

# II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA

II NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 12 a 16 de Agosto de 2002 - João Pessoa – PB

# REDUÇÃO DE TEMPO DE AQUISIÇÃO DE DADOS EM TESTES MODAIS, ANÁLISE TEMPORAL

#### Hiran de Melo

Universidade Federal da Paraíba – Centro de Ciências e Tecnologia Departamento de Eng. Elétrica - Av. Aprígio Veloso, 882 58109-970 Campina Grande – PB, e-mail: <u>hiran@dee.ufpb.br</u>

#### José Felicio da Silva

Universidade Federal da Paraíba – Centro de Tecnologia Departamento de Tecnologia Mecânica – Campus Universitário, s/n 58059-900 João Pessoa – PB, e-mail: <u>felicio@funape.ufpb.br</u>

### José Homero Feitosa Cavalcanti

Universidade Federal da Paraíba – Centro de Tecnologia Departamento de Tecnologia Mecânica – Campus Universitário, s/n 58059-900 João Pessoa – PB, e-mail: <u>zevhom@uol.com.br</u>

#### **Roberto Leal Pimentel**

Universidade Federal da Paraíba – Centro de Tecnologia Departamento de Tecnologia da Construção Civil – Campus Universitário, s/n 58059-900 João Pessoa – PB, e-mail: <u>pimentel@netwaybsss.com.br</u>

#### Resumo

Neste trabalho discutem-se técnicas de melhoramento das estimativas dos parâmetros dinâmicos de um modelo Sistema de Um Grau de Liberdade (SIGL) de uma estrutura mecânica. As estimativas se referem aos métodos que utilizam a Função Resposta em Freqüência (FRF) obtida mediantes medições da resposta ao impulso do sistema mecânico. Utiliza-se como hipótese de trabalho o pressuposto de que o modelo subjacente (modelo mecânico) é apropriado para uma adequada descrição do sistema. Assim um bom método de obtenção experimental da FRF deve levar a uma forte semelhança entre a FRF teórica e a experimental.

No presente trabalho investiga-se o ganho em qualidade obtido com o aumento virtual do tempo de aquisição ("forecasting"). Na realização desta estratégia faz-se uso de Previsor Linear (modelos ARX e ARMAX) e Não Linear (Previsor Neural). Os resultados obtidos, utilizando-se gráficos e tabelas, sugerem a viabilidade do uso de previsores.

Palavras-chave: vibrações, estimativa de parâmetros, previsão, rede neural. artificial

# 1. INTRODUÇÃO

A resposta ao impulso de uma estrutura mecânica é obtida via sensor que converte vibração mecânica (energia mecânica) em um sinal elétrico (energia elétrica). Este sinal elétrico possui natureza contínua, analógica. Entretanto, devido as técnicas de processamento de sinais que fazem uso intensivos de computadores digitais este sinal contínuo é substituído por um similar discreto, o qual em seguida é digitalizado. Este artigo trata de sinais discretos obtidos por simulação numérica.

Utiliza-se da equação (1.1) para simular medições por amostragem uniforme de um sinal analógico representativo do deslocamento de um modelo S1GL de uma estrutura mecânica, como resposta à aplicação de uma força externa impulsiva. Assim pode-se gerar uma série temporal de "medições" mediante a simulação de tomadas de amostras igualmente espaçadas, a cada 0,0313 segundos  $(T/n_a = 1/32 = 0,0313)$ , a partir do sinal analógico. Neste exemplo ilustrativo considera-se que os elementos do modelo S1GL possuem os seguintes valores: m = 1,00kg, c = 0,25 Ns/m e k = 39,48N/m, que equivalem aos parâmetros dinâmicos:  $w_n = 2p f_n = 2p$  rad/s ( $f_n = 1$  Hz), z = 0,02.

$$x(nT_a) = 0.1592 \operatorname{sen}(6.2819nT_a) \exp(-0.1257nT_a), \ n = 0.1, 2...255.$$
(1.1)

Neste artigo o primeiro problema em estudo é o seguinte: conhecido a resposta ao impulso de uma estrutura mecânica como estimar a FRF de modo que essa seja apropriada para descrevê-la? Ou, na hipótese que a estrutura possa ser descrita pelo modelo S1GL, como determinar os valores dos parâmetros dinâmicos a partir do sinal discreto?

