



## SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES EM COORDENADAS GENERALIZADAS UTILIZANDO O ESQUEMA UNIFAES DE DISCRETIZAÇÃO.

**C. A. A. Vilela<sup>†</sup>**

<sup>†</sup>Departamento de Energia  
DE - FEM / UNICAMP  
Caixa Postal 6122, Campinas - SP - Brasil - CEP 13088-970  
carlosav@fem.unicamp.br

**J R. Figueiredo<sup>†</sup>**

**Resumo.** O esquema de discretização numérica UNIFAES, proposto para aplicação como método dos volumes finitos nas soluções da equação de transporte convectivo-difusivo de um escalar em meio fluido, tem apresentado bons resultados quando comparado às soluções analíticas quando possíveis, ou mesmo quando comparado a outros esquemas mais tradicionais de discretização numérica tais como o Exponencial e o QUICK nos mais diversos problemas testes. Para ampliar o campo de aplicação do esquema UNIFAES, são propostas neste trabalho várias soluções em coordenadas generalizadas das equações de Navier-Stokes em regime permanente bidimensional. O caso teste escolhido para aplicação foi o de escoamento de fluido em cavidade fechada com paredes laterais inclinadas. Os resultados obtidos com o esquema UNIFAES são comparados com soluções já apresentadas na literatura, com resultados obtidos com o esquema QUICK e também com resultados obtidos com o programa Arsys®.

**Palavras chave:** Coordenadas generalizadas, Navier-Stokes, Esquema UNIFAES, Volumes finitos, Malhas colocadas.

### 1 INTRODUÇÃO

As equações de Navier-Stokes que são equações não lineares têm nas suas soluções numéricas alguns pontos críticos tais como a convergência e a acuidade dos resultados que devem ser controlados principalmente em casos onde tem-se altos valores do número de Reynolds. Os vários esquemas de discretização atualmente disponíveis, podemos dizer que foram frutos de pesquisas contínuas com o objetivo de solucionar os diversos problemas que eventualmente ocorriam em soluções numéricas de equações diferenciais parciais. Esquemas como o Central e o Exponencial simples, foram largamente utilizados inicialmente mas apresentaram algumas limitações quanto a convergência e baixa qualidade dos resultados quando utilizados em problemas de alta convectividade. O esquema QUICK proposto por Leonard (1979) apresentou-se inicialmente como a “solução definitiva” para estes problemas já conhecidos, e por seu bom desempenho em problemas com alta convectividade, tem sido largamente utilizado. Mas o próprio esquema QUICK também tem suas limitações como discutias por Leonard (1995), onde propõe novas formulações para o esquema original. Alguns resultados obtidos com o esquema QUICK para a equação de transporte convectivo-difusivo como reportados por Vilela e Figueiredo (2000), demonstraram um comportamento ruim em questão da acuidade dos resultados. O esquema UNIFAES já testado anteriormente em problemas envolvendo fenômeno de convecção natural em meios porosos por Figueiredo e Llagostera (1999) e em vários problemas de transporte convectivo-difusivo por Vilela e Figueiredo (2000), apresentou-se na grande maioria dos casos como o melhor esquema, quando comparado com as respectivas soluções analíticas quando disponíveis ou quando comparado com o esquema QUICK, e a verificação destes resultados nos mais diversos

problemas tem sido de grande incentivo para a extensão a casos mais complexos como no caso das equações de Navier-Stokes.

## 2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações governantes consideradas foram a equação da continuidade e as equações de Navier-Stokes bidimensionais em regime permanente escritas em coordenadas generalizadas.

Equação da continuidade

$$\frac{\partial(\rho\tilde{u})}{\partial\xi} + \frac{\partial(\rho\tilde{v})}{\partial\eta} = 0 \quad (1)$$

Equações de Navier-Stokes

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\rho\tilde{u}u) + \frac{\partial}{\partial\eta}(\rho\tilde{v}u) = \frac{\partial}{\partial\xi} \left[ \frac{\mu}{J} \left( q_{11} \frac{\partial u}{\partial\xi} + q_{12} \frac{\partial u}{\partial\eta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial\eta} \left[ \frac{\mu}{J} \left( q_{21} \frac{\partial u}{\partial\xi} + q_{22} \frac{\partial u}{\partial\eta} \right) \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial\xi}(f_{11}p) + \frac{\partial}{\partial\eta}(f_{21}p) \right] + g_x J \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\rho\tilde{u}v) + \frac{\partial}{\partial\eta}(\rho\tilde{v}v) = \frac{\partial}{\partial\xi} \left[ \frac{\mu}{J} \left( q_{11} \frac{\partial v}{\partial\xi} + q_{12} \frac{\partial v}{\partial\eta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial\eta} \left[ \frac{\mu}{J} \left( q_{21} \frac{\partial v}{\partial\xi} + q_{22} \frac{\partial v}{\partial\eta} \right) \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial\xi}(f_{12}p) + \frac{\partial}{\partial\eta}(f_{22}p) \right] + g_y J \quad (3)$$

onde  $\tilde{u}$  e  $\tilde{v}$  são as componentes contravariantes da velocidade,  $q_{ij}$  e  $f_{ij}$  são relações de transformação geométricas, e  $J$  é o jacobiano da transformação geométrica.

