



## **DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS DE PRODUTOS CÁRNEOS PASTOSOS: APLICAÇÃO DO MÉTODO DO DISCO QUENTE**

**Mabel de Barros Batista**

*Departamento de Tecnologia Química e de Alimentos*  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, e.mail: [mabel@les.ufpb.br](mailto:mabel@les.ufpb.br)

**Z. E. da Silva**

**M. A. Wanderley Cavalcanti**  
*Departamento de Tecnologia Mecânica*  
*Laboratório de Energia Solar*  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, e.mail: [zaqueu@les.ufpb.br](mailto:zaqueu@les.ufpb.br)

**C. R. B. FILHO**

*Departamento de Engenharia Mecânica*  
*Centro de Ciências e Tecnologia*

**Resumo.** *O propósito deste trabalho tem sido apresentar uma metodologia de determinação da difusividade e condutividade térmica de produtos cárneos pastosos. O método do disco quente, tradicionalmente aplicado em regime permanente, tem sido usado para determinação de propriedades termofísicas de inúmeros materiais, inclusive materiais biológicos. O problema físico foi idealizado considerando um sistema de domínio semi-infinito que sofre uma perturbação térmica após a introdução de um fluxo de calor  $Q$ . O estudo teórico tem sido composto inicialmente da modelização e resolução da equação da energia para o problema. Posteriormente, foram feitas simulações de experiências, através do uso do Método do Disco Quente, considerando conhecidas as propriedades térmicas do material. Finalmente, o Método de Levenberg-Marquardt foi aplicado para identificação das propriedades térmicas.*

**Palavras-chave:** *Caracterização térmica, Difusividade térmica, Condutividade térmica, produtos cárneos.*

### **1. INTRODUÇÃO**

A caracterização térmica de materiais corresponde a identificação das propriedades de transporte de calor. As propriedades que despertam maiores interesses entre os pesquisadores são: calor específico, capacidade térmica, condutividade, difusividade e efusividade térmica. As técnicas de caracterização vêm evoluindo paralelamente com a necessidade e a precisão das características intrínsecas de cada material. Foram realizados estudos de caracterização térmica dos materiais em regime permanente e verificou-se que o mesmo só permitia a determinação de uma propriedade mais comum, a condutividade térmica, através da lei de Fourier. Neste sentido, as técnicas foram melhoradas e experiências em regime transiente foram realizadas.

Os materiais alimentícios, segundo Fikiin, K. e Fikiin, A. (1999), são usualmente considerados como misturas ideais para calcular suas propriedades termofísicas com base nas propriedades dos constituintes individuais. Porém, a composição exata dos diferentes alimentos não é sempre conhecida. Entretanto, existem várias técnicas sendo usadas na modelização desses materiais; dentre essas, podemos destacar os modelos físicos de transferência de calor como: série, paralelo, série-paralelo, e MAXWELL, entre outros. No que concerne aos produtos comerciais, as técnicas se resumem em experiências simples que produzem fórmulas empíricas diversas de condutividade térmica em função da temperatura ou do conteúdo de água presente no alimento (Renaud, 1990).

Finalmente, o nosso estudo apresenta uma metodologia para caracterização térmica de produtos cárneos; em particular, uma pasta (ou massa) de carne. Entre as técnicas transientes, o método de pulso, conhecido como Método do Disco Quente, foi escolhido pela sua versatilidade, precisão e praticidade (Degiovanni, 1995).

## 2. MODELO TERMOCINÉTICO

O problema físico é idealizado inicialmente como um meio infinito  $x$  entre  $[-\infty, +\infty]$ . No instante inicial  $t=0$ , é gerado um pulso térmico  $Q$  que será dissipado no meio. Por questões de simetria, a solução  $T(x,t)$  será uma função do tipo  $T(x,t) = T(-x,t)$ . Considerando que no instante  $t=0$ , a metade do fluxo será dissipada em cada sentido de  $x$ , o meio passa a ser relativo a um domínio semi-infinito  $x[0, +\infty]$ . O pulso térmico, gerado no interior de um meio (fig. 1), define uma repartição dinâmica da temperatura. Na hipótese de condições de contorno adiabáticas, a variação da temperatura ocorre apenas na direção positiva de  $x$  até atingir a face oposta ( $x = h$ ).

