

II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA

II NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 12 a 16 de Agosto de 2002 - João Pessoa – PB

# FUSÃO DE METAL PURO DE UMA PAREDE ISOTÉRMICA VERTICAL NA PRESENÇA DE CONVECÇÃO NATURAL TURBULENTA

### Luiz Joaquim Cardoso Rocha

Instituto Politécnico da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 30535-610 Belo Horizonte, MG, Brasil; e-mail: ljoaquim@pucminas.br

### Angela Ourivio Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica - RJ, 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brasil, e-mail: nieckele@mec.puc-rio.

**Resumo.** Estudo numérico da fusão de metal puro numa cavidade fechada pelo método de volumes finitos. Um sistema de coordenadas não ortogonal é empregado para se adaptar à geometria irregular, com uma malha móvel para considerar a variação do domínio. As equações da quantidade de movimento linear são resolvidas para os componentes contravariantes da velocidade. O acoplamento velocidade/pressão é resolvido por um algoritmo baseado no SIMPLEC. Dados experimentais disponíveis na literatura validam o método numérico. O processo de mudança de fase é governado pela convecção natural na fase líquida. Com o aumento do número de Rayleigh o regime de escoamento passa por uma transição e torna-se turbulento, influenciando significativamente a determinação da solução estacionária e o tamanho da região de material fundido. O objetivo deste trabalho consiste em analisar a influência do regime turbulento no processo de mudança de fase. O escoamento turbulento é tratado com modelo de baixo Reynolds. A influência do número de Rayleigh no campo de velocidade e temperatura é investigado.

Palavras-chave: fusão, metal puro, convecção natural turbulenta.

## 1. INTRODUÇÃO

Diversas são as aplicações práticas onde o fenômeno da fusão pode ser encontrado. Como exemplo podemos citar a indústria alimentícia, siderúrgica e ainda a indústria voltada para armazenamento de energia. Devido à absorção do calor latente na interface, o processo de fusão de um material apresenta uma característica especial, que é a presença de fronteira móvel. A localização da interface sólido/líquido não é conhecida a priori, tornando-se parte da solução. O processo de fusão de substâncias puras só ocorre quando o material atinge a temperatura de mudança de fase. Nestes casos, a interface entre as fases sólida e líquida pode ser representada como um contorno bem definido, com temperatura igual à temperatura de mudança de fase do material. Viskanta (1988) discutiu o fenômeno físico da fusão e solidificação de metais e ligas. É dado ênfase no processo macroscópico de transporte, o qual afeta a forma e o movimento da interface.

Devido a não linearidade destes problemas, causada pelo movimento da interface, o princípio da superposição não pode ser aplicado e cada caso deve ser tratado individualmente. Soluções exatas foram desenvolvidas, entretanto estas são limitadas a um número de situações idealizadas, envolvendo regiões semi infinitas ou infinitas com condições de contorno e inicial simplificadas.

Existem algumas formas de se resolver este tipo de problemas. Pode-se resolver apenas o domínio líquido ou os domínios líquido e sólido (Beckermann e Viskanta, 1989; Ramachandran et. al., 1982; Bénard et al., 1985). Para cada um destes casos, pode-se utilizar coordenadas curvilíneas ou

coordenadas cartesianas. No caso de se resolver apenas o domínio líquido, considera-se que a temperatura da região sólida é igual à temperatura de mudança de fase do material, tornando-se desnecessária a resolução do domínio sólido. Quando coordenadas curvilíneas são utilizadas, a malha acompanha a forma da interface sólido/líquido, tornando simples o cálculo do balanço de energia e massa na interface. Já, para coordenadas ortogonais, termos de fonte são utilizados para produzir o efeito de curvatura na interface. Comparações entre estes métodos foram apresentadas por Lacroix e Voller (1990).

Nos processos de mudança de fase, o movimento do fluido é de fundamental importância, já que estes são processos altamente ligados ao fenômeno da convecção natural. Ele afeta diretamente os gradientes de temperatura na interface e, quanto mais forte é a intensidade deste movimento, mais acentuada é a curvatura experimentada pela interface. Entretanto, este aumento na intensidade não provoca apenas uma mudança na forma da interface. Eventualmente, o escoamento do fluido torna-se turbulento, o que aumenta significativamente as taxas de transferência de calor ao longo da interface. Além disso, como as partículas fluidas se deslocam mais rapidamente, há uma melhor distribuição destas taxas ao longo da interface, com uma diminuição em sua curvatura.

