



COMPORTAMENTO CAÓTICO DE VIBRADORES CENTRÍFUGOS

Márcio José Horta Dantas

Faculdade de Matemática, UFU, 38408-100, Uberlândia , MG. e-mail: marcio@ufu.br

José Manoel Balthazar

Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas, CP 178, UNESP, 13500-230, Rio Claro, SP.
e-mail: baltha @demac.igce.unesp.br

***Resumo.** O objetivo deste trabalho é provar a existência de caos homoclínico para um tipo de sistema mecânico não ideal que possui algumas principais características dos vibradores centrífugos. Usando o Método de Melnikov, mostramos a existência de um intervalo com a seguinte propriedade: se um certo parâmetro pertence a tal intervalo temos comportamento caótico, caso contrário isto não ocorre. Temos também que se utilizarmos um amortecimento adequado, então o comportamento caótico é evitado.*

***Palavras-chave:** Caos, Problema não ideal, Método de Melnikov.*

1. INTRODUÇÃO

No estudo de vibrações mecânicas em geral não é levado em conta a influência da interação entre as vibrações de um sistema mecânico e a sua fonte de energia. O estudo destas interações só nas últimas décadas tem recebido a devida atenção, veja por exemplo Balthazar et al (1999).

No presente artigo investigamos o problema da existência de comportamento caótico, isto é, da ocorrência da ferradura de Smale, ver Guckenheimer and Holmes (1983), no espaço de fases um sistema mecânico não ideal formado por um motor de corrente contínua (CC) de potência limitada de massa m_0 , cuja base está apoiada em uma mola. Além disso o motor, ao funcionar, faz girar uma massa m , como indicado na Fig.(1). Este mecanismo tem as principais propriedades de um tipo de máquina que é conhecido na literatura em Engenharia Mecânica como vibrador centrífugo. O caso linear é tratado extensivamente em Muller and Schiehlen (1985). Alguns aspectos da dinâmica do caso não-linear são investigados em Rand et al (1992).

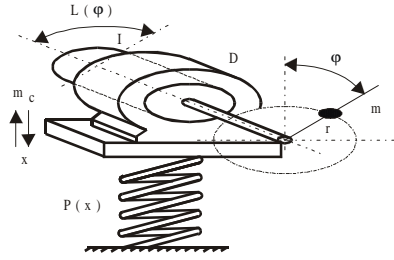


Figura 1

Gostaríamos de ressaltar que o presente artigo faz parte de um programa de pesquisa sobre os problemas mecânicos não ideais, usando técnicas analíticas e/ou numéricas, ver por exemplo Dantas and Balthazar (2001b) e Balthazar et al (2001).

Em Kononenko (1969) são obtidas as equações de movimento do sistema mecânico dado na Fig.(1) que são as seguintes:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x} + \beta \dot{x} + cx + dx^3 & = m r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + m r \ddot{\varphi} \sin \varphi, \\ I \ddot{\varphi} & = M(\dot{\varphi}) + m r \ddot{x} \sin \varphi + m g r \sin \varphi. \end{cases} \quad (1)$$

Sendo que $m_1 = m_0 + m$, o amortecimento é viscoso linear e o seu coeficiente é β , c é a constante de rigidez da mola, d é o coeficiente de elasticidade que descreve o quanto o comportamento da mola se “afasta” do caso linear.. Assumiremos que $d < 0$ e que todas outras constantes que aparecem na Eq. (1) são estritamente positivas. Denotaremos por r a distância entre a massa m e o eixo de rotação do motor. Indicaremos por I o momento de inércia das partes rotativas deste sistema, que são as partes rotativas internas do motor, juntamente com a massa m . O momento de inércia total das partes rotativas internas do motor será denotado por J e o momento de inércia de m por $m r^2$. Assim $I = J + m r^2$. Além disso g denota a aceleração da gravidade. Finalmente, $M(\cdot)$ é a função associada tanto às características eletro-mecânicas do motor como também às forças resistentes ao movimento das partes rotativas do motor. Tal função M é determinada experimentalmente.

