



CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE EM FORMA DE TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PRESENÇA DE UM CAMPO MAGNÉTICO

Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena - FAENQUIL
Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo
Email: felipe@debas.fauenquil.br

Janaina Batista Ferreira Leal

Faculdade de Engenharia Química de Lorena - FAENQUIL
Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo
Email: janaina@debas.fauenquil.br

Maurício Araújo Zanardi

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto P. Cunha 333 – 12516-410- Guaratinguetá – São Paulo
Email: mzanardi@feg.unesp.br

Resumo. Neste trabalho foi estudado o efeito de um campo magnético homogêneo, vertical, na convecção natural de um líquido, dentro de uma cavidade na forma de um triângulo retângulo, aquecida de modo uniforme na superfície lateral inclinada, com a base mantida a temperatura constante fria, e a superfície vertical adiabática. Foi utilizado o método dos volumes de controle de Patankar, para resolver as equações de massa, quantidade de movimento e energia. O procedimento numérico adotado foi baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas, linhas de corrente e perfis de velocidade, são apresentadas para as simulações estudadas, e o número de Nusselt é apresentado em função do número de Hartmann e do número de Rayleigh. Foi concluído que o campo magnético externo inibe o escoamento do fluido e a transferência de calor na cavidade. Quando o número de Hartmann cresce, o campo de temperatura se assemelha ao do tipo de condução, e foi encontrado que o número de Nusselt na base fria, diminui com o crescimento do número de Hartmann. As simulações foram feitas com o número de Hartmann variando de 0 a 150, para $10^3 < Ra < 10^7$, para uma cavidade de razão de forma igual a 0,5. O número de Prandtl foi considerado igual a 10.

Palavras chave: convecção natural; campo magnético, cavidade triangular.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da transferência de calor por convecção natural em cavidades tem recebido considerável atenção nas últimas décadas. O interesse nesses problemas vem de suas importantes e numerosas aplicações, tais como resfriamento de equipamentos elétricos, componentes eletrônicos, reatores nucleares, coletores solares, fabricação de cristais, etc.. Na tecnologia de fabricação de materiais os pesquisadores aplicam um campo magnético para suprimir inevitáveis correntes de convecção, o que fornece um controle melhor da qualidade do cristal, durante o processo de Czochralski de crescimento do cristal. O mecanismo de crescimento de cristal na presença de um campo magnético foi examinado desde 1980 por Oreper e Szekelly (1983). Ozoe e Maruo (1987)

investigaram numericamente a convecção natural de um fluido eletricamente condutor na presença de um campo magnético para um número de Prandtl pequeno. Os números de Nusselt obtidos foram correlacionados em termos dos números de Rayleigh, Prandtl e Hartmann. A tridimensionalidade e os efeitos da direção do campo magnético foram examinados por Ozoe e Okada (1989). Garandet et al. (1992) estudaram a influência do campo magnético transversal sobre a convecção natural em uma cavidade bidimensional baixa, aquecida isotermicamente dos lados. Vasseur et al. (1995) estudaram analiticamente e numericamente o efeito do campo magnético transversal na convecção em uma cavidade alta, bidimensional, inclinada (razão de forma $A=4$). Alchaar et al. (1995) investigaram o efeito de anulação da corrente de convecção em uma cavidade baixa aquecida. Os resultados ajustaram bem com a solução obtida por Garandet et al. (1992). Rudraiah et al. (1995) usaram o esquema de diferença finita modificado “alternating direction implicit” (ADI) para determinar a função de vorticidade da convecção natural dentro de uma cavidade retangular, na presença de um campo magnético. A convecção dominante ocorre com estratificação térmica vertical na região central para número de Grashof acima de 10^6 e número de Hartmann entre zero e 50. Os resultados numéricos mostraram que o campo magnético suprime a taxa de transferência de calor. Alchaar et al. (1995) estudaram numericamente a convecção natural em duas dimensões numa cavidade baixa e aquecida na base, na presença de um campo magnético inclinado, para a razão de aspecto $A=6$, para $1,8 \times 10^3 < Ra < 3 \times 10^4$, $0 < Ha < 35$, e $0,005 < Pr < 1$. Foi visto que a convecção dentro da cavidade depende fortemente da direção e da intensidade do campo magnético. Khanafer (1996) estudou numericamente a convecção natural laminar numa cavidade inclinada submetida a um campo magnético transversal.