O problema de mudança de fase na presença de convecção tem sido muito estudado. Podemos citar desde o trabalho de Sparrow et al. (1977), até trabalhos mais recentes como os de Stella et al. (2000), Pal et al. (2001) e Rocha e Nieckele (2000a, 2001). Nos trabalhos anteriores, a fusão é estudada considerando que o regime de escoamento do fluido na região líquida é laminar. Porém, para elevados números de Rayleigh, o regime de escoamento torna-se turbulento, sendo necessário acoplar a solução turbulenta ao processo de fusão. Para metais líquidos a transição para o regime turbulento ocorre para números de Rayleigh relativamente baixos, da ordem de  $10^4$  e  $10^5$ . Para modelar a convecção natural turbulenta, alguns trabalhos podem ser encontrados na literatura, como por exemplo Davidson (1990), Xu et al.(1998) e Costa et al. (1999). Já a convecção natural turbulenta, associada com a mudança de fase tem sido pouco explorado. O único trabalho encontrado na literatura é o trabalho de Wu e Lacroix (1992), que estudaram numericamente a fusão de um metal líquido, gálio, em uma cavidade quadrada, aquecida em uma de suas paredes verticais, A turbulência foi modelada utilizando um modelo algébrico de comprimento de mistura de Prandtl. O presente trabalho pretende avaliar a influência do número de Rayleigh, nas faixas de  $10^4$  a  $10^7$ , na cinética do processo de fusão através da análise dos campos de velocidade, temperatura, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação. O modelo de turbulência utilizado é o de duas equações diferenciais para baixo número de Reynolds, LRN k-E.

### 2. MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO

Analisa-se a fusão de um metal puro em regime transiente, na presença da convecção natural turbulenta, em uma cavidade fechada bidimensional. O material na fase líquida é considerado um fluido Newtoniano e a aproximação de Boussinesq é utilizada. Tanto na região líquida, quanto na região sólida, as propriedades são constantes e uniformes, porém, diferentes entre si.

As equações de conservação são resolvidas em um sistema de coordenadas que se adapta ao contorno da geometria e, contemplam, quando existe movimento de fronteira, sua velocidade de deslocamento. O sistema de coordenadas adotado é relacionado com o sistema cartesiano pelas seguintes relações:  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x, y, t)$  e  $\mathbf{h} = \mathbf{h}(x, y, t)$ . As equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear médias no tempo para o líquido são

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \mathbf{div} \left( \rho_l \, \widetilde{\mathbf{U}} \right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho_l \mathbf{U})}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho_l \mathbf{\tilde{U}} \mathbf{U}) = -\mathbf{grad} \ \mathbf{p} + \mathbf{div}[(\mu_l + \mu_t) \operatorname{grad} \mathbf{U}] + \rho_l \ \mathbf{g}[1 - \beta_l \ (\mathbf{T} - \mathbf{T}_F)]$$
(2)

 $\rho_l$ ;  $\mu_l \in \beta_l$  são massa específica; viscosidade absoluta e o coeficiente de expansão térmica do

líquido. p é a pressão, **g** é o vetor aceleração da gravidade, T é a temperatura do fluidos e  $T_F$  é a temperatura de mudança de fase.  $\tilde{U}$  representa o vetor velocidade relativo as coordenadas ( $\xi$ ,  $\eta$ ) e U é o vetor velocidade absoluta. Estes são relacionados por  $\tilde{U} = U - U_g$ , sendo  $U_g$  a velocidade devido ao movimento da fronteira.  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta e será definida, posteriormente, de acordo com o modelo de turbulência adotado.

As equações de conservação da energia para as regiões líquida e sólida, respectivamente, são:

$$\frac{\partial (\rho_l T_l)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \widetilde{\mathbf{U}} T_l) = \operatorname{div}\left[ \left( k_l / c_{p_l} + \mu_t / \sigma_t \right) \operatorname{grad} T_l \right]$$
(3)

$$\frac{\partial (\rho_s T_s)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_s \widetilde{\mathbf{U}} T_s) = \operatorname{div}[(k_s / c_{p_s}) \operatorname{grad} T_s]$$
(4)

onde k e  $c_p$  são a condutividade térmica e calor específico à pressão constante.  $\sigma_t$  é o número de Prandtl turbulento. Os subscritos *l* e *s* correspondem às fases líquida e sólida, respectivamente.