Em Dantas e Balthazar (2001 a) mostramos, sob hipóteses práticas e razoáveis, que a dinâmica da Eq. (1) exhibe bifurcação de Hopf, isto é, com uma pequena mudança dos parâmetros passamos de um ponto de equilíbrio estável (instável) para uma órbita periódica estável (instável) que contém no interior da região limitada por ela um ponto de equilíbrio instável (estável). O presente trabalho é uma continuação desta investigação sobre as propriedades qualitativas da Eq. (1).

Para abordar o problema de existência de comportamento caótico na Eq. (1), vamos utilizar a técnica clássica do cálculo da função de Melnikov. Mostramos na Seção 3 que sendo $d < 0$, que é o caso da mola “mole” (soft), ver pg. 69 de Kononenko (1969), então ocorre caos desde que a função $M(\cdot)$, que modela o motor cc, tenha certas propriedades. Especificamente, mostramos que se um parâmetro adequado for menor que 1 (um), existe um intervalo finito tal que se s_0 , que é um zero de M , que satisfaz uma propriedade adequada a ser definida na Seção 3, pertence a este intervalo então ocorre a ferradura de Smale no espaço de fases de uma equação reduzida associada à Eq. (1). Dividiremos este trabalho, além desta Introdução, na seguinte forma. Na Seção 2 obtemos a Eq. (1) como uma perturbação de um sistema hamiltoniano. Na Seção 3. determinamos a função de Melnikov do sistema obtido na seção anterior. Examinamos dois casos, o conservativo e o dissipativo, que é o sistema completo. Na Seção 4 damos as principais conclusões deste trabalho. Na Seção 5 fazemos alguns agradecimentos, e por fim temos a bibliografia.

2. FORMULAÇÃO PERTURBATIVA DO SISTEMA MOLA-MASSA-MOTOR

Na Eq. (1), fazendo uma mudança de escala adequada, podemos assumir daqui em diante, sem perda de generalidade, que $r=I$.

De Kononenko (1969), obtém-se que o lagrangeano da Eq. (1) é da forma $L=T-V$ onde

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 - m \dot{x} \dot{\varphi} \operatorname{sen} \varphi + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2,$$

$$V = \frac{1}{2} c x^2 + \frac{1}{4} d x^4 + m g \cos \varphi.$$

Assim a Eq. (1) pode ser reformulada como

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\beta \dot{x}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = M(\dot{\varphi}). \end{cases} \quad (2)$$

É fácil ver que daí seguem as equações de movimento na forma hamiltoniana, que são as seguintes:

$$\begin{cases} \dot{p}_x = -\frac{\partial H}{\partial x} - \beta \frac{\partial H}{\partial p_x}, \\ \dot{p}_\varphi = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} + M \left(\frac{\partial H}{\partial p_\varphi} \right), \\ \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p_x}, \\ \dot{\varphi} = \frac{\partial H}{\partial p_\varphi}. \end{cases} \quad (3)$$

Onde

$$H(p_x, p_\varphi, x, \varphi) = \frac{I p_x^2 + 2m(\operatorname{sen} \varphi) p_x p_\varphi + m_1 p_\varphi^2}{2(m_1 I - m^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)} + \frac{1}{2} c x^2 + \frac{1}{4} d x^4 + m g \cos \varphi. \quad (4)$$