O segundo problema em estudo é o seguinte: Como melhorar a resolução da estimativa da Função Resposta em Freqüência no caso em que o número de amostras do sinal seja insuficiente para uma boa estimativa?

#### 2. MODELO MECÂNICO DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE - SIGL

Objetivando investigar a solução para o problema proposto, considere-se a Função de Transferência (FT) do modelo S1GL, Thomson (1988), para o deslocamento da massa:

$$G_{1}(s) = \frac{m^{-1}}{s^{2} + 2\mathbf{z}\mathbf{w}_{n}s + \mathbf{w}_{n}^{2}}$$
(1.2)

Observe-se que na descrição do modelo S1GL, equação (1.2), o valor do elemento massa (m) e os valores dos parâmetros dinâmicos  $(\mathbf{z}, \mathbf{w}_n)$  são os valores a serem estimados. Observe-se, também, que a equação (1.3) pode ser escrita em termos de fatores parciais como em Oppenheim et a (1997):

$$G_1(s) = \frac{r_1}{s + \mathbf{Z}\mathbf{W}_n - j\mathbf{W}_d} + \frac{r_2}{s + \mathbf{Z}\mathbf{W}_n + j\mathbf{W}_d}$$
(1.3)

Substituindo-se s em (1.3) por jw obtém-se a Função Resposta em Freqüência (FRF), equação (1.4), relativa ao deslocamento da massa:

$$G_{1}(j\mathbf{w}) = \frac{r_{1}}{\mathbf{z}\mathbf{w}_{n} + j(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d})} + \frac{r_{2}}{\mathbf{z}\mathbf{w}_{n} + j(\mathbf{w} + \mathbf{w}_{d})}$$
(1.4)

A partir de (1.4) determina-se o valor absoluto de  $G_1(jw)$  e em seguida deriva-se em relação à freqüência, de modo a obter-se:

$$\frac{d}{d\mathbf{w}} |G_1(j\mathbf{w})| = -\frac{1}{2} \left[ \frac{r_1}{((\mathbf{z}\mathbf{w}_n)^2 + \mathbf{w}^2 - 2\mathbf{w}\mathbf{w}_d + \mathbf{w}_d^2)^{\frac{3}{2}} \cdot (\mathbf{w} - \mathbf{w}_d)} + \frac{r_2}{((\mathbf{z}\mathbf{w}_n)^2 + \mathbf{w}^2 + 2\mathbf{w}\mathbf{w}_d + \mathbf{w}_d^2)^{\frac{3}{2}} \cdot (\mathbf{w} + \mathbf{w}_d)} \right]$$
(1.5)

Observe-se que quando  $\mathbf{w} \cong \mathbf{w}_d$  (isto é na vizinhança da freqüência natural amortecida) o valor da derivada apresenta o seguinte comportamento: i) para  $\mathbf{w} < \mathbf{w}_d$  observa-se que o valor da derivada é valor alto e positivo; ii) para  $\mathbf{w} > \mathbf{w}_d$  observa-se que o valor da derivada é alto e negativo. Portanto em uma freqüência muito próxima de  $\mathbf{w}_d$  o valor absoluto da FRF atinge o valor máximo. Deste modo, uma estimativa imediata para a freqüência natural amortecida consiste em identificá-la como a freqüência onde ocorre o valor máximo da curva do valor absoluto da FRF.