Estas equações são resolvidas considerando-se que em t = 0, o sólido está com temperatura uniforme e menor do que a temperatura de mudança de fase,  $T_C$ . Para t > 0, a parede oeste é levada a uma temperatura maior do que a de mudança de fase,  $T_H$ , sendo mantida nesta temperatura, enquanto que a parede leste continua na temperatura  $T_C$ . As superfícies norte e sul são adiabáticas.

Na interface sólido/líquido,  $\mathbf{x} = s(\mathbf{h}, t)$ , tem-se que a velocidade absoluta é nula e, as temperaturas do sólido e líquido são iguais a T<sub>F</sub>, temperatura de mudança de fase. Na interface, o balanço de energia e massa (Eq.5) deve ser respeitado, onde  $\Delta h_F$  é o calor latente associado à mudança de fase:

$$\mathbf{k}_{s} \operatorname{\mathbf{grad}} \mathbf{T}_{s} - \mathbf{k}_{l} \operatorname{\mathbf{grad}} \mathbf{T}_{l} = \mathbf{r}_{s} \Delta \mathbf{h}_{F} \mathbf{U}_{g}$$
(5)

#### 2.1 Modelo de Turbulência

Para prever o escoamento na presença da mudança de fase é necessária a utilização de modelos de turbulência que sejam capazes de prever a transição do regime laminar para o turbulento, assim como regiões turbulentas com baixo número de Reynolds. O modelo selecionado é o desenvolvido por Xu et al.(1998). Sua proposta é resolver, fora da região de influência da parede, o modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  tradicional. Na região sob influência da parede, o cálculo da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta é feito por polinômios ajustadas a partir dos resultados da simulação numérica direta. A energia cinética turbulenta é resolvida utilizando-se as equações de transporte derivadas das equações de Navier-Stokes. A distinção entre as duas regiões é feita calculando-se o número de Reynolds turbulento (y\*) baseado na distância normal à parede mais próxima, y<sub>n</sub>, na viscosidade cinemática do fluido,  $v_l = \mu_l$ ,  $\rho_l$ , e numa velocidade característica,  $\sqrt{k}$ , onde  $\kappa$  é a energia cinética turbulenta:

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{y}_n \ \sqrt{\mathbf{k}} / \mathbf{u}_l \tag{6}$$

Os polinômios, ajustados a partir dos resultados da simulação numérica direta, apresentam excelente concordância para valores de y $* \le 160$ , determinando a região de influência da parede.

#### 2.1.1 Modelo de Duas Equações Diferenciais Para o Núcleo Turbulento: κ–ε Tradicional

O modelo de turbulência utilizado fora da influência da parede ( $y^* > 160$ ) é o  $\kappa$ - $\epsilon$  tradicional (Launder e Spalding, 1974). Neste modelo, a viscosidade turbulenta é função de  $\kappa$  e  $\epsilon$ , ou seja:

$$\mu_{t} = c_{\mu} \rho_{l} \kappa^{2} / \varepsilon \tag{7}$$

onde  $c_{\mu}$  é uma constante empírica,  $\kappa$  é a energia cinética turbulenta e  $\epsilon$  sua taxa de dissipação.

Portanto, para avaliar a viscosidade turbulenta é necessário avaliar  $\kappa$  e  $\varepsilon$ , cujas equações de conservação, apresentadas a seguir, são derivadas a partir das equações de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial (\rho_l \kappa)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \widetilde{\mathbf{U}} \kappa) = \operatorname{div}\left[\left(\mu_l + \frac{\mu_l}{\sigma_\kappa}\right)\operatorname{grad} \kappa\right] + P_\kappa + G_B - \rho_l \varepsilon$$
(8)

$$\frac{\partial (\rho_l \epsilon)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \widetilde{\mathbf{U}} \epsilon) = \operatorname{div}\left[\left(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon}}\right)\operatorname{grad} \epsilon\right] + \frac{\epsilon}{\kappa} \left(c_{1\epsilon} P_{\kappa} + c_{1\epsilon} G_B - c_{2\epsilon} \rho_{\ell} \epsilon\right)$$
(9)