Vamos escrever o hamiltoniano dado na Eq. (4) como uma perturbação de um hamiltoniano mais simples. Para isto tomaremos como pequeno parâmetro a massa m , isto é, faremos $\varepsilon = m$. Como $r=I$ e $I = J + m$, fazendo a seguinte mudança de variável

$$x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{m_0}} q, \quad p_x \rightarrow \sqrt{m_0} p, \quad p_\varphi \rightarrow K,$$

a Eq. (4) rescreve-se como

$$H_{\text{perturbado}} = H_{\varepsilon}(q, p, \varphi, K) = H_{\text{n\~{a}o-perturbado}} + \varepsilon H_{\text{perturba\~{c}o}} + O(\varepsilon^2), \quad (5)$$

onde

$$H_{\text{n\~{a}o-perturbado}} = F(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{1}{2} \omega^2 q^2 - \frac{1}{4} \omega_1^2 q^4 + \frac{K^2}{2J}$$

$$H_{\text{perturba\~{c}o}} = H^1(q, p, \varphi, K) = -\frac{J^2 p^2 - 2\sqrt{m_0} J (\text{sen } \varphi) p K + m_0 K^2}{2m_0 J^2} + g \cos \varphi$$

$$\text{e } \omega = \sqrt{\frac{c}{m_0}}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{|d|}{m_0^2}}$$

3. CÁLCULO DA FUNÇÃO DE MELNIKOV

Nesta seção usaremos o método de Melnikov, como é dado em Guckenheimer and Holmes (1983), Holmes and Marsden (1982) e Wiggins and Shaw (1988), para investigar a ocorrência de caos na Eq. (1). É interessante, embora não seja necessário, observar o que acontece no caso conservativo, isto é, na Eq. (3) não consideraremos os termos dissipativos que são dados pelas segundas parcelas do lado direito de (3)_{1,2}. O motivo para isto é que posteriormente consideraremos β e M com a mesma ordem de grandeza que ε para adequá-los ao nosso esquema perturbativo. Assim é natural considerar inicialmente o problema conservativo, do qual o caso dissipativo é uma perturbação. De qualquer forma, alguns dos resultados obtidos na subseção a seguir serão utilizados posteriormente..

3.1. O Caso Conservativo

Notemos que o sistema hamiltoniano, cuja energia é dada por $F(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{1}{2} \omega^2 q^2 - \frac{1}{4} \omega_1^2 q^4$ que é a parte não perturbada de $H_{\varepsilon}(q, p, \varphi, K)$, tem órbitas heteroclínicas que ligam os pontos de sela $\left(\frac{\omega}{\omega_1}, 0\right)$ e $\left(-\frac{\omega}{\omega_1}, 0\right)$. Este sistema é dado por

$$\begin{cases} \dot{q} = p, \\ \dot{p} = -\omega^2 q + \omega_1^2 q^3. \end{cases} \quad (6)$$

Tais órbitas são dadas por

$$\begin{cases} q(t) = \pm \frac{\omega}{\omega_1} \tanh\left(\frac{\omega t}{\sqrt{2}}\right), \\ p(t) = \pm \frac{\omega^2}{\sqrt{2} \omega_1} \text{sech}^2\left(\frac{\omega t}{\sqrt{2}}\right). \end{cases} \quad (7)$$

Sejam $k_1 = \sqrt{2J \left(h - \frac{\omega^4}{4\omega_1^2} \right)}$, $h > \frac{\omega^4}{4\omega_1^2}$ e $k = \frac{1}{J} \sqrt{2J \left(h - \frac{\omega^4}{4\omega_1^2} \right)}$. Um cálculo direto mostra que o colchete de Poisson de F e H^1 é dado por

$$\{F, H^1\}(q, p, \varphi, K) = -\frac{(\omega^2 q - \omega_1^2 q^3)(Jp - \sqrt{m_0} (\text{sen } \varphi)K)}{J m_0}.$$

Usando o Theorem 3.2 de Holmes and Marsden (1982), obtemos que a função de Melnikov é

$$\Delta(t_0) = -\frac{1}{J m_0} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega^2 q(t) - \omega_1^2 q(t)^3) (Jp(t) - k_1 \sqrt{m_0} (\text{sen}(kt + kt_0))) dt.$$

