



ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR UNIDIMENSIONAL PARA O ACOPLAMENTO CONDUÇÃO-RADIAÇÃO EM UM MEIO SEMITRANSARENTE CINZENTO

Lima, J.A

DEM/CT/UFRN

59.072-970 - Natal, RN - Brazil

Silva, Z.E.

Santos, C.A.C.

LES/DTM/CT/UFPB

58.059-900 - João Pessoa, PB - Brazil

Bezerra Filho, C.R.

DEM/CCT/UFPB

58.109-970 - Campina Grande, PB - Brazil

Resumo. *A transferência de calor unidimensional para o acoplamento condução-radiação é analisada considerando-se um meio semitransparente cinzento, anisotrópico não-linear, limitado por duas superfícies planas opacas, difusas na emissão e difusas e especulares na reflexão. A equação diferencial da energia é resolvida simultaneamente com a equação da transferência radiativa para n direções discretas (método das ordenadas discretas) utilizando-se uma subrotina para problemas de valor de contorno da biblioteca científica IMSL. O estudo é uma investigação teórica da influência de alguns tipos de quadraturas sobre os parâmetros de interesse de engenharia, como refletância das superfícies, transmitância do meio, distribuição de temperatura e fluxos de calor nas superfícies. Os resultados são apresentados para diferentes funções de fase, enfatizando-se eventuais efeitos das quadraturas empregadas sobre esses parâmetros, bem como as características de solução da presente metodologia.*

Palavras-chave: *acoplamento condução-radiação, ordenadas discretas, espalhamento anisotrópico*

1. INTRODUÇÃO

A transferência de calor acoplada por condução e radiação em um meio plano absorvedor, emissor e difusor é importante em diversas áreas da engenharia. Os exemplos são: isolamentos com materiais fibrosos ou espumas, fornos industriais, câmaras de combustão, indústrias de vidro, leitos fluidizados, engenharia ótica, engenharia solar e engenharia nuclear, entre outras. Nesses casos, a distribuição de temperatura é sustentada por dois mecanismos: condução e radiação, quando a convecção é negligenciada. Assim, a análise matemática da transferência de calor se complica devido à necessidade de se considerar todos os parâmetros que estão relacionados com a radiação, ou seja, a natureza direcional e espectral, e as propriedades de difusão, absorção e emissão. Portanto, o grau de precisão das grandezas radiativas é quem permite melhor quantificar os efeitos da radiação sobre a distribuição de temperatura durante a transferência de calor simultânea por condução e radiação. Para esse tipo de problema, o cálculo do divergente do fluxo radiativo é necessário. Esta

condição determina a necessidade de se encontrar a solução mais adequada para a equação integro-diferencial que governa as trocas radiativas no interior de um meio semitransparente. Diversos estudos têm proposto métodos de soluções aproximadas para vários casos limites, tais como: meio ópticamente fino, meio ópticamente espesso, com predominância condutiva ou predominância radiativa. A primeira tentativa para resolver precisamente o problema foi realizada por Viskanta e Grosh (1962, 1963) usando um método numérico iterativo para o caso de um meio cinzento, absorvedor e emissor, porém não difusor, com contornos cinzentos e difusos na reflexão.

Posteriormente, Viskanta (1965) incluiu a difusão isotrópica e estudou o impacto de vários parâmetros sobre a distribuição de temperatura e o fluxo de calor. Estes resultados têm servido como “benchmark” para outros métodos. Lii e Ozisik (1972) também resolveram o mesmo problema utilizando um método iterativo combinado com a técnica de expansão dos modos normais de Case (1960), para a solução da equação da transferência radiativa. Dayan e Tien (1975) incluíram a anisotropia empregando modelos difusores linearmente anisotrópicos para o caso de contornos negros, e propuseram soluções aproximadas de forma fechada. Sparrow e Cess (1978) discutiram diferentes esquemas de solução para o caso isotrópico e contornos difusos. Roux e Smith (1978) investigaram o problema com emissão desprezível e difusão isotrópica resolvendo a equação da transferência radiativa em conjunção com o método das ordenadas discretas (Chandrasekhar, 1960). Chawla e Chan (1967) demonstraram o uso do método da colocação baseado em B-splines para resolver o problema sem difusão, com contornos negros. Um modelo para difusão linear anisotrópica para contornos cinzentos e difusos foi resolvido exatamente por Yuen e Wong (1980). Uma revisão de vários modelos usados para a transferência de calor com acoplamento condução-radiação em meios participantes dispersos é dada em Reiss (1988). Tsai e Lin (1990) conduziram a análise transiente para o modelo com difusão linear anisotrópica e contornos difusos-especulares usando um método de diferenças finitas para resolver a equação da energia, e um método de aproximação nodal para resolver a equação da transferência radiativa.