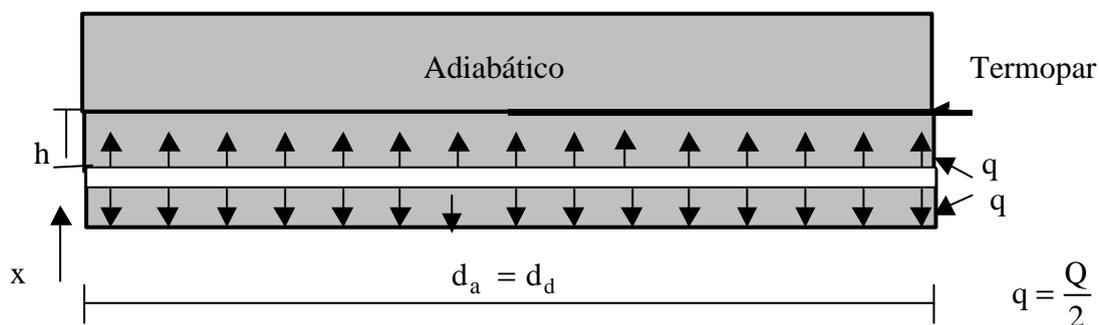


Figura 1. Representação esquemática do problema físico.

Se as seguintes hipóteses são respeitadas: simetria na repartição do fluxo de calor, meio com propriedades independentes da temperatura, homogêneo, isotrópico e fluxo nulo em  $t=0$  e  $x=+\infty$ , a evolução temporal da temperatura pode ser determinada a partir da seguinte formulação matemática:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Q}{2} \delta(t) \quad \text{em } x=0 \text{ e } t > 0 \quad (2)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{em } x=+\infty \text{ e } t > 0 \quad (3)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{em } x \geq 0 \quad \text{e } t = 0 \quad (4)$$

onde:  $\alpha$  = parâmetro conhecido ou difusividade térmica,  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ;

$k$  = condutividade térmica do material ou do sistema,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ;

$\delta(t)$  = função do pulso de energia térmica.

Fazendo  $-k \frac{\partial T}{\partial x} = \phi$  na formulação acima (Eqs. 1 – 4), a solução desse sistema é obtida analiticamente pelo Método de Duhamel, considerando o seguinte problema auxiliar:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5)$$

$$\phi = 1 \quad \text{em } x = 0 \quad \text{e } t > 0 \quad (6)$$

$$\phi = 0 \quad \text{em } x = +\infty \quad \text{e } t > 0 \quad (7)$$

$$\phi = 0 \quad \text{em } x \geq 0 \quad \text{e } t = 0 \quad (8)$$

A solução é então dada em termos da solução do problema auxiliar (Eqs. 5 – 8), através do uso do Teorema de Duhamel para o caso especial de temperatura inicial igual a zero. Considerando os valores limites, a solução em termos de temperatura fica:

$$T(x, t) - T(+\infty, t) = -\frac{1}{k} \int_{x=+\infty}^x \frac{Q}{2} \cdot \frac{y}{\sqrt{4\pi\alpha} \cdot (t)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{4\alpha t}\right) dy \quad (9)$$

Finalmente, a elevação da temperatura em um determinado ponto do meio é dada pela equação abaixo:

$$T(x, t) = \frac{Q}{\rho c_p} \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) \quad (10)$$

onde:  $\rho$  = densidade mássica do corpo de prova,  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;

$c_p$  = calor específico do corpo de prova,  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ .

Se o problema for multidimensional, então a solução pelo método de separação de variáveis é do tipo:

$$T(x, y, z, t) = X(x, t) \cdot Y(y, t) \cdot Z(z, t) \quad (11)$$

Por razões de simetria, cada variável X, Y, e Z é regida pelo mesmo modelo obtido, e a solução final é:

$$T(x, t) = \frac{Q}{\rho c_p} \cdot \frac{1}{(\sqrt{4\pi\alpha})^d} \cdot \exp\left(-\frac{h^2}{4\alpha t}\right) \quad (12)$$

onde:  $h$  = espessura do corpo de prova, m;  
 $d$  = número de dimensões.

A Eq. 12 fornece a evolução temporal da temperatura no interior de um meio semi-infinito e pode ser aplicada em sistemas uni, bi ou tridimensionais, desde que o fluxo de calor seja igualmente distribuído em todas as direções. Esta expressão matemática tem grande aplicabilidade em estudos de condução de calor no interior de sólidos quando o interesse é determinar a elevação da temperatura provocada por uma perturbação térmica.

