



EFEITO DE UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME NA CONVECÇÃO NATURAL DENTRO DE UMA CAVIDADE TRIANGULAR ISÓSCELES

Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena - FAENQUIL
Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo
Email: felipe@debas.fauenquil.br

Maurício Araújo Zanardi

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto P. Cunha 333 –12516-410- Guaratinguetá – São Paulo
Email: mzanardi@feg.unesp.br

Resumo. Foi estudado o efeito de um campo magnético uniforme e vertical, na convecção natural de um líquido, dentro de uma cavidade triangular, na forma isósceles, aquecida em uma de suas superfícies laterais, com a base e a outra superfície frias. Foi utilizado o método dos volumes de controle de Patankar, para resolver as equações de massa, quantidade de movimento e energia. O procedimento numérico adotado foi baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas, linhas de corrente e perfis de velocidade, são apresentadas para as simulações estudadas, e o número de Nusselt é apresentado em função do número de Hartmann e do número de Rayleigh. Foi concluído que o campo magnético externo inibe o escoamento do fluido e a transferência de calor na cavidade. Quando o número de Hartmann cresce, o campo de temperatura se assemelha ao do tipo de condução, e foi encontrado que o número de Nusselt na superfície fria inclinada fria da cavidade, diminui com o crescimento do número de Hartmann. As simulações foram feitas com o número de Hartmann variando de 0 a 800, para $10^3 < Ra < 10^8$, para uma cavidade de razão aspecto(H/L) igual a 0,5. O número de Prandtl foi considerado igual a 10.

Palavras chave: convecção natural; campo magnético, cavidade triangular, isósceles.

1. INTRODUÇÃO

A transferência do calor por convecção natural em cavidades tem recebido considerável atenção nas últimas décadas. O interesse nesses problemas vem de suas importantes e numerosas aplicações, tais como resfriamento de equipamentos elétricos, componentes eletrônicos, reatores nucleares, coletores solares, fabricação de cristais, etc.. Na tecnologia de fabricação de materiais os pesquisadores aplicam um campo magnético para suprimir inevitáveis correntes de convecção, o que fornece um controle melhor da qualidade do cristal, durante o processo de Czochralski de crescimento do cristal. O mecanismo de crescimento de cristal na presença de um campo magnético foi examinado desde 1980 por Oreper e Szekelly (1983). Ozoe e Maruo (1987) investigaram numericamente a convecção natural de um fluido eletricamente condutor na presença de um campo magnético para um número de Prandtl pequeno. A tridimensionalidade e os efeitos da direção do campo magnético foram examinados por Ozoe e Okada (1989). Garandet et al. (1992) estudaram a influência do campo magnético transversal sobre a convecção natural em uma cavidade bidimensional baixa, aquecida isotermicamente dos lados. Vasseur et. al. (1995) estudaram analítica

mente e numericamente o efeito do campo magnético transversal na convecção em uma cavidade alta, bidimensional, inclinada (razão de aspecto $A=4$). Alchaar et al. (1995) investigaram o efeito de anulação da corrente de convecção em uma cavidade baixa aquecida, para o intervalo do número de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^5$), número de Hartmann ($0 < Ha < 100$) e número de Prandtl ($0,005 < Pr < 1$). Os resultados ajustaram bem com a solução obtida por Garandet et al. (1992). Rudraiah et al. (1995) determinaram a função de vorticidade da convecção natural dentro de uma cavidade retangular, na presença de um campo magnético, para um amplo intervalo do número de Grashof e do número de Hartmann e número de Prandtl igual a $Pr=0,733$. Alchaar et al. (1995) estudaram numericamente a convecção natural em duas dimensões numa cavidade baixa e aquecida na base, na presença de um campo magnético inclinado, para a razão de aspecto $A=6$, para $1,8 \times 10^3 < Ra < 3 \times 10^4$, $0 < Ha < 35$, e $0,005 < Pr < 1$. Khanafer (1996) estudou numericamente a convecção natural laminar numa cavidade inclinada submetida a um campo magnético transversal. Al-Najem et al. (1998) examinaram a influência do campo magnético na transferência de calor no interior de uma cavidade inclinada para moderados e altos valores do número de Grashof. Nagata (1998) estudou o movimento de um fluido eletricamente condutor colocado entre dois discos paralelos com temperaturas diferentes, submetidos a um campo magnético horizontal, para os números de Prandtl e Prandtl magnético, pequenos. Nakano et al. (1998) estudaram a convecção natural em regime transiente em um fluido de número de Prandtl baixo ($Pr=0,01$) e $Ra=2000$, para uma cavidade retangular tridimensional baixa, aquecida em baixo e esfriada em cima. Kandaswamy e Kumar (1999) estudaram numericamente o efeito de um campo magnético no escoamento da água, em uma cavidade quadrada, com os lados aquecidos de maneiras diversas. Mossner e Muller (1999) estudaram a influência de um campo magnético estacionário, de direção arbitrária, na convecção natural tridimensional em metais líquidos dentro de cavidades retangulares eletricamente isoladas. Al-Nimr e Alkam (1999), usando o método da função de Green, obtiveram solução analítica para o estudo da magnetohidrodinâmica (MHD) para a convecção natural em um tubo cilíndrico. Yamaguchi et al. (1999a) estudaram a convecção natural de um fluido magnético em uma cavidade retangular bidimensional com a imposição de um campo magnético vertical, numericamente e experimentalmente. Yamaguchi et al. (1999b) também estudaram, experimental e numericamente, a convecção natural de um fluido magnético em duas dimensões. Qi JW e Wakayama (2000) estudaram numericamente a convecção térmica ($Ra=33734$) em água pura quando forças de magnetização vertical para cima e radial agem nela. Uda et al. (2000) estudaram o efeito magnetohidrodinâmico (MHD) sobre a transferência do calor por convecção natural no metal líquido lítio, experimentalmente.