## 3 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

Nas soluções das equações de Navier-Stokes utilizando o método dos volumes finitos, pode-se escolher para a discretização uma configuração de malha colocalizada, como mostra a figura (1), onde todas as variáveis são localizadas no mesmo nó da malha.

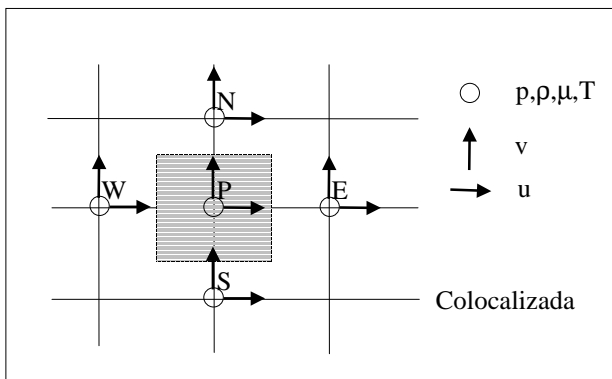


Figura 1: Configuração de malha colocalizada

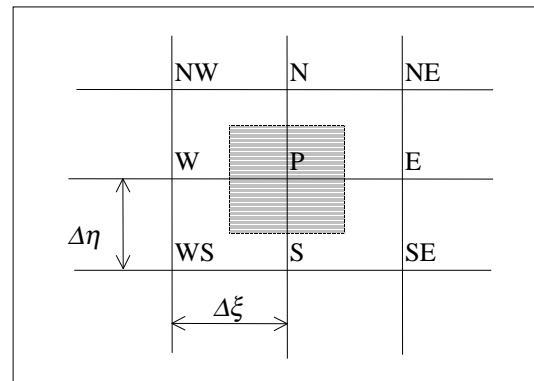


Figura 2: Volume de controle no plano transformado

A discretização das equações (1)-(3) utilizando o método dos volumes finitos em um espaço transformado  $\xi\eta$ , segue procedimentos semelhantes aos da discretização em coordenadas cartesianas com malhas regulares. A integração das equações em um volume de controle elementar representado na figura (2), resulta em:

Equação da continuidade

$$M_e - M_w + M_n - M_s = 0 \quad (4)$$

## Equações de Navier-Stokes

$$\begin{aligned}
 & M_e u_e - M_w u_w + M_n u_n - M_s u_s = \\
 & \left[ \Lambda_{11} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \Lambda_{12} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right]_e - \left[ \Lambda_{11} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \Lambda_{12} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right]_w + \left[ \Lambda_{21} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \Lambda_{22} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right]_n - \left[ \Lambda_{21} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \Lambda_{22} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right]_s \\
 & - L[\hat{p}^u] \Delta \xi \Delta \eta + g_x J \Delta \xi \Delta \eta
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 & M_e v_e - M_w v_w + M_n v_n - M_s v_s = \\
 & \left[ \Lambda_{11} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \Lambda_{12} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right]_e - \left[ \Lambda_{11} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \Lambda_{12} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right]_w + \left[ \Lambda_{21} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \Lambda_{22} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right]_n - \left[ \Lambda_{21} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \Lambda_{22} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right]_s \\
 & - L[\hat{p}^v] \Delta \xi \Delta \eta + g_y J \Delta \xi \Delta \eta
 \end{aligned} \tag{6}$$

onde  $M$  são os fluxos de massa nas faces do volume de controle,  $\Lambda_{ij}$  são coeficientes resultantes para as equações de Navier-Stokes, e  $L[\hat{p}]$  são os termos resultantes da integração dos termos de pressão.

Tem-se que nas equações (5) e (6) são necessárias as avaliações da propriedade transportada, que no caso são as componentes da velocidade, nas faces dos volumes de controle. Estas avaliações são feitas utilizando o esquema de discretização escolhido, e no caso do esquema UNIFAES tem-se as expressões para a componente  $u$  e sua derivada dadas por:

$$\phi_e = C_1^e + C_2^e \frac{\Delta \xi}{2} + C_3^e \exp\left(\frac{Pe_{e\xi} \Delta \xi}{2}\right) \tag{7}$$

$$\left. \frac{d\phi}{d\xi} \right|_e = C_2^e + C_3^e Pe_{e\xi} \exp\left(\frac{Pe_{e\xi} \Delta \xi}{2}\right)$$

onde:

$$Pe_{e\xi} = \frac{J\rho\tilde{u}}{q_{11}\mu}$$

$$C_1^e = \phi_E(-\alpha_{e\xi}) + \phi_P(1 + \alpha_{e\xi}) + \beta_{e\xi} \quad C_2^e = \frac{k_{e\xi}}{Pe_{e\xi}} \quad C_3^e = \phi_E(\alpha_{e\xi}) + \phi_P(-\alpha_{e\xi}) - \beta_{e\xi} \tag{8}$$

$$\alpha_{e\xi} = \frac{1}{[\exp(Pe_{e\xi} \Delta \xi) - 1]} \quad \beta_{e\xi} = \frac{k_{e\xi} \Delta \xi}{2[\exp(Pe_{e\xi} \Delta \xi) - 1]} \tag{9}$$

e o coeficiente  $k$  é dado por:

$$k_{e\xi} = (\phi_P - \phi_E) \frac{(Pe_{e\xi} \Delta \xi)}{\Delta \xi^2 [e^{(Pe_{e\xi} \Delta \xi)} - 1]} + (\phi_P - \phi_W) \frac{(-Pe_{e\xi} \Delta \xi)}{\Delta \xi^2 [e^{(-Pe_{e\xi} \Delta \xi)} - 1]} \tag{10}$$