### 3. VALIDAÇÃO DO MODELO

O modelo termocinético dado pela Eq. 12 é aplicado para diferentes amostras cujas propriedades termofísicas são consagradas na literatura (Çengel, 1998). O problema de base trata de um meio semi-infinito, e o tempo do pulso é suficiente para que se alcance uma elevação de temperatura  $0.5^{\circ}\text{C}$  num ponto a 5mm de distância da face oposta à perturbação térmica. Os valores das propriedades termofísicas que alimentam o código de cálculo estão contidos na Tab. 1.

Tabela 1. Dados de entrada para simulação numérica do modelo termocinético obtido, aplicando-se diferentes tipos de amostras de produtos cárneos, em diferentes temperaturas iniciais.

Carnes	Difusividade térmica ( $\times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ )	Densidade ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	Calor específico ( $\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$ )	Fluxo de calor (W)	Temperatura inicial ( $^{\circ}\text{C}$ )
Carneiro	1.301	1030	3018	$3 \times 10^4$	22.2
Presunto	1.403	1030	2717	$4 \times 10^4$	22.2
Porco, salsicha	$1.301^8 (3.9^{\circ}\text{C})$	1030	1318	$1.5 \times 10^4$	-20.0
Frango	$1.301^8 (0.0^{\circ}\text{C})$	1049	1771	$2.0 \times 10^4$	-20.0
Peixe	$1.198^8 (2.8^{\circ}\text{C})$	1181	2717	$4.0 \times 10^4$	-20.0

\* Os valores de difusividade térmica não correspondem às temperaturas iniciais adotadas na simulação.

As curvas apresentadas nas Figs. 2 e 3 a seguir revelam que a evolução temporal da temperatura cresce monotonicamente com o aumento do tempo enquanto que a magnitude do gradiente de temperatura no ponto em que a temperatura é calculada diminui; e após atingir um valor máximo a temperatura tende a decrescer até atingir um novo valor permanente. E a similaridade da resposta transiente ao pulso térmico entre os diversos produtos pode ser perfeitamente observada.

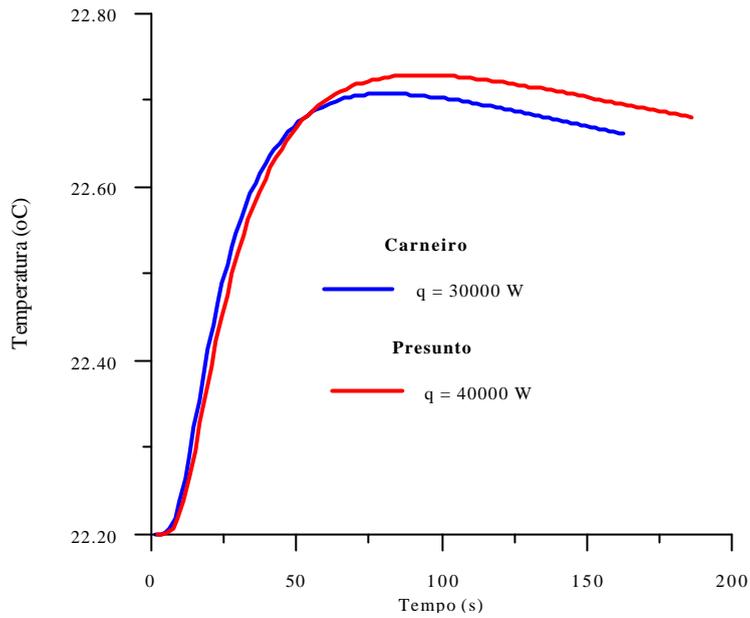


Figura 2. Termogramas teóricos de amostras de carne de carneiro e de presunto, com temperatura inicial superior ao ponto de congelamento, obtido por simulação numérica.