 $\epsilon$  é a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. P<sub> $\kappa$ </sub> é o termo de produção de  $\kappa$  e, G<sub>B</sub> é o termo associado ao empuxo e são definidos da seguinte forma:

$$P_{\kappa} = \mu_t \left[ \operatorname{grad} \mathbf{U} + (\operatorname{grad} \mathbf{U})^T \right] : \operatorname{grad} \mathbf{U} \qquad ; \quad \mathbf{G}_B = -\mu_t \beta / \sigma_t \quad \mathbf{g} \bullet \operatorname{grad} \mathbf{T}$$
(10)

Nas equações acima,  $\sigma_t$ ,  $\sigma_{\kappa}$ ,  $\sigma_{\epsilon}$ ,  $c_{\mu}$ ,  $c_{1\epsilon}$  e  $c_{2\epsilon}$  são constantes empíricas do modelo e valem:  $\sigma_t = 0.9$ ;  $\sigma_{\kappa} = 0.9$ ;  $\sigma_{\epsilon} = 0.9$ ;  $c_{\mu} = 0.09$ ;  $c_{1\epsilon} = 1.44$ ;  $c_{2\epsilon} = 1.92$ .

#### 2.1.2 Modelo para a Região da Parede

Dentro da região de influência da parede ( $y^* \le 160$ ), a viscosidade dinâmica turbulenta é obtida da seguinte expressão, de acordo com Durbin (1991) e Rodi et al. (1993).

$$\mu_{t} = \rho_{l} \sqrt{\overline{vv}} L_{\mu} \qquad ; \qquad \overline{vv} = (7,19x10^{-3} y^{*} - 4,33x10^{-5} y^{*2} + 8,8x10^{-8} y^{*3}) \kappa$$
(11)

onde  $L_{\mu}$  é uma escala de comprimento, e  $\overline{vv}$  é um dos componentes da tensão de Reynolds, ajustado a partir de dados da simulação direta.

A energia cinética turbulenta,  $\kappa$ , é dada pela solução da mesma equação diferencial utilizada no núcleo turbulento, Eq. (8), junto com suas condições de contorno, isto é,  $\kappa=0$  nas paredes.

Para determinar a energia cinética turbulenta é necessário conhecer a taxa de dissipação viscosa de  $\kappa$ , a qual pode ser estimada da seguinte forma, de acordo com Durbin (1991) e Rodi et al. (1993).

$$\varepsilon = \kappa^{3/2} / L_{a} = \sqrt{\overline{vv}} \kappa / L_{a}$$
(12)

onde  $L_{\epsilon}$  é uma escala de comprimento e  $\sqrt{vv}\,$  é a escala de velocidade.

Para escoamentos sob o efeito da convecção natural, a simulação direta fornece os seguintes perfis para L<sub>µ</sub>. e L<sub>ε</sub>, em função da distância adimensional  $y_v^* = y_n \sqrt{\overline{vv}}/v_l$ 

$$L_{m} = \frac{0,544 \,\mathrm{y}_{n}}{1+5,025 \mathrm{x} 10^{-4} \,\mathrm{y}_{n}^{*1,65}} \qquad e \qquad L_{e} = \frac{8,8 \,\mathrm{y}_{n}}{1+10/\mathrm{y}_{n}^{*}+5,15 \mathrm{x} 10^{-2} \,\mathrm{y}_{n}^{*}}$$
(13)

Uma vez definida a forma de cálculo da viscosidade turbulenta, as equações de conservação da quantidade de movimento linear e energia podem ser resolvidas.

Analisando as equações de conservação, juntamente com as condições de contorno e iniciais e o balanço de energia e massa realizado na interface, observa-se que suas soluções dependem dos seguintes parâmetros adimensionais:

$$a^* = a_l / a_s$$
;  $k^* = k_l / k_s$ ;  $r^* = r_l / r_s$ ;  $S_T = (T_F - T_C) / (T_H - T_F)$ ;  $RA = H/L$  (14)

$$\operatorname{Ste}_{l} = \operatorname{c}_{p_{l}}(T_{H} - T_{F})/\Delta h_{F} ; \quad \operatorname{Pr}_{l} = \upsilon_{l}/\alpha_{l} ; \quad \operatorname{Ra}_{H} = g\beta(T_{H} - T_{F})H^{3}/(\upsilon_{l}\alpha_{l})$$
(15)

onde RA é a razão de aspecto, H é a altura e L a largura da cavidade. Ste<sub>l</sub> ; Pr<sub>l</sub> e Ra<sub>H</sub> são número de

Stefan, Prandtl e Rayleigh associado ao líquido, sendo que  $\alpha = k/(\rho c_p)$  e **u=m'r** são a difusividade térmica e a viscosidade cinemática. **a**\*, k\* e **r**\* são as razões entre as difusividades térmicas, as condutividades térmicas e as massas específicas, respectivamente, entre o líquido e o sólido e S<sub>T</sub> o parâmetro de resfriamento.