Da Eq. (6) e das propriedades de $p(t)$ segue que

$$\Delta(t_0) = \frac{kk_1}{J\sqrt{m_0}} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} p(t) \cos kt dt \right) \cos kt_0.$$

Por outro lado temos que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(\gamma t)}{\cosh^2 t} dt = \text{Re} \left\{ 2\pi i \left\{ \sum \text{resíduos de } \frac{e^{i\gamma z}}{\cosh^2 z} \text{ no semi-plano superior} \right\} \right\} = \frac{\pi \gamma}{\text{senh} \left(\frac{\pi \gamma}{2} \right)},$$

assim

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(t) \cos kt dt = \frac{k \pi \sqrt{2}}{\omega_1 \text{senh} \left(\frac{k \pi}{\sqrt{2} \omega} \right)} \neq 0.$$

Logo

$$\Delta(t_0) = \frac{kk_1}{J\sqrt{m_0}} \left(\frac{k \pi \sqrt{2}}{\omega_1 \text{senh} \left(\frac{k \pi}{\sqrt{2} \omega} \right)} \right) \cos kt_0. \quad (8)$$

Concluimos portanto que a função de Melnikov tem zeros simples. Então pelo Theorem 3.2 de Holmes and Marsden (1982), segue que se $0 < \varepsilon \ll 1$, o sistema hamiltoniano determinado pela Eq.

(5) tem ferradura de Smale em cada superfície de energia $H_\varepsilon = h > \frac{\omega^4}{4\omega_1^2}$.

3.2. O Caso Dissipativo

Usando a Eq. (5) e substituindo β por $\varepsilon \beta$, M por εM na Eq. (3) obtemos

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{q} = p + \frac{\partial H^1}{\partial p} \varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ \dot{p} = -\omega^2 q + \omega_1^2 q^3 - \frac{\partial H^1}{\partial q} \varepsilon - \beta p \varepsilon - \frac{\partial H^1}{\partial p} \varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ \dot{\varphi} = \frac{K}{J} + \frac{\partial H^1}{\partial K} \varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ \dot{K} = -\frac{\partial H^1}{\partial \varphi} \varepsilon + M \left(\frac{K}{J} \right) \varepsilon + O(\varepsilon^2). \end{array} \right. \quad (9)$$

Fazendo as mudanças de variável dadas em Holmes and Marsden (1982), pg. 532. E além disso, exprimindo a variável tempo t em termos da variável φ por meio de (9)₁, obtemos que a Eq. (9) rescreve-se como um sistema de 3 (três) equações dependentes explicitamente da variável φ . Portanto

$$\left\{ \begin{array}{l} q' = -\frac{\partial L^0}{\partial p} - \frac{\partial L^1}{\partial p} \varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ p' = \frac{\partial L^0}{\partial p} + \left(\frac{\partial L^1}{\partial q} + \frac{J \beta p}{L^0(q, p, z)} \right) \varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ z' = \frac{L^0(q, p, z)}{J} \left(M \left(\frac{L^0(q, p, z)}{J} \right) + \beta \frac{\partial L^0}{\partial p} p \right) \varepsilon + O(\varepsilon^2). \end{array} \right. \quad (10)$$

onde

$$L^0(q, p, z) = \sqrt{2J \left(z - \left(\frac{p^2}{2} + \frac{1}{2} \omega^2 q^2 - \frac{1}{4} \omega_1^2 q^4 \right) \right)}$$

$$L^1(q, p, \varphi, z) = -\frac{J H^1(q, p, \varphi, L^0(q, p, z))}{L^0(q, p, z)}$$

Queremos ressaltar que na Eq. (10) o símbolo ' refere-se à derivada em relação à φ . Daqui em diante vamos usar as técnicas dadas em Wiggins and Shaw (1988) para determinar a existência de comportamento caótico, isto é, da ferradura de Smale no espaço de fases da Eq. (10).