Vários outros trabalhos foram publicados recentemente considerando a influência de um campo magnético em um fluido magnético. Al-Najem et al. (1998) examinaram a influência do campo magnético na transferência de calor no interior de uma cavidade inclinada para valores do número de Grashof de $10^4 < Gr < 10^6$. Nagata (1998) estudou o movimento de um fluido eletricamente condutor colocado entre dois discos paralelos com temperaturas diferentes, submetidos a um campo magnético horizontal, para os números de Prandtl e Prandtl magnético, pequenos. Kandaswamy e Kumar (1999) estudaram numericamente o efeito de um campo magnético no escoamento da água, em uma cavidade quadrada, com os lados aquecidos de maneiras diversas. Nakano et al. (1998) estudaram a convecção natural em regime transiente em um fluido de número de Prandtl baixo ($Pr=0,01$) e $Ra=2000$, para uma cavidade retangular tridimensional baixa, aquecida em baixo e esfriada em cima. Mossner e Muller (1999) estudaram a influência de um campo magnético estacionário, de direção arbitrária, na convecção natural tridimensional em metais líquidos dentro de cavidades retangulares eletricamente isoladas. Al-Nimr e Alkam (1999), usando o método da função de Green, obtiveram solução analítica para o estudo da magneto-hidrodinâmica (MHD) para a convecção natural em um tubo cilíndrico. Yamaguchi et al. (1999a) estudaram a convecção natural de um fluido magnético em uma cavidade retangular bidimensional com a imposição de um campo magnético vertical, numericamente e experimentalmente. Yamaguchi et al. (1999b) também estudaram, experimental e numericamente, a convecção natural de um fluido magnético em duas dimensões. Qi JW e Wakayama (2000) estudaram numericamente a convecção térmica ($Ra=33734$) em água pura quando forças de magnetização vertical para cima e radial agem nela. Uda et al. (2000) estudaram o efeito magnetohidrodinâmico (MHD) sobre a transferência do calor por convecção natural no metal líquido lítio, experimentalmente.

Contudo, têm sido realizados poucos estudos sobre a atenuação da convecção em fluidos não condutores ou diamagnéticos. Muitos materiais diamagnéticos, como a água, que têm susceptibilidade magnética menor que zero, também experimentam uma força repulsiva fraca em um campo magnético. Para esses materiais a susceptibilidade magnética não depende da temperatura e a força magnética pode causar uma convecção no fluido semelhante ao efeito da força de gravitação.

Neste trabalho foi investigado, numericamente, o efeito de um campo magnético constante, na convecção natural de um líquido dentro de uma cavidade triangular, na forma de triângulo retângulo, aquecida na superfície inclinada, com a base fria e a superfície vertical isolada. Esta

geometria não foi encontrada na literatura. Foi utilizado o método dos volumes de controle de Patankar, para resolver as equações de massa, quantidade de movimento e energia. O procedimento numérico adotado foi baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas, linhas de corrente e perfis de velocidade, são apresentadas para as simulações estudadas, e o número de Nusselt normalizado é apresentado em função dos números de Hartmann e de Rayleigh. Foi concluído que o campo magnético externo inibe o escoamento do fluido e a transferência de calor na cavidade. Quando o número de Hartmann cresce, o campo de temperatura se assemelha ao do tipo de condução, e foi encontrado que o número de Nusselt, diminui com o crescimento do número de Hartmann. As simulações foram feitas com o número de Hartmann variando de 0 a 150.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Consideremos uma cavidade prismática longa com a seção reta em forma de um triângulo retângulo (Fig.(1)). O vetor aceleração da gravidade é perpendicular à base.

A convecção natural do fluido na cavidade é considerada como se segue: o escoamento é bidimensional e laminar; os gradientes de temperatura são moderados de tal modo que a aproximação de Boussinesq é admitida; são desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.

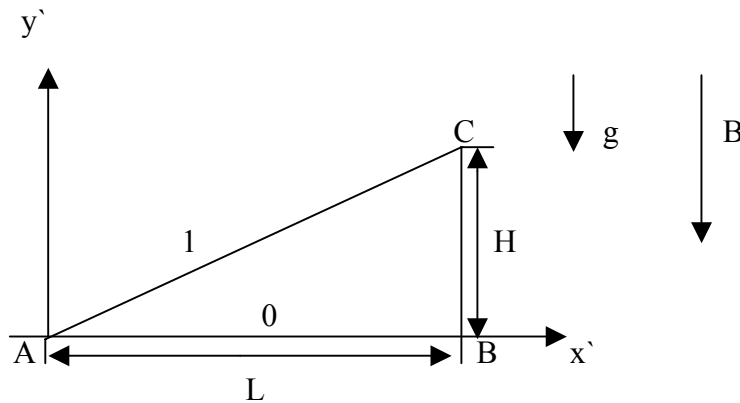


Figura 1 - Região de convecção triangular .