### 3. MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico selecionado é o de diferenças finitas com formulação em volumes de controle, volumes finitos (Patankar, 1980). Utiliza-se o esquema "*power-law*" para avaliar os fluxos nas faces dos volumes de controle. A variável dependente na equação de conservação de quantidade linear é o componente contravariante da velocidade (Pires e Nieckele, 1994), o qual é armazenado deslocado das outras variáveis para evitar solução com oscilações. O acoplamento entre velocidade/pressão é resolvido com um algoritmo baseado no SIMPLEC (van Doormaal e Raithby, 1984). O sistema algébrico resultante é resolvido pelo algoritmo TDMA linha por linha (Patankar, 1980), com de correção por blocos para acelerar a convergência.

Devido ao movimento da interface, a malha computacional deve ser gerada cada vez que esta muda sua posição. Porém, considerando que o avanço da interface se faz somente na direção horizontal, não é necessário recalcular a malha na direção vertical. Para melhorar a resolução da solução, utiliza-se um artifício de migrar os pontos nodais da região sólida para a líquida, à medida em que a interface avança no domínio. Também, concentra-se a malha nas proximidades da interface e das paredes, de acordo com Rocha e Nieckele (2000b). Foram utilizados 61 e 81 pontos nodais nas direções vertical e horizontal, respectivamente. No início do processo, especificou-se 15 pontos nodais na região líquida, a qual possui espessura igual a 0,005 H. O número final de pontos nesta região dependerá do avanço da interface.

Para avaliar a posição da interface a cada instante de tempo, é utilizado o método desenvolvido por Rocha e Nieckele (2001), que consiste em criar um volume de controle de espessura zero na direção normal à direção de propagação da frente. Fazendo com que duas faces deste volume de controle sejam coincidentes surge um volume de controle com o ponto nodal e duas faces na mesma coordenada. Assim, o domínio fica, claramente, subdivido em duas regiões, uma líquida e outra sólida, separadas por uma interface.

As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento linear, da energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação são resolvidas apenas na região líquida, enquanto que, a equação de conservação da energia é resolvida em todo o domínio, regiões líquida e sólida. Embora a equação da energia seja resolvida em todo o domínio, a condição de temperatura prescrita na interface é o acoplamento entre as duas regiões.

Na resolução de problemas de mudança de fase a posição da fronteira é parte integrante da solução, fazendo com que a resolução do problema se torne mais complicada. Entretanto, de acordo com (Bénard et. al., 1986) o movimento do fluido dentro da cavidade não é fortemente influenciado pelo movimento da interface. Portanto, em cada intervalo de tempo, os campos de temperaturas e velocidades são calculados mantendo-se a interface sólido/líquido imóvel. O cálculo da posição da interface sólido/líquido é realizado em duas etapas. Na primeira, uma aproximação explícita, baseada na velocidade, é utilizada para calcular a posição da interface sólido/líquido. Então, o conjunto de equações de conservação e condições de contorno é resolvido. Após a convergência destas equações (resíduo menor do que 10<sup>-6</sup>) através do novo campo de temperaturas, calcula-se a nova posição da interface, utilizando-se a Eq. (5). Este procedimento é repetido até que haja convergência em apenas uma iteração por duas vezes consecutivas, garantindo assim, uma posição estacionária da interface naquele intervalo de tempo. O intervalo de tempo pode variar de 10<sup>-8</sup> a 10<sup>-2</sup> horas.

### 4. RESULTADOS

Visando validar o presente procedimento de cálculo, realiza-se uma comparação entre os resultado numéricos obtidos no presente trabalho com dados experimentais e resultados numéricos de Beckermann e Viskanta (1989) para o problema de fusão do gálio, sob a influência da convecção

natural laminar. Dependendo dos parâmetro do problema, ocorre fusão total ou não. A Fig. (1) apresenta a posição estacionária da interface, para os cinco casos investigados. Os resultados numéricos apresentaram excelente concordância com os dados experimentais e numéricos.



Figura 1. Posição estacionária da interface, escoamento laminar.