Tem-se que expressões semelhantes também são encontradas para a equação da componente  $v$ . Substituindo então a expressão (7) em (5), encontramos a equação geral de diferenças para a componente  $u$  como sendo:

$$\tilde{A}_p u_p = \tilde{A}_e u_e + \tilde{A}_w u_w + \tilde{A}_n u_n + \tilde{A}_s u_s + \tilde{A}_{ne} u_{NE} + \tilde{A}_{nw} u_{NW} + \tilde{A}_{se} u_{SE} + \tilde{A}_{sw} u_{SW} + \tilde{S}_u \tag{11}$$

onde  $\tilde{S}_u$  é o termo fonte que engloba as forças de campo e os termos de pressão.

## 4 INTERPOLAÇÃO DE MOMENTO

Um problema que comumente ocorre na solução das equações de Navier-Stokes quando são utilizadas malhas colocadas é o aparecimento de um campo alternado de pressão, e para evitar este problema foi utilizado o método de interpolação de Rhie e Chow (1983), que faz uma associação entre valores de pressões em nós vizinhos da malha. As componentes  $\tilde{u}$ 's são calculadas utilizando uma expressão semelhante a equação (11), sendo que agora ela será aplicada na interface do volume de controle. Então encontram-se as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_e &= (H_{\tilde{u}})_e + (D_{\tilde{u}}^1)_e (p_P - p_E) + (D_{\tilde{u}}^2)_e (p_{se} - p_{ne}) \\ \tilde{u}_w &= (H_{\tilde{u}})_w + (D_{\tilde{u}}^1)_w (p_W - p_P) + (D_{\tilde{u}}^2)_w (p_{sw} - p_{nw})\end{aligned}\quad (12)$$

onde:

$$H_{\tilde{u}} = (f_{11}H_u + f_{12}H_v) \quad H_u = \frac{\sum_{nb} A_{nb}^u u_{nb} + G_u}{A_p^u} \quad (13)$$

$$D_{\tilde{u}}^1 = (f_{11}D_u^1 + f_{12}D_v^1) \quad D_u^1 = \frac{f_{11}}{A_p^u} \quad D_u^2 = \frac{f_{21}}{A_p^u} \quad (14)$$

$$D_{\tilde{u}}^2 = (f_{11}D_u^2 + f_{12}D_v^2) \quad D_v^1 = \frac{f_{12}}{A_p^v} \quad D_v^2 = \frac{f_{22}}{A_p^v}$$

$f_{ij}$  são coeficientes de transformação geométrica e  $G_u$  engloba as forças de campo.

Os valores das pressões em pontos que eventualmente não coincidem com os nós principais da malha, são avaliadas segundo uma interpolação bilinear como sugerida por Peric (1987).

$$\begin{aligned}p_{ne} &= 0.25(p_P + p_E + p_{NE} + p_N) & p_{se} &= 0.25(p_P + p_S + p_{SE} + p_E) \\ p_{nw} &= 0.25(p_P + p_N + p_{NW} + p_W) & p_{sw} &= 0.25(p_P + p_W + p_{SW} + p_S)\end{aligned}\quad (15)$$

Expressões semelhantes são encontradas para a componente  $\tilde{v}$ , que serão substituídas na equação da continuidade para encontrar o sistema para correção da pressão, seguindo o procedimento do algoritmo SIMPLE.

## 5 ACOPLAMENTO VELOCIDADE-PRESSÃO

Foi utilizado para o acoplamento velocidade-pressão o algoritmo SIMPLE, que para coordenadas generalizadas será descrito a seguir.

Tem-se que:

$$\begin{aligned}u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \\ p &= p^* + p'\end{aligned} \quad \text{onde: } \begin{cases} * \text{ significa o campo estimado} \\ ' \text{ significa a correção a ser feita para encontrar o campo correto} \end{cases}$$

Reescrevendo a equação (7) no nó P, tem-se que:

$$u_p^* = \frac{\sum_{nb} (A_{nb}^u u_{nb}^*) + G_u}{A_p^u} - \left( D_u^1 \frac{\partial p^*}{\partial \xi} + D_u^2 \frac{\partial p^*}{\partial \eta} \right)_p \quad (16)$$

e ainda,

$$u_p = \frac{\sum_{nb} (A_{nb}^u u_{nb}) + G^u}{A_p^u} - \left( D_u^1 \frac{\partial p}{\partial \xi} + D_u^2 \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_p \quad (17)$$

Subtraindo a expressão (16) de (17) e arbitrariamente<sup>1</sup> desprezando os termos  $\sum_{nb} A_{nb}^v (u_n - u_n^*)$ , temos a expressão para a correção da velocidade:

$$u_p = u_p^* - \left( D_u^1 \frac{\partial p'}{\partial \xi} + D_u^2 \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) \quad (18)$$

que em coordenadas generalizadas será escrita como:

$$\tilde{u} = \tilde{u}^* + I \frac{\partial p'}{\partial \xi} + II \frac{\partial p'}{\partial \eta} \quad (19)$$

onde:

$$I = \left( -D_u^1 \frac{\partial y}{\partial \eta} + D_v^1 \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \quad II = \left( -D_u^2 \frac{\partial y}{\partial \eta} + D_v^2 \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \quad (20)$$