Considerando as condições acima estabelecidas, as equações básicas para o estado de convecção natural transiente, podem ser escritas, na forma adimensional:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Ha^2 u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{Ra}{Pr} \theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

onde t é o tempo; x e y são as coordenadas cartesianas; u e v as velocidades nas direções x e y ; p é a pressão; θ é a temperatura; Pr é o número de Prandtl, Ra é o número de Rayleigh e Ha é o número de Hartmann, dados por: $Pr = \nu/\alpha$, $Ra = \frac{\beta g (T_q - T_c) L^3}{\nu \alpha}$, $Ha = B_0 L \sqrt{\sigma_e / \mu}$, sendo L o comprimento da base da cavidade (m), g é aceleração da gravidade (m/s^2), ν a viscosidade cinemática (m^2/s), α a difusividade térmica (m^2/s), T é a temperatura dimensional (C); T_c é a temperatura da parede fria (C) e T_q a da parede quente (C), β o coeficiente de expansão térmica do líquido (K^{-1}), B_0 o campo magnético uniforme (T), σ_e é a condutividade elétrica do meio (Ωm)⁻¹ e μ a viscosidade dinâmica (Kg/ms).

Para se obter as quantidades adimensionais, as seguintes variáveis (adimensionais) foram definidas:

$$x = \frac{x'}{L}; \quad y = \frac{y'}{L}; \quad u = \frac{u'L}{\alpha}; \quad v = \frac{v'L}{\alpha}; \quad p = \frac{p' + \rho_0 g y'}{\rho_0 (\alpha / L)^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_q - T_c}; \quad t = \frac{\alpha}{L^2} t' \quad (5)$$

onde H é a sua altura (m); ρ_0 é a massa específica do fluido (Kg/m^3). As grandezas afetadas com o sobrescrito "linha" são dimensionais.

As equações (1) a (4) são completadas com as correspondentes condições de contorno e condições iniciais.

$$\begin{aligned} u = v = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{para} \quad 0 \leq x < 1; \quad y = Hx/L \\ u = v = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{para} \quad 0 < x \leq 1; \quad y = 0 \\ u = v = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \text{para} \quad x = 1, \quad 0 < y < 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Quando resolvemos o problema para as variáveis físicas, a pressão é determinada das equações (2) e (3). Consideraremos que $\rho = 0$ no ponto para o qual $x = y = 0$. As condições iniciais assumidas são que o fluido está em repouso e que a temperatura de toda a região de convecção é uniforme, isto é:

$$t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0.5 \quad (7)$$

O número de Nusselt local na base fria da cavidade é dado por $Nu = \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0}$, sendo o número de

Nusselt médio dado por $\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int_0^A Nu dx$. O número de Nusselt normalizado é dado por

$$Nu = \frac{\overline{Nu}}{Nu|_{condução}}$$

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O método numérico utilizado para resolver as equações diferenciais (1) a (4) é o modelo SIMPLE de Patankar. Os termos convectivos foram calculados usando o esquema híbrido para o qual o esquema de diferença centrada é substituído pelo esquema "upwind" sempre que o número de Peclet assume um valor grande. Uma malha não uniforme em ambas as direções foi usada. A independência das soluções em relação ao tamanho das malhas foi estudado para vários casos. O resultado mostrou que a independência das malhas foi alcançada para a malha 99 x 51, apresentando diferenças desprezíveis na transmissão do calor (menor do que 0,15%). Para controlar melhor a convergência, as soluções permanentes foram obtidas das equações transientes. Foram utilizadas malhas retangulares; as faces laterais da cavidade triangular (contorno real) fossem representadas por uma série de graus retangulares formados pelos volumes de controle correspondentes aos pontos da superfície inclinada. Para definir o domínio de solução do problema, triangular, utilizou-se a técnica de bloqueio (*blocking-off method*), apresentada por Patankar (1980), que consiste em tornar inativos os volumes de controle de uma grade regular, tal que os volumes que permanecem ativos formam o domínio desejado. Isto é feito fazendo-se as componentes da velocidade na região inativa iguais a zero e fixando-se valores conhecidos para a temperatura na região inativa. Uma maneira de realizar o bloqueio de uma região é usar grandes termos fontes artificiais. Por exemplo, as velocidades na região inativa podem ser fixadas como zero pelo uso de uma viscosidade muito grande nesta região e do valor zero para a velocidade na fronteira nominal.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A convecção hidromagnética de um líquido em uma cavidade triangular em forma de triângulo retângulo é estudada numericamente. A superfície lateral inclinada da cavidade é aquecida e mantida com temperatura constante, a superfície vertical direita é isolada, e a base é mantida com temperatura uniforme fria. O número de Prandtl foi considerado igual a 10 e o número de Hartmann variando de 0 a 150. Os resultados são apresentados nas linhas de corrente, isotérmicas e perfis de velocidade. A taxa de calor através da cavidade é calculada em termos do número de Nusselt médio e normalizado.

