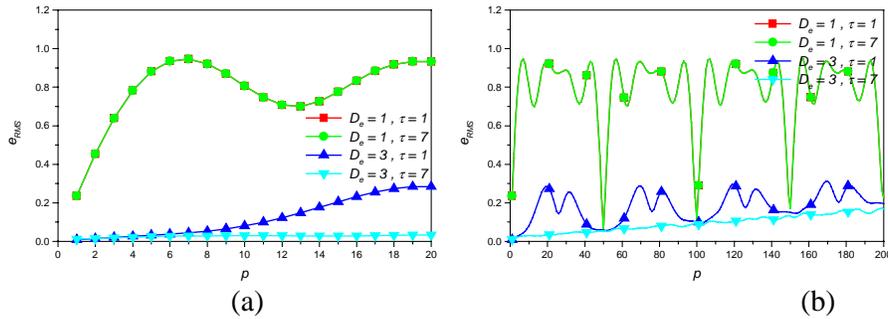


Figura 6. Erro RMS na predição não-linear simples do sinal periódico experimental: $N = 37090$ e $m = 37090$: (a) $p = 1$ a 10 ; (b) $p = 1$ a 200 .

Tendo em vista a maior influência da dimensão de imersão na melhoria das predições, nas Fig. 7 e 8 apresentam-se resultados de simulações onde o tempo de defasagem é mantido constante (valor calculado) e aumenta-se gradualmente a dimensão de imersão. Observa-se que, tanto no longo prazo quanto no curto prazo, há melhora das predições com o aumento da dimensão de imersão, embora esta não seja significativa para valores superiores ao calculado ($D_e \geq 3$).

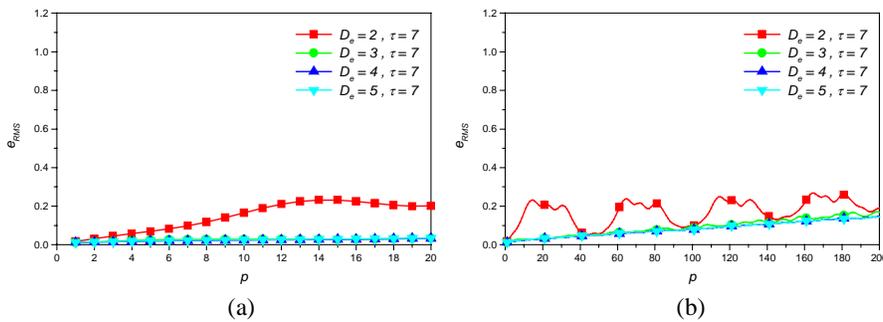


Figura 7. Erro RMS na predição não-linear simples do sinal periódico experimental: $N = 37090$ e $m = 37090$: (a) $p = 1$ a 20 ; (b) $p = 1$ a 200 .

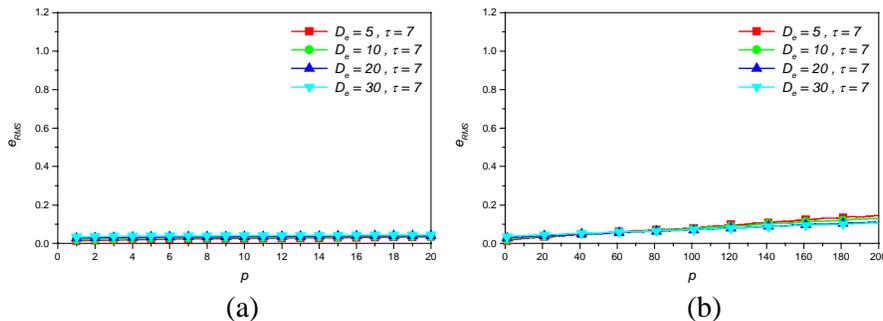


Figura 8. Erro RMS na predição não-linear simples do sinal periódico experimental: $N = 37090$ e $m = 37090$: (a) $p = 1$ a 20 ; (b) $p = 1$ a 200 .

4.2. Sinal Caótico

Considere agora um sinal de caótico com $N = 29589$, obtido através do aparato experimental do pêndulo não-linear, a partir do qual deseja-se fazer a predição de valores futuros da série. A Fig. 9 apresenta um trecho deste sinal.