Substituindo a expressão (19) e a correspondente expressão para a componente  $\tilde{v}$  na equação da continuidade, tem-se:

$$\begin{aligned} & \rho \Delta \eta \left[ \tilde{u}_e^* + I_e \frac{(p'_E - p'_P)}{\Delta \xi} + II_e \frac{\partial p'}{\partial \eta} \Big|_e \right] - \rho \Delta \eta \left[ \tilde{u}_w^* + I_w \frac{(p'_P - p'_W)}{\Delta \xi} + II_w \frac{\partial p'}{\partial \eta} \Big|_w \right] + \\ & \rho \Delta \xi \left[ \tilde{v}_n^* + III_n \frac{(p'_N - p'_P)}{\Delta \eta} + IV_n \frac{\partial p'}{\partial \xi} \Big|_n \right] - \rho \Delta \xi \left[ \tilde{v}_s^* + III_s \frac{(p'_P - p'_S)}{\Delta \eta} + IV_s \frac{\partial p'}{\partial \xi} \Big|_s \right] = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

e então é encontrada a equação para correção da pressão como sendo:

$$\begin{aligned} & p'_P \left( -\frac{\rho \Delta \eta}{\Delta \xi} I_e - \frac{\rho \Delta \eta}{\Delta \xi} I_w - \frac{\rho \Delta \xi}{\Delta \eta} III_n - \frac{\rho \Delta \xi}{\Delta \eta} III_s \right) = \\ & p'_E \left( -\frac{\rho \Delta \eta}{\Delta \xi} I_e \right) + p'_W \left( -\frac{\rho \Delta \eta}{\Delta \xi} I_w \right) + p'_N \left( -\frac{\rho \Delta \xi}{\Delta \eta} III_n \right) + p'_S \left( -\frac{\rho \Delta \xi}{\Delta \eta} III_s \right) + \\ & \rho \tilde{u}_w^* \Delta \eta - \rho \tilde{u}_e^* \Delta \eta + \rho \tilde{v}_s^* \Delta \xi - \rho \tilde{v}_n^* \Delta \xi + \\ & \rho \Delta \eta II_w \frac{\partial p'}{\partial \eta} \Big|_w - \rho \Delta \eta II_e \frac{\partial p'}{\partial \eta} \Big|_e + \rho \Delta \xi IV_s \frac{\partial p'}{\partial \xi} \Big|_s - \rho \Delta \xi IV_n \frac{\partial p'}{\partial \xi} \Big|_n \end{aligned} \quad (22)$$

Com isto está formado o sistema final para solução das equações de Navier-Stokes, que são as equações (11) e sua correspondente equação para  $u$  e a equação (22) para a correção da pressão.

<sup>1</sup> Os termos são desprezados considerando que quando convergida a solução teremos  $u - u^* = 0$  e  $v - v^* = 0$ .

## 6. PROBLEMAS TESTES E RESULTADOS

O clássico problema de escoamento em cavidade fechada quadrada com superfície superior deslizante há tempos tem sido utilizado como um meio de avaliação de esquemas numéricos. Para o caso de soluções utilizando a formulação em coordenadas generalizadas, uma modificação do problema original é proposta, e também tem sido largamente utilizada por vários autores, que é o problema de escoamento em cavidade com parede inclinada.

Usualmente são comparadas as soluções neste problema para o caso teste de escoamento com número de Reynolds igual a 100. A geometria e condições de contorno estão representadas nas figuras (3) e (4). Para os testes realizados foram utilizadas malhas de 20x20 e 30x30 volumes de controle segundo a configuração apresentada na figura (4), e para a solução com o software Ansys foram utilizadas malhas com 100x100 elementos.

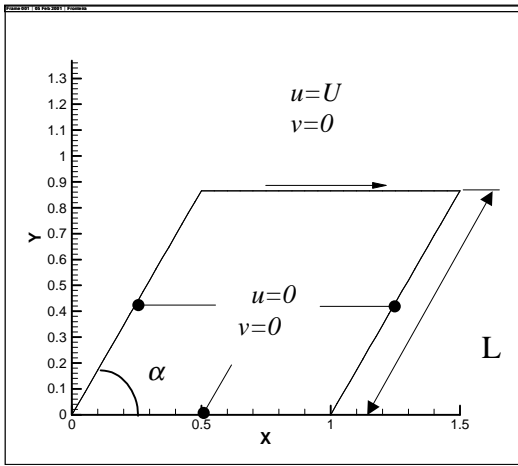


Figura 3: Geometria e condições de contorno  
Cavidade com parede inclinada

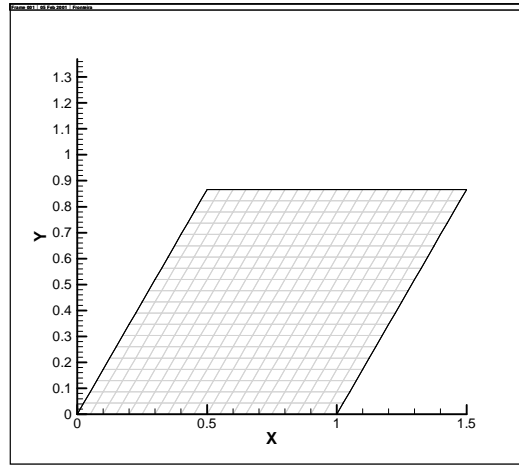


Figura 4: Configuração da malha utilizada  
Cavidade com parede inclinada

Os gráficos a seguir apresentam os resultados obtidos para os perfis de velocidade e pressão ao longo das linhas de centro horizontal e vertical, comparando os esquemas QUICK, UNIFAES e a solução por elementos finitos.