A Figura (2) mostra, para $Ra=10^5$, as alterações das linhas de corrente e isotérmicas, com o crescimento de Ha de 0 a 150. O escoamento consiste inicialmente de uma célula simples girando no sentido horário e ocupando toda a cavidade. A partir desse valor, com o aumento de Ra , as linhas de corrente e as isotérmicas mostram o acentuado efeito da convecção (Figs. 3a(i); 3b(i); 4a(i); 4b(i)). O escoamento do fluido atinge o estado estratificado mostrado pelas linhas horizontais (Fig. 3b(i) e 4 b(i)). Com o crescimento do número de Hartmann, nota-se acentuada redução da convecção e conseqüente diminuição da transferência do calor. As isotérmicas tendem a tomar a forma do estado de quase condução pura (Figs. 2b(iii), 3b(iii) e 4 b(iii)).

A Figura (5) mostra os perfis de velocidade (componente horizontal) do escoamento do fluido na linha vertical média da cavidade. Nota-se com clareza que com o crescimento de Ha , a convecção é reduzida significativamente; a velocidade horizontal tende a zero para Ha próximo do valor 150, exceto junto à parede inclinada aquecida, para valores de Ra acima de 10^6 . A Fig. (6) mostra os perfis de velocidade (componente vertical) ao longo da linha horizontal média da cavidade. Pode-se notar o mesmo efeito anteriormente relatado. Há uma acentuada redução da componente vertical da velocidade com o crescimento de Ha , sendo menor este efeito com o crescimento de Gr . A Fig (7) mostra a variação do número de Nusselt médio e normalizado, em relação à condução, em função do número de Hartmann, para vários valores de Ra . Observa-se a redução de Nu com o crescimento de Ha , indicando, como era de se esperar, a redução na transferência de calor por convecção.

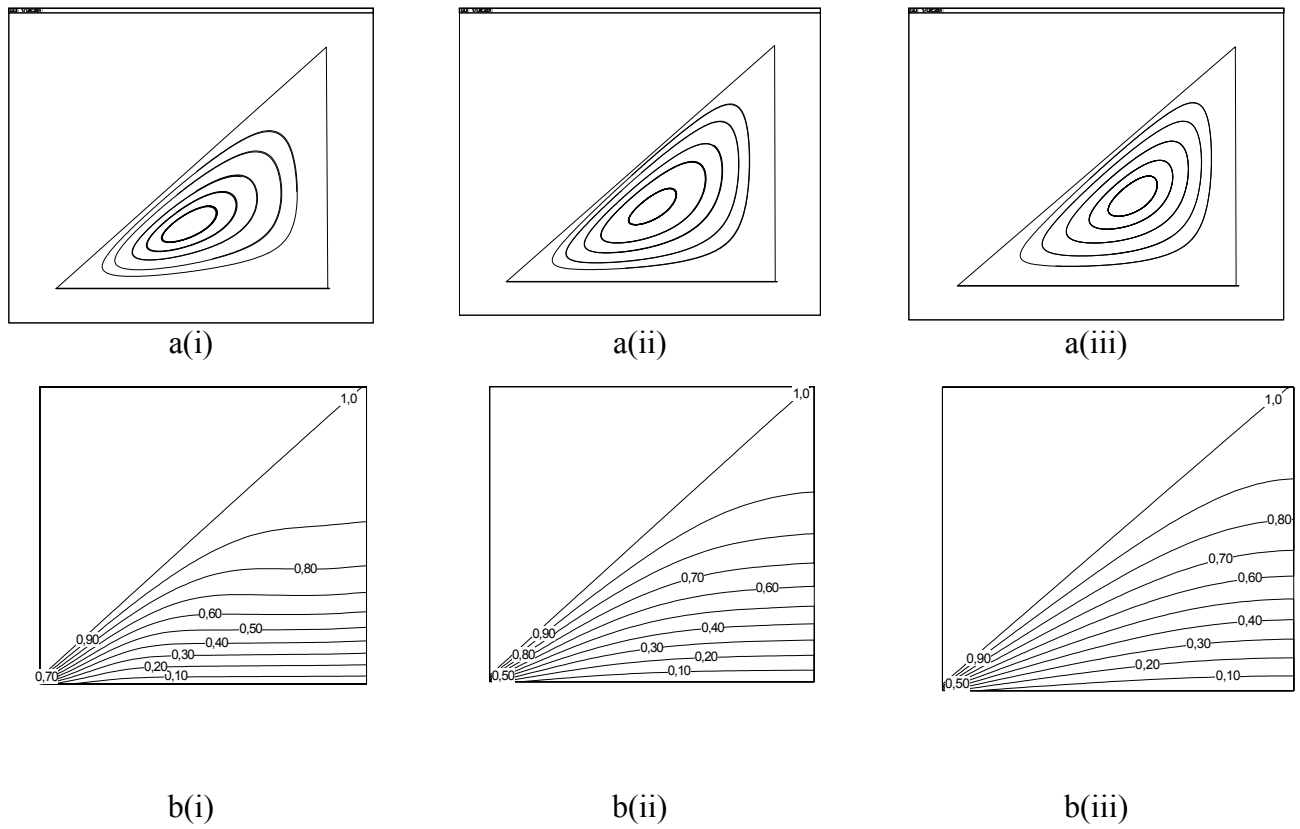


Figura 2 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas(b) para $Ha= 0, 50$ e 150 ; $Ra=10^5$.

