



**PATOLOGIAS DOS PROBLEMAS INVERSOS DE RECONSTRUÇÃO
TÉRMICA – DESENVOLVIMENTO D E UMA TÉCNICA DE
RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL**

Gisleine Pereira de Campos

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos
Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-carlense, 400- Centro
Cep: 13566-590 São Carlos – SP
e-mail: gpcampos@sc.usp.br

Vanessa Portioli Rolnik

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos
Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-carlense, 400- Centro
Cep: 13566-590 São Carlos – SP
e-mail: vanessa@sc.usp.br

Paulo Seleglim Júnior

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos
Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-carlense, 400- Centro
Cep: 13566-590 São Carlos – SP
e-mail: seleglim@sc.usp.br

***Resumo.** A reconstrução térmica inversa é uma técnica muito promissora que vem sendo amplamente pesquisada por possuir diferentes aplicações em processos industriais, tais como a determinação de propriedades térmica de novos materiais, monitoramento de chama em câmara de combustão, controle da produção de calor, etc. A solução de um problema térmico inverso tridimensional é significativamente complexa e requer uma formulação que não contenha condições experimentais não realistas tais como confinamento bidimensional e estabilidade do campo térmico com relação a mudanças em parâmetros internos. Uma das abordagens adotada é baseada na formulação variacional sobre a forma do erro quadrático para reconstrução da distribuição de condução de calor interna e/ou coeficiente de convecção de calor. Dentro desta estrutura, a natureza mal condicionada do problema se manifesta na superfície de otimização por produzir topologias problemáticas tais como vários mínimos locais, pontos de sela, vales ao redor da solução, etc. Simulações numéricas foram realizadas com objetivo de mapear a superfície de otimização correspondente e identificar a estrutura problemática associada ou patologia. Resultados mostram que a solução deste tipo de problema inverso é possível pois, o mínimo global está efetivamente associado com a distribuição correta do coeficiente de convecção e embora possível, obter o mínimo global será uma tarefa extremamente complicada.*

Palavras-chave: tomografia térmica de processos, método de reconstrução, escoamentos multifásicos.

1. INTRODUÇÃO

A utilização de tomografia térmica em processos industriais, e em particular em sistemas com escoamentos multifásicos, deve ser baseada em técnicas de sensoriamento suficientemente robustas e de baixo custo com o objetivo de ser utilizada em equipamentos de tamanho e forma variados e com condições ambientais complexas para instalação e manipulação. O uso de tomografia em processos industriais teve início por volta de 1970. Até então a tomografia era de uso quase que exclusivo da medicina onde eram utilizados sensores geralmente baseados em raios-X ou γ , além de outras técnicas radioativas. Porém, para a maioria das aplicações industriais essas técnicas de sensoriamento não foram satisfatórias devido ao alto custo e alto risco de segurança, além disso, era necessário o longo tempo de exposição que não permitia medições do comportamento do escoamento em tubos e sistemas de processos em tempo real (Beck et al, 1995). Somente recentemente é que técnicas que empregam medidas térmicas têm sido estudadas e têm como objetivo a reconstrução numérica de contrastes térmicos através de medidas de temperatura e/ou fluxo de calor nas paredes externas do meio. As técnicas de reconstrução térmica inversa são amplamente pesquisadas em diferentes aplicações tais como a determinação de propriedades térmica de novos materiais, monitoramento de chama em câmara de combustão, controle da produção de calor, temperatura em processos de manufatura, determinação da espessura local do filme em sistema de geração de vapor em caldeiras aquotubular ou flamotubular, etc (Mermond et al., 1999).