#### 3. IDENTIFICAÇÃO DO MODELO SIGL A PARTIR DA CURVA DA FRF

Considere-se que a partir do sinal da resposta ao impulso traçou-se a curva do valor absoluto da estimativa da FRF de uma dada estrutura em estudo. A freqüência natural amortecida é estimada pela identificação desta com a freqüência onde ocorre o valor máximo da curva do valor absoluto da FRF. A estimativa do fator de amortecimento pode ser obtida pelo método da largura de faixa de meia potência (half-power bandwith method) [*Rao, 1995*]. Neste método estima a fator de amortecimento pela fórmula seguinte

$$\boldsymbol{z} = \frac{1}{4} \frac{(\boldsymbol{w}_b^2 - \boldsymbol{w}_a^2)}{\boldsymbol{w}_a^2}$$
(1.6)

onde  $\mathbf{w}_a$  é a freqüência abaixo de  $\mathbf{w}_d$  e tal que  $|G_1(\mathbf{w}_a)| = 0.707 |G_1(\mathbf{w}_d)|$ . Isto é, atinge-se o valor que equivale a metade da potência, uma vez que  $|G_1(\mathbf{w}_a)|^2 = 0.5 |G_1(\mathbf{w}_d)|^2$ . Por outro lado,  $\mathbf{w}_b$  é a freqüência acima de  $\mathbf{w}_d$  em que valor equivale a metade da potência ocorrendo pela segunda vez.

O processo de estimação da expressão analítica da FRF é concluído determinando-se os valores dos resíduos, o que é feito resolvendo-se um sistema de equação de primeiro grau obtido por duas sucessivas substituições em (1.5) de dois pares de valores conhecidos de  $w \in G_1(w)$ .

Na parte superior da Fig. (1) mostra-se o gráfico do valor absoluto da amplitude da FRF estimada, a qual corresponde a Transformada Discreta de Fourier (TDF) do sinal discreto constituído de 256 amostras. Enquanto na parte inferior da Fig. (1) mostra-se o gráfico do valor absoluto da amplitude da FRF estimada a partir de 512 amostras.

Na estimativa da TDF utiliza-se o algoritmo seguinte: Para um vetor x de N amostras obtidas durante T segundos, a TDF é um vetor de igual comprimento cujos elementos são obtidos pela fórmula, Works, (1996):

$$X(k) = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x(n) \exp(-j2\boldsymbol{p}(k-1)(n-1)/N), 1 \le k \le N\right].$$
(1.7)

Todavia, a expressão (1.7) não é implementada diretamente, mas sim por um processo denominado de decimação, o qual explorando as simetrias da TDF faz-se sucessivas reduções por 2 do números de operações necessárias para calcular a TDF. Este fato recomenda que sejam feitas aquisições de amostras do sinal sempre em número múltiplo de 2. Daí as escolhas de 256 e 512 amostras.



Figura .1 Estimativas da Função Resposta em Freqüência (zoom em 2Hz).

Observe-se que a FRF é uma curva contínua, todavia como ela foi estimada a partir de um sinal discreto o que se tem na Fig. (1) é uma versão discreta da FRF. A estimativa contínua pode ser obtida unindo-se os pontos da FRF discreta. Portanto, quanto maior o tempo de aquisição (maior o número de amostras) maior é o número de informações que se tem acerca da FRF do modelo S1GL, e consequentemente, melhor a estimativa.

Observe-se também que os valores absolutos da FRF discreta estão representados como linhas, denominadas de linhas espectrais. De modo que se pode dizer que quanto menor o espaçamento entre as linhas espectrais, melhor é a estimativa da FRF contínua. Este espaçamento entre linhas espectrais é denominado de resolução em freqüência, cuja definição formal é dada na equação (1.8).

$$\Delta f = \frac{f_a}{N} \tag{1.8}$$

onde  $f_a = 1/\Delta t$  é a freqüência de amostragem,  $\Delta t$  intervalo de tempo entre duas amostras sucessivas, N número total de amostras. Como  $N = f_a T$ , onde T tempo total de aquisição do sinal, então  $\Delta f = \frac{1}{T}$ . Portanto para melhorar a resolução em freqüência deve-se aumentar o tempo total de aquisição do sinal.