Nesse trabalho é feita uma investigação teórica da transferência de calor unidimensional, permanente para o acoplamento condução-radiação. O meio semitransparente, é plano e cinzento, absorvedor, emissor e difusor anisotrópico não-linear, limitado por duas superfícies planas paralelas cinzentas e opacas, as quais refletem difusa e especularmente a radiação. O método das ordenadas discretas é utilizado para reduzir a equação integro-diferencial para um sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias, o qual é resolvido simultaneamente com a equação da energia através de uma subrotina para problemas de valor de contorno da biblioteca científica IMSL (1991). A presente metodologia segue a idéia inicial explorada por Kumar et al (1990) que a empregaram para resolver somente a parte radiativa do problema.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema físico considerado consiste de um meio semitransparente unidimensional de espessura τ_L , homogêneo, cinzento, emissivo, absorvente e difusor com propriedades radiativas constantes. A equação de transferência radiativa (ETR) que governa a intensidade de radiação em regime permanente e simetria azimutal, na forma adimensional é dada por:

$$\mu \frac{d\psi(\tau, \mu)}{d\tau} + \psi(\tau, \mu) = (1 - \omega)\theta^4(\tau) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') \psi(\tau, \mu') d\mu S(\tau) \quad (1)$$

onde $\psi(\tau)$ é a intensidade adimensional da radiação na posição τ e direção μ . O lado direito da Eq. (1) é conhecido como termo fonte. Para um meio de índice de refração unitário, o primeiro termo do lado direito representa a radiação emitida pelo meio devido a sua temperatura. O segundo termo é o ganho de energia radiante devido a radiação incidente em todas as direções que se espalha na direção μ , onde $p(\mu, \mu')$ é a função de fase. O perfil de temperatura no interior do meio é obtido a partir do

balanço de energia em um elemento de volume diferencial. A forma adimensional da equação da energia para condução e radiação simultânea no meio, sem geração interna de calor, é:

$$\frac{d^2\theta(\tau)}{d\tau^2} = \frac{1-\omega}{N} [\theta^4(\tau) - G(\tau)] \quad (2)$$

As equações (1), (2) representam um sistema não-linear de equações diferenciais integrais para ser resolvido para um dado conjunto de condições de contornos. A condição de contorno é do tipo temperatura imposta para energia e superfícies opacas na emissão e difusas e especulares na reflexão para o problema radiativo, conforme mostra a Figura 1.

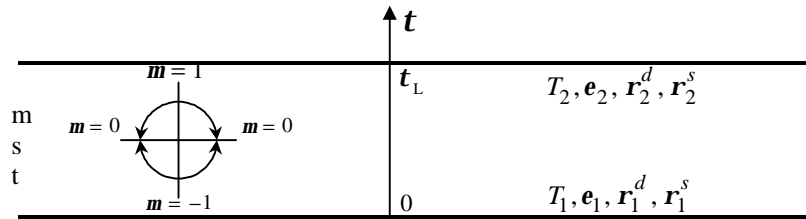


Figura 1. Geometria, sistema de coordenadas e condições de contorno

Os seguintes grupos adimensionais foram introduzidos:

$$\theta = \frac{T}{T_r}; \quad \psi = \frac{I}{I_b(T_r)}; \quad G = \frac{G^*}{4E_b(T_r)}; \quad Q^r = \frac{q^r}{4E_b(T_r)}; \quad E_b(T_r) = \pi I_b(T_r); \quad (3)$$

$$I_b(T_r) = \frac{n^2 \sigma T_r^4}{\pi}; \quad G^* = 2\pi \int_{-1}^1 I(\tau, \mu) d\mu; \quad q^r = 2\pi \int_{-1}^1 I(\tau, \mu) \mu d\mu$$

3. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O método das ordenadas discretas na sua forma mais tradicional reduz a equação de transferência radiativa em um sistema de equações algébricas em duas etapas:

- discretização angular em um determinado número de direções, o que permite substituir o termo integral por uma soma quadrática efetuada sobre as intensidades segundo as direções escolhidas;
- discretização do espaço físico.