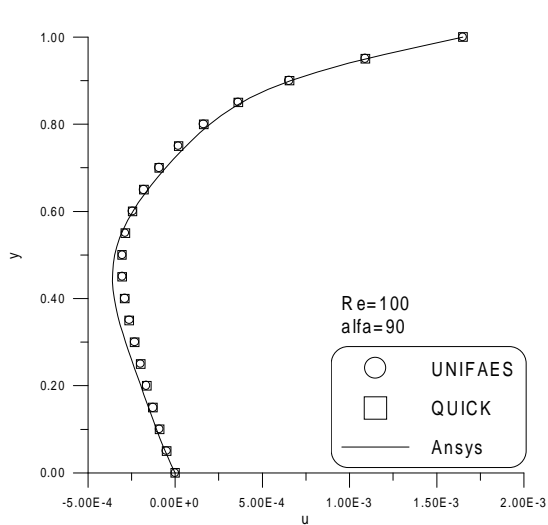


Figura 5: Perfil da componente  $u$   
Linha de centro vertical

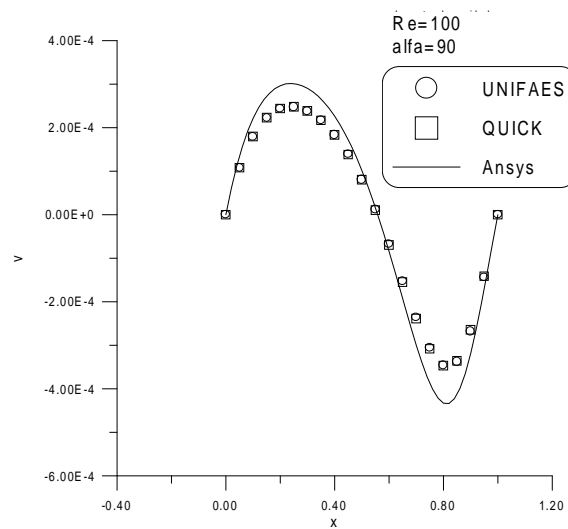


Figura 6: Perfil da componente  $v$   
Linha de centro horizontal

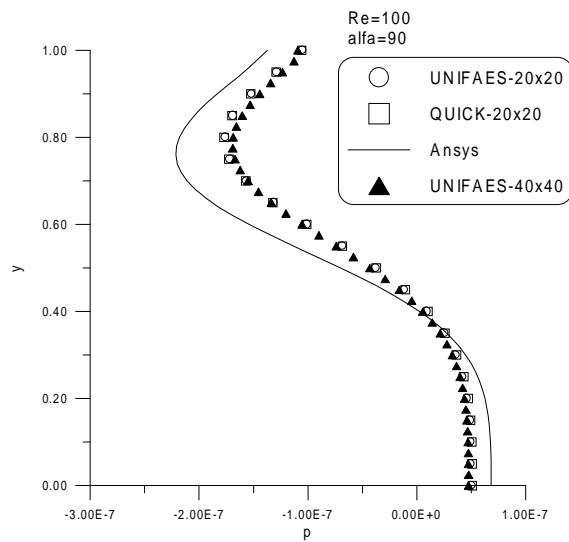


Figura 7: Perfil de pressão  
Linha de centro vertical

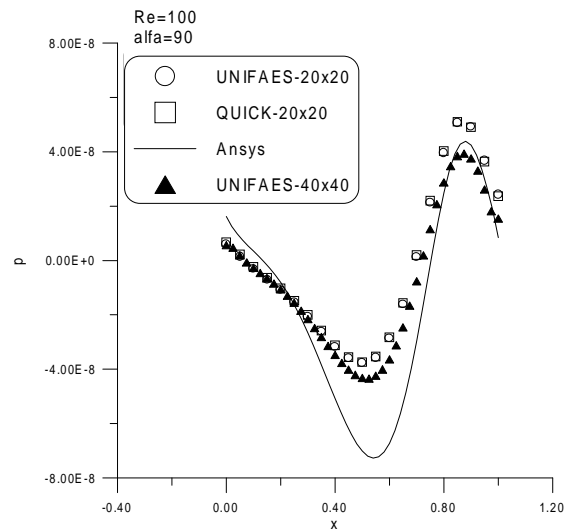


Figura 8: Perfil de pressão  
Linha de centro horizontal

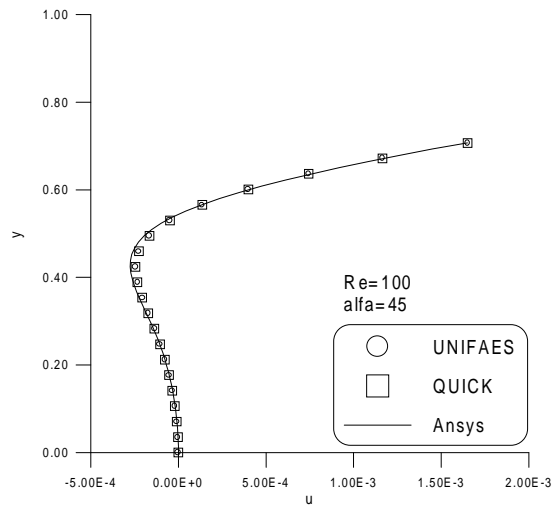


Figura 9: Perfil da componente  $u$   
Linha de centro vertical