Observe-se novamente a Fig. (1), nesta os gráficos do valor absoluto da FRF foram traçados a partir de amostras adquiridas a uma taxa de amostragem igual a 32 amostras/segundo. Na parte superior do gráfico tem-se a FRF obtida a partir de 256 amostras (8 segundos) resultando em uma resolução em freqüência igual a 0,12 Hz. Na parte inferior do gráfico tem-se a FRF obtida a partir de 512 amostras (16 segundos) resultando em uma resolução em freqüência igual a 0,06 Hz. Note-se que as FRFs estimadas possuem resolução em freqüência limitadas pelas condições de aquisição do sinal, enquanto que na FRF do modelo mecânico não existe limitação deste tipo.

Na Fig. (2) mostra-se um comparativo entre o gráfico da FRF estimada mediante 256 amostras e a FRF do modelo mecânico que possui uma resolução arbitrada em 0,06 Hz.



Figura.2 Comparativo entre as FRF ideal e a FRF estimada a partir do sinal simulado

#### 4. USO DE PREVISORES NA MELHORIA DA ESTIMATIVA DA FRF

Para aumentar o número de amostras pode-se ampliar o tempo real de aquisição de dados ou pode-se ampliar o número de amostras pelo uso de técnicas de previsão. Isto é, faz-se uso de Previsores para a partir dos dados existentes gerar os dados seguintes da série temporal (sinal discreto) correspondentes àqueles que seriam obtidos no caso de aumento real do tempo de aquisição.

A utilização de técnica linear, semelhantes a Ljung (1987), leva a identificação do modelo do tipo ARX(2,2,1) identificado a partir de 256 amostras e um intervalo de amostragem igual a 0,0314 segundos, com a seguinte representação no domínio do tempo discreto, equação (1.9).

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{0.1317q^{-1} + 0.4880q^{-2}}{1 - 1.9540q^{-1} + 0.9921q^{-2}} 10^{-3}$$
(1.9)

Observe-se que a equação (1.9) se constitui um algoritmo para estimar (prever) os valores futuros do sinal. Utilizando-se este algoritmo gerou-se 768 novas amostras que acrescidas as 256 anteriores foram utilizada para fazer-se uma nova estimativa da FRF. Na Fig. (3) mostra-se um comparativo entre esta nova estimativa e a FRF do modelo S1GL.



Figura.3 a) FRF do Modelo Identificado obtida com o acréscimo das 768 amostras;b) Comparativo entre FRF identificada e a FRF do modelo S1GL.

Uma alternativa à abordagem linear de identificação do modelo consiste na utilização de um provisor neural proposto por Melo eta al (1998), ver Apêndice A, que amplia a série de amostras sem necessidade de identificação de um modelo. Na Fig. (4) mostra-se na cor vermelha a saída do Previsor Neural no final do processo de aprendizagem; na cor azul a saída do Previsor que amplia a série original de 256 amostras para 1024 amostras.



Figura 4. Sinal Ampliado mediante o uso do Previsor Neural

Na Fig. (5) apresenta-se um comparativo entre a FRF obtida via modelo mecânico e a FRF obtida via amostras que simulam 256 medições do sinal acrescidas de 768 amostras obtidas via previsor neural. Observe-se a concordância entre as duas FRFs.



Figura.5 Comparativo entre a FRF estimada com o auxílio do Previsor Neural e a FRF ideal

Além dos gráficos comparativos apresentados nas sessões anteriores pode-se dispor de uma comparação quantitativa, para tanto montou-se a Tabela 1, utilizando-se do cálculo do erro médio quadrático (RMS) para as estimativas estudadas. Observe-se que se adicionou uma nova estimativa da FRF, a que faz uso de acréscimos de amostras mediante o simulador de medições, isto é, o modelo S1GL.