Poucos estudos têm sido realizados sobre a atenuação da convecção em fluidos não condutores ou diamagnéticos. Muitos materiais diamagnéticos, como a água, que têm susceptibilidade magnética menor que zero, também experimentam uma força repulsiva fraca em um campo magnético. Para esses materiais a susceptibilidade magnética não depende da temperatura e a força magnética pode causar uma convecção no fluido. Neste trabalho foi investigado, numericamente, o efeito de um campo magnético constante, na convecção natural dentro de uma cavidade triangular, na forma isósceles, aquecida em uma de suas superfícies laterais, com a base e a outra superfície frias. Foi utilizado o método dos volumes de controle de Patankar, para resolver as equações de massa, momento e energia. O procedimento numérico adotado foi baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas, linhas de corrente e perfis de velocidade, são apresentadas para as simulações estudadas, e o número de Nusselt normalizado é apresentado em função do número de Hartmann. Foi concluído que o campo magnético externo inibe o escoamento do fluido e a transferência de calor na cavidade. Quando o número de Hartmann cresce, o campo de temperatura se assemelha ao do tipo de condução, e foi encontrado que o número de Nusselt médio, coeficiente de transferência de calor, diminui com o crescimento do número de Hartmann. As simulações foram feitas com o número de Hartmann variando de 0 a 800.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Consideremos uma cavidade prismática longa com a seção reta em forma de um triângulo isósceles (Fig.1). O vetor aceleração da gravidade é perpendicular à base.

A convecção natural do fluido na cavidade é considerada como se segue: o escoamento é bidimensional e laminar; os gradientes de temperatura são moderados de tal modo que a aproximação de Boussinesq é admitida; são desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.

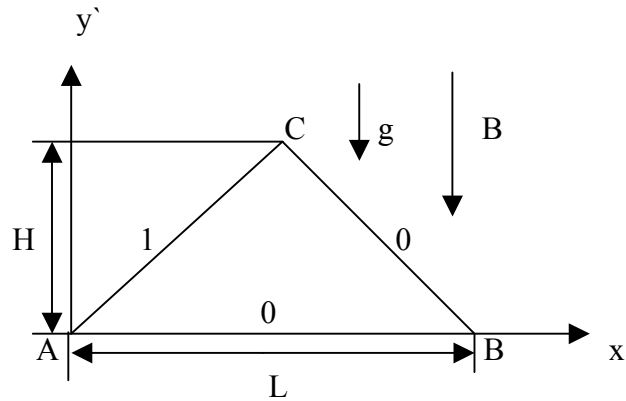


Figura 1 - Região de convecção triangular .

Considerando as condições acima estabelecidas, as equações básicas para o estado de convecção natural transiente, podem ser escritas, na forma adimensional:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Ha^2 u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{Ra}{Pr} \theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

onde t é o tempo; x e y são as coordenadas cartesianas; u e v as velocidades nas direções x e y ; p é a pressão; θ é a temperatura; Pr é o número de Prandtl, Ra é o número de Rayleigh e Ha é o número de Hartmann, dados por: $Pr = \nu/\alpha$, $Ra = \frac{\beta g (T_q - T_c) L^3}{\nu \alpha}$, $Ha = B_0 L \sqrt{\sigma_e/\mu}$, sendo L o comprimento da base da cavidade (m), g é aceleração da gravidade (m/s^2), ν a viscosidade cinemática (m^2/s), α a difusividade térmica (m^2/s), T é a temperatura dimensional (K); T_c é a temperatura da parede fria (K) e T_q a da parede quente (K), β o coeficiente de expansão térmica do

líquido (K^{-1}), B_0 o campo magnético uniforme (T), σ_e é a condutividade elétrica do meio ($\Omega^{-1}m^{-1}$) e μ a viscosidade dinâmica (Kg/m.s).

Para se obter as quantidades adimensionais, as seguintes variáveis (adimensionais) foram definidas:

$$x = \frac{x'}{L}; \quad y = \frac{y'}{L}; \quad u = \frac{u'L}{\alpha}; \quad v = \frac{v'L}{\alpha}; \quad p = \frac{p' + \rho_0 g y'}{\rho_0 (\alpha / L)^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_q - T_c}; \quad t = \frac{\alpha}{L^2} t' \quad (5)$$

onde H é a sua altura; ρ_0 é a massa específica do fluido. As grandezas afetadas com o sobrescrito "linha" são dimensionais.

