

II NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 12 a 16 de Agosto de 2002 - João Pessoa – PB

## O FENÔMENO DE ENCOLHIMENTO NA TRANSFERÊNCIA DE MASSA EM ESFERÓIDES OBLATOS

#### João Evangelista Franco Carmo

Universidade Federal da Paraíba (UFPB), CCT, Departamento de Física, 58109-970, Campina Grande-PB, Brasil E-mail: franco@df.ufpb.br

#### Antonio Gilson Barbosa de Lima

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Cep 58109-970, Campina Grande, PB, Brasil. e-mail: gilson@dem.ufpb.br

**Resumo.** Uma solução numérica da equação de difusão para descrever a transferência de massa dentro de esferóides oblatos considerando coeficiente de difusão constante, condição de equilíbrio na superfície e o efeito do encolhimento, é apresentada. A equação de difusão no sistema de coordenadas esferoidais oblato foi usada considerando um fluxo de massa bidimensional. Empregou-se o método de volumes finitos para discretizar a equação básica e o sistema de equações lineares resultante foi resolvido iterativamente usando o método de Gauss-Seidel. Resultados do teor de umidade médio para uma razão de aspecto e três coeficientes de encolhimento são apresentados e analisados. Perfis do teor de umidade dentro esferóide, para diferentes números de Fourier também são apresentados e analisados. Verificou-se que o efeito do encolhimento é aumentar a taxa de secagem do sólido. Os resultados também indicam que o modelo é consistente e pode ser usado para resolver outros casos como aqueles que incluem disco e/ou esfera com propriedades variáveis sob pequenas modificações.

Palavras-chave: numérico, secagem, esferóide oblato, elipsóide, encolhimento

## 1. INTRODUÇÃO

A predição da secagem de sólidos úmidos envolve a solução de equações para transferência de calor, massa e quantidade de movimento simultaneamente, no entanto, simplificações são geralmente efetuadas para reduzir a complexidade do problema. Tem sido uma prática bastante comum no estudo da secagem de grãos e sementes, por exemplo, negligenciar os efeitos dos gradientes de temperatura e encolhimento no transporte de massa.

A descrição matemática de um determinado fenômeno é tanto mais complexa quanto mais o modelo utilizado se aproxima da realidade. Durante os processos de secagem pode haver um encolhimento do material e os coeficientes de difusão de massa podem variar com o teor de umidade e a temperatura. Portanto, a representação matemática pode resultar em equações não lineares, tornando a solução analítica que descreve o fenômeno físico real, muitas vezes, de difícil obtenção. Nestes casos, uma solução numérica para o problema é bastante recomendável e podem incorporar com facilidade as mudanças sofridas pelo sólido no decorrer do processo.

Várias pesquisas sobre secagem de produtos sólidos, levando em consideração o efeito do encolhimento durante o processo de secagem são encontrados na literatura. Entre eles pode-se citar os trabalhos de Queiroz e Nebra (2000); Sabarez e Price (1999); Youcef-Ali et al (2000); McMinn e Magae (1997); Rovedo et al. (1998); Hernandez et al. (2000); Lima et al.(2000), Lima et al. (2001), Nascimento et al. (2001a, 2001b), Lima(1999).

Quase sempre o encolhimento do material é relacionado com o seu teor de umidade. Sendo assim, diversas correlações empíricas entre as propriedades físicas do material e o seu teor de umidade podem ser desenvolvidas. Neste sentido, modelos foram desenvolvidos considerando o encolhimento do produto igual ao volume da água perdida em cada passo do processo de secagem (Queiroz e Nebra, 2000; Lima et al. 2000; Lima et al. 2001; Lima 1999). A maioria dos trabalhos citados apresenta uma solução numérica para o problema, entretanto, Hernandez et al. (2000) apresenta uma solução analítica baseada na solução desenvolvida por Crank (1975).

O objetivo deste trabalho é apresentar o desenvolvimento e solução numérica de um modelo de difusão de massa em corpos sólidos com a geometria de um esferóide oblato, tendo por base a 2<sup>a</sup> lei de Fick, formulada no sistema de coordenadas esferoidais oblato, considerando a difusão da água na fase líquida, condição de equilíbrio na superfície do sólido e o encolhimento do material dependendo do seu teor de umidade.