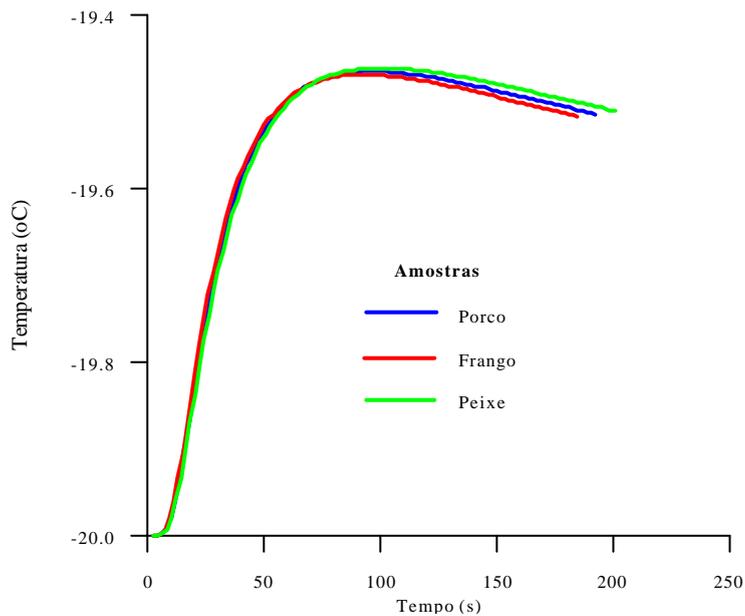


Figura 3. Termogramas teóricos de amostras de porco (salsicha), frango e peixe (bacalhau), com temperatura inicial inferior ao ponto de congelamento.

Os resultados confirmam que a Eq. 12 é apropriada para o cálculo do comportamento transiente em um meio semininfinito para condições preestabelecidas. Assim, essa mesma equação será usada para simular experiências de disco quente para caracterização de produtos cárneos.

## 4. EXPERIÊNCIAS DE DISCO QUENTE

### 4.1 Parâmetros do Método do Disco Quente

Na hipótese do problema ser tratado como unidimensional e transiente, a evolução temporal da temperatura é dada pela função,  $T = f(x, t, Q, \rho c_p, \alpha)$ . Se a medida da temperatura é feita em uma posição  $x$  conhecida, a função toma a forma  $T = f(t, Q, \rho c_p, \alpha)$  e pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$T(x, t) = \frac{Q}{\rho c_p} \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha t}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) \quad (13)$$

Para otimizar a experiência de disco quente é efetuado um estudo de dimensionamento dos parâmetros conhecidos tais como, espessura da amostra ( $h$ ), pulso térmico ( $Q$ ), e tempo necessário para atingir a temperatura máxima ( $t_{\max}$ ). Esse estudo é feito através de análises dos coeficientes de sensibilidade (obtidos através de derivações da Eq. 13). Um estudo de sensibilidade com relação aos parâmetros desconhecidos também foi feito para identificar quais parâmetros poderiam ser estimados simultaneamente. Após esses estudos foram executadas as seguintes etapas:

- análise do termograma para localização de  $t_{\max}$ , e por conseguinte, a temperatura máxima ( $T_{\max}$ ) alcançada na posição de medida;
- estimativa da difusividade térmica através da expressão:  $t_{\max} = \frac{h^2}{2\alpha}$ ;
- estimativa da capacidade térmica ( $\rho \cdot c_p$ ) através da expressão:  $\rho c_p = \frac{Q}{T_{\max} \sqrt{2\pi e}} \cdot \frac{1}{h}$ ;
- e estimativa da condutividade térmica através do uso da expressão:  $k = \alpha \cdot \rho c_p$ .

### 4.2 Simulações numéricas

As simulações foram feitas considerando duas amostras idênticas de espessura 5mm, que sofrem elevação de temperatura de 0.5°C, após aquecimento por pulso de energia térmica. A amostra foi considerada uma mistura binária, homogênea, contendo água (fase dispersa) e fibra (fase contínua).

As Figuras 4 a 7, logo a seguir, mostram gráficos contendo dois termogramas: um representa a evolução da temperatura na face oposta obtida a partir do modelo termocinético; e o outro representa a mesma evolução obtida a partir de uma experiência de disco quente simulada. Ainda nesses gráficos, podem ser observados os resíduos oriundo dos ruídos simulados.