Como a técnica de reconstrução térmica inversa é recente, além de ser significativamente complexa, suas aplicações ainda não estão intensivamente difundidas uma vez que os resultados apresentam resolução espacial pobre, baixa distinguibilidade e freqüentemente produzem artefatos isto é, objetos ou imagens espúrias (Isaksen, 1996). Essas desvantagens, em relação aos métodos tradicionais, se devem principalmente ao fato de que as estratégias de sensoriamento térmico (que é classificado como campo deformável – *soft field*) terem sido desenvolvidas com base nos sensores de campo não deformável (ou campo duro – *hard field* - por exemplo, raio-X), onde se assume, principalmente, o campo sendo paralelo e confinado em um plano, além da estabilidade do campo térmico com relação a mudanças temporais em parâmetros internos. A dificuldade em desenvolver métodos de reconstrução totalmente adaptados a campos deformáveis, sem conter hipóteses pouco realistas, reside no fato de que essa técnica está relacionada com o meio de sensoriamento através de operadores integrais e/ou diferenciais extremamente mal condicionados. Esse mau condicionamento intrínseco pode, sob certas circunstâncias, afetar a qualidade das imagens onde os erros experimentais em associação a erros numéricos de truncamento e arredondamento podem ser amplificados e corromper completamente os resultados.

Este trabalho pretende contribuir para o desenvolvimento de um novo algoritmo de reconstrução adaptado às técnicas de sensoriamento térmico, onde a idéia básica é resolver de forma iterativa, começando por uma imagem qualitativa para formar um modelo inicial da distribuição do parâmetro estudado e, subseqüentemente, refiná-la iterativamente até que os parâmetros de predição se igualem as correspondentes medições experimentais. Isto pode ser feito através da idealização de um funcional de erro que expressa a diferença entre a distribuição de contraste térmico estudado (condutibilidade, coeficiente de transferência de calor, etc) obtida experimentalmente e numericamente, através da comparação de medidas do contorno (temperaturas e/ou fluxos de calor). Isto pode ser interpretado como uma confrontação de dois modelos diferentes do mesmo problema: um implementado em um computador através de uma discretização das equações governantes e o outro implementado no conjunto experimental o qual também “conhece-se” a equação do fenômeno. O objetivo principal é mostrar que a solução, segundo a formulação apresentada, corresponde ao mínimo global da superfície de erro e que essa superfície apresenta certas patologias que dificultam a obtenção do mínimo global, indicando que será necessária a utilização de métodos de otimização mais sofisticados, principalmente, aqueles baseados em busca combinatória.

Para ilustração da viabilidade da abordagem proposta, é apresentada uma simulação numérica de um experimento que representa a ebulição da água sobre uma chapa plana com o objetivo de

encontrar a localização de um sítio de nucleação, que é uma região de grande contraste para os valores dos coeficientes de transferência de calor.

2. EXPOSIÇÃO DO PROBLEMA

As equações governantes em um problema de tomografia térmica sem geração de calor no domínio e com condutibilidade térmica constante podem ser reduzidas a equação de Laplace mostrada a seguir, com as devidas condições de contorno:

$$\nabla^2 T = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (1)$$

$$T(x, y, z) = T_{\text{exc}}(x, z) \quad \text{para } y = 0 \quad (2)$$

$$q(x, y, z) = -k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z) \quad \text{para } y = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z) = 0 \quad \text{para } x = 0, x = L_x, z = 0 \text{ e } z = L_z \quad (4)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z) = h(x, z)[T(x, y, z) - T_{\infty}] \quad \text{para } y = L_y \quad (5)$$

$$\text{onde } \begin{cases} 0 \leq x \leq L_x \\ 0 \leq y \leq L_y \\ 0 \leq z \leq L_z \end{cases}$$

T = campo de temperatura;

T_{exc} = temperatura imposta em uma das paredes do contorno;

q = fluxo de calor;

k = condutibilidade térmica;

n = vetor normal;

h = coeficiente de transferência de calor;

T_{∞} = temperatura ambiente da água.

As Equações (1), (2), (4) e (5), com um $T_{\text{exc}}(x, z)$ e $h(x, z)$ fornecidos, completam o problema de valor de contorno, cuja solução é a distribuição de temperatura em todo o domínio. Condições adiabáticas são impostas em quatro paredes, conforme Eq.(4), com o objetivo de simular condições de periodicidade. Já a Eq.(5) representa uma condição de fluxo de calor resultante na superfície onde a temperatura é imposta (T_{exc}). A resposta procurada é o fluxo de calor, que é obtido resolvendo a Eq.(3).