Aqui, o método das ordenadas discretas é utilizado para reduzir a equação integro-diferencial, que governa a ETR, em um sistema acoplado de n equações diferenciais ordinárias o qual é resolvido utilizando subrotina DBVPFD da biblioteca científica IMSL (1991). O método tem duas vantagens: primeiro, o sistema acoplado de equações diferenciais resultantes é resolvido simultaneamente, segundo, a subrotina pode tratar sistemas rígidos de equações diferenciais.

Seguindo as etapas formais do método das ordenadas discretas a ETR é escrita para uma direção discreta m como:

$$\mu_m \frac{\partial \psi_m(\tau, \mu_m)}{\partial \tau} + \psi_m(\tau, \mu_m) = (1-\omega)\theta^4(\tau) + \frac{\omega}{2} \sum_{m=1}^{NQ} w_m \left[p(\mu_m, \mu_{m'}) \psi_m(\tau, \mu_{m'}) \right] \quad (4)$$

assim como, a condição de contorno que toma a forma

$$\psi_m(\tau, \mu_m) = \varepsilon \theta^4 + 2\rho^d \sum_{m=1}^{NQ} \mu_{m'} w_{m'} \psi_{m'}(\tau, \mu_{m'}) + \rho^s \psi_m(\tau, \mu_m) \quad (5)$$

Nas equações acima, as funções de fase são representadas como expansões em termos dos polinômios de Legendre de ordem n , considerando-se simetria azimutal:

$$p(\mu, \mu') = \sum_{n=1}^N a_n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (6)$$

A precisão da solução depende da escolha da regra de quadratura. Não existe uma escolha ótima que seja conveniente para todos os casos, no entanto, as direções são escolhidas de modo que alguns momentos chave da ETR associados as suas condições de contornos sejam satisfeitos (Fiveland, 1987, 1991). As quadraturas do tipo Gauss de baixa ordem, como Legendre, Fejer, Chebchev e Radau, introduzem erros significativos quando se integra o primeiro momento. As quadraturas de Gauss de ordens mais elevadas, apesar do custo computacional, produzem resultados que levam à solução “exata” do problema analisado, podendo ser considerados como “benchmarks”. Nesse trabalho, a quadratura S_{12} , proposta por Fiveland (1987), e a de Gauss-Legendre serão utilizadas.

O sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias representadas pela Eq (2), Eq.(4) e Eq. (5) pode ser resolvido através de subrotinas para problemas de valor de contorno, como a DBVPFD da biblioteca científica IMSL (1991).

4. RESULTADOS

Foi implementado um código computacional, na linguagem Fortran 90, em um computador Pentium III de 500 MHz. Uma tolerância de 10^{-8} foi pré-estabelecida como entrada para a subrotina DBVPFD, de forma que os resultados apresentados estão completamente convergidos para os dígitos mostrados. Uma malha inicial de 41 pontos foi adotada para todas as situações analisadas, sendo o número de pontos adicionais necessários à tolerância especificada, automaticamente gerado pela subrotina. Resultados para a radiação incidente, $G(\tau)$, fluxo radiativo líquido, $Q^r(\tau)$, fluxo de calor líquido total, $Q(\tau)$, transmitância, Γ , e refletância, R , são mostrados e comparados com a literatura para várias condições de espessura ótica, τ_L , albedo, ω , fator de acoplamento, N , e condições de contorno (superfícies emissoras difusas, ε_1 e ε_2 , refletoras difusas, ρ_1^d , ρ_2^d , e refletoras especulares, ρ_1^s e ρ_2^s), considerando-se as seguintes funções de fase:

$$\text{PF}_2) p(\mu, \mu') = 1 + \mu\mu' \quad (7)$$

$$\text{PF}_3) p(\mu, \mu') = 1 + \frac{1}{8}[3\mu^2 - 1][3\mu'^2 - 1] \quad (8)$$

$$\text{PF}_4) p(\mu, \mu') = 1 + 1,732 P_1(\mu) P_1(\mu') + P_2(\mu) P_2(\mu') \quad (9)$$

$$\text{PF}_5) p(\mu, \mu') = 1 + \frac{1}{3}[1,6 P_1(\mu) P_1(\mu') - P_2(\mu) P_2(\mu') + 0,4 P_3(\mu) P_3(\mu')] \quad (10)$$

$$\text{PF}_6) p(\mu, \mu') = 1 + \frac{1}{9}[1,6 P_1(\mu) P_1(\mu') - 6 P_2(\mu) P_2(\mu') + 0,4 P_3(\mu) P_3(\mu')] \quad (11)$$