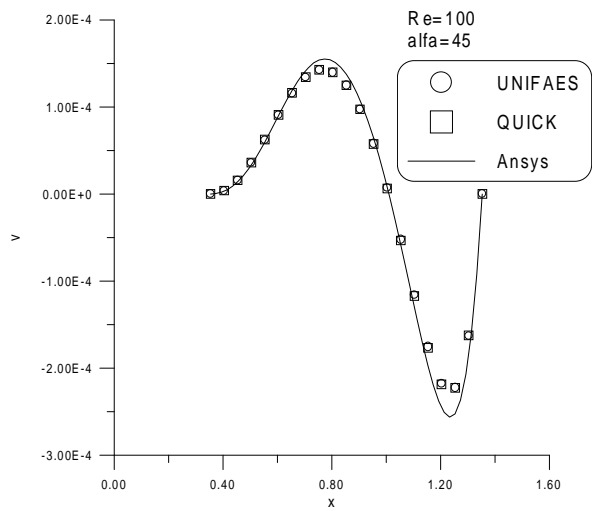


Figura 10: Perfil da componente  $v$   
Linha de centro horizontal

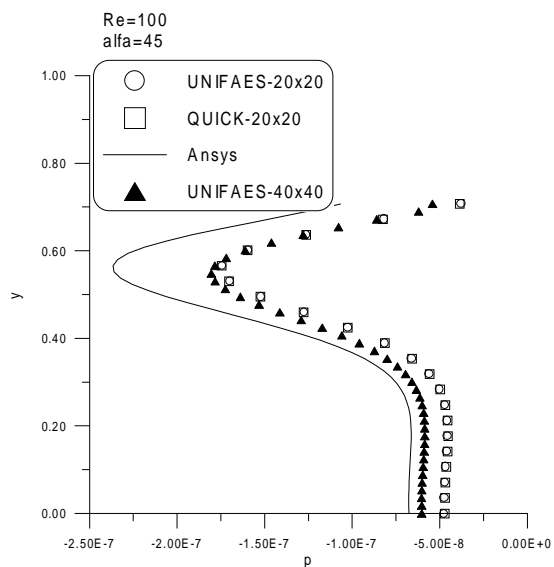


Figura 11: Perfil de pressão  
Linha de centro vertical

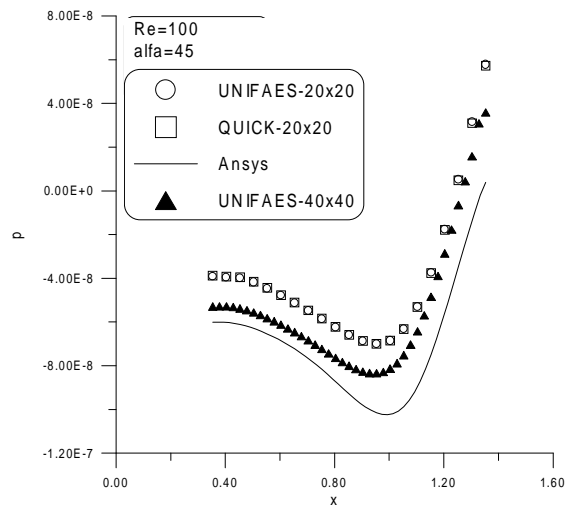


Figura 12: Perfil de pressão  
Linha de centro horizontal

Os gráficos a seguir apresentam as linhas de corrente e a distribuição de pressão para os casos limites testados de  $\alpha=90^\circ$  e  $\alpha=45^\circ$ , obtidos com o esquema UNIFAES.