As equações (1) - (4) são completadas com as correspondentes condições de contorno e condições iniciais.

$$u = v = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{para} \quad 0 \leq x \leq 0,5; \quad y = 2Hx/L$$

$$u = v = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{para} \quad 0,5 \leq x \leq 1 \quad y = 2H(1-x)L \quad (6)$$

$$u = v = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{para} \quad 0 < x < 1, \quad y = 0$$

Quando resolvemos o problema para as variáveis físicas, a pressão é determinada das equações (2) e (3). Consideraremos que $p = 0$ no ponto para o qual $x = y = 0$. As condições iniciais assumidas são que o fluido está em repouso e que a temperatura de toda a região de convecção é uniforme, isto é:

$$t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0.5 \quad (7)$$

O número de Nusselt local na base fria da cavidade é dado por $Nu = \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0}$, sendo o número de

Nusselt médio dado por $\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int_0^A Nu dx$. O número de Nusselt normalizado é dado por

$$Nu = \frac{\overline{Nu}}{Nu|_{\text{condução}}}$$

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O método numérico utilizado para resolver as equações diferenciais (1) a (4) é o modelo SIMPLE de Patankar. Os termos convectivos foram calculados usando o esquema híbrido para o qual o esquema de diferença centrada é substituído pelo esquema "upwind" sempre que o número de Peclet assume um valor grande. Uma malha não uniforme em ambas as direções foram usadas. A independência das soluções em relação ao tamanho das malhas foi estudado para vários casos. O resultado mostrou que a independência das malhas foi alcançada para a malha 99 x 51, apresentando diferenças desprezíveis na transmissão do calor (menor do que 0,15%). Para controlar melhor a convergência, as soluções permanentes foram obtidas das equações transientes. O coeficiente de relaxação foi mantido igual a 0,7. Foram utilizadas malhas retangulares; as faces

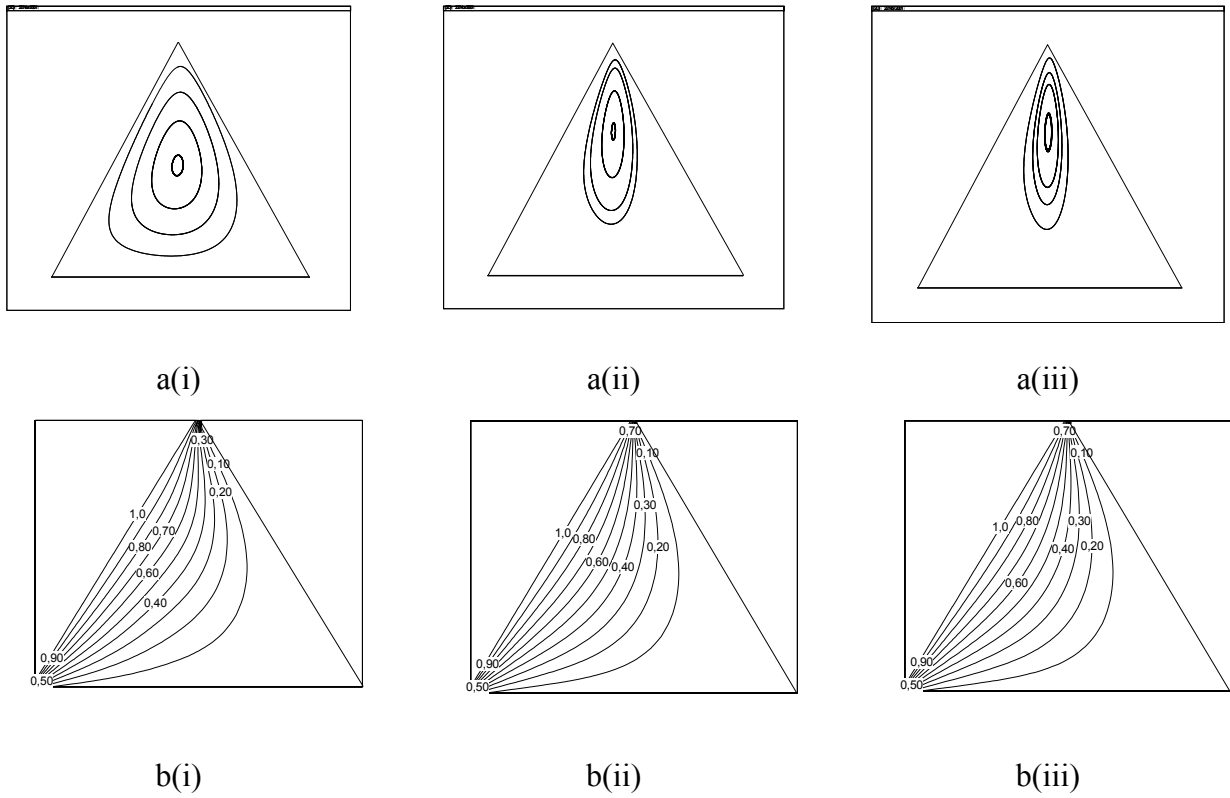


Figura 2 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas(b) para $Ha= 0, 400$ e 800 ; $Ra=10^5$.