Considere a variedade invariante \mathcal{M} , que é dada pelos pontos de equilíbrio da parte não perturbada ($\varepsilon=0$) da Eq. (10). Assim

$$\mathcal{M} = \left\{ \left(\pm \frac{\omega}{\omega_1}, 0, z \right) \right\}.$$

E o fluxo determinado pela Eq. (10) sobre a variedade invariante M é dado pela equação

$$z' = \sqrt{\frac{2}{J} \left(z - \frac{\omega^4}{4\omega_1^2} \right)} M \left(\sqrt{\frac{2}{J} \left(z - \frac{\omega^4}{4\omega_1^2} \right)} \right) \varepsilon + O(\varepsilon^2). \quad (11)$$

Vamos agora assumir a seguinte condição sobre M

- Existe $s_0 > 0$ tal que $M(s_0) = 0$ e $M'(s_0) \neq 0$.

Em outras palavras, o gráfico de M corta o eixo dos reais positivos transversalmente. Denominamos s_0 de zero simples de M . Considere z_0 tal que

$$\sqrt{2J \left(z_0 - \frac{\omega^4}{4\omega_1^2} \right)} = s_0.$$

Do ponto de vista matemático, a hipótese de zero simples é uma condição suficiente para que a parte $O(\varepsilon)$ da Eq. (11), tenha um ponto de equilíbrio hiperbólico em z_0 . Pois a derivada do coeficiente de ε na Eq. (11) no ponto z_0 é dada por $\frac{M'(s_0)}{J} \neq 0$. Segue então pelo Theorem 2.2 de Wiggins and Shaw (1988) que a Eq. (10) tem uma órbita periódica hiperbólica, isto é, dois expoentes característicos tem módulo diferente de 1 (um), .

Do ponto de vista mecânico pode-se interpretar a condição de zero simples de M da seguinte forma. A equação do motor sem interação com o sistema é, segundo Kononenko (1969),

$$I\ddot{\phi} = M(\dot{\phi}).$$

Assim se $M'(s_0) < 0$ a velocidade angular do rotor estará aumentando a taxas cada vez menores até $\dot{\phi} = s_0$. A partir deste ponto a velocidade angular começa a diminuir, ou seja, o motor começa um processo de frenagem.. Se $M'(s_0) > 0$, temos analogamente um processo de aceleração. Resumindo se s_0 é um zero simples de M isto é equivalente a dizer que neste ponto ocorre frenagem/aceleração, dependendo do sinal de $M'(s_0)$

A forma geral da função de Melnikov em que estamos interessados é dada em Wiggins and Shaw (1988) e é a seguinte:

$$\begin{aligned} \Delta(t_0) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial L^0}{\partial q} \frac{\partial L^1}{\partial p} - \frac{\partial L^0}{\partial p} \left(\frac{\partial L^1}{\partial q} + \frac{J\beta p}{L^0(q, p, z_0)} \right) \right) dt - \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial L^0}{\partial z} \frac{L^0(q, p, z_0)}{J} \left(M \left(\frac{L^0(q, p, z_0)}{J} \right) + \beta \frac{\partial L^0}{\partial p} p \right) dt + \\ & \frac{\partial L^0}{\partial z} \left(\frac{\omega}{\omega_1}, 0, z_0 \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{L^0(q, p, z_0)}{J} \left(M \left(\frac{L^0(q, p, z_0)}{J} \right) + \beta \frac{\partial L^0}{\partial p} p \right) dt. \end{aligned}$$

Devemos observar que estas integrais são calculadas sobre órbitas heteroclínicas dadas pela Eq. (7) e também fazendo $z = z_0$. Além disso, p e q são calculadas nas integrais anteriores em $t - t_0$. Por um

procedimento análogo ao utilizado na subseção anterior a função de Melnikov neste caso é dada por:

$$\Delta(t_0) = \frac{\pi \sqrt{2} s_0^5}{\sqrt{m_0} \omega_1} \left(\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi s_0}{\sqrt{2} \omega}\right)} \right) \cos kt_0 + \frac{2\sqrt{2} \beta \omega^3}{3 s_0^2 \omega_1^2} . \quad (12)$$