Tabela I – Comparativos de RMS		
Estimativas	<b>RMS</b> (10 <sup>-5</sup> )	
256 amostras (medições simuladas)	320,0000	
Aplicação combinada do Previsor Linear	15,6830	
Aplicação do Previsor Neural S1GL	1,7606	
1024 amostras (medições simuladas)	1,3853	

Inicialmente pode-se dizer que tanto os gráficos comparativos, quanto a Tabela 1 revelam que as duas abordagens levam a resultados esperados. Sendo que a melhor das estimativas é obtida quando se faz uso de acréscimos de amostras obtidas via o simulador de medições. Todavia, pode-se também observar que o resultado obtido via previsor neural é bastante satisfatório. Portanto, nas condições estudadas, quando não se dispõe de meios para aumentar o número de amostras da resposta ao impulso diretamente via novas medições, o mesmo pode ser aumentado pelo processo de previsão e desta forma obter-se uma FRF com mais qualidade. Por outro lado, pode-se também afirmar que a estratégia da aplicação de previsor linear ou de previsor não linear leva uma redução do tempo de aquisição de dados, que para ensaios de campo é algo sempre bem vindo.

# 5. AMPLIAÇÃO DA SÉRIE NA PRESENÇA DE DISTÚRBIO

Um simulação mais próxima da realidade deve acrescentar um componente que represente os erros inerentes à aquisição do sinal, ver Fig.(6).



Figura.6 Sinal contaminado pelo ruído, parte superior, e o Ruído Branco Gaussiano, parte superior

Quando se acrescenta tal componente o uso de regressão linear leva a um resultado de baixa qualidade. Nestas condições pode-se utilizar o Modelo ARMAX (regressão pseudo linear).

A utilização da técnica pseudo linear, semelhante a Ljung (1987), leva a identificação do modelo tipo ARMAX(2,1,2,1), identificado a partir de 256 amostras e um intervalo de amostragem igual a 0,0314 segundos, com a seguinte representação no domínio discreto do tempo, equação (1.10).

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{0,8611q^{-1}}{1 - 1,955q^{-1} + 0,9930q^{-2}} 10^{-3}$$
(1.10)

que constitui um algoritmo para estimar (prever) os valores futuros do sinal que são mostrados na Fig.(7). Observe-se que a série gerada pelo modelo ARMAX(2,1,2,1) é livre de distúrbio.



**Figura.7** i) Sinal gerado: pelo previsor  $\operatorname{armax}(2,1,2,1)$  e pelo simulador de medições.

Na Fig. (8) apresenta-se um comparativo que ilustra a efetividade da melhoria da qualidade da FRF estimada utilizando-se previsor pseudo linear .



**Figura.8** Comparativo entre a FRF estimada a partir da 256 amostras e a FRF obtida mediante acréscimo de 768 amostras gerada pelo Previsor Pseudo Linear.

Uma alternativa à abordagem pseudo linear de identificação do modelo consiste na utilização de um provisor neural, Melo et al (1998), ver Apêndice A, que amplia a série de amostras sem necessidade de identificação de um modelo. Na Fig. (9) apresenta-se um comparativo entre a FRF obtida via a 1024 amostras geradas pelo simulador de medições e a FRF estimada via acréscimo de amostras obtidas com o emprego do Previsor Neural. Observe-se a concordância entre as duas FRFs.



Figura.9 Comparativo entre a FFR obtida com auxílio do previsor neural o previsor neural e a FRF obtida via mais medições

# 6. CONCLUSÕES

A aplicação de previsores visando ampliar o número de amostras de um sinal discreto e, consequentemente, aumentar a qualidade da FRF estimada de uma estrutura vibratória, de um simples grau de liberdade, mostrou-se satisfatória. Observou-se que o uso do previsor neural leva a um resultado semelhante o resultado que é obtido com acréscimos de amostras via novas medições. Enquanto que o uso de previsor linear leva a um resultado fechado com o modelo subjacente S1GL. Neste sentido o uso do Previsor Neural leva a resultados mais adequados e generalizados do que o uso de previsores lineares.