## 2. A MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 2.1 Formulação analítica

A equação de Fick escrita no sistema de coordenadas cartesianas é dada por:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial M}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial M}{\partial z} \right)$$
(1)

onde M é o teor de umidade e D o coeficiente de difusão. A Equação (1) é ideal para descrever a difusão de massa em corpos com geometria retangulares tais como placas e paralelepípedos, devendo ser transformada para o sistema de coordenadas esferoidais oblato em acordo aos objetivos do trabalho. A Figura (1) mostra um corpo com a geometria esferoidal oblata.



Figura 1. Características de um corpo esferoidal oblato

As relações entre o sistema de coordenadas cartesianas (x, y ,z) e esferoidal oblato ( $\mu$ ,  $\phi$ , $\omega$ ), são dadas por (Stratton et al., 1941; Flammer, 1957; Abramowitz e Stegun, 1972):

 $x=L \cosh\mu \operatorname{sen}\phi \cos\omega; \quad y=L \cosh\mu \operatorname{sen}\phi; \quad z=L \operatorname{sen}\mu \cos\phi$  (2)

onde  $L = (L_2^2 - L_1^2)^{1/2}$ . Definindo  $\xi$ =senh $\mu$ ,  $\eta$ =cos $\phi$  e  $\zeta$ =cos $\omega$ , considerando a existência de simetria em torno de  $\omega$  e D constante, calculando os coeficientes métricos e o laplaciano da transformação para o novo sistema de coordenadas, pode-se escrever a equação de difusão da seguinte forma Carmo, (2000); Carmo e Lima (2000a, 2000b e 2001):

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \left[\frac{1}{L^2 \left(\xi^2 + \eta^2\right)} \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\left(\xi^2 + 1\right) D \quad \frac{\partial M}{\partial \xi}\right) + \frac{1}{L^2 \left(\xi^2 + \eta^2\right)} \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \quad \left(\left(1 - \eta^2\right) D \quad \frac{\partial M}{\partial \eta}\right)\right]$$
(3)

Assumindo que o teor de umidade é inicialmente uniforme no interior do material e a existência de condições de equilíbrio na superfície do sólido tem-se as seguintes condições de contorno:

$$M(\xi, \eta, t=0)=M_{o}; \qquad M(\xi=L_{1}/L, \eta, t)=M_{e} \qquad \text{(na superfície)}$$

$$\frac{\partial M(\xi, \eta=1, t)}{\partial \eta}=0; \qquad \frac{\partial M(\xi, \eta=0, t)}{\partial \eta}=0; \qquad \frac{\partial M(\xi=0, \eta, t)}{\partial \xi}=0 \qquad (4)$$

onde os valores apresentados para os gradientes, são decorrentes da simetria existente no interior do corpo.

O elemento de volume diferencial no novo sistema de coordenadas, para o caso tridimensional é dado por (Magnus et al, 1996):

$$dV = \frac{L^3(\xi^2 + \eta^2)}{\sqrt{1 - \zeta^2}} d\xi d\eta d\zeta$$
(5)

A difusão de umidade no interior do sólido é gerada a partir de um gradiente de umidade. Desta forma, como o processo é transiente, o teor de umidade no interior do sólido é dado em função da posição e do tempo; logo, a cada instante, pode-se definir para o sólido um teor de umidade médio por:

$$\overline{\mathbf{M}} = \frac{1}{\mathbf{V}} \int_{\mathbf{V}} \mathbf{M} \, \mathrm{d}\mathbf{V} \tag{6}$$

onde V é o volume total no domínio considerado ( $0 \le \xi \le L_1/L \text{ e } 0 \le \eta \le 1$ ).

Utilizando os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\eta^* = \eta;$$
  $\xi^* = \xi;$   $t_m^* = \frac{Dt}{L^2};$   $V^* = \frac{V}{L^3};$   $M^* = \frac{M - M_e}{M_o - M_e}$  (7 a-e)

Derivando e substituindo na Eq. (3), têm-se:

$$\frac{\partial \mathbf{M}^{*}}{\partial t_{\mathrm{m}}^{*}} = \frac{1}{\left(\boldsymbol{\xi}^{*}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\eta}^{*}\right)^{2}} \left[ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\xi}^{*}} \left( \left(\boldsymbol{\xi}^{*}\right)^{2} + 1 \right) \frac{\partial \mathbf{M}^{*}}{\partial t_{\mathrm{m}}^{*}} \right] + \frac{1}{\left(\boldsymbol{\xi}^{*}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\eta}^{*}\right)^{2}} \left[ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}^{*}} \left( \mathbf{I} - \left(\boldsymbol{\eta}^{*}\right)^{2} \right) \frac{\partial \mathbf{M}^{*}}{\partial \boldsymbol{\eta}^{*}} \right]$$
(8)