O método inverso é então usado na identificação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta = \frac{Q}{(\rho c_p)}$ . Esse método,

além de permitir explorar o termograma advindo de uma experiência de disco quente em sua integridade, tem ainda as seguintes vantagens (Beck e Arnold, 1977): estimar simultaneamente mais de um parâmetro a partir de uma única experiência; melhorar a precisão; e permite estimar os limites de confiança. Finalmente, o método de Levenberg-Marquardt é utilizado para estimar a difusividade térmica aparente ( $\alpha_a$ ) e o parâmetro  $\beta$ , definido como;  $\beta = \frac{Q}{(\rho c_p)_a}$ . Os valores reais de cada parâmetro

utilizados no processo de simulação e os valores estimados a cada simulação são indicados nas Tabs. 2 e 3. A análise dos resultados mostra que é sempre possível recuperar os valores das propriedades termofísicas utilizados para resolver o problema direto em todas as experiências simuladas. A confiabilidade do método fica evidenciada também nos valores obtidos para as incertezas calculadas mesmo quando se introduzem valores elevados para os possíveis erros de medidas. Apenas a amostra de salsicha de porco apresentou maior variação para um erro de 10%.

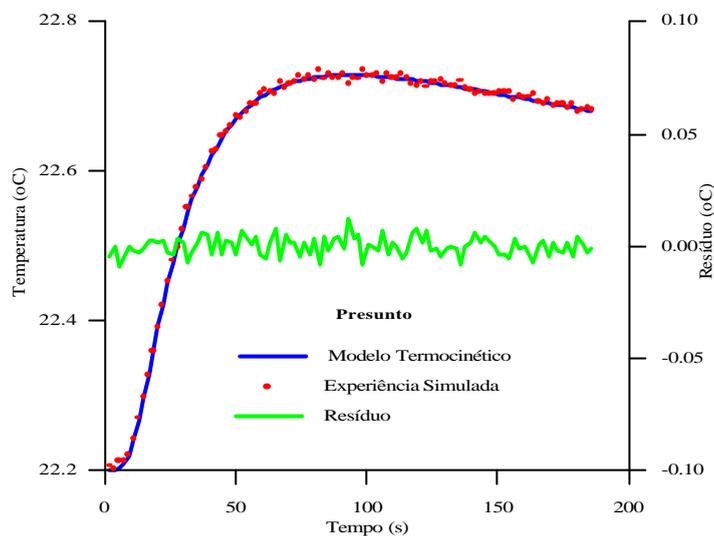


Figura 4. Evolução temporal da temperatura (superior ao ponto de congelamento) da face oposta ao pulso térmico e o resíduo para uma experiência simulada de disco quente para amostra de presunto.

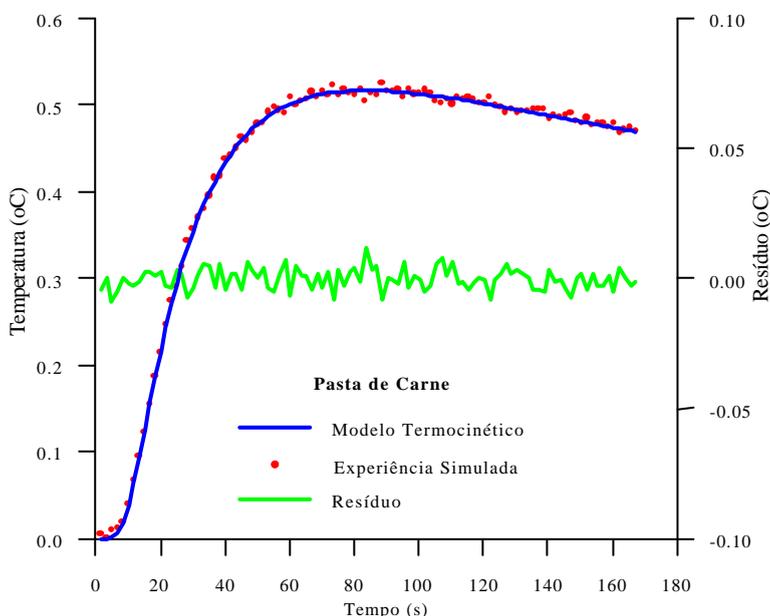


Figura 5. Evolução temporal da temperatura (superior ao ponto de congelamento) da face oposta ao pulso térmico e o resíduo para uma experiência simulada de disco quente para amostra de pasta de carne.