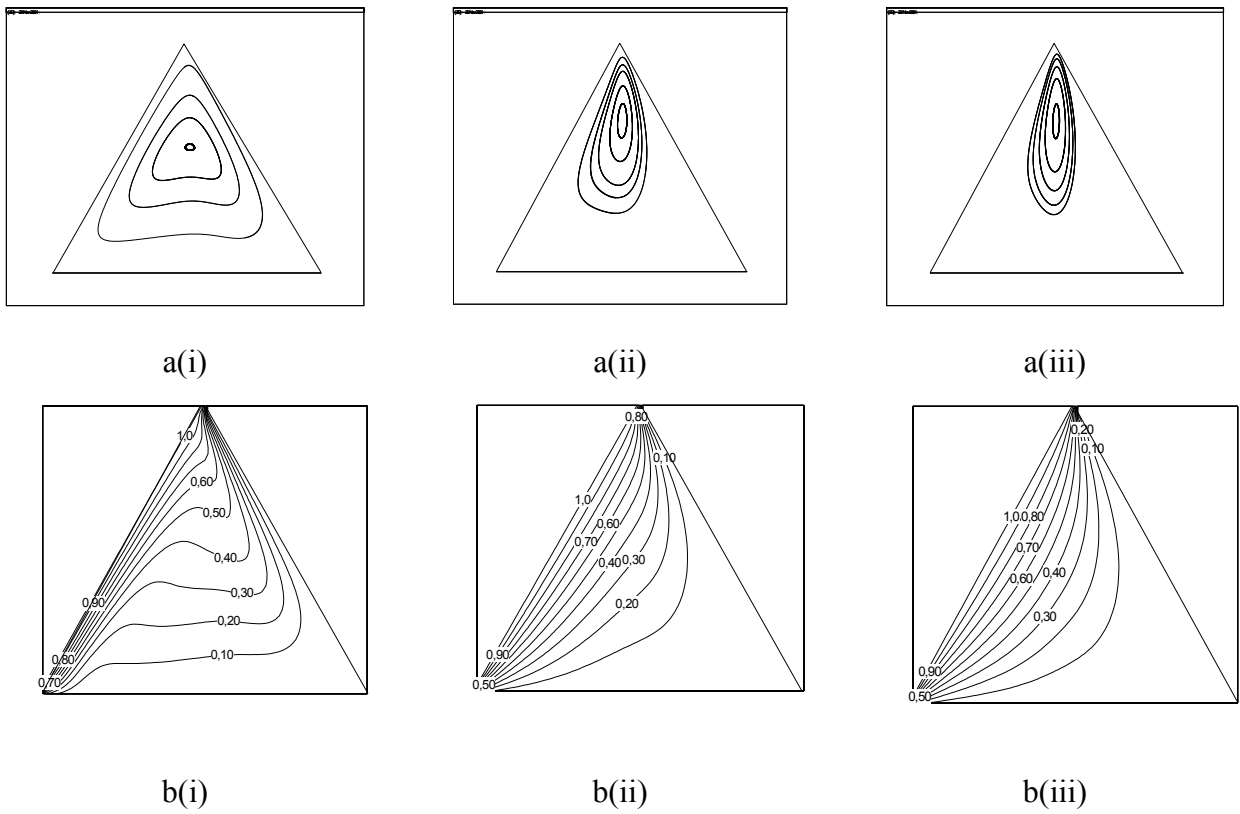


Figura 3 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $Ha= 0, 400$ e 800 ; $Ra=10^7$.