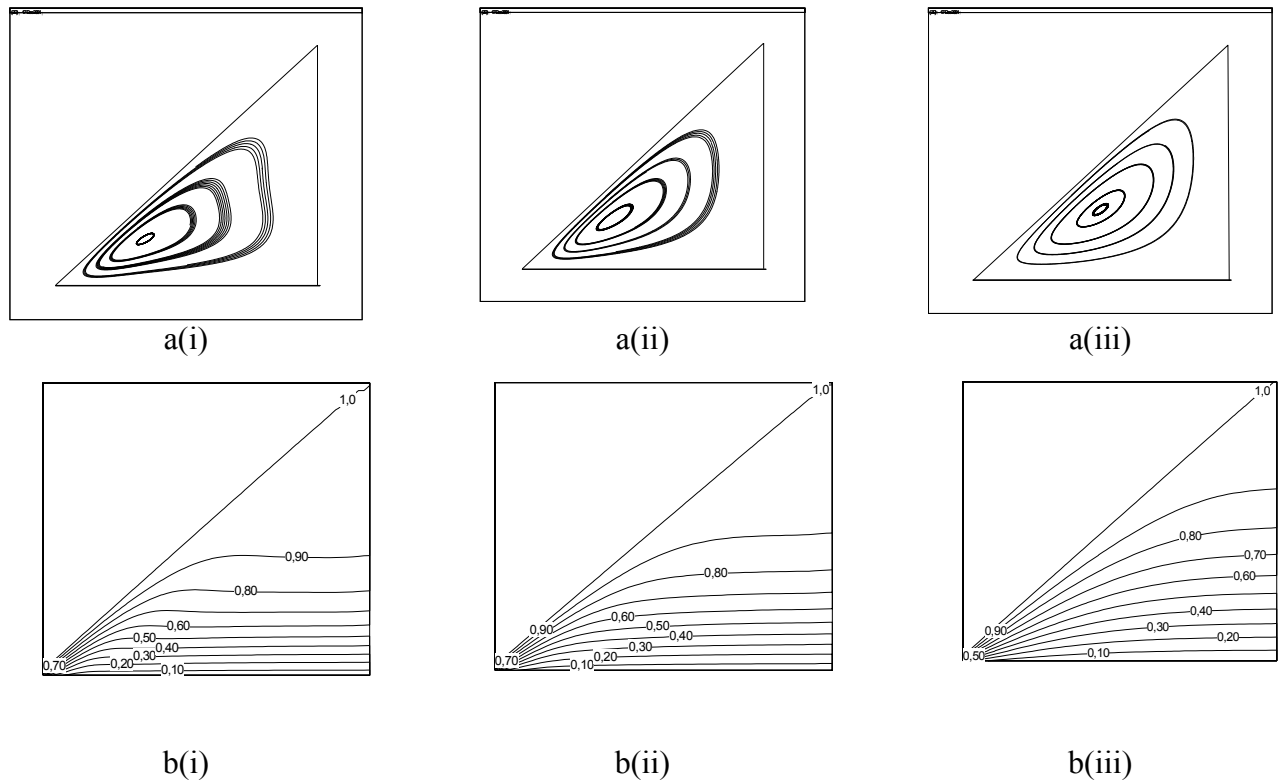


Figura 3 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $Ha= 0, 50$ e 150 ; $Ra=10^6$.