O caso especial de contorno transparente em $\tau = 0$, a parcela de emissão, $a_1 = \varepsilon_1 I_b(T_1)$, pode representar uma radiação isotrópica externa incidente sobre a placa no contorno $\tau = 0$. Assumindo-se ainda que a emissão de radiação pelo próprio meio e pela superfície de contorno em $\tau = \tau_L$ (i.e., $T_2 = 0$) são desprezíveis em comparação à radiação externa a_1 , a refletância hemisférica é dada por:

$$R = \frac{q^{r^-}(0)}{\pi a_1} = \frac{4Q^{r^-}(0)}{\varepsilon_1} \quad (13)$$

A metodologia é testada em um problema base que considera a troca radiativa entre duas paredes difusa em emissão e reflexão, através de um meio semitransparente conservativo e cinzento, com difusão isotrópica. A parede inferior, é mantida à uma temperatura constante T_1 , e poder emissivo unitário. A parede superior é mantida à uma temperatura $T_2 = 0$. A influência da espessura ótica sobre o fluxo radiativo líquido e sobre a energia incidente é estudada.

As Tabelas (1) e (2), mostram que os resultados para fluxo de calor radiativo (Q') obtidos pela presente metodologia estão em concordância com os resultados clássicos de Heaslet e Warming (1965), e praticamente a mesma tendência de concordância com os resultados de Fiveland (1987). Além disso, os resultados mostram que a metodologia proposta, associada a quadraturas de ordens mais elevadas (S_{12} e G_{300}), conduz a resultados que convergem para a solução exata para todos os valores de emissividade e espessura ótica estudada.

Tabela 1. Fluxo de calor radiativo.

ϵ_1	ϵ_2	τ_L	Fluxo de Calor Radiativo - $Q'(0)$						
			Exato ^a	Fiveland (1987)		Presente Trabalho			
				S_6	G_6	S_6	G_6	S_{12}	G_{300}
0,8	1,0	0,1	0,74512	0,74372	0,74240	0,74373	0,74241	0,74483	0,74512
		1,0	0,48599	0,48545	0,47293	0,48555	0,46297	0,48613	0,48599
		3,0	0,28045	0,28008	0,26374	0,28042	0,26399	0,28049	0,28045
	0,5	0,1	0,42697	0,42653	0,41072	0,42652	0,41071	0,42688	0,42697
		1,0	0,32705	0,32693	0,30917	0,32685	0,30909	0,32711	0,32705
		3,0	0,21903	0,21844	0,20015	0,21901	0,20069	0,21905	0,21903
	0,1	0,1	0,09669	0,09675	0,06231	0,09667	0,06220	0,09669	0,09669
		1,0	0,09044	0,09075	0,05796	0,09042	0,05763	0,09044	0,09044
		3,0	0,07958	0,07940	0,05028	0,07958	0,04957	0,07959	0,07958

a - Heaslet e Warming (1965).

Tabela 2. Energia radiativa incidente.

ϵ_1	ϵ_2	τ_L	Energia Incidente - $G(\tau_L)$						
			Exato ^a	Fiveland (1987)		Presente Trabalho			
				S_6	G_6	S_6	G_6	S_{12}	G_{300}
0,8	1,0	0,1	1,3965	1,4110	1,4440	1,4124	1,4417	1,3946	1,3963
		1,0	0,8499	0,8558	0,8660	0,8474	0,8576	0,8500	0,8499
		3,0	0,4861	0,4912	0,5031	0,4858	0,4897	0,4860	0,4861
	0,5	0,1	2,5080	2,5172	2,5640	2,5160	2,5635	2,5068	2,5080
		1,0	1,8801	1,8832	1,9140	1,8778	1,9089	1,8804	1,8801
		3,0	1,2558	1,2668	1,2880	1,2555	1,2767	1,2558	1,2558
	0,1	0,1	3,6622	3,6628	3,7420	3,6637	3,7420	3,6618	3,6622
		1,0	3,4138	3,4120	3,5212	3,4129	3,5220	3,4140	3,4138
		3,0	3,0029	3,0000	3,1520	3,0027	3,1552	3,0030	3,0029

a - Heaslet e Warming (1965)

Agora, O problema em análise, trata da transferência de calor entre duas superfícies, separadas por um meio semitransparente cinzento com difusão isotrópica, e espessura ótica unitária. As paredes negras são mantidas à temperaturas $\theta_1 = 1$ e $\theta_2 = 0$. O parâmetro de acoplamento condução/radiação N e o albedo ω , podem assumir diferentes valores.