Utilizando-se as variáveis adimensionais, já definidas, as condições iniciais, de contorno, simetria e valor médio assumem a forma:

$$M^{*}\left(\xi^{*} = \frac{L_{1}}{L}; \eta^{*}, t_{m}^{*}\right) = 0; \qquad M^{*}\left(\xi^{*}, \eta^{*}, t_{m}^{*} = 0\right) = 1; \qquad \overline{M}^{*} = \frac{1}{V^{*}} \int_{V^{*}} M^{*} dV^{*}$$
$$\frac{\partial M^{*}\left(\xi^{*}, \eta^{*} = 1, t_{m}^{*}\right)}{\partial \eta^{*}} = 0; \qquad \frac{\partial M^{*}\left(\xi^{*}, \eta^{*} = 0, t_{m}^{*}\right)}{\partial \eta^{*}} = 0; \qquad \frac{\partial M^{*}\left(\xi^{*} = 0, \eta^{*}, t_{m}^{*}\right)}{\partial \xi^{*}} = 0 \qquad (9 \text{ a-f})$$

O efeito do encolhimento do material sobre o processo de secagem será considerado, baseando-se no trabalho de Lima (1999). É proposta a seguinte equação para o cálculo do volume do corpo em um instante qualquer:

$$\left(\mathbf{V}\right)_{t} = \mathbf{V}_{0} \left(\mathbf{B}_{1} + \mathbf{B}_{2} \,\overline{\mathbf{M}}\right) \tag{10}$$

Desde que em t = 0,  $\overline{M} = \overline{M}_0$  e (V) t = V<sub>0</sub>, a partir da Eq. (10), têm-se:

$$\mathbf{B}_1 = 1 - \mathbf{B}_2 \,\overline{\mathbf{M}}_0 \tag{11}$$

Considerando os parâmetros adimensionais, já definidos, e, substituindo a Eq. (11) na Eq. (10), têmse:

$$\frac{\left(\mathbf{V}^*\right)_t}{\mathbf{V}_0^*} = 1 - \mathbf{B}\left(\overline{\mathbf{M}}_0 - \overline{\mathbf{M}}\right) \tag{12}$$

onde  $B = B_2 (\overline{M}_0 - \overline{M}_e).$ 

Durante o processo de secagem, o volume do material muda com o tempo, conseqüentemente, os valores de  $L_1$  e  $L_2$  mudarão. Considera-se esta mudança de tal forma que a qualquer instante:

$$L_1/L_2 = \text{constante}$$
 (13)

Sabendo que o volume do esferóide oblato é dado por:

$$V = \frac{4}{3}L_1 L_2^2$$
(14)

pode-se utilizar as Eq. (12) e (13) para determinar a cada instante os novos valores de  $L_1$  e  $L_2$ .

#### 2.2 Formulação numérica

A formulação numérica para um problema qualquer começa com a identificação do domínio de interesse, e, a partir daí a sua subdivisão em um número finito de sub-domínios. De acordo com a Fig. (1) pode ser observado planos de simetria que passam pelos pontos (x=0, y=0, z=0) e (x=0, y=0, z = L), em particular, o plano zy, com y $\ge$ 0 e z  $\ge$ 0. Na Figura (2) são mostradas as linhas de  $\xi$  e  $\eta$  constantes, e que delimitam cada um dos pontos nodais P distribuídos pelo domínio. Os pontos N, S, E, W são pontos do domínio vizinhos a P. Esta é uma representação usual, com as letras significando Norte, Sul, Leste e Oeste, respectivamente.



Figura 2. Representação esquemática do volume de controle utilizado.