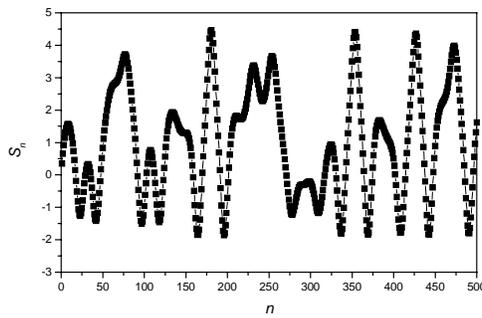


Figura 9. Série caótica.

A Fig. 10 apresenta os resultados relacionados a análise dos parâmetros de imersão calculados para o sinal caótico, realizadas a partir do algoritmo de Hegger *et al.* (1999). Verifica-se que o tempo de defasagem é $6\Delta t$ e a dimensão de imersão está entre 3 e 4.

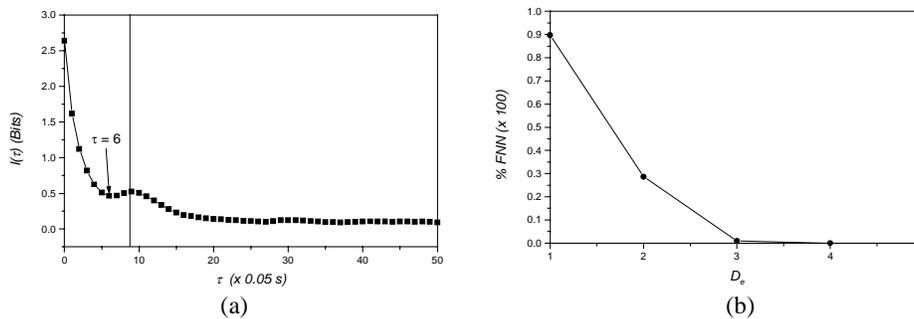


Figura 10. Parâmetros de imersão do sinal caótico ($N = 29589$):
 (a) Informação mútua *versus* τ , (b) Percentual de falsos vizinhos *versus* D_e .

Assim como na análise do sinal periódico, inicia-se a análise contemplando o efeito da introdução dos parâmetros de imersão nas previsões para curto prazo e longo prazo, partindo-se da previsão escalar ($D_e = 1$, $\tau = 1$) (Fig. 11). De maneira análoga à série periódica, a dimensão de imersão possui uma influencia mais significativa na melhoria das previsões e no primeiro termo da série de previsão já fica evidente a melhoria decorrente da reconstrução do espaço de estado nas previsões.

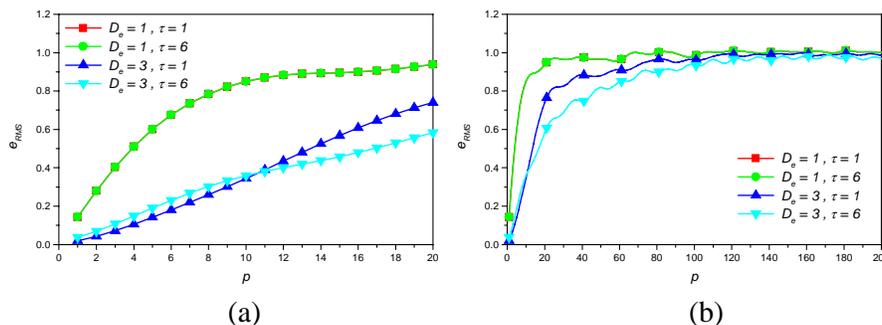


Figura 11. Erro RMS na previsão não-linear simples do sinal caótico experimental:
 $N = 29589$ e $m = 29589$: (a) $p = 1$ a 20 ; (b) $p = 1$ a 200 .

As Fig. 12 e 13 apresentam resultados onde se mantém o tempo de defasagem calculado ($\tau = 6$) e aumenta-se gradualmente a dimensão de imersão. Observa-se que, tanto no longo prazo quanto no curto prazo, para valores $D_e \geq 5$ o aumento da dimensão de imersão não significa a melhoria das previsões, sendo o valor da dimensão de imersão calculado apresenta resultados mais satisfatórios em relação aos demais.