As variáveis T_{exc} e q representam a relação entre estímulo e resposta e serão usados para a reconstrução do contraste interno h no volume de sensibilidade Ω . Para um estímulo aplicado (T_{exc}) e uma hipótese sobre $h(x, z) = h_{\text{aprox}}(x, z)$ resulta uma resposta (q_{aprox}) que será comparada com o resultado (q_{real}) obtido através de um experimento com os mesmos parâmetros e excitação.

Dessa forma, chamando de h_{real} e h_{aprox} , respectivamente os coeficientes de convecção de calor real e aproximado, com um mesmo padrão de excitação T_{exc} é possível calcular dois conjuntos de medidas q_{real} e q_{aprox} , conforme mostra o esquema abaixo.

$$T_{exc}(x, z) \rightarrow \begin{cases} \text{medidas exp.} \\ h_{real} \end{cases} \rightarrow \{q_{real}\} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \text{Eq.(1)-(5)} \\ h_{aproximado} \end{cases} \rightarrow \{q_{aprox}\}$$

Em princípio, a diferença entre os dois parâmetros h_{real} e h_{aprox} pode ser quantificada através do funcional de erro:

$$e(x, z) = |q_{real} - q_{aprox}| \quad (7)$$

No modelo acima, h_{real} não é conhecido *a priori* e q_{real} deve ser determinado através de medidas experimentais enquanto que q_{aprox} pode ser calculado através das Eqs.(1) - (5) com h_{aprox} e T_{exc} conhecidos. A partir de q_{real} e q_{aprox} determinados, o erro entre eles pode ser obtido através da Eq.(7). Com esse procedimento, a reconstrução consiste em encontrar a distribuição de contraste aproximada h_{aprox} que minimiza $e(x,z)$ através do refinamento de h_{aprox} até que haja uma diferença suficientemente pequena entre q_{real} e q_{aprox} .

Observe que o funcional $e(x,z)$, bem como o parâmetro $h(x, z)$ são calculados no plano $y = L_y$, isto é, eles são bidimensionais, porém, isso não significa uma restrição de confinamento, ou seja, o problema é resolvido de forma realmente tridimensional onde os campos de temperatura e fluxo se propagam nas três direções.

Também é de grande interesse nas aplicações industriais, a reconstrução da distribuição da condutibilidade térmica dos materiais. Neste caso, o procedimento é análogo, com as devidas adaptações na formulação.

3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS

Para demonstrar a viabilidade do método de reconstrução proposto, considere o problema de localização de um sítio de nucleação em uma chapa plana com água em ebulição. Numa primeira etapa da ebulição nucleada ocorre formação de bolhas isoladas nos sítios de nucleação que separam-se da superfície. Essa separação induz considerável mistura do fluido nas vizinhanças da superfície e proporciona considerável aumento de h e q . À medida que a temperatura aumenta, tornam-se ativos outros sítios de nucleação e a intensificação da formação de bolhas provoca a interferência e a coalescência das bolhas, o vapor escapa na forma de jatos ou colunas que se reúnem em grande massa de vapor. Nessa condição, o coeficiente de transferência de calor cresce consideravelmente, excedendo, na água, o valor de 1 MW/m^2 . A análise da ebulição nucleada envolve a previsão do número de sítios de nucleação da superfície sólida e a taxa de formação de bolhas em cada sítio. Embora os mecanismos associados a este regime de ebulição tenham sido extensamente estudados, ainda não foram desenvolvidos modelos matemáticos completos e confiáveis. Na ebulição é possível conseguir taxas elevadas de transferência de calor com pequenas diferenças de temperatura, principalmente na ebulição nucleada onde h e q atingem seus valores máximos. Uma vez que taxas elevadas de transferência de calor e valores altos dos coeficientes de convecção estão associados a pequenos valores do excesso de temperatura, é desejável, em muitos equipamentos de engenharia, operar no regime de ebulição nucleada (Incropera e Witt, 1992).