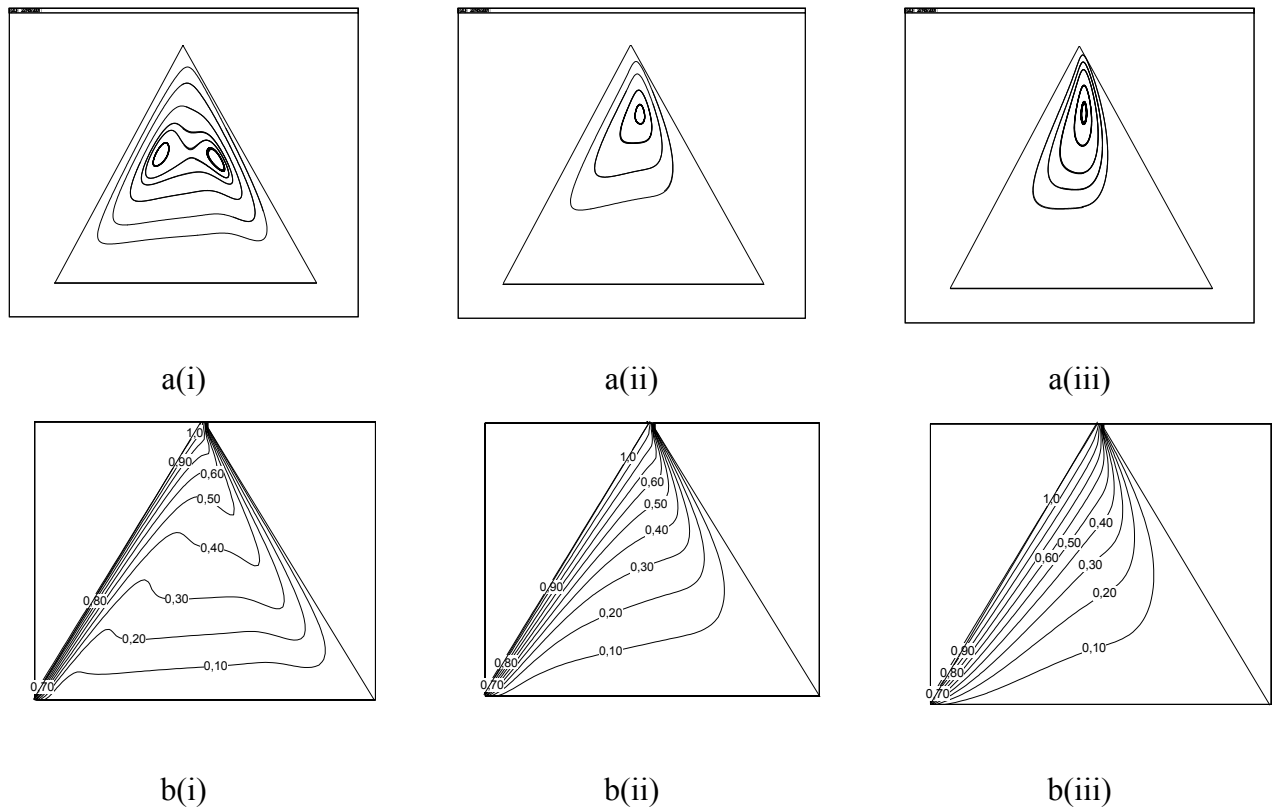


Figura 4 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $Ha=0, 400$ e 800 ; $Ra=10^8$

laterais da cavidade triangular (contorno real) fossem representadas por uma série de graus retangulares formados pelos volumes de controle correspondentes aos pontos da superfície inclinada. Para definir o domínio de solução do problema, triangular, utilizou-se a técnica de bloqueio (*blocking-off method*), apresentada por Patankar (1980), que consiste em tornar inativos os volumes de controle de uma grade regular, tal que os volumes que permanecem ativos formam o domínio desejado. Isto é feito fazendo-se as componentes da velocidade na região inativa iguais a zero e fixando-se valores conhecidos para a temperatura na região inativa. Uma maneira de realizar o bloqueio de uma região é usar grandes termos fontes artificiais. Por exemplo, as velocidades na região inativa podem ser fixadas como zero pelo uso de uma viscosidade muito grande nesta região e do valor zero para a velocidade na fronteira nominal.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A convecção hidromagnética de um líquido em uma cavidade triangular isósceles é estudada numericamente. A superfície lateral esquerda da cavidade é aquecida e mantida com temperatura constante, a superfície lateral direita e a base são mantidas com temperatura fria. O número de Prandtl foi considerado igual a 10 e o número de Hartmann variando de 0 a 800. Os resultados são apresentados nas linhas de corrente, isotérmicas e perfis de velocidade. A taxa de calor através da cavidade é calculada em termos do número de Nusselt.

A Figura (2) mostra, para $Ra=10^5$, as alterações das linhas de corrente e isotérmicas, com o crescimento de Ha de 0 a 800. O escoamento consiste inicialmente de uma célula simples girando no sentido horário e ocupando toda a cavidade. Com o crescimento de Ha a célula se restringe ao centro da cavidade. Pode-se notar que para o valor de Ra até 10^5 , as isotérmicas apresentam quase o mesmo perfil do estado de condução pura. A partir desse valor, com o aumento de Ra , as linhas de corrente e as isotérmicas mostram o acentuado efeito da convecção (Fig. 3 b(i) e 4b(i)). O escoamento do fluido atinge o estado estratificado mostrado pelas linhas horizontais (Fig. 3b(i) e 4

b(i)). Para $Ra=10^8$ passam a existir dois olhos no centro das células, na região central da cavidade, para $Ha=0$ (Fig 4a(i)).

Com o crescimento do número de Hartmann, nota-se acentuada redução da convecção e conseqüente diminuição da transferência do calor. As isotérmicas tendem a tomar a forma do estado de quase condução pura (Figs. 2b(iii), 3b(iii) e 4b(iii)).