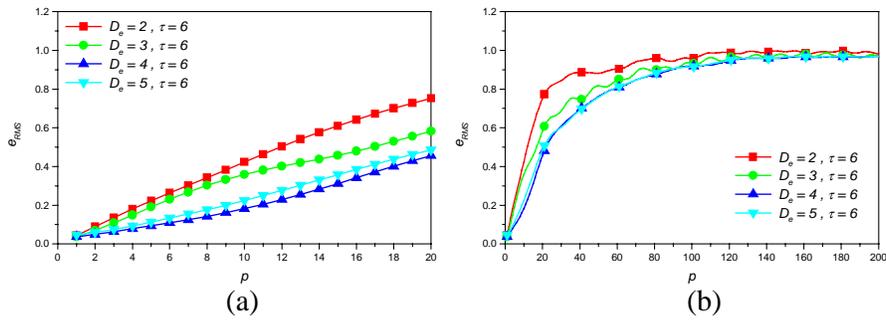


Figura 12. Erro RMS na predição não-linear simples do sinal caótico experimental: $N = 29589$ e $m = 29589$: (a) $p = 1$ a 20 ; (b) $p = 1$ a 200 .

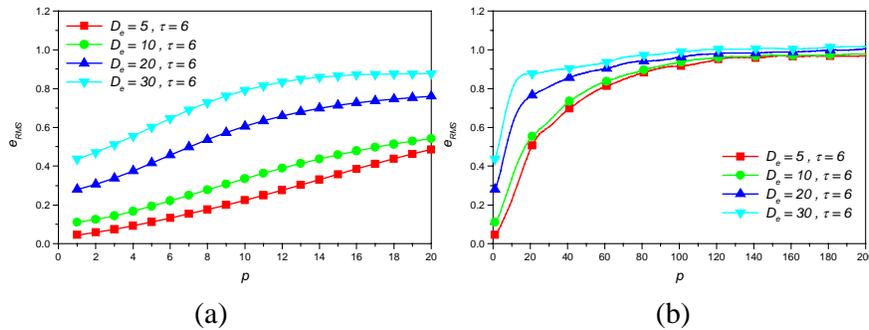


Figura 13. Erro RMS na predição não-linear simples do sinal caótico experimental: $N = 29589$ e $m = 29589$: (a) $p = 1$ a 20 ; (b) $p = 1$ a 200 .

5. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS TIPOS DE SÉRIES

Esta seção tem como objetivo apresentar uma comparação entre a predição de sinais periódicos e caóticos. Para isso, apresentam-se comparações entre os erros nas predições dos dois tipos de sinais (Fig. 14) e com a inserção dos respectivos parâmetros de imersão calculados. A Fig. 14 mostra que há uma melhora significativa nas predições quando os parâmetros de imersão são inseridos nos cálculos, sendo que, a redução do erro na predição é mais acentuada no sinal periódico. As predições no sinal caótico também apresentam melhora, no entanto, estão associados a erros maiores, o que caracteriza a maior previsibilidade da série periódica.

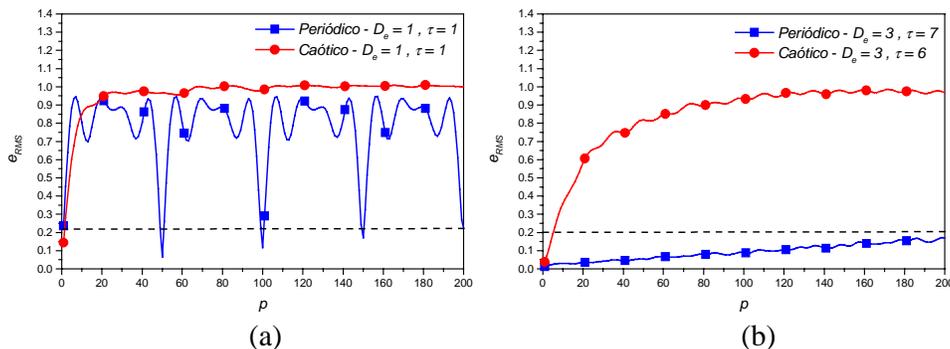


Figura 14. Efeito da reconstrução do espaço de estado no erro RMS na predição não-linear simples: $p = 1$ a 200 . (a) Predição escalar; (b) Predição com reconstrução.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma discussão sobre a aplicação da técnica de predição não-linear simples em séries temporais obtidas a partir de um pêndulo experimental não-linear. Dois tipos de