O coeficiente da condutibilidade térmica utilizado nas simulações foi adotado como sendo $10 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$, o que corresponde a uma chapa plana de aço inoxidável com 40% de níquel, com dimensões $5 \times 0.5 \times 5$ centímetros. Essa chapa é alimentada por uma fonte de calor constante de 500°C . Sobre a chapa existe água em processo de mudança de fase, cujos coeficientes de transferência de calor são cerca de $500 \text{ W/m}^2\text{C}$ para a água com convecção livre e $20000 \text{ W/m}^2\text{C}$ para a água em ebulição.

O domínio de estudo foi adotado de forma a conter um único sítio de nucleação, conforme a Fig.(1).

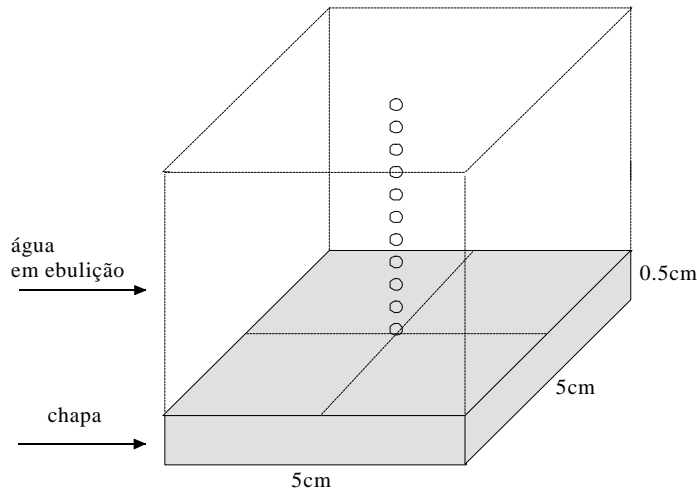


Figura 1: Experimento simulado: água em ebulição sobre uma chapa plana horizontal, contendo um único sítio de nucleação

A discretização das equações governantes foi feita através de fórmulas de diferenças finitas centradas, o que resultou na seguinte equação algébrica:

$$\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{(\Delta y)^2} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{(\Delta z)^2} = 0 \quad (8)$$

com a notação implícita $T_{i,j,k} = T(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ e os índices variando de acordo com $i = 0,1,2 \dots 24$, $j = 0,1,2 \dots 4$ e $k = 0,1,2 \dots 24$.

Além disso, as condições dadas pelas Eqs.(3) e (5) ficaram da seguinte forma após a discretização:

$$q_{i,0,k} = k \left(\frac{T_{i,1,k} - T_{i,0,k}}{\Delta y} \right) \quad (9)$$

$$-k \left(\frac{T_{i,4,k} - T_{i,3,k}}{\Delta y} \right) = h_{i,k} [T_{i,0,k} - T_{\infty}] \quad (10)$$

onde $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$ (temperatura ambiente da água).

O objetivo é determinar a região onde está ocorrendo o processo de surgimento da coluna de bolhas. Como a técnica tomográfica consiste em efetuar medidas não invasivas, só é possível impor e medir propriedades na face inferior da chapa. Assim, aplicando uma temperatura constante de 500°C nessa face, percebe-se que o fluxo resultante sofre uma variação de 9050 para 9300 W/m^2 na posição correspondente onde está ocorrendo o desprendimento de bolhas (vide Fig.(2)). Essa variação no fluxo acontece pois, a água, com temperatura mais baixa, passa a ocupar a região onde ocorre o desprendimento das bolhas, fazendo com que a temperatura local diminua. A Figura (3) mostra que o fluxo, na face superior, aumenta significativamente enquanto que a temperatura diminui numa proporção bem menor, confirmando que para uma alta taxa de variação de h (de 500 para $20000 \text{ W/m}^2\text{C}$) estão associados altos valores de q e baixas variação da temperatura. A variação de q foi de 9000 para 9900 W/m^2 enquanto que a temperatura variou de cerca de 43°C para $25,5^{\circ}\text{C}$.