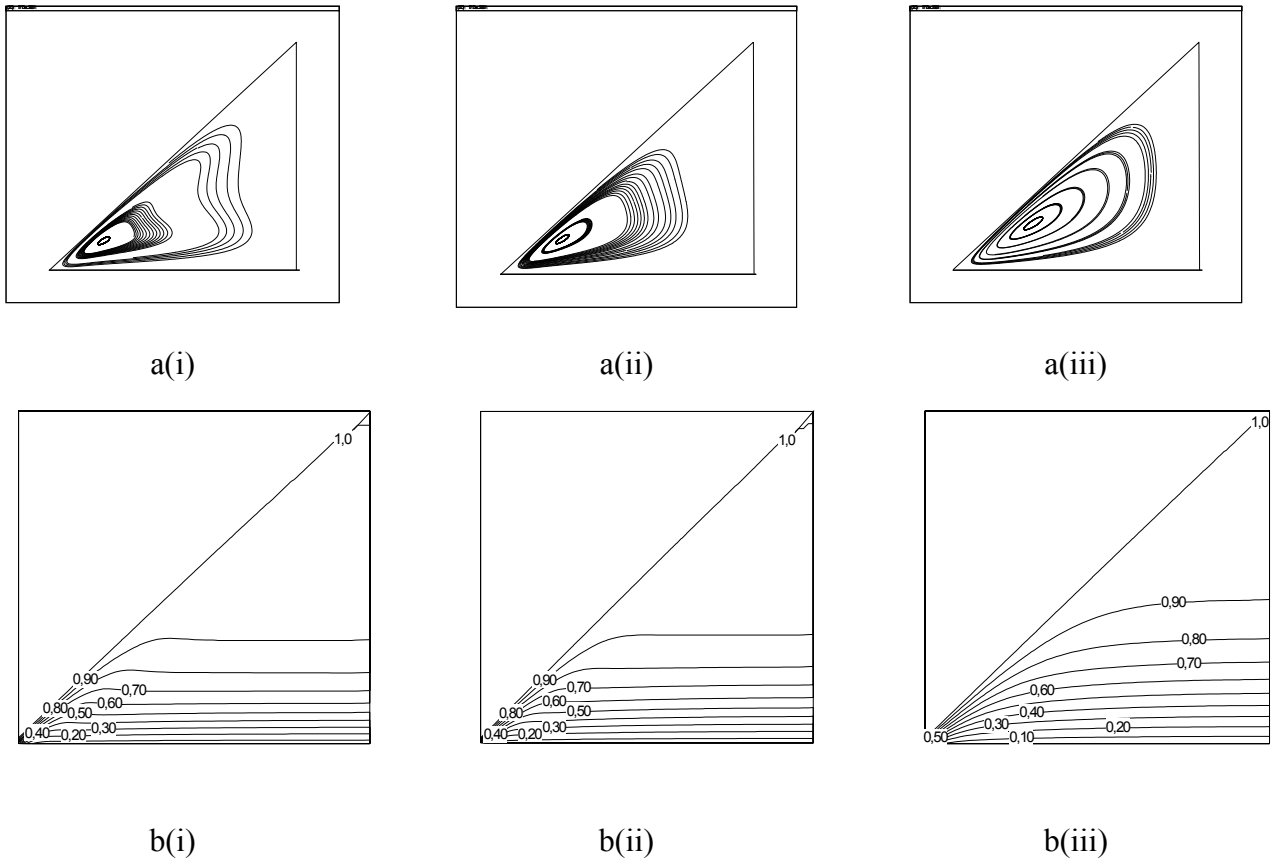


Figura 4 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $Ha = 0, 50$ e 150 ; $Ra = 10^7$