A fusão do gálio, no regime turbulento, foi investigada por Wu et al. (1992). Os parâmetros do problemas são: Pr = 0,02;  $Ste_{\ell}=0,042$ ; RA=1,0;  $k^* = 1,0$ ;  $\rho^* = 0,969$ ;  $\alpha^* = 1,105$ . A Figura 2 ilustra uma comparação qualitativa entre o campo de temperatura e isotermas apresentados por Wu et al. (1992), com uma malha de 21 x 21, só resolvendo o líquido e os dados presentes para  $Ra=10^6$ . Compara-se com a solução presente assumindo escoamento laminar e turbulento. Observa-se que os dados de Wu et al.,, obtidos utilizando o modelo de comprimento de mistura de Prandtl, apresentam uma excelente concordância com os resultados considerando regime laminar. As Figs. (2c) e (2d) correspondem ao caso turbulento, o qual apresenta uma curvatura menos acentuada e com um maior avanço da frente, como é de se esperar, devido aos maiores fluxos envolvidos no processo.

Os mecanismos físicos envolvidos no processo de fusão sob o efeito da convecção natural turbulenta são analisados através do exame da evolução da interface, das distribuições de temperatura, viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação viscosa e das linhas de corrente. Fixou-se os mesmos parâmetros adimensionais citados acima e analisou-se quatro casos, mediante a variação do número de Rayleigh,  $Ra_H:10^4$ ;  $10^5$ ;  $10^6$  e  $10^7$ .

A Fig. (3) apresenta a evolução temporal da posição da interface para os quatro valores de número de Rayleigh. Percebe-se que o aumento no número de Rayleigh faz com que a interface atinja posições estacionárias cada vez mais perto da parede leste. A interface se inclina cada vez mais, porém, seu perfil é aproximadamente linear, exceto no topo da cavidade. Este linearização da interface se deve ao fato que nos escoamentos turbulentos há uma maior interação entre as moléculas, fazendo com que, na interface, o fluxo de calor seja melhor distribuído.

Analisando a Fig. (3) observa-se claramente, que quando os efeitos convectivos dominam o processo, isto é, para altos valores do número de Rayleigh, o aumento do mesmo para o processo da fusão equivale a antecipar o processo de mudança de fase no tempo.



(a) e (b) Campo de Velocidade e Temperatura (c) Linhas de corrente (d)Isotermas (a) turbulento, Wu et al (b)laminar, presente turbulento turbulento Figura 2. Comparação para  $Ra = 10^6$  entre presentes e de dados de Wu et al.(1992)



Figura 3. Evolução da posição da interface com o número de Rayleigh em função de Fourier.

Os resultados de  $Ra_H = 10^7$  são utilizados para analisar a estrutura do escoamento turbulento e suas implicações no processo de fusão de um metal puro em uma cavidade fechada.

A Fig. (4) apresenta as distribuições das linhas de corrente, temperatura, viscosidade turbulenta, energia cinética e sua taxa de dissipação, para os número de Fourier, Fo = (t  $\alpha_{\ell}$  /H<sup>2</sup>), iguais a 0,25; 0,5; 1,0 e 2,0, da esquerda para a direita, respectivamente. Com o passar do tempo, a interface avança no sentido da parede leste. As linhas de corrente, Fig. (4a), indicam que o escoamento possui altas velocidades junto às fronteiras sólidas e baixas velocidades no centro do domínio, característica de escoamentos turbulentos em cavidades sob a influência da convecção natural. À medida em que o tempo passa, a região de baixa velocidade aumenta no centro do domínio e o fluido escoa com altas velocidades junto às paredes, aumentando a troca de calor nestas regiões.

A Fig. (4b) mostra a distribuição de temperatura no líquido. No início do processo (Fo = 0,25) esta distribuição é linear, exceto nas proximidades da paredes norte e sul. O fluxo de calor através da interface não é uniforme e, a interface avança mais rapidamente, quanto mais próxima é a parede norte. Assim, cada vez mais a interface se inclina, no sentido da parede leste (Fo = 0,5 e 1,0). No instante de tempo, Fo = 2,0, parte da interface alcança a parede leste. Nesta região, já não há mais absorção de calor latente pela interface, e a energia que ali chega é transferida por condução através da parede leste. Pose-se notar que a interface começa a avançar próxima à parede sul.