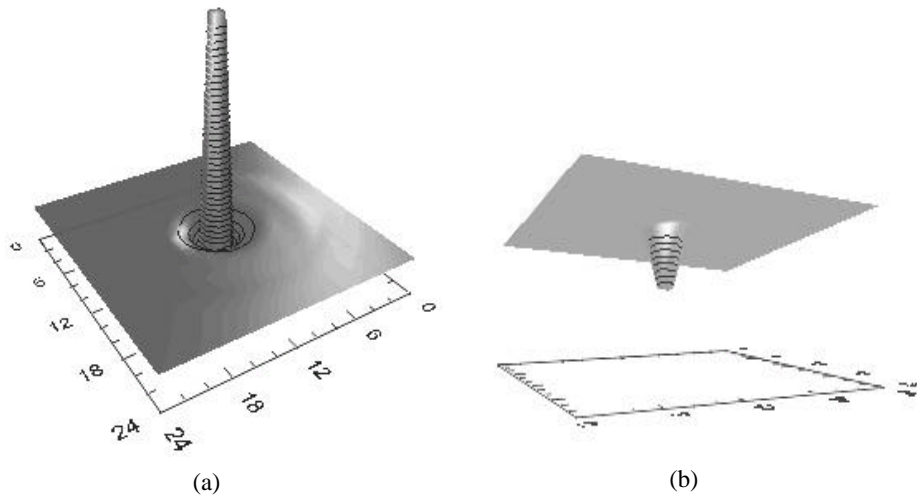


Figura 2: Variações a) do fluxo e b) da temperatura, na parte superior da chapa (medidas inferidas)

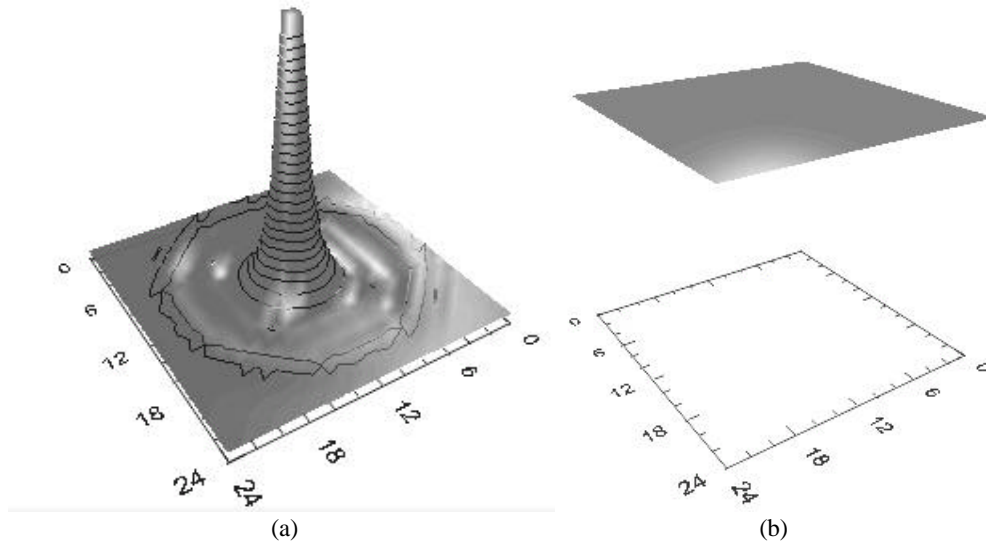


Figura 3: Variações a) do fluxo e b) da temperatura, na parte inferior da chapa (propriedades medidas e impostas)

Tendo em mãos os resultados da parte experimental, resolve-se o problema numérico com a posição do sítio de nucleação variando ao longo de toda a face superior da chapa, os fluxos encontrados em cada posição são comparados com o fluxo encontrado através do experimento realizado com as mesmas condições. Essa comparação consiste na construção de um funcional de erro que é a diferença entre as medidas numérica e experimental do fluxo de calor. A menor diferença entre essas duas medidas indica que a posição de prospecção coincide com a posição real.