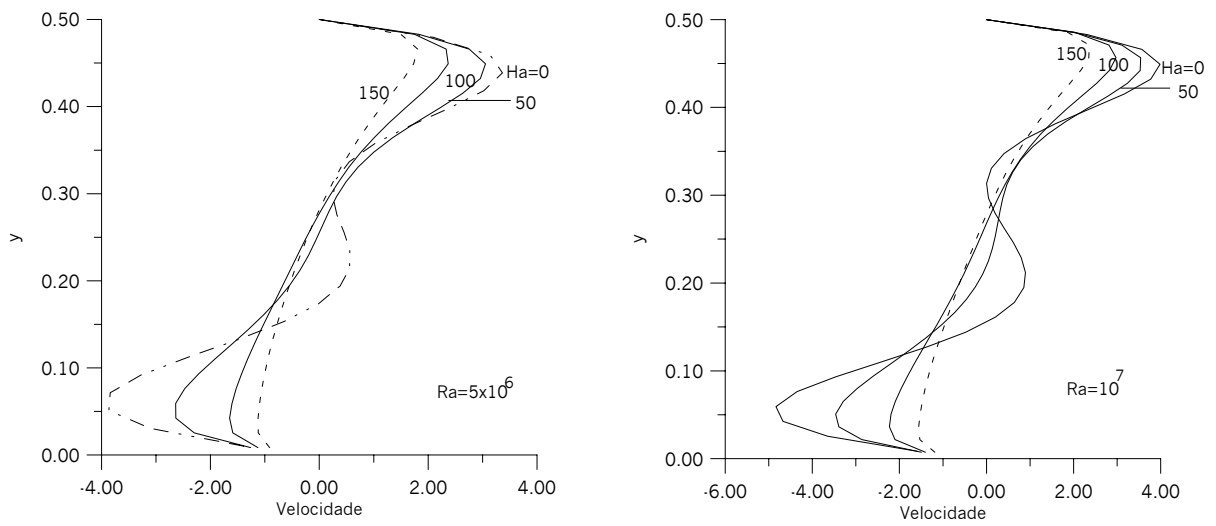


Figura 5 – Perfis de velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade

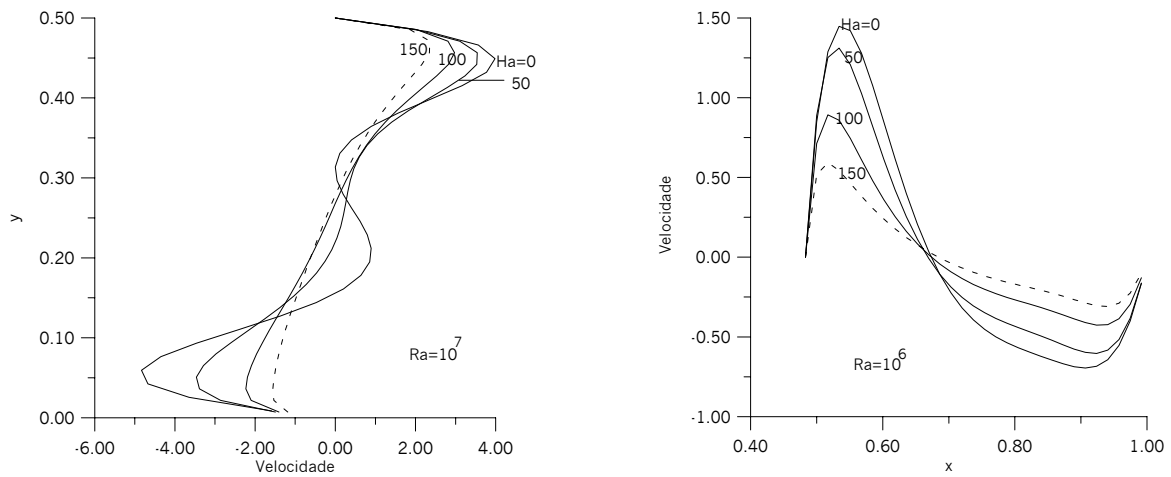


Figura 6 – Perfis de velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade

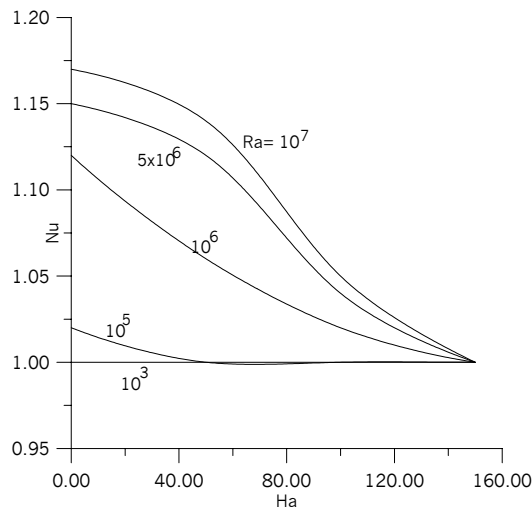


Figura 7 – Número de Nusselt através da cavidade em função de Ha.

5. CONCLUSÕES

A convecção natural hidromagnética de um líquido dentro de uma cavidade na forma de triângulo retângulo, é numericamente estudada para o intervalo do número de Hartmann variando de $0 \leq Ha \leq 150$, com uma das superfícies laterais da cavidade mantida com temperatura constante, quente, estando a outra adiabática, e a base fria, para $10^3 < Ra < 10^7$, com uma cavidade de razão de forma igual a 0,5. O número de Prandtl foi considerado igual a 10. É observado que o efeito do campo magnético sobre a convecção é no sentido de inibir a taxa de transferência do calor e de substituir o modo de transferência do calor de convecção para o de condução. Nossos resultados numéricos mostram que a convecção natural em fluidos de pequena condutividade elétrica podem ser reduzidos por um campo magnético, também em cavidades triangulares, o que é promissor para aplicações práticas, considerando-se a possibilidade atual de se produzir fortes campos magnéticos, especialmente com os magnetos que utilizam fios supercondutores.