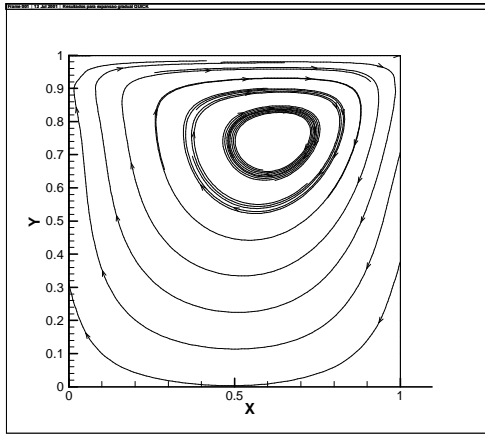


Figura 13: Linhas de corrente  
Cavidade com parede inclinada,  $\alpha=90$

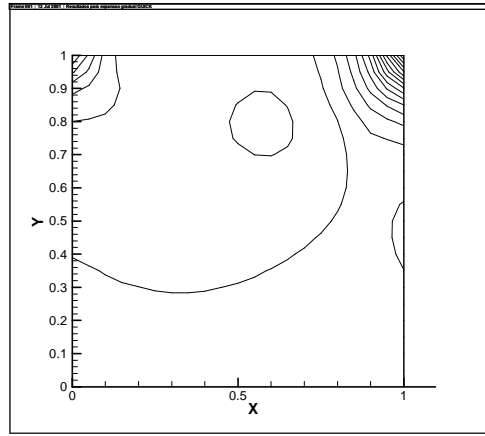


Figura 14: Isobáricas  
Cavidade com parede inclinada,  $\alpha=90$

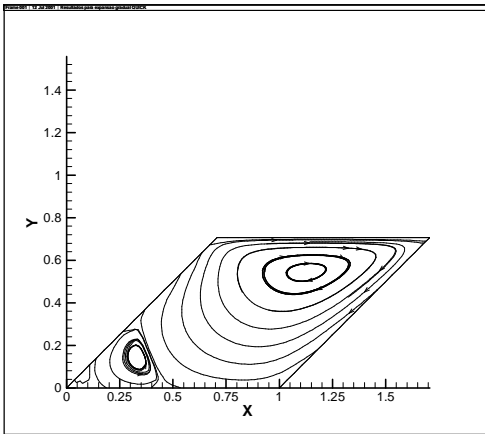


Figura 15: Linhas de corrente  
Cavidade com parede inclinada,  $\alpha=45$

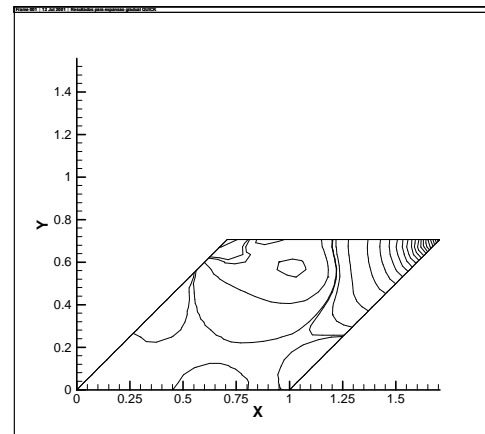


Figura 16: Isobáricas  
Cavidade com parede inclinada,  $\alpha=45$

Os gráficos do histórico de convergência estão representados a seguir. Observa-se novamente o comportamento oscilatório na convergência numérica dos esquemas mas é atingido o nível requerido após um certo número de iterações, que para os dois esquemas são bem próximos.

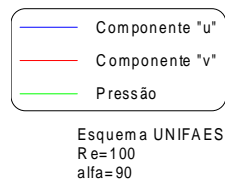


Figura 17: Histórico da convergência  
Esquema UNIFAES

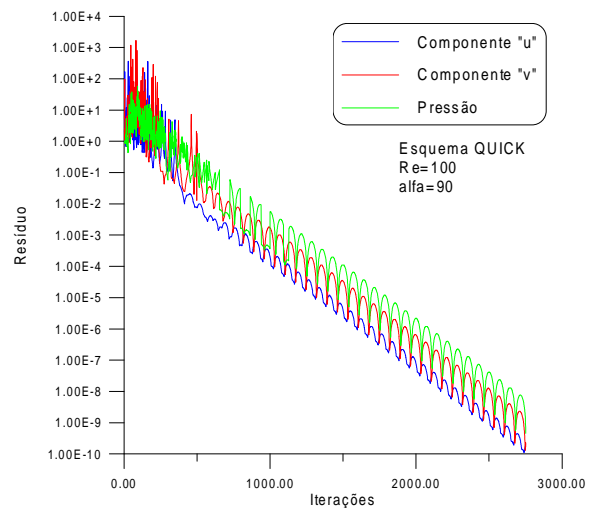
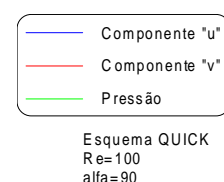