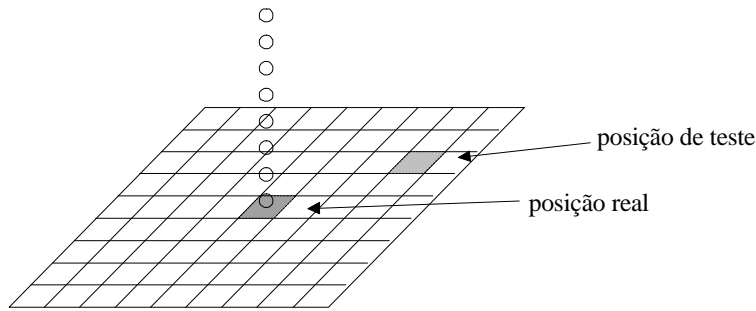


Figura 4: Malha na parte superior da chapa mostrando a posição real do centro de nucleação e a posição prospectiva

A superfície de erro encontrada é a seguinte:

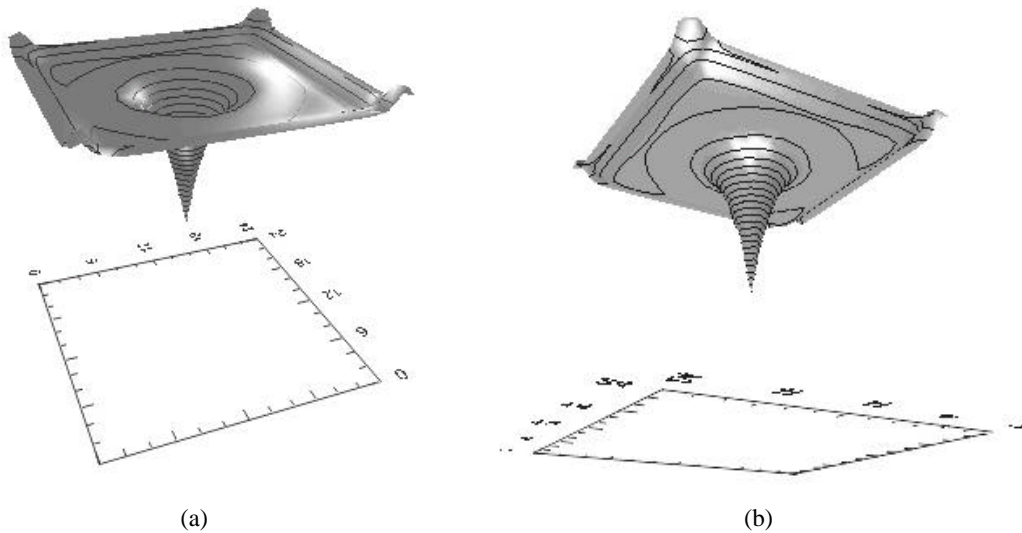


Figura 5: Superfície de erro a) vista por cima b) vista por baixo

Pode-se observar claramente que a superfície de erro, na figura acima, exibe um mínimo extremamente pronunciado (um poço) onde a distribuição do coeficiente de convecção aproximada coincide com a real, isto é, onde $h_{\text{real}} \equiv h_{\text{aprox}}$, indicando que a reconstrução proposta pode ser realizada através da minimização da Eq.(7). A análise da Fig.(5) revela alguns problemas em potencial relacionados à topologia da superfície de erro, como por exemplo, a existência de pontos de máximos locais ao redor da região de atração do ponto de mínimo, o que pode afastar a seqüência de convergência para longe do mínimo procurado, caso fosse utilizado um método de busca baseado na inclinação. Além disso, existem regiões praticamente planas ao redor do poço da solução, fazendo com que o método de busca pare. Esses problemas podem comprometer seriamente a eficiência do método numérico de minimização, por isso a necessidade de se utilizar métodos mais elaborados como, por exemplo, um método evolucionista.