Uma solução numérica do problema é obtida a partir da Eq. (8), usando a técnica de volumes finitos e integrando-a no volume e no tempo. Seguindo a formulação implícita e a prática B (Maliska,1995; Patankar, 1980) pode ser obtido o seguinte sistema de equações algébricas lineares:

$$A_{P}M_{P}^{*} = A_{E}M_{E}^{*} + A_{W}M_{W}^{*} + A_{N}M_{N}^{*} + A_{S}M_{S}^{*} + A_{P}^{0}M_{P}^{0}$$
(15)

onde:

$$A_{E} = \frac{\left(1 - \left(\eta_{e}^{*}\right)^{2}\right)}{\delta\eta_{e}^{*}}\Delta\xi; \qquad A_{W} = \frac{\left(1 - \left(\eta_{W}^{*}\right)^{2}\right)}{\delta\eta_{W}^{*}}\Delta\xi^{*}; \qquad A_{P} = A_{E} + A_{W} + A_{N} + A_{S} + A_{P}^{0}$$
$$A_{N} = \frac{\left(\xi_{n}^{*}\right)^{2} + 1}{\delta\eta_{n}^{*}}\Delta\eta^{*} \quad ; \qquad A_{S} = \frac{\left(\xi_{S}^{*}\right)^{2} + 1}{\delta\xi_{S}^{*}}\Delta\eta^{*} \qquad A_{P}^{0} = \frac{\left(\xi_{P}^{*}\right)^{2} + \left(\eta_{P}^{*}\right)^{2}}{\Delta t_{m}^{*}}\Delta\eta^{*}\Delta\xi^{*}$$

A Equação (15) é válida para todos os elementos internos do domínio inclusive os pontos de fronteira. Os cálculos foram iniciados com as condições iniciais já descritas e a solução é considerada convergida quando o seguinte critério for alcançado em todos os pontos do domínio:

$$\left|\mathbf{M}^{*^{n-1}} - \mathbf{M}^{*^{n}}\right| \le 10^{-7} \tag{16}$$

onde n representa a n-ésima iteração num mesmo instante de tempo. Para resolver o conjunto de equações gerado a partir da Eq. (15) foi utilizado um programa computacional codificado em Fortran, desenvolvido por Lima (1999) e adaptado para esferóides oblatos.

#### **3. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

O modelo matemático apresentado foi utilizado para simular o processo de secagem de um sólido úmido, com a forma de um esferóide oblato, cuja razão de aspecto pode variar desde esfera  $(L_2/L_1=1.001)$  até disco circular  $(L_2/L_1\rightarrow\infty)$ , casos particulares extremos de um esferóide oblato. Na discretização, resultados satisfatórios foram obtidos com uma malha uniforme de 20x20 pontos e um  $\Delta t^*_m=0.0002440$ . Para validar o modelo, resultados numéricos do teor de umidade adimensional no centro de um esferóide oblato com razão de aspecto  $L_2/L_1=2.00$  e B=0.00, são comparados com resultados analíticos reportados por Haji-Sheikh (1986) conforme mostra a Fig. (3). Observa-se uma excelente concordância entre os resultados.

Uma importante abordagem feita neste trabalho, que aproxima bastante a simulação do processo real, é a consideração do efeito do encolhimento sobre a cinética de secagem. Na Figura (4), vê-se as cinéticas de secagem para um sólido esferoidal com razão de aspecto,  $L_2/L_1 = 2.00$  e os coeficientes de encolhimento B=0.00, B=0.30 e B=0.50. É notado que com o aumento do número de Fourier, sempre há um decréscimo na razão de umidade média e, quanto maior for o coeficiente de encolhimento, mais rapidamente acontece a secagem do produto.

As Figuras (7) e (8) ilustram resultados semelhantes aos mostrados com as Fig. (5) e (6), só que agora em Fo=0.0122. Neste instante, pode-se notar que o efeito do encolhimento sobre a secagem do sólido é mais acentuado. Em Fo=0.00195, para os casos com B=0.00 e B=0.60, as razões de umidade média são respectivamente 0.8095 e 0.8051. Já no instante em que Fo=0.0122, essas mesmas razões de umidade valem respectivamente 0.5499 e 0.5213.



Figura 3. Comparação entre os teores de umidade adimensional numérico e analítico (Haji-Sheikh, 1986), no centro de um esferóide oblato com  $L_2/L_1=2,00$  e B=0.00



Figura 4. Teor de umidade adimensional médio em função do número de Fourier para três coeficientes de encolhimento adimensional.

As Figuras (5) e (6) mostram a distribuição do teor de umidade no interior do sólido, em Fo=0.00195, para B=0.00 e 0.60 respectivamente. Novamente percebe-se que o efeito do encolhimento, quando se considera constante a difusividade do material, é o de acelerar o processo de secagem. Comparando estas figuras, verifica-se que os gradientes de umidade no interior do sólido, praticamente não se modificaram.