A Fig (5) mostra os perfis de velocidade (componente horizontal) do escoamento do fluido na linha vertical média da cavidade. Nota-se com clareza que com o crescimento de Ha , a convecção é reduzida significativamente; a velocidade horizontal tende a zero para Ha próximo do valor 800, exceto para a região próxima da superfície lateral aquecida, para valores de Ra acima de 10^7 . A Fig. (6) mostra os perfis de velocidade (componente vertical) ao longo da linha horizontal média da cavidade. Pode-se notar o mesmo efeito anteriormente relatado. Há uma acentuada redução da componente vertical da velocidade com o crescimento de Ha , sendo menor este efeito com o crescimento de Ra . A Fig. (7) mostra o número de Nusselt normalizado na base fria da cavidade. Nota-se que com o aumento do número de Hartmann, Nu tende a um, indicando que o modelo de transferência de calor tende para o de condução. Os valores de Nu crescem com o crescimento do número de Rayleigh.

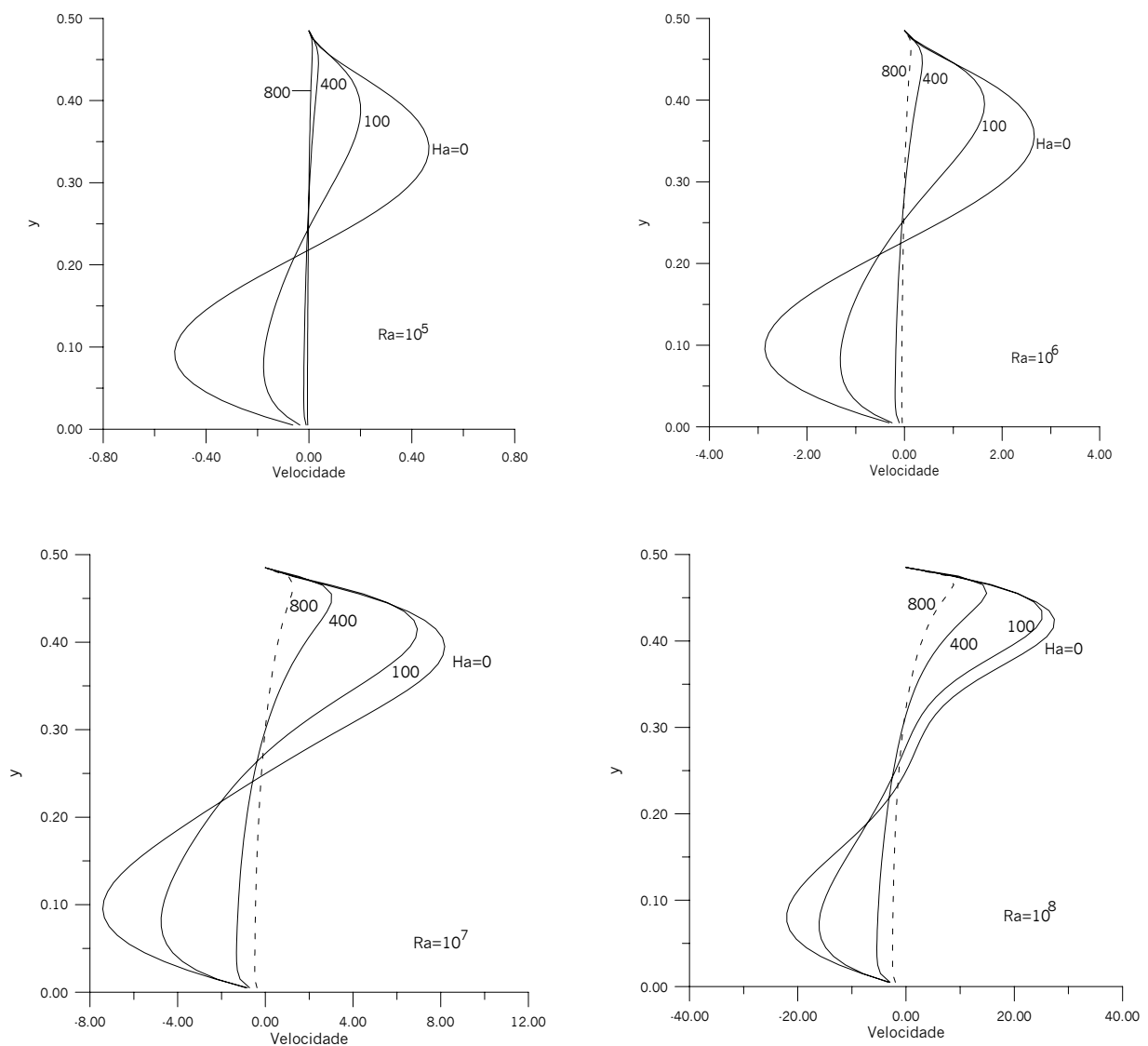


Fig. 5 – Perfis de velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade

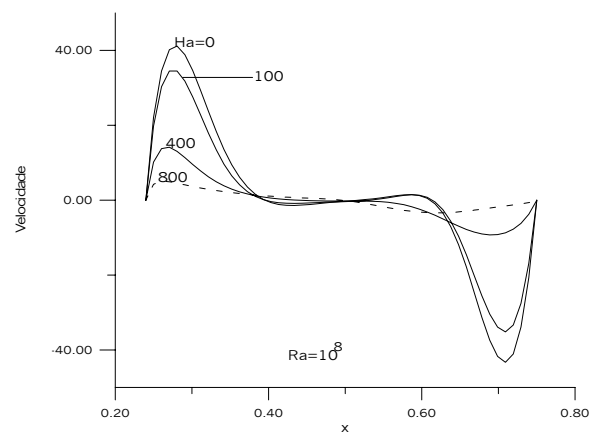
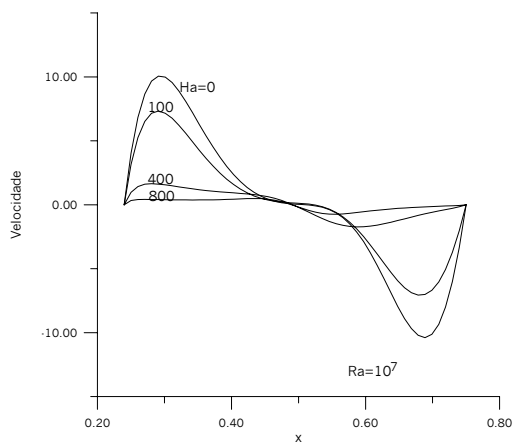