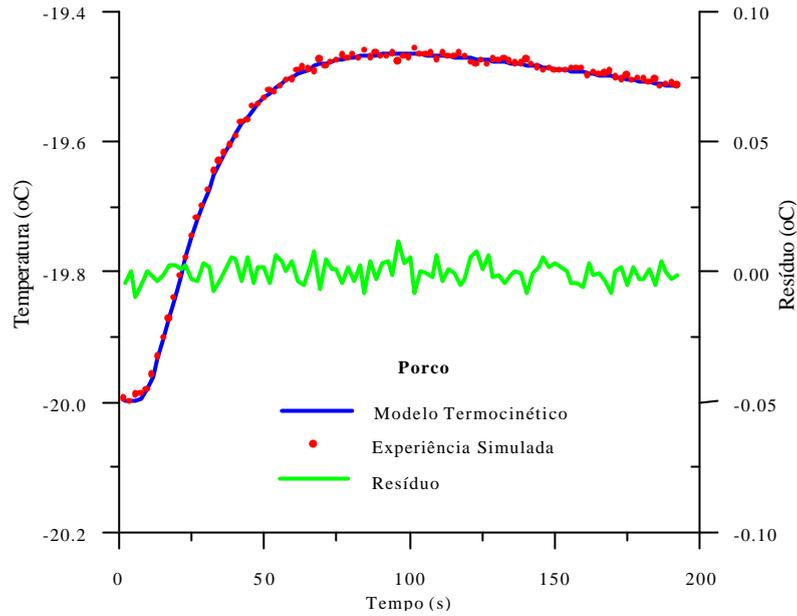


Figura 6. Evolução temporal da temperatura (inferior ao ponto de congelamento) da face oposta ao pulso térmico e o resíduo para uma experiência simulada de disco quente para amostra de salsicha de porco.

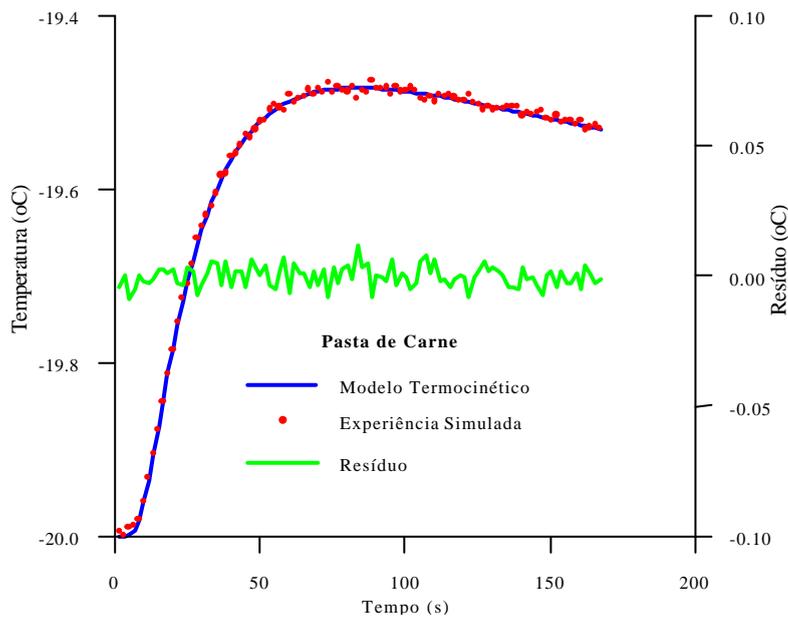


Figura 7. Evolução temporal da temperatura (inferior ao ponto de congelamento) da face oposta ao pulso térmico e o resíduo para uma experiência simulada de disco quente para amostra de pasta de carne.

O resultado da condutividade térmica aparente para a pasta de carne, para temperatura acima do ponto de congelamento, é comparado com o resultado obtido através do uso do modelo empírico de MAXWELL. A concordância entre os dois resultados mostra que a metodologia utilizada nesse estudo pode ser aplicada para caracterizar termicamente esse tipo de morfologia sem a necessidade do conhecimento das várias grandezas necessárias no modelo de MAXWELL.

Tabela 2: Resultados da estimação para amostras de presunto e pasta de carne, em temperaturas acima do ponto de congelamento, em função do ruído das medidas simuladas.

Tipo de Amostra	Difusividade térmica		Parâmetro $\beta = Q/(\rho \cdot c_p)$		Spread
	Real*	Estimado	Real*	Estimado	
Presunto	1.403E-7	1.403E-7 ± 3.467E-8	1.117E-2	1.117E-2 ± 1.755E-3	10 <sup>-1</sup>
		1.403E-7 ± 3.467E-8		1.117E-2 ± 1.755E-3	10 <sup>-2</sup>
Pasta de carne	1.495E-7**	1.495E-7 ± 3.737	1.068E-2***	1.068E-2 ± 1.698E-3	10 <sup>-1</sup>
		1.495E-7 ± 3.737		1.068E-2 ± 1.698E-3	10 <sup>-2</sup>

\* Obtidos na literatura (Çengel, 1998).