Figura 5. Teor de umidade no interior do sólido, com razão de aspecto  $L_2/L_1 = 2.00$ , Fo=0.00195 e B=0.00.



Figura 6. Teor de umidade no interior do sólido, com razão de aspecto  $L_2/L_1 = 2.00$ , Fo=0.00195 e B=0.60



Figura 7. Teor de umidade no interior do sólido, com razão de aspecto  $L_2/L_1 = 2.0$ , Fo=0.0122 e B=0.00



Figura 8. Teor de umidade no interior do sólido, com razão de aspecto  $L_2/L_1 = 2.0$ , Fo=0.0122 e B=0.60.

Quando se está considerando o encolhimento do material, um importante fenômeno que deve ser analisado é o aparecimento de tensões, trincas e fendas no interior do produto que está sendo secado. É reportado na literatura que tensões ocorrem em regiões onde estão presentes altos gradientes de umidade ou de temperatura. Em trabalhos anteriores (Carmo e Lima, 2000b; Carmo e Lima, 2001) foi mostrado que quanto maior for o número de Biot característico de um processo de secagem, maiores são os gradientes de umidade no interior do produto.

Observando as Fig. (5)-(8), nota-se que os gradientes de umidade no interior do produto praticamente não variam quando o coeficiente de encolhimento foi modificado. Dessa forma, pode-se verificar que a degradação mecânica do material é principalmente devido às condições de secagem e, não das variações dimensionais do produto.

Vale salientar que o tempo total de secagem é sempre menor, quando o encolhimento do produto é considerado na modelagem matemática. Desta forma, um melhor dimensionamento do consumo energético em um secador industrial pode ser obtido. Além disso, o estudo do fenômeno de deformações e variações dimensionais é de grande importância para melhor elucidar o fenômeno de secagem, fornecer subsídios para realizar-se secagem ótima sob o ponto de vista energético, e prevenir trincas no interior do sólido, durante o processo.

#### 4. CONCLUSÕES

Considerando os dados obtidos e a análise dos resultados da simulação da secagem, considerando o coeficiente de difusão constante e o encolhimento do sólido durante o processo, pode-se concluir que:

- □ A razão de umidade média decresce com o aumento do número de Fourier, qualquer que seja razão de aspecto e o coeficiente de encolhimento;
- □ Situações em que se apresenta um maior coeficiente de encolhimento, tem como resultado uma maior taxa de secagem;
- □ O modelo é versátil, podendo ser usado em geometrias que variam desde um disco até uma esfera, e também com outras condições de contorno, sob pequenas modificações.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e ao CNPq (processo nº 476457/2001-7), pelo apoio financeiro concedido e aos pesquisadores referenciados que com suas pesquisas, ajudaram no melhoramento deste trabalho.