As Figs. (4c, 4d e 4e) devem ser analisadas em conjunto, estas apresentam as distribuições da viscosidade turbulenta, da energia cinética turbulenta e da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. À medida que os gradientes de temperatura, na direção vertical, no centro da cavidade aumentam, a velocidade nestas regiões diminui. A combinação destes fatores, velocidades baixas e gradientes de temperatura elevados, fazem com que a energia cinética diminua. Entretanto, como as taxas de decaimento da dissipação são muito maiores do que a da energia cinética, nestas regiões a viscosidade turbulenta permanece com valores elevados. Percebe-se que no centro do escoamento, para Fo = 2,0, existe uma região de baixas velocidades e elevados gradientes de temperatura na direção vertical, porém, a viscosidade turbulenta ali diminui. Entretanto, analisando a distribuição de temperatura, nota-se que ao redor do núcleo estagnado, estes gradientes de temperatura são maiores do que aqueles do centro, o que provoca um aumento relativo na viscosidade turbulenta nesta região.

A Fig. (5) apresenta novamente a evolução temporal da posição da interface para os quatro valores de número de Rayleigh analisados. Compara-se agora os resultados obtidos assumindo-se para cada Ra, tanto regime laminar como regime turbulento de escoamento. Observa-se uma avanço maior da interface próximo ao topo da cavidade no caso de regime laminar, indicando uma maior não uniformidade do fluxo de calor através da interface. A medida que o tempo passa, a interface se inclina cada vez mais, porém, seu perfil é aproximadamente linear, exceto no topo da cavidade. Como já mencionado, esta linearização da interface se deve ao fato que nos escoamentos turbulentos há uma maior interação entre as moléculas, fazendo com que, na interface, o fluxo de calor seja melhor distribuído.

### **5. CONCLUSÕES**

Nos processos de fusão, os gradientes de temperatura na direção vertical têm influência

significativa nos campos de energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação, pois, eles são proporcionais ao termo de empuxo existente nas equações de conservação daquelas quantidades.

Aqui, os gradientes de temperatura na direção vertical são sempre positivos e, sua influência no empuxo se dá sempre no sentido de diminuir a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação. Como o termo da dissipação da energia cinética turbulenta é precedido de sinal negativo na equação



e) Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta

Figura 4. Distribuição de  $\varphi$ , T,  $\mu_t$ ,  $\kappa$ , e  $\epsilon$ , para Fo = 0,25, 0,5, 1,0 e 2,0.

de conservação da energia cinética, sua contribuição é sempre no sentido de diminuir a turbulência, diminuindo a energia cinética. Porém, a diminuição da energia cinética causa diminuição na dissipação e, esta diminuição faz aumentar a energia cinética novamente. Já a viscosidade turbulenta é função da energia cinética turbulenta, da distância normal às paredes e da viscosidade molecular do fluido. Portanto, o fenômeno da turbulência é altamente complexo.

O mecanismo físico envolvido no processo de fusão sob o efeito da convecção natural turbulenta se dá de forma bem diferente daquele associado a convecção laminar. Aqui, como o modelo de escoamento é turbulento, a quantidade de movimento próximo às paredes aumenta, inibindo a formação de regiões com recirculações, aumentando o fluxo de calor no lado líquido da interface e, principalmente, distribuindo melhor e mais rapidamente a energia ao longo da interface. Assim, a interface deixa de exibir perfis altamente curvos e passa a exibi-los numa forma, aproximadamente, linear.