As limitações destas conclusões referem-se ao fato de que o sinal foi simulado a partir do modelo mecânico S1GL. E que os erros de medições foram simulados pelo acréscimo de Ruído Branco Gaussiano.

# 3. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Lyung, Lennart, 19987. "System Identification, Theory for the User". Prentice Hall Information and System Sciences Series.

Oppenheim, Alan V. & Willsky Alan S., 1997. "Signal & Systems". Prentice Hall Signal Processing Series.

Rao, Singiresu. S., 1995. "Mechanical Vibrations". Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Thomson, W. T., 1996. "Theory of Vibration with Application". 3<sup>ª</sup> ed. Prentice Hall.

Works, The Math, 1998. "MATLAB: Signal Processing Toolbox". 4ª versão. The Math Works, Inc.

Melo, Hiran de, Cavalcanti, José Homero Feitosa Cavalcanti, 1998. "Filtro Previsor Neural". XII Congresso Brasileiro de Automática, Anais, Vol. 1/6, pp. 319-324.

#### **Apêndice A: Previsor Neural**

Uma característica marcante do previsor neural utilizado é que o mesmo é treinado mediante a apresentação sucessiva de subconjunto do Conjunto de Amostras. Cada subconjunto denomina-se de Janela e um grupo de janelas utilizado no treinamento é denominado de Conjunto de Janelas de Treinamento. Assim a previsão não se dá no sentido de um simples passo à frente, mas no sentido de uma janela à frente.

A configuração do Previsor Neural obedece uma estratégia mostrada a seguir. Dividir o conjunto de 256 amostras ordenadas (isto é, amostras obtidas sucessivamente em dada intervalo de amostragem) em subconjuntos de 16 amostras, totalizando assim 16 subconjuntos (também denominados de janelas). A notação  $x_k = x(k)$  favorece a ilustração da estratégia de treinamento. Por exemplo,  $x_1x_2x_3...x_{16} \Leftrightarrow$  janela 1. Obedecendo o esquema de treinamento:

Janela Entrada Janela1	$\Rightarrow$	Janela Alvo Janela2
 Janela15	$\Rightarrow$	Janela16.

Esta estratégia de treinamento conduz a seguinte arquitetura: Camada de Entrada: 16 neurônios; Camada de saída: 16 neurônios e; Camada oculta: 64.

Dentre as várias funções de ativação disponíveis escolheu-se, mediante testes de desempenho para o problema proposto, a função sigmoide. O algoritmo de treinamento é o "Backpropagation".

# REDUCTION OF DATA ACQUISITION TIME IN MODAL TESTS, TEMPORAL ANALYSIS.

# Hiran de Melo

Federal University of Paraíba Departmente of Engineering Electric 58109-970 Campina Grande – PB, e-mail:<u>hiran@dee.ufpb.br</u> **José Felicio da Silva** Federal University of Paraíba Departmente of Engineering Mechanic 58059-900 João Pessoa – PB, e-mail: <u>felicio@funape.ufpb.br</u> **José Homero Feitosa Cavalcanti** Federal University of Paraíba Departmente of Engineering Mechanic 58059-900 João Pessoa – PB, e-mail: <u>zevhom@uol.com.br</u> **Roberto Leal Pimentel** Federal University of Paraíba Departmente of Engineering Mechanic 58059-900 João Pessoa – PB, e-mail: <u>zevhom@uol.com.br</u>

**Abstract.** In this paper, techniques to improve the estimation of the dynamic parameters of a single degree of freedom model representative of a mechanical system are discussed. The estimations are referred to the methods that make use of the Frequency Response Function obtained (FRF) from the response of the system to an impulsive load considering that the mechanical model (S1GL). Describes accuracy the system, a good method of experimentally obtaining the FRF should produce agreement with a theoretical expression of the FRF. An investigation is carried out of the improvement in increasing the acquisition time artificially (forecasting), by using ARX and ARMAX models and by a neural network model. The results obtained suggest that use of these models is feasible.

Keywords: Vibrations, Parameter Estimation, Forecasting, Artificial Neural Networks.