6. REFERÊNCIAS

- Al-Najem, N.M.; Khanafer, K.M.; El-Refae, M.M.: “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field”, *International Journal of Numerical for Heat & Fluid Flow*, 8: (5-6) 651, 1998.
- Al-Nimr, M.A.; Alkam, M.K.: “Magnetohydrodynamics transient free convection in open-ended vertical annuli”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13: (2) 256-265 APR-JUN 1999.
- Alchaar, S. ; Vasseur, P.; e Bilden, E.: “ Natural convection heat transfer in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field”, *ASME Journal Heat Transfer*, Vol. 117, August 1995, pp. 668-73.
- Garandet, J. P.; Alboussiere, T. e Moreau, R. : “ Bouyance drive convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field”, *International Journal Mass Transfer*, Vol. 35, n. 4, 1992, pp. 741-8.
- Khanafer, K. M.: “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field”, Master Thesis, Kuwait University, 1996.
- Kandaswamy P.; Kumar, K.: “Buoyancy-driven nonlinear convection in a square cavity in the presence of a magnetic field”, *Acta Mechanica*, 136,29-39 (1999).
- Mossner, R.; Muller, U.A.: “Numerical investigation of three-dimensional magnetoconvection in rectangular cavities”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42: (6) 1111-1121 MAR 1999.
- Nakano, A.; Ozoe, H.; Churchill, S.W.: “Numerical computation of natural convection for a low-Prandtl-number fluid in a shallow rectangular region heated from below”, *Chemical Engineering Journal*, 71: (3) 175-182 DEC 18, 1998.
- Nagata, M.: “ Nonlinear analysis on the natural convection between vertical plates in the presence of a horizontal magnetic field” , *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 17: (1) 33-50, jan-fev, 1998.
- Ozoe,H.; Maruo, M. “Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon – two dimensional numerical computations for the rate of heat transfer”, *J.S.M.E.*, vol. 30, 1987, pp. 774-84.
- Ozoe, H.; Okada, k.: “The effect of the direction magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubic enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 32, n.10,1989, pp. 1939-54.
- Oreper, G. M. e Szekely, J.: “The effect of an externally imposed magnetic field on buoyancy driven flow in a rectangular cavity”, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 64, 1983, pp. 505-15.
- Qi JW, Wakayama NI : “Suppression of natural convection in no conducting and low conducting fluids by the application of a static magnetic field”, *Materials transactions JIM*, 41: (8) 970-975 agosto, 2000
- Uda N, Hayase M, Chikaoka T, Inoue S, Horiike H, Miyazaki K.: “Natural convective heat transfer of lithium under magnetic field”, *Fusion Engineering and Design*, 51-2: 893-898, Nov. 2000.
- Vasseur, P.; Hasnaoui, M.; Bilgen, E.; Robillard, L.: “Natural convection in an inclined fluid layer with a transverse magnetic field: analogy with a porous medium”, *ASME Journal of Heat Transfer*, February 1995, vol. 117, pp. 121-9.
- Rudraiah, N.; Barros, R.M.; Venkatachalappa, M.; Subbaraya, C.K.: “ Efect of magnetic field on free convection in a rectangular enclosure. *Int. J. Eng. Sci.* 33,1075 – 1084, (1995)
- Yamaguchi H, Kobori I, Uehata Y., Shimada K.: “Natural convection of magnetic fluid in a rectangular box”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 201: 264-267, JUL 1999a.
- Yamaguchi I., Kobori I., Uehata Y.: “Heat transfer in natural convection of magnetic fluids”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13: (4) 501-507, OCT-DEC 1999b.

NATURAL CONVECTION INSIDE A RIGHT TRIANGULAR CAVITY IN THE PRESENCE OF A MAGNETIC FIELD

Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Chemical Engineering Faculty of Lorena - FAENQUIL

Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo

Email: felipe@debas.fauenquil.br

Janaina Batista Ferreira Leal

Chemical Engineering Faculty of Lorena - FAENQUIL

Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo

Email: janaina@debas.fauenquil.br

Maurício Araújo Zanardi

Engineering Faculty of Guaratinguetá - UNESP

Av. Ariberto P. Cunha 333 – 12516-410- Guaratinguetá – São Paulo

Email: mzanardi@feg.unesp.br

***Abstract.** The effect of vertical and uniform magnetic field on the natural convection of a liquid inside a right triangular enclosure with the inclined lateral side wall heated, and the vertical one adiabatic, and the base cold, is studied. It was used Patankar control volume method to solve the mass, momentum and energy equations. The numerical procedure used was based in the SIMPLE algorithm. The isotherms, streamlines and profiles of horizontal and vertical velocities are presented for the simulations studied and the normalized Nusselt number is presented as a function of Hartmann number and Rayleigh number. The flow pattern and the heat transfer characteristics inside the cavity are presented for Hartmann number varying over 0 to 150. The magnetic field decreases the flow field and the heat transfer. As the Hartmann number increases, the temperature field resembles that of the conduction type. The normalized Nusselt number at the cold wall, decreases with the increase of the Hartmann number Ha . The simulations were made for $10^3 < Ra < 10^7$, for a aspect ratio equal 0.5. Prandtl number used was 10.*

***Keywords:** natural convection, magnetic field, right triangular enclosure*