4. CONCLUSÕES

A tomografia térmica é uma técnica de grande aplicabilidade nos processos industriais, incluindo os equipamentos com escoamentos multifásicos. Por ser uma técnica recente e complexa ainda há muito a ser feito antes de ser amplamente utilizada na indústria. Sua complexidade é

consequência de sua natureza mal condicionada que se expressa na superfície de erro causando sérias patologias, como as regiões planas e os pontos de máximo próximos ao ponto de mínimo. E esse ponto de mínimo, como mostram os resultados, está efetivamente associado com a solução desejada.

A abordagem aqui apresentada tem vantagens em comparação com a maioria das técnicas de reconstrução, por exemplo, não há hipóteses restritivas, tais como o campo de temperatura sendo bidimensional e paralelo e é intrinsecamente tridimensional e livre de efeitos de média, isto é, o coeficiente de convecção não se difunde nas regiões de alto gradiente.

Os resultados obtidos mostram que estudos sistemáticos sobre a topologia dos funcionais de erro são necessários para o desenvolvimento de métodos de otimização adequados ao problema. Em particular, é possível concluir que o processo de otimização deverá combinar as características de um método de busca combinatória\aleatória (como é o caso dos algoritmos genéticos), com a performance de métodos baseados na inclinação local (gradientes conjugados por exemplo).

5. AGRADECIMENTOS

O suporte para este trabalho foi fornecido pela FAPESP através dos processos 98/12921-1, 99/02821-2 e 00/02890-3.

6. REFERÊNCIAS

- Beck, M. S.; Dyakowski, T.; Plaskowski, A. and Thorn, R., 1995, "Imaging Industrial Flows: Applications of Electrical Process Tomography", London, Institute of Physics Publishing.
- Incropera, F. P. and Witt, D. P., 1992, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", Ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, Brazil, 455 p.
- Isaksen, O., 1996, "A Review of Reconstruction Techniques for Capacitance Tomography", Measurement Science & Technology, Vol. 7, pp. 325-337.
- Mermond, Y., feidt, M. and Marvillet, C., 1999, "Proprieteés Thermodynamiques et Physiques des Melanges de Fluides Frigorigenes et D'huiles", International Journal of Refrigeration, Vol. 22, pp. 569-579.
- Rolnik, V. P. and Selegim Jr., P., 2001, "Contribution to the Development of a New Image Reconstruction Method for Two-Phase Flow Electrical Impedance Tomography – Topological Studies", Proceedings of the 2nd International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Rio de Janeiro, Brazil.

PATHOLOGIES OF INVERSE THERMAL RECONSTRUCTION PROBLEMS – TOWARDS THE DEVELOPMENT OF A 3-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION TECHNIQUE

***Abstract.** Inverse thermal reconstruction techniques are widely used in different applications such as the determination of thermal properties of new materials, flame monitoring in combustion chambers, control of the heat generation, etc. The solution of an inverse 3-dimesional thermal problem is significantly complex, and, thus, requires a formulation that do not contain unrealistic experimental conditions such as 2-dimensional confinement and steadiness of the thermal field with respect to temporal changes in internal parameters. One of the most adopted approaches is the variational formulation based on quadratic error forms for the reconstruction of the internal heat conduction distribution and convection coefficient. Within this framework, the ill conditioned nature of the problem manifests itself on the optimization surface by producing problematic topologies such as contour and multiple local minima, saddle points, swamp around the solution, etc. Numerical simulations aiming to map the corresponding optimization surfaces and to identify the associated problematic structures or pathologies. Results show that the solution of this type of inverse problem is possible, because the global minimum is effectively associated with the correct*

convection coefficient and although possible, attaining the global minimum will be an extremely complicated task if conventional optimization procedures are applied.

Keywords. process thermal tomography, reconstruction method, multiphase flow.