De acordo com a Tab. (3), os resultados produzidos pela presente metodologia apresentam concordância com os resultados Lii e Ozisik (1972), principalmente para os valores extremos do albedo ($\omega = 0$, e $\omega = 1$). Algumas discrepâncias são verificadas para valores intermediários ($\omega = 0,5$), no terceiro dígito significativo para os fluxos de calor condutivo e radiativo, e no quarto dígito

significativo para o fluxo de calor total. Na tentativa de se verificar as origens destas discrepâncias, quadratura de Gauss de ordens elevadas, G_{100} , G_{160} , G_{200} e G_{300} , foram empregadas. Todos os resultados obtidos convergem para os resultados obtidos com a quadratura G_{160} . Desta forma, os resultados de Lii e Ozisik (1972), principalmente para valores intermediários do albedo, podem ser questionados quando á sua natureza “benchmark”.

Tabela 3. Fluxo líquido de calor condutivo, radiativo e total.

N	ω	$-\frac{\partial\theta}{\partial\tau}$				$\frac{Q^r}{N}$				$-\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{Q^r}{N}$	
		$\tau = 0$		$\tau = 1$		$\tau = 0$		$\tau = 1$		a	b
		a	b	a	b	a	b	a	b		
0,5	0,0	0,9396	0,9395	1,1447	1,1446	0,3585	0,3585	0,1534	0,1535	1,2981	1,2891
	0,5	0,9491	0,9465	1,0983	1,1010	0,3392	0,3423	0,1900	0,1878	1,2884	1,2888
	0,9	0,9798	0,9798	1,0305	1,0305	0,2995	0,2995	0,2488	0,2488	1,2793	1,2793
	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,2767	0,2767	0,2767	0,2767	1,2767	1,2767
0,1	0,0	0,8520	0,8511	1,6707	1,6711	1,6651	1,6659	0,8464	0,8458	2,5171	2,5170
	0,5	0,8513	0,8201	1,4366	1,4732	1,5924	1,6384	1,0071	0,9852	2,4437	2,4585
	0,9	0,9084	0,9083	1,1486	1,1487	1,4896	1,4897	1,2494	1,2493	2,3980	2,3980
	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,3835	1,3835	1,3835	1,3835	2,3835	2,3835
0,05	0,0	0,8986	0,8914	2,2187	2,2187	3,1544	3,1599	1,8344	1,8325	4,0530	4,0512
	0,5	0,7908	0,7830	1,8689	1,8709	3,0937	3,1515	2,0156	2,0636	3,8845	3,9345
	0,9	0,8382	0,8379	1,2877	1,2879	2,9608	2,9613	2,5114	2,5112	3,7991	3,7992
	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	2,7670	2,7670	2,7670	2,7670	3,7670	3,7670

a - Lii e Ozisik (1972) b - Presente Trabalho - G_{300}

Tabela 4. Influência da função de fase e da espessura ótica do meio semitransparente sobre a refletância hemisférica difusa

b	τ_L	Reflectância Hemisférica Difusa - R							
		Exato ^a	b	Fiveland (1987)		Presente Trabalho			
				S_4	S_6	S_4	S_6	S_{12}	G_{300}
0,0	2,0	0,6099	0,6000	0,6108	0,6105	0,6104	0,6101	0,6100	0,6099
	4,0	0,7540	0,7500	0,7548	0,7548	0,7541	0,7541	0,7540	0,7540
	6,0	0,8203	0,8182	0,8209	0,8209	0,8204	0,8204	0,8203	0,8203
	8,0	0,8585	0,8571	0,8594	0,8594	0,8585	0,8585	0,8585	0,8585
	10,0	0,8833	0,8824	0,8842	0,8842	0,8833	0,8833	0,8833	0,8833
1,0	2,0	0,5154	0,5000	0,5172	0,5162	0,5162	0,5157	0,5155	0,5154
	4,0	0,6738	0,6667	0,6750	0,6750	0,6740	0,6739	0,6738	0,6738
	6,0	0,7540	0,7500	0,7557	0,7557	0,7541	0,7541	0,7540	0,7540
	8,0	0,8026	0,8000	0,8046	0,8046	0,8026	0,8026	0,8026	0,8026
	10,0	0,8351	0,8333	0,8330	0,8330	0,8352	0,8352	0,8351	0,8351