sinais são analisados: periódico de período-dois e caótico. Os resultados mostram que a reconstrução do espaço de estado possui uma influência significativa na predição, tanto no longo prazo quanto no curto prazo. Verifica-se, também, que a dimensão de imersão possui maior influência nos resultados do que tempo de defasagem. O aumento da dimensão de imersão tende a melhorar os resultados da predição. Nos dois sinais, o uso de valores da dimensão de imersão superiores ao calculado não apresenta melhora significativa nos resultados.

6. REFERÊNCIAS

- Abarbanel, H. D. I., 1995, "Tools for Analyzing Observed Chaotic Data", In Guran, A. & Inman, D. J., editors, *Smart Structures, Nonlinear Dynamics, and Control*, Prentice Hall, U.S.A., pp. 1 – 86.
- Abarbanel, H. D. I.; Brown, R.; Sidorowich, J. J. & Tsimring, L. Sh., 1993, "The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems", *Reviews of Modern Physics*, Vol. 65, No. 4, pp. 1331 – 1392.
- Brandt, M. E.; Ademoglu, A. & Pritchard, W. S., 2000, "Nonlinear Prediction and Complexity of Alpha EEG Activity", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 10, No. 1, pp. 123 – 133.
- Cao, L.; Mees, A. & Judd, K., 1997, "Modeling and Predicting Non-Stationary Time Series", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 7, No. 8, pp. 1823 – 1831.
- Cao, L.; Hong, Y.; Fang, H. & He, G., 1995, "Predicting Chaotic Time Series with Wavelet Networks", *Physica D*, Vol. 85, pp. 225 – 238.
- Casdagli, M., 1989, "Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series", *Physica D*, Vol. 35, pp. 335 – 356.
- Farmer, J. D. & Sidorowich J. J., 1987, "Predicting Chaotic Time Series", *Physical Review Letters*, Vol. 59, No. 8, pp. 845 – 848.
- Franca, L.F.P. & Savi, M.A., 2001, "Distinguishing Periodic and Chaotic Time Series Obtained from an Experimental Nonlinear Pendulum", *Nonlinear Dynamics*, to appear.
- Fraser, A. M. & Swinney, H. L., 1986, "Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information", *Physical Review A*, Vol. 33, pp. 1134 – 1140.
- Gershenfeld, N. A. & Weigend A. S., 1993, "The Future os Time Series: Learning and Understanding", In (Weigend & Gershenfeld, 1994), pp. 1 – 70.
- Hegger, R.; Kantz, H. & Schreiber, T., 1999, "Practical Implementation of Nonlinear Time Series Methods: The TISEAN Package", *Chaos*, Vol. 9, No. 2, pp. 413 – 435.
- Hsieh, D. A., 1991, "Chaos and Nonlinear Dynamics – Application to Financial Markets", *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 5, pp. 1839 – 1877.
- Kantz, H. & Schreiber, T., 1997, "Nonlinear Time Series Analysis", Cambridge University Press, United Kingdom, pp. 13 – 28, 42 – 57, 202 – 222.
- Kennel, M. B.; Brown, R. & Abarbanel H. D. I., 1992, "Determining Embedding Dimension from Phase-sapce Recosntruction using a Geometrical Construction", *Physical Review A*, Vol. 25, No. 6, pp. 3403 – 3411.
- Kugiumtzis, D.; Lillekjendlie, B. & Chistophersen, N., 1994, "Chaotic Time Series, Part I: Estimation of Some Invariant Properties in State-Space", *Modeling, Identification and Control*, Vol. 15, No. 4, pp. 205 – 224.
- Kuo, R. J., 2001, "A Sales Forecasting System Based on Fuzzy Neural Network with Initial Weights Generated by Genetic Algorithm", *European Journal of Operational Research*, Vol. 129, pp. 496 – 517.
- Leung, M. T.; Daouk, H. & Chen, A-S., 2000, "Forecasting Stock Indices: a Comparison of Classification and Level Estimation Models", *International Journal of Forecasting*, Vol. 16, pp. 173 – 190.
- Lillekjendlie, B.; Kugiumtzis, D. & Chistophersen, N. (1994), "Chaotic Time Series, Part II: System Identification and Prediction", *Modeling, Identification and Control*, v.15, n.4, pp.225 – 243.