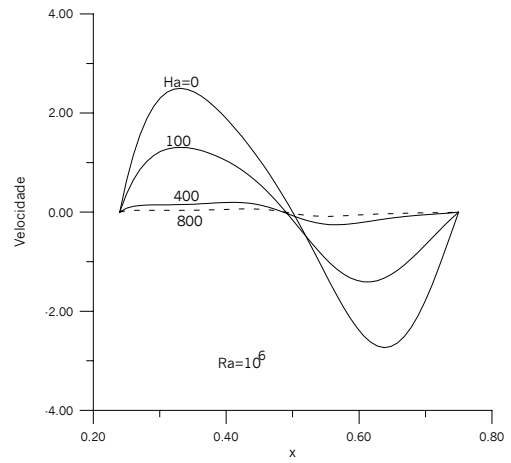
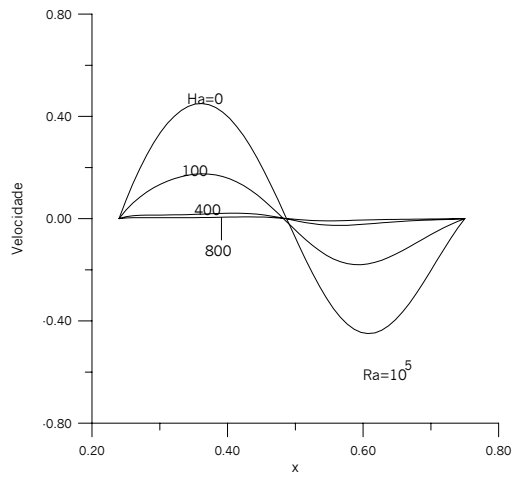


Fig. 6 – Perfis de velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade

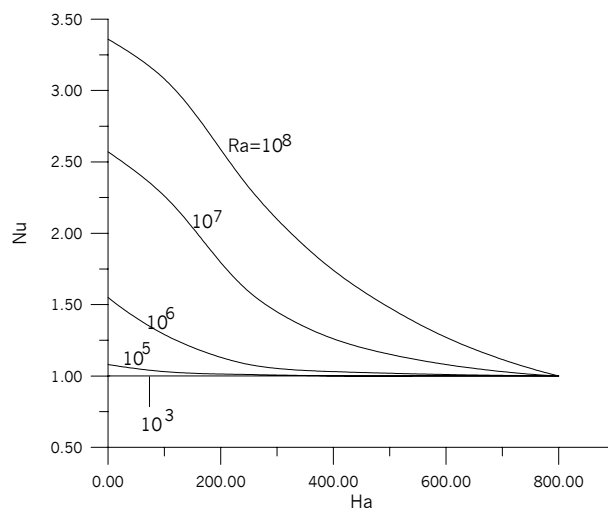


Fig. 7 – Número de Nusselt normalizado na base da cavidade, em função de Ha.

5. CONCLUSÕES

A convecção natural hidromagnética de um líquido dentro de uma cavidade triangular isósceles, é numericamente estudada para o intervalo do número de Hartmann variando de $0 \leq Ha \leq 800$, com uma das superfícies laterais da cavidade mantida com temperatura constante, quente, estando a outra, e a base, frias. É observado que o efeito do campo magnético sobre a convecção é no sentido de inibir a taxa de transferência do calor e de substituir o modo de transferência do calor de convecção para o de condução. Nossos resultados numéricos mostram que a convecção natural em fluidos de pequena condutividade elétrica podem ser reduzidos por um campo magnético, também em cavidades triangulares, o que é promissor para aplicações práticas, considerando-se a possibilidade atual de se produzir fortes campos magnéticos, especialmente com os magnetos que utilizam fios supercondutores.