## 6. REFERÊNCIAS

- Abramowitz, M., Stegun, I. A., 1972, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, Inc., New York, USA, pp. 752-772.
- Carmo, J.E.F., Lima, A.G.B., 2000, "Difusão em Sólidos Esferoidais Oblatos: Modelagem e Simulação" Campina Grande, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, 95p. Dissertação (mestrado).
- Carmo, J.E.F., Lima, A.G.B., 2000, "Simulação Numérica da Transferência de Massa em Esferóides Oblatos", Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2000). Natal, Brasil, CD-Rom.
- Carmo, J.E.F., Lima, A.G.B., 2000, "Mass Transfer Modeling in Oblate Spheroidal Solids", Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences (ENCIT 2000), Porto Alegre Brasil, cd-Rom.
- Carmo, J.E.F., Lima, A.G.B., 2001, "Modelling and Simulation of Mass Transfer Inside the Oblate Spheroidal Solids", Proceedings of the second inter-american drying conference, pp 173-183.
- Crank, J., 1992, "The Mathematics of Diffusion", Oxford Science Publications, New York, USA, 414p.
- Flammer, C., 1957, "Spheroidal Wave Functions". Stanford University Press, Stanford, 220p.
- Gebhart, B., 1993, "Heat Conduction and Mass Diffusion", McGraw-Hill, Inc., New York, USA, 634p.
- Haji-Sheikh, A., 1986, "Integral Methods in Science and Engineering". Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, Chapter: On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions, pp. 467-479.
- Hernadez, J.A., Pavón, G., Garcia, M.A, 2000, "Analitical Solution of Transfer Equation Considering Shrinkage for Modeling Food-Drying Kinetics", Journal of Food Engineering. 45 (2000) pp. 1-10.
- Lima, A. G. B., 1999 "Fenômeno de Difusão em Sólidos Esferoidais Prolatos. Estudo de Caso: Secagem de Banana" Campinas, Faculdade de Engenharia MECÂNICA, Universidade Estadual de Campinas.265p. tese(doutorado).
- Lima, A. G. B., Nebra, S. A., Queiroz, M. R., 2001, "Simultaneous Heat and Mass Tdifusion Including Shrinkage During drying of Banana: A Numerical Simulation", Proceedings of Inter-American Drying Conference (IADC), Boca del Rio, Vera Cruz, México, pp. 332-342.
- Magnus, W., Oberhettinger, F., Soni, R. P., 1966, "Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics" .Springer-Verlag, Berlim pp.472-495
- Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 424 p.
- McMinn, W. A.M., Magee, T.R.A, 1997, "Phisical Characteristics of Dehydrated Potatoes Part I" Journal of Food Engineering 33 (1997) pp.37-48.
- Nascimento, J. J. Silva, Belo, F. A. Lima, A G.B., 2001a, "Simultaneous Moisture Transport and Shrinkage During Drying off Parallepiped Solids" Proceedings of the Second Inter-American Drying Conference, ), Boca del Rio, Vera Cruz, México, pp. 535-544.
- Nascimento, J. J. Silva, Belo, F. A. Lima, A G.B., 2001b, "Simultaneous Mass Transport and Shrinkage During Drying off Solids Parallepiped: A Numerical Study" Proceedings of the twentieth second Iberian Latin-American Congress in Computational Methods in Engineering, Campinas-SP, Brazil, CD-ROM.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Coorporation, New York, USA, 197p.
- Queiroz, M.R., Nebra, S. A, 2000, "Theoretical and Experimental Analysis of the Drying Kinetics of Bananas" Journal of Food Engineering 47 (2001) pp.127-132.
- Rovedo, C., Suarez, C., Viollaz, P., "Analysis of Moisture Profiles, Mass Biot Number and Driving Force During Drying of Potato Slabs" 1998, Journal of Food Engineering 36 (1998) pp.211-231.

- Sabarez, H. T., Price, W. E., 1999, "A Difusion Model for Prune Dehydration" Journal of Food Engineering 42 (1999) pp.167-172.
- Stratton, J. A., Morse, P. M., Chu, L. J., Little, J. D. C., Huntner, R. A., 1941, "Elliptic Cylinder and Spheroidal Wave Functions", The Tech. Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, inc. ,NewYork, USA, 127p.
- Youcef-Ali, S., Messaoudi, H., Desmons, J. Y., Abene, A , Le Ray, M., 2000, "Determination of the Average Coefficient of Internal Moisture Transfer During the Drying of a Thin Bed of Potato Slices" Journal of Food Engineering 48 (2001) pp.95-101.

# THE SHRINKAGE PHENOMENON ON THE MASS TRANSFER IN OBLATE SPHEROIDS

## João Evangelista. Franco. Carmo

Universidade Federal da Paraíba (UFPB), CCT, Departamento de Física, 58109-970, Campina Grande-PB, Brasil E-mail: franco@df.ufpb.br

## Antonio Gilson Barbosa de Lima

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Cep 58109-970, Campina Grande, PB, Brasil. e-mail: gilson@dem.ufpb.br

Abstract. A numerical solution of the diffusion equation to describe the mass transfer inside of oblate spheroids considering the diffusion coefficient and boundary condition constant at the surface and the effect of the shrinkage, it is presented. The diffusion equation in spheroidal oblate coordinates considering applied to two-dimensional case it was used. The finite-volume method was used to discretize the basic equation and the system of linear equations resulting was solved interactively using the Gauss-Seidel method. Results of the average moisture content for one aspect reason and three shrinkage coefficients are presented and analyzed. The moisture content distribution inside of spheroid, for different Fourier numbers are also presented and analyzed. It was verified that the effect of the shrinkage is to increase the drying rate of the solid. The results also indicates that the model is consistent and it can be used to solve other cases as those that include disk and/or sphere with variable properties under small modifications

Keywords: numerical, drying, oblate spheroid, ellipsoid, shrinkage