a – Busbridge e Orchard (1967) b – Aproximação de Eddington

A Tabela (4), compara os resultados da refletância hemisférica difusa, produzidos pela presente metodologia, com os resultados exatos de Busbridge e Orchard (1967), com a aproximação de Eddington, além dos próprios resultados do trabalho de Fiveland (1987), que cita os dois anteriores. O problema em análise, trata da troca radiativa através de um meio semitransparente conservativo cinzento, com difusão isotrópica e linearmente anisotrópica ($b = 0$ e $b = 1$, com PF_2), e contornos transparentes. E, considera-se que a parede inferior é negra de poder emissivo unitário é mantida à uma temperatura constante T_1 . A parede superior negra a temperatura igual a $T_2 = 0$. A Tab. (4) também ilustra o efeito da espessura ótica sobre a refletância.

Conforme pode ser visto na Tab. (4), a presente metodologia mostrou-se eficiente para o cálculo da refletância hemisférica difusa, uma vez que, mesmo para uma quadratura de baixa ordem, como a

S_4 , os resultados exatos de Busbridge e Orchard (1967) são praticamente obtidos; diferente do que mostra Fiveland (1987), com ordens mais elevadas das quadraturas. Para a obtenção dos resultados exatos, foi utilizada a quadratura de Gauss, G_{300} . A concordância dos resultados obtidos com a presente metodologia em relação aos resultados de Krishnaprakas et al (2001) é boa. A não concordância em todos os dígitos mostrados se deve principalmente à baixa ordem da quadratura empregada por Krishnaprakas et al (2001), G_{32} . No entanto, para a função de fase PF_4, os resultados parecem divergir, e apenas a ordem da quadratura não justifica esta diferença. Este comportamento pode ser atribuído a algum erro na descrição desta função de fase.

Tabela 5. Influência da função de fase sobre o fluxo de calor total no acoplamento condução/radiação

N	ω	PF_1		PF_3		PF_4		PF_5		PF_6	
		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
10^{-3}	0,1	132,6006	132,7316	132,5935	132,7245	133,3964	136,0210	133,6079	133,7395	132,9427	133,0737
	0,5	132,0601	132,1006	132,0264	132,0671	136,1049	150,1897	137,2061	137,2482	133,7683	133,8096
	0,9	131,0219	131,0200	130,9677	130,9656	138,3781	166,9764	140,4268	140,4258	134,0720	134,0704
	1,0	130,2051	130,2048	130,1505	130,1504	138,3433	170,8862	140,6080	140,6081	133,5552	133,5554
10^{-2}	0,1	14,1481	14,1507	14,1469	14,1496	14,2319	14,4998	14,2555	14,2582	14,1849	14,1876
	0,5	13,9677	13,9685	13,9628	13,9636	14,3879	15,8611	14,5073	14,5081	14,1483	14,1490
	0,9	13,6397	13,6388	13,6335	13,6326	14,3836	17,2855	14,5934	14,5926	13,9496	13,9487
	1,0	13,4706	13,4705	13,4652	13,4650	14,2844	17,5386	14,5108	14,5108	13,8056	13,8055
10^{-1}	0,1	1,9151	1,9152	1,9149	1,9150	1,9240	1,9528	1,9268	1,9268	1,9192	1,9192
	0,5	1,8749	1,8745	1,8742	1,8738	1,9185	2,0728	1,9316	1,9312	1,8941	1,8937
	0,9	1,8156	1,8155	1,8149	1,8149	1,8902	2,1819	1,9114	1,9113	1,8467	1,8467
	1,0	1,7970	1,7970	1,7965	1,7965	1,8784	2,2039	1,9011	1,9011	1,8305	1,8306

a - Krishnaprakas et al (2001) b - Presente Trabalho - G_{300}

Tabela 6. Influência tipo de reflexão sobre o fluxo de calor total no acoplamento condução/radiação