Figura 18: Histórico da convergência  
Esquema QUICK





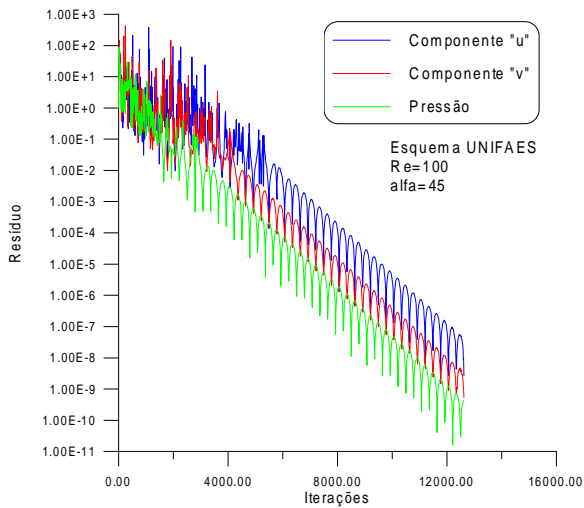


Figura 19: Histórico da convergência  
Esquema UNIFAES

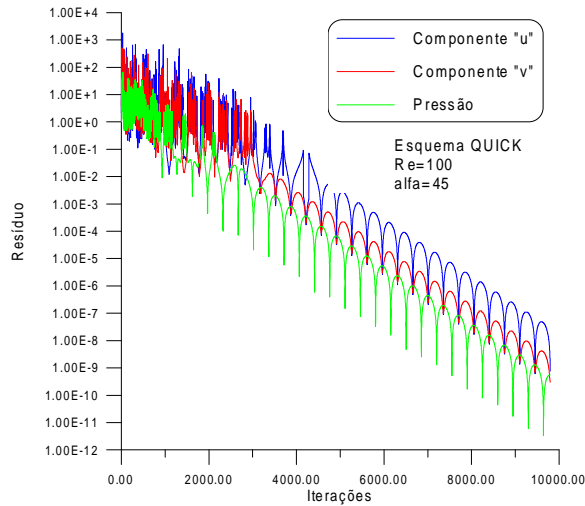


Figura 20: Histórico da convergência  
Esquema QUICK

## 7. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados neste trabalho, diferentemente dos resultados já apresentados em outros problemas com o esquema UNIFAES para a equação de transporte convectivo-difusivo onde foram evidenciadas as diferenças significativas entre os esquemas QUICK e UNIFAES, demonstram comportamentos semelhantes em questão de acuidade e velocidade de convergência, mostrando que os dois esquemas estão bem próximos um do outro. Com relação a aplicação do método de Rhie e Chow os resultados obtidos para os campos de pressão foram coerentes, confirmando assim a sua propriedade de evitar o campo alternado.

Nos resultados para o problema de cavidade com parede inclinada pode ser notado que quanto maior a inclinação da cavidade, e conseqüentemente maior deformação do volume de controle, mais iterações são necessárias para a convergência numérica, e que esta diferença entre os casos limites é mais acentuada no esquema UNIFAES. Isto nos indica que o esquema UNIFAES é mais sensível a ortogonalidade da malha do que o esquema QUICK, então para melhores resultados deve-se sempre procurar a construção de uma malha mais próxima da ortogonal.

Este efeito da ortogonalidade da malha na qualidade dos resultados obtidos com o esquema UNIFAES já foi observado anteriormente em casos anteriores nas soluções da equação de transporte convectivo-difusivo de um escalar em meio fluido, e está relacionado com as relações de transformação geométricas presentes na formulação final discretizada, e principalmente nas expressões para o cálculo do termo fonte  $k$ .

Graficamente é difícil verificar uma diferença significativa entre os resultados obtidos pelos dois esquemas avaliados tanto para os componentes da velocidade quanto nos valores da pressão relatados nas figuras (5) a (12). O efeito da não ortogonalidade da malha pode ser visto mais claramente nos históricos das convergências numéricas, figuras (17) a (20) onde para o caso limite  $\alpha=90$  tem-se uma malha ortogonal e o número de iterações é praticamente o mesmo para os dois esquemas, e para o caso onde  $\alpha=45$  há uma diferença de aproximadamente 2000 iterações entre os esquemas, com vantagem para o QUICK.

De uma maneira geral os resultados foram considerados satisfatórios e bastante animadores para a continuidade de testes mais rigorosos para avaliação do esquema UNIFAES.

## 8 BIBLIOGRAFIA

Figueiredo, J R. and Llagostera, J; "Comparative Study of the Unified Finite Approach Exponential-Type Scheme (UNIFAES) and its Application to Natural Convection in a Porous Media", Numerical Heat Transfer, Part B, vol. 35, pp. 347-367, 1999.

Vilela, C. A. A. e Figueiredo, J R.; "Avaliação de Esquemas de Discretização Numérica para Equação de Transporte Convectivo-Difusivo", Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia - CILAMCE 2000, 2000.

Rhie, C. M. and Chow, W. L.; "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation", AIAA Journal, vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.

Peric, M., Kessler, R. and Scheuerer, G.; "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", Computers & Fluids, vol. 16, n. 04, pp. 389-403, 1988.

Leonard, B. P.; "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 19, pp. 59-98, 1979.

Leonard, B. P. and Drummond, J E.; "Why Should You Not Use Hybrid, Power-Law or Related Exponential Schemes for Convective Modelling-There Are Much Better Alternatives", pp. 421-442, 1995.

Peric, M.; "Efficient Semi-Implicit Solving Algorithm for Nine-Diagonal Coefficient Matrix", Numerical Heat Transfer, vol. 11, pp. 251-279, 1987.

# NAVIER-STOKES SOLUTIONS IN GENERALIZED COORDINATES USING UNIFAES SCHEME

**C. A. A. Vilela<sup>†</sup>**

<sup>†</sup>Departamento de Energia  
DE – FEM / UNICAMP  
Caixa Postal 6122, Campinas – SP – Brasil – CEP 13088-970  
carlosav@fem.unicamp.br

**J R. Figueiredo<sup>†</sup>**

**Abstract.** *The proposed scheme for numerical discretization in finite volume method for solutions of convection-diffusion equations, UNIFAES, has been shown good results in many cases when compared to analytical solutions when available or even when compared to classical schemes like Exponential and QUICK. In order to expand the field of application, are proposed in this paper several solutions in generalized coordinates for bi-dimensional steady state Navier-Stokes equations. The classical test case of rectangular cavity with inclined walls were chosen for this task. Results obtained with Ansys software were used as comparison as well those obtained with QUICK scheme for the same simulation conditions.*

**Keywords:** Generalized Coordinates, Navier-Stokes, UNIFAES Scheme, Finite Volume.