Assim $\Delta(t_0)$ terá zeros simples se, e somente se,

$$\frac{2\sqrt{m_0} \beta \omega^3}{3\pi \omega_1} \frac{\sinh\left(\frac{\pi s_0}{\sqrt{2} \omega}\right)}{s_0^7} < 1 , \quad (13)$$

e neste caso, usando o Theorem 2.3 de Wiggins and Shaw (1988), teremos interseção transversal das variedades estável e instável da aplicação de Poincaré associada a Eq. (10). Portanto, pelo Teorema Homoclínico de Smale – Birkhoff, ver Guckenheimer and Holmes (1983), temos a ocorrência da ferradura de Smale no espaço de fases da Eq. (10), isto é. de comportamento caótico

Algumas conclusões interessantes podem ser tiradas da Eq. (13). Seja $g(s) = \sinh(s)/s^7$., então $g(s)$ tem um único valor mínimo no intervalo $(0, +\infty)$ que é dado por $C \approx 6,638 \cdot 10^{-4}$. Além disso, se $y_0 > C$ existem dois únicos u_{y_0}, v_{y_0} tais que $g(u_{y_0}) = g(v_{y_0}) = y_0$ e $x \in (u_{y_0}, v_{y_0})$ se, e somente se, $g(x) < y_0$. Usando a Eq. (13) temos que $\Delta(t_0)$ tem zeros simples se, e somente se,

$$g\left(\frac{\pi s_0}{\sqrt{2} \omega}\right) < \frac{3\pi^8 \omega_1}{32\sqrt{m_0} \beta \omega^{10}} = \frac{D}{\beta} = E .$$

Sejam u_E, v_E os números definidos anteriormente. As seguintes conclusões são facilmente obtidas a partir da Eq. (12) e das considerações anteriores.

- Seja $0 \leq \beta < \frac{D}{C}$. então $\Delta(\cdot)$ tem zeros simples se, e somente se, $s_0 \in \left(\frac{\sqrt{2} \omega u_E}{\pi}, \frac{\sqrt{2} \omega v_E}{\pi} \right)$.
- Seja $\beta = \frac{D}{C}$. Então $\Delta(\cdot)$ tem zeros se, somente se, $s_0 = \frac{\sqrt{2} \omega u_E}{\pi} = \frac{\sqrt{2} \omega v_E}{\pi}$. Além disso os zeros não são simples.
- Se $\beta > \frac{D}{C}$ então $\Delta(\cdot)$ não tem zeros.

De a) segue das referências citadas no início desta Seção, que ocorre um ferradura de Smale no espaço de fases da Eq. (10). Além disso, se $s_0 = \frac{\sqrt{2} \omega u_E}{\pi}$ ou $s_0 = \frac{\sqrt{2} \omega v_E}{\pi}$, a função de Melnikov tem zeros não simples e portanto temos tangência homoclínica, isto é, as variedades estável e instável tangenciam-se nos pontos em comum. Se $s_0 \notin \left[\frac{\sqrt{2} \omega u_E}{\pi}, \frac{\sqrt{2} \omega v_E}{\pi} \right]$, a função de Melnikov não tem zeros e assim as variedades estável e instável não se interceptam. Portanto se tomarmos s_0 como parâmetro temos que nas extremidades do intervalo anterior ocorrem bifurcações globais, isto

é, mudanças globais no comportamento das variedades estável e instável que não estão restritas a vizinhança de algum ponto. Notemos também que se $\beta=0$ sempre ocorre comportamento caótico.

Em b) temos novamente tangência homoclínica.

De c) obtemos que não ocorre interseção das variedades estável e instável, assim não obtemos caos. Podemos interpretar isto afirmando que para amortecimentos suficientemente grandes não temos caos.