### 6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e FAPEMIG pelo apoio recebido para desenvolver este trabalho.

# 7. REFERÊNCIAS

- Beckermann, C. and Viskanta, R., 1989, "Effect of Solid Subcooling on Natural Convection Melting of a Pure Metal", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 11, pp. 416-424.
- Bénard, C., Gobin, D. and Martinez, F., 1985, "Melting in a Rectangular Enclosure: Experiments and Numerical Simulations", ASME J. of Heat Transfer, Vol. 107, pp. 794-802.
- Bénard, C., Gobin, D. and Zanoli, A., 1986, "Moving Boundary Problem: Heat Conduction in the Solid Phase of a Phase-Change Material During Melting Driven by Natural Convection in the Liquid", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 29, pp. 1669-1684.
- Costa, J.J., Oliveira, L.A., and Blay, D.; 1999, "Test Of Several Versions For The κ-ε Type Turbulence Modeling Of Internal Mixed Convection Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42, pp. 4391-4409.
- Davidson, L.; 1990, "Calculation of the Turbulent Buoyancy-Driven Flow in a Rectangular Cavity Using an Efficient Solver and Two Different Low Reynolds Number k-ε Turbulence Models," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 18, pp. 129-147.
- Durbin, P.A., 1991, "Near-Wall Turbulence Closure without Damping Functions", Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol. 3, pp. 1-13.
- Lacroix, M. and Voller, V.R., 1990, "Finite Difference Solutions of Solidification Phase Change Problems: Transformed versus Fixed Grids", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 17, pp. 25-41.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974; "The Numerical Computation of Turbulence Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 3, pp. 269-289.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer e Fluid Flow", McGraw-Hill.
- Pires, L. F. G. and Nieckele, A. O., 1994, "Numerical Method For The Solution Of Flows Using Contravariant Components In Non-Orthogonal Coordinates", Proc. V Brazilian Meeting on Thermal Sciences, SP, pp. 343-346 (in Portuguese).
- Ramachandran, N., Gupta, J.P. and Jalúria, Y., 1982, "Thermal and Fluid Flow Effects During Solidification in a Rectangular Enclosure", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 25, No. 2, pp. 187-194.
- Rocha, L. J. C., A.O. Nieckele, 2000a, "Fusão de Metal Puro de uma Parede Isotérmica Vertical na Presença de Convecção Natural", Congresso Nacional e Engenharia Mecânica, CONEM 2000, código MC9042, Natal, RN, CDROM.
- Rocha, L. J. C., Nieckele, A. O., 2000b, "Tratamento Numérico da Interface de Mudança de Fase de Metal Puro", 21st Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Rio de Janeiro, RJ, Mini-Symposia: -Computational Fluid Dynamics, CD-ROM.

- Rocha, L. J. C., Nieckele, A. O., 2001, "Interface Treatment of the Solidification Process of a Pure Metal", 2nd International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Rio de Janeiro, RJ, CD-ROM.
- Rodi, W., Mansour, N.M., Michelassi, V. 1993, "One-equation Near Wall Turbulence Modeling with the Aid of Direct Simulation Data", J. Fluid Engineering, Transactions of the ASME, vol. 115, pp. 196-205.
- Sparrow, E.M., Patankar, S.V.and Ramadhyani, S., 1977, "Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region", J. Heat Transfer, Vol. 99, pp. 520-526.
- Stella, F. and Giangi, M., 2000, "Meting of a Pure Metal on a Vertical Wall: Numerical Simulation", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 38, pp. 193-208
- Pal, D. and Joshi, Y.K., 2001, "Melting in a Side Heated Tall Enclosure by a Uniformly Dissipating Heat Source", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, pp. 375-387.
- van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D., 1984, Enhancements of the Simple Methods for Prediction Incompressible Fluid Flow, Num. Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-163.
- Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1205-1219.
- Xu, W., Chen, Q. and Nieuwstadt, F.T.M., 1998, "A New Turbulence Model for Near-Wall Natural Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, pp. 3161-3176.
- Wu, Y. and Lacroix, M., 1992, "Numerical Study of a Pure Metal Melting in Presence of Turbulent Natural Convection", Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow, Vol. 2, pp. 235-242.

# MELTING OF A PURE METAL FROM AN ISOTHERMAL VERTICAL WALL IN THE PRESENCE OF TURBULENT NATURAL CONVECTION

### Luiz Joaquim Cardoso Rocha

PUC/Minas, 30535-610 Belo Horizonte, MG, Brasil; e-mail: ljoaquim@pucminas.br

### Angela Ourivio Nieckele

Mechanical Eng. Dept., PUC/Rio, 22453-900 RJ, RJ, Brasil, e-mail: nieckele@mec.puc-rio.

Abstract. Numerical study of melting from an isothermal vertical wall of pure melt, by the finite volume method. A non-orthogonal system of coordinates is employed to adapt to the irregular geometry, with a moving mesh to account to the changing domain size. The momentum equations are solved for the contravariant velocity components. The SIMPLEC algorithm handles the coupling between velocity and pressure. The numerical method is validated by comparison with available experimental data. The phase change process is driven by natural convection in the melt. As the Rayleigh number increases, the intensity of the natural convection in the melt cavity also increases and the flow can become turbulent. The purpose of the paper is to analyze in influence of the turbulent regime on the kinetic of the melting process. The turbulent flow is taken in account by a low Reynolds number model. The influence of the Rayleigh number on the velocity and temperature field is investigated.

Key-words: melting, pure metal, turbulent natural convection.