N	ω	PF_1				PF_5			
		Difuso		Especular		Difuso		Especular	
		a	b	a	b	a	b	a	b
10^{-3}	0,1	12,7249	12,9631	12,4912	12,7084	12,7343	12,9724	12,5015	12,7182
	0,5	10,6109	10,6999	10,4808	10,5589	10,6408	10,7308	10,5125	10,5917
	0,9	6,8504	6,8563	6,8229	6,8275	6,8714	6,8776	6,8446	6,8498
	1,0	4,0260	4,0258	4,0234	4,0232	4,0325	4,0330	4,0301	4,0304
10^{-2}	0,1	3,1441	3,1065	3,0456	3,0067	3,1482	3,1109	3,0498	3,0112
	0,5	2,4988	2,5024	2,4492	2,4513	2,5121	2,5156	2,4630	2,4650
	0,9	1,4216	1,4200	1,4149	1,4132	1,4263	1,4249	1,4198	1,4184
	1,0	0,8526	0,8526	0,8523	0,8523	0,8533	0,8533	0,8530	0,8530
10^{-1}	0,1	0,9231	0,9213	0,9018	0,8998	0,9244	0,9226	0,9030	0,9011
	0,5	0,7971	0,7963	0,7871	0,7863	0,8004	0,7995	0,7904	0,7896
	0,9	0,6029	0,6029	0,6021	0,6020	0,6035	0,6035	0,6027	0,6027
	1,0	0,5352	0,5353	0,5352	0,5352	0,5353	0,5353	0,5353	0,5353

a - Krishnaprakas et al (2001) b - Presente Trabalho - S_{12} (Fiveland, 1987).

De uma maneira geral, a Tab. (5) mostra que o fluxo de calor total é fortemente dependente do fator de acoplamento, com pouca diferença quando se considera uma ou outra função de fase, ou albedo. De forma similar, a Tab. (6) ilustra o efeito das funções de fase, bem como do fator de acoplamento e do albedo, sobre o fluxo de calor total, considerando agora o tipo de reflexão nas superfícies (difusa, ρ^d , ou especular, ρ^s). Os resultados são comparados com os de Krishnaprakas et al (2001), adotando-se $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,03$. Diferentemente do caso de paredes negras, além do fator de acoplamento, o albedo influencia fortemente o fluxo de calor total. Por outro lado, o tipo de reflexão, difusa ou especular, não introduz praticamente nenhum efeito sobre esta variável

4. CONCLUSÕES

Um problema transferência de calor unidimensional para o acoplamento condução-radiação para um meio semitransparente cinzento considerado, anisotrópico, não-linear, limitado por duas superfícies planas opacas, difusas na emissão e difusas e especulares na reflexão foi analisado. A solução simultaneamente da equação da energia e da ETR através da subrotina para problemas de valor de contorno da biblioteca científica IMSL mostrou-se eficiente. A metodologia mostrou-se eficiente para diversos tipos de quadratura e função de fase considerada. Os resultados mostraram que os parâmetros de interesse de engenharia, como refletância das superfícies, transmitância do meio, distribuição de temperatura e fluxos de calor nas superfícies podem ser estimados com excelente precisão. Finalmente, A comparação entre os resultados consagrados na literatura e os obtidos através da metodologia proposta indicam para um elevado nível de concordância.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Conselho Nacional de Pesquisa pelo apoio dado para realização desse trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- Busbridge, I.W. and Orchard, S.E., 1967, "Reflection and Transmission of Light by a Thick Atmosphere According to the Phase Function: $1 + x \cos\theta$ ", *Journal of Astrophysics*, Vol. 149, pp. 655-664.
- Case, K.M., 1960, "Elementary Solutions of the Transport Equation and their Applications", *Annual Physics*, Vol. 9, pp. 1-23.
- Chandrasekar, S., 1960, "Radiative Transfer", Dover Publications, Inc., New York.
- Chawla, T.C. and Chan, S.H., 1979, "Solution of Radiation-Conduction Problems with the Collocation Method using B-Splines as Approximating Functions", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 22, No. 12, pp. 1657-1667.
- Dayan, A. and Tien, C.L., 1975, "Heat Transfer in a Gray Planar Medium with Linear Anisotropic Scattering", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 97C, pp. 391-396.
- Fiveland, W.A., 1987, "Discrete Ordinate Methods for Radiative Heat Transfer in Isotropically and Anisotropically Scattering Media", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, pp.809-812.
- Fiveland, W.A., 1991, "The Selection of Discrete Ordinate Quadrature Sets for Anisotropic Scattering", *Fundamentals of Radiation Heat Transfer-ASME/HTD*, Vol. 160, pp. 89-96.
- Heaslet M. and Warming, R., 1965, "Radiative Transfer and Wall Temperature slip in an Absorbing Planar Medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 979-994.
- IMSL, 1991, "IMSL MATH/Library - User's Manual, Version 2.0", Houston.
- Krishnaprakas, C.K., Narayana, K.B. and Dutta, P., 2001, "Combined Conduction and Radiation Heat Transfer in a Gray Anisotropically Scattering Planar Medium with Diffuse-Specular Boundaries", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 28, No. 1, pp. 77-86.
- Kumar, S., Majumdar, A. and Tien, C.L., 1990, "The Differential-Discrete-Ordinate Method for Solutions of the Equation of Radiative Transfer", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 424-429.
- Lii, C.C. and Ozisik, M.N., 1972, "Transient Radiation and Conduction in an Absorbing, Emitting, Scattering Slab with Reflective Boundaries", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1175-1179.
- Ozisik, M.N., 1973, "Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection", Wiley-Interscience, New York.
- Reiss, H., 1988, "Radiative Transfer in Nontransparent Dispersed Media", Springer-Verlag, Berlin.