Em várias situações reais a função M pode ser escolhida como $M(x)=s_0-x$ que é um caso bem conhecido na literatura, ver Kononenko (1969). Naturalmente podemos também usar s_0 como um outro parâmetro, como sugerimos anteriormente, e assim sendo, em vista dos resultados anteriores, de uma outra forma, sem o uso do amortecimento..

4. CONCLUSÕES

Neste artigo provamos que, para uma classe de sistemas mecânicos não ideais, os vibradores centrífugos, ocorre caos desde que algumas condições sobre os parâmetros físicos do sistema sejam satisfeitas. Como conseqüência imediata deste resultado obtemos um critério para a existência de caos a partir do amortecimento. Por exemplo, se não há amortecimento então necessariamente ocorre caos, mesmo com a presença de um motor cc. Se há amortecimento, a ocorrência do caos está limitada ao fato de um certo parâmetro físico pertencer a um intervalo adequado. Na obtenção destes resultados usamos a técnica clássica da função de Melnikov

5. AGRADECIMENTOS.

O segundo autor agradece o apoio financeiro da FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico.

6. REFERÊNCIAS

- Balthazar, J.M. et al, 1999, "On Vibrating systems with a Limited Power and their Applications to Engineering Sciences", 49^o Seminário Brasileiro de Análise, Campinas, SP, Brazil, pp.138 – 227.
- Balthazar, J.M. et al, 2001, "Recent results on vibrating problems with limited supply power", 6th Conference on Dynamical Systems Theory and Applications, Lodz, Poland, accept for publication
- Dantas, M.J.H. e Balthazar, J.M., 2001a, "Bifurcação de Hopf em um sistema excitado por uma massa em rotação", 53^o Seminário Brasileiro de Análise, Maringá, PR, Brazil, pp.451 – 459.
- Dantas, M.J.H. and Balthazar, J.M. 2001b, "On Local Analysis of Oscillations of Non- Ideal and Non – Linear Mechanical Model" submitted
- Guckenheimer, J. and Holmes, P.J., 1983, "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields" Springer-Verlag, New York, 453 p.
- Holmes, P.J. and Marsden, J.E., 1982, "Horseshoes in Perturbations of Hamiltonian Systems with Two Degrees of Freedom", Commun. Math. Phys. Vol.82, pp.523 – 544.
- Kononenko, V.O., 1969, "Vibrating Systems with a Limited Supply Power" Illife Books Ltd., London, 236 p.
- Muller, P.C. and Schiehlen, W.O., 1985, "Linear Vibrations" Martinus Nijhoff Publishers, 327 p
- Rand, R.H. et al, 1992, "Dynamics of Spinup through Resonance", Int. Journal Non-Linear Mechanics, Vol.27, pp.489 – 502.
- Wiggins, S. and Shaw, S.W., 1988, "Chaos and Three-Dimensional Horseshoes in Slowly Varying Oscillators", ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 55, pp. 959-968.

CHAOTIC BEHAVIOR OF CENTRIFUGAL VIBRATORS

Márcio José Horta Dantas

Faculdade de Matemática, UFU, 38408-100, Uberlândia , MG, Brazil, e-mail: marcio@ufu.br

José Manoel Balthazar

Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação

Instituto de Geociências e Ciências Exatas, CP 178, UNESP, 13500-230, Rio Claro, SP, Brazil

e-mail: baltha @demac.igce.unesp.br

***Abstract.** The goal of this work is to prove the existence of homoclinic chaos for a kind of non-ideal mechanical system that owns some main attributes of the centrifugal vibrators. Using the Melnikov's Method, we show the existence of an interval with the following property: if a certain parameter belongs to this interval, we have chaotic behavior, otherwise this does not happen. Besides, if we use an appropriate damping coefficient, the chaotic behavior is avoided.*

***Keywords:** Chaos, Non-Ideal Problem, Melnikov's Method*