REFERÊNCIAS

- Al-Najem, N.M.; Khanafer, K.M.; El-Refae, M.M.: “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field”, *International Journal of Numerical for Heat & Fluid Flow*, 8: (5-6) 651, 1998.
- Al-Nimr, M.A.; Alkam, M.K.: “Magnetohydrodynamics transient free convection in open-ended vertical annuli”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13: (2) 256-265 APR-JUN 1999.
- Alchaar, S. ; Vasseur, P.; e Bilden, E.: “ Natural convection heat transfer in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field”, *ASME Journal Heat Transfer*, Vol. 117, August 1995, pp. 668-73.
- Garandet, J. P.; Alboussiere, T. e Moreau, R. : “ Bouyance drive convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field”, *International Journal Mass Transfer*, Vol. 35, n. 4, 1992, pp. 741-8.
- Khanafer, K. M.: “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field”, Master Thesis, Kuwait University, 1996.
- Kandaswamy P.; Kumar, K.: “Buoyancy-driven nonlinear convection in a square cavity in the presence of a magnetic field”, *Acta Mechanica*, 136,29-39 (1999).
- Mossner, R.; Muller, U.A.: “Numerical investigation of three-dimensional magnetoconvection in rectangular cavities”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42: (6) 1111-1121 MAR 1999.
- Nakano, A.; Ozoe, H.; Churchill, S.W.: “Numerical computation of natural convection for a low-Prandtl-number fluid in a shallow rectangular region heated from below”, *Chemical Engineering Journal*, 71: (3) 175-182 DEC 18, 1998.
- Nagata, M.: “ Nonlinear analysis on the natural convection between vertical plates in the presence of a horizontal magnetic field” , *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 17: (1) 33-50, jan-fev, 1998.
- Ozoe,H.; Maruo, M. “Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon – two dimensional numerical computations for the rate of heat transfer”, *J.S.M.E.*, vol. 30, 1987, pp. 774-84.
- Ozoe, H.; Okada, k.: “The effect of the direction magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubic enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 32, n.10,1989, pp. 1939-54.
- Oreper, G. M. e Szekely, J.: “The effect of an externally imposed magnetic field on buoyancy driven flow in a rectangular cavity”, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 64, 1983, pp. 505-15.
- Qi JW, Wakayama NI : “Suppression of natural convection in no conducting and low conducting fluids by the application of a static magnetic field”, *Materials transactions JIM*, 41: (8) 970-975 agosto, 2000
- Uda N, Hayase M, Chikaoka T, Inoue S, Horiike H, Miyazaki K.: “Natural convective heat transfer of lithium under magnetic field”, *Fusion Engineering and Design*, 51-2: 893-898, Nov. 2000.

- Vasseur, P.; Hasnaoui, M.; Bilgen, E.; Robillard, L.: "Natural convection in an inclined fluid layer with a transverse magnetic field: analogy with a porous medium", ASME Journal of Heat Transfer, February 1995, vol. 117, pp. 121-9.
- Rudraiah, N.; Barros, R.M.; Venkatachalappa, M.; Subbaraya, C.K.: "Effect of magnetic field on free convection in a rectangular enclosure. Int. J. Eng. Sci. 33,1075 – 1084, (1995)
- Yamaguchi H, Kobori I, Uehata Y., Shimada K.: "Natural convection of magnetic fluid in a rectangular box", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 201: 264-267, JUL 1999a.
- Yamaguchi I., Kobori I., Uehata Y.: "Heat transfer in natural convection of magnetic fluids", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 13: (4) 501-507, OCT-DEC 1999b.

EFFECT OF A UNIFORM MAGNETIC FIELD ON THE NATURAL CONVECTION IN A ISOSCELES ENCLOSURE

Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena - FAENQUIL
Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo
Email: felipe@debas.fauenquil.br

Maurício Araújo Zanardi

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto P. Cunha 333 –12516-410- Guaratinguetá – São Paulo
Email: mzanardi@feg.unesp.br

***Abstract.** The effect of vertical and uniform magnetic field on the natural convection of a liquid inside a isosceles triangular enclosure with a lateral side wall heated, and the other and the base cold, is studied. It was used Patankar control volume method to solve the mass, momentum and energy equations. The numerical procedure used was based in the SIMPLE algorithm. The isotherms, streamlines and profiles of horizontal and vertical velocities are presented for the simulations studied and the normalized Nusselt number is presented as a function of Hartmann number and Rayleigh number. The flow pattern and the heat transfer characteristics inside the cavity are presented for Hartmann number varying over 0 to 800. The magnetic field dampens the flow field and the heat transfer. As the Hartmann number increases, the temperature field resembles that of the conduction type. The normalized Nusselt number at the cold wall, decreases with the increase of the Hartmann number Ha . The simulations were made for $10^3 < Ra < 10^8$, for a aspect ratio equal 0.5. Prandtl number used was 10.*

***Keywords:** natural convection, magnetic field, triangular enclosure*