- Roux, J.A. and Smith, A.M., 1978, "Combined Conductive and Radiative Heat Transfer in an Absorbing and Scattering Infinite Slab", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 100, pp.98-104.
- Sparrow, E.M. and Cess, R.D., 1978, "Radiation Heat Transfer", McGraw-Hill, New York.
- Tsai, J.H. and Lin, J.D., 1990, "Transient Combined Conduction and Radiation with Anisotropic Scattering", *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 4, No. 1, pp. 92-97.
- Viskanta, R., 1965, "Heat Transfer by Conduction and Radiation in Absorbing and Scattering Materials", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 87C, pp. 143-150.
- Viskanta, R. and Grosh, R.J., 1962, "Heat Transfer by Simultaneous Conduction and Radiation in an Absorbing Medium", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 84C, pp. 63-72.
- Viskanta, R. and Grosh, R.J., 1962, "Effect of Surface Emissivity on Heat Transfer by Simultaneous Conduction and Radiation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 5, pp. 729-734.
- Yuen, W.W. and Wong, L.W., 1980, "Heat Transfer by Conduction and Radiation in a One-Dimensional Absorbing, Emitting and Anisotropically-Scattering Medium", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, No. 2, pp. 303-307.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

ANALYSIS OF THE ONE-DIMENSIONAL COUPLING CONDUCTION-RADIATION HEAT TRANSFER IN A PARTICIPATING GRAY MEDIUM

Lima, J.A

Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Mechanical Engineering Dept. – DEM/CT/UFRN
59.072-970 - Natal, RN - Brazil

Silva, Z.E.

Santos, C.A.C.

Universidade Federal da Paraíba, Solar Energy Laboratory - LES/DTM/CT/UFPB
58.059-900 - João Pessoa, PB - Brazil

Bezerra Filho, C.R.

Universidade Federal da Paraíba, Mechanical Engineering Department - DEM/CCT/UFPB
58.109-970 - Campina Grande, PB - Brazil

Abstract. *Coupled conduction and radiation heat transfer in a gray, planar, nonlinearly anisotropic scattering medium, bounded between two plane parallel surfaces reflecting both diffusely and specularly is analyzed. The differential equation of energy and the integro-differential radiative transfer equation are simultaneously solved by employing a subroutine for boundary value problems of the IMSL package, in conjunction with the discrete ordinates method. The work is a theoretical investigation of the influence of some kind of quadratures on practical engineering parameters, such as reflectivity, transmissivity, temperature and surface heat fluxes. Results are presented for different phase functions, showing eventual effects of the various kinds of quadrature on these parameters, as well as, on the main characteristics of the present solution methodology.*

Keywords. *conduction-radiation, differential-discrete-ordinates method, anisotropic scattering*