\*\* Calculado com  $k_a$  igual a 0.564 W/m°C, valor obtido pela fórmula de MAXWELL (Renaud, 1990).

\*\*\* Calculado com:  $\rho$  obtido da média ponderada das densidade da carne e da água, e  $c_p$  obtido pela fórmula de Çengel, considerando que a amostra da pasta de carne tinha 80% de umidade.

Tabela 3. Resultados da estimação para amostras de salsicha de porco e pasta de carne, em temperaturas abaixo do ponto de congelamento, em função do ruído das medidas simuladas.

Tipo de Amostra	Difusividade Térmica		Parâmetro $\beta = Q/(\rho \cdot c_{p_a})$		Spread
	Real*	Estimado	Real*	Estimado	
Porco, salsicha	1.301E-7	1.277E-7 ± 3.145E-8	1.105E-2	1.100E-2 ± 1.739E-3	10 <sup>-1</sup>
		1.301E-7 ± 3.197E-8		1.105E-2 ± 1.727E-3	10 <sup>-2</sup>
Pasta de carne	1.495E-7**	1.495E-7 ± 3.737	1.068E-2***	1.068E-2 ± 1.698E-3	10 <sup>-1</sup>
		1.495E-7 ± 3.737		1.068E-2 ± 1.698E-3	10 <sup>-2</sup>

\* Obtidos na literatura (Çengel, 1998).

\*\* Calculado com  $k_a$  igual a 0.564 W/m°C, valor obtido pela fórmula de MAXWELL (Renaud, 1990).

\*\*\* Calculado com:  $\rho$  obtido da média ponderada das densidade da carne e da água, e  $c_p$  obtido pela fórmula de Çengel, considerando que a amostra da pasta de carne tinha 80% de umidade.

## 5. CONCLUSÕES

Esse estudo tratou de uma metodologia para caracterização térmica de produtos cárneos. O modelo termocinético obtido foi utilizado para simular experimentalmente uma experiência de disco quente transiente. Vários procedimentos para otimizar o dispositivo experimental foram adotados. Os termogramas teórico e experimental, bem como os resíduos, obtidos por simulação, para diferentes amostras de produtos cárneos foram mostrados.

Através de estudo de sensibilidade, foi comprovada a possibilidade da estimação da difusividade térmica aparente e do grupamento de parâmetros  $(Q, \rho, c_{p_a})$  a partir de uma única medida da temperatura na face oposta a perturbação térmica. Esses valores utilizados posteriormente permitem o cálculo do calor específico e da condutividade térmica aparente.

A condutividade térmica aparente de uma pasta de carne, com 80% de umidade, foi estimada e comparada com o valor obtido através da correlação empírica de MAXWELL. O resultado mostrou que a metodologia proposta é capaz de estimar essa propriedade com o mesmo nível de precisão e sem conhecimento a priori de outros parâmetros necessários para o uso da correlação de MAXWELL.

O nível de precisão obtido é reflexo dos procedimentos adotados para otimizar a experiência de disco quente. Todos esses procedimentos fazem parte da estratégia recomendada e conduzem a estimação precisa das propriedades termofísicas dos materiais.

## 6. REFERÊNCIAS

- Beck, J. V., Arnold, K. J., 1977. "Parameter estimation in engineering and science". Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, Inc. 501p.
- Çengel, Y. A., 1998. *Heat transfer: a practical approach*. McGraw-Hill Companies United States of America.
- Degiovanni, A., 1995. Determination des propriétés thermophysiques: conductivité et diffusivité thermique. Cours 4. In: "Metrologie thermique et techniques inverses", Vol.1, Centre CNRS D'AUSOIS, Lyon. p. 137-174
- Fikiin, K.A., Fikiin, A.G., 1999, "Predictive equations for thermophysical properties and enthalpy during cooling and freezing of food materials", *Journal of Food Engineering*, No. 40, pp. 1-6.
- Renaud, T. , 1990. "Mesure et modélisation de la conductivité thermique des produits alimentaires congelés et non congelés". These de Doctorat: Université Claude Bernard Lyon I, França, 179 p.