- Masters, T., 1995, "Neural, Novel & Hybrid Algorithms for Time Series Prediction", John Wiley & Sons, U.S.A., pp. 181 – 237.
- Myano, T.; Kimoto, S.; Shibuta, H.; Nakashima, K.; Ikenaga, Y. & Aihara K., 2000, "Time Series Analysis and Prediction on Complex Dynamical Behavior Observed in a Blast Furnace", *Physica D*, Vol. 135, pp. 305 – 330.
- Packard, N. J., Crutchfield, J. P., Fromer, J. D. and Shaw, R. S., "Geometry from a time-series", *Physical Review Letters* 45, 1980, 712-716.
- Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T. & Flannery, B. P., 1992, "Numerical Recipes in C – The Art of Cientific Computing", Cambridge University Press, U.S.A., pp. 43 – 50, 564 – 572, 656 – 714.
- Ruelle, D. , 1979, "Ergotic Theory of Differentiable Dynamical Systems", *Mathématique of the Institut des Hautes Études Scientifiques*, No. 5, p. 27.
- Sakai, K. & Aihara, K., 1994, "Nonlinear Vibrations in an Agricultural Implement System", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 4, No. 2, pp. 465 – 470.
- Salvino, L. W.; Cawley, R.; Grebogi, C. & Yorke, J. A., 1995, "Predictability in Time Series", *Physics Letters A*, Vol. 209, pp. 327 – 332.
- Schreiber, T., 1999, "Interdisciplinary Application of Nonlinear Time Series Methods", *Physics Reports*, Vol. 308, pp. 1 – 64.
- Sfetsos, A., 2000, "A Comparison of Various Forecasting Techniques Applied to Mean Hourly Wind Speed Time Series", *Renewable Energy*, Vol. 21, pp. 23 – 35.
- Takens, F. , 1981, "Detecting Strange Attractors in Turbulence", Warwick, Lecture notes in Mathematics 898, Ed. D. Rand and L. -S Young, Springer, pp. 366-381.
- Toth, E.; Brath, A. & Montanari, A., 2000, "Comparison of Short-Term Rainfall Prediction Models for Real-Time Flood Forecasting", *Journal of Hydrology*, Vol. 239, pp. 132 – 147.
- Weigend, A. S. & Gershenfeld, N. A., 1994, "Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past", Perseus Books.
- Yule, G. U. , 1927, "On a Method of Investigating Periodicity in Disturbed Series with Special Referenece to Wolfer's Sunspot Numbers", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A – Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol. 226, pp. 267 – 298.

SIMPLE NONLINEAR PREDICTION OF EXPERIMENTAL TIME SERIES: APPLICATION TO THE NONLINEAR PENDULUM

Eduardo Gomes Ferreira Pinto

Marcelo Amorim Savi

Instituto Militar de Engenharia

Department of Mechanical and Materials Engineering

22290-270 – Rio de Janeiro – RJ – Brazil

E-Mail: savi@ime.eb.br

***Abstract.** Time series prediction has application in many different areas. This contribution presents a discussion on the simple nonlinear prediction applied to experimental time series, considering the influence of state space reconstruction. Nonlinear pendulum is considered as an application of the formulation. Signals are obtained from an experimental apparatus, selecting angular position as a time series. Basically, the analyses of periodic and chaotic motions are carried out. Results show the main difficulties for the prediction, identifying some critical parameters.*

Keywords. Prediction, State Space Reconstruction, Experimental time series, Chaos, Nonlinear pendulum.