



AVALIAÇÃO DE ESQUEMAS DE DISCRETIZAÇÃO NUMÉRICA PARA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE CONVECTIVO-DIFUSIVO EM COORDENADAS GENERALIZADAS

C. A. A. Vilela[†]

[†]Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP
Faculdade de Engenharia Mecânica-Departamento de Energia
Caixa Postal 6122
Campinas-SP
13088-970
carlosav@fem.unicamp.br

J. R. Figueiredo[†]

Resumo. *Este trabalho apresenta uma comparação abrangente entre vários esquemas de discretização numérica para equação de transporte convectivo-difusivo em meio fluido, utilizando o método dos volumes finitos no sistema de coordenadas generalizadas bidimensional com malhas e geometrias irregulares. Os casos testes escolhidos foram os de transporte convectivo-difusivo em escoamento paralelo e em escoamento rotacional de fluido como um sólido, cujas soluções analíticas são conhecidas e os esquemas de discretização analisados foram o Central, Exponencial, LOADS, QUICK e UNIFAES. Os resultados obtidos pelas análises, mostram que para grande parte dos casos, principalmente quando o número de Peclet é elevado, os esquemas QUICK e UNIFAES se destacam dos demais, apresentando os menores erros em relação às soluções analíticas.*

Palavras-chave: *Volumes Finitos, Convecção-Difusão, Esquema UNIFAES, Coordenadas Generalizadas*

1. INTRODUÇÃO

Como forma de avaliação numérica, o esquema de discretização em volumes finitos UNIFAES, tem sido aplicado para solução de vários problemas envolvendo transporte convectivo-difusivo em meio fluido bidimensional utilizando malhas regularmente espaçadas em coordenadas cartesianas (Vilela e Figueiredo, 2000), bem como para casos de escoamento envolvendo convecção natural em meios porosos e escoamento de Smith e Hutton, (Figueiredo e Llagostera, 1999). Em todos os problemas testes, comparações ente os resultados obtidos pelos diversos esquemas de discretização revelaram as diferenças de comportamento em cada caso, e estas diferenças juntamente com as comparações com as soluções analíticas são os meios mais usuais para avaliação da qualidade do esquema utilizado.

Este trabalho apresenta os resultados obtidos com cinco esquemas de discretização, que são eles o Central, Exponencial, LOADS, QUICK e UNIFAES, para solução de problemas de transporte convectivo-difusivo em meio fluido utilizando a formulação em coordenadas generalizadas, ainda não avaliada. O princípio da solução das equações em coordenadas generalizadas é a solução de uma equação transformada em um plano transformado xh de configuração mais simples, formado por volumes de controle regulares. A importância dada à formulação em coordenadas generalizadas é notória pois esta é uma das formas que vem se tornando bastante utilizada para o tratamento de geometrias complexas, haja visto que a grande maioria dos pacotes comerciais baseados na

formulação em volumes finitos, tais como o FLUENT, CFX, PHOENICS, já trazem em sua construção esta opção para tratamento das equações. Os casos testes escolhidos foram os de transporte convectivo-difusivo em escoamento paralelo e de transporte convectivo-difusivo em escoamento rotacional de fluido como sólido, problemas já estudados anteriormente utilizando a formulação em coordenadas cartesianas.

O objetivo deste trabalho é apresentar os primeiros resultados obtidos com o esquema UNIFAES sem sua formulação em coordenadas generalizadas bem como a sua comparação com o esquema QUICK.

2. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO

A equação de transporte convectivo-difusivo em regime permanente, bidimensional e em coordenadas cartesianas sem termo fonte é escrita como:

$$\frac{\mathcal{I}(rC_p u f)}{\mathcal{I}x} + \frac{\mathcal{I}(rC_p v f)}{\mathcal{I}y} - k \frac{\mathcal{I}^2 f}{\mathcal{I}x^2} - k \frac{\mathcal{I}^2 f}{\mathcal{I}y^2} = 0 \quad (1)$$

e para coordenadas generalizadas podemos escrever como:

$$\frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}x} (r\tilde{u} f) + \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}h} (r\tilde{v} f) = \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}x} \left[\frac{\Gamma}{J} \left(q_{11} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}x} + q_{12} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}h} \right) \right] + \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}h} \left[\frac{\Gamma}{J} \left(q_{21} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}x} + q_{22} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}h} \right) \right] \quad (2)$$

onde \mathbf{G} é o coeficiente de difusão, \tilde{u} e \tilde{v} são as componentes contravariantes da velocidade, q_{ij} e f_{ij} são relações de transformações geométricas e J é o jacobiano da transformação geométrica.

Aplicando-se o método dos volumes finitos, integrando a Eq. (2) em um volume de controle elementar no plano transformado \mathbf{xh} obtemos:

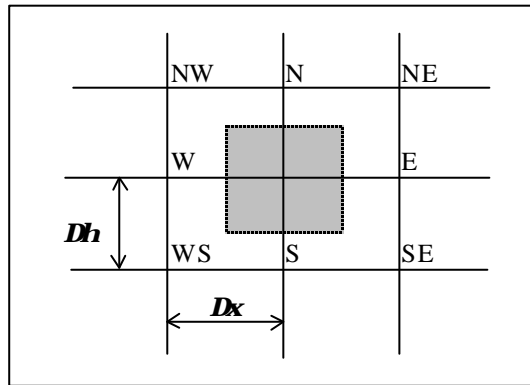


Figura 1. Volume de controle bidimensional no plano \mathbf{xh}

$$M_e f_e - M_w f_w + M_n f_n - M_s f_s = \left[\Lambda_{11} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}x} + \Lambda_{12} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}h} \right]_e - \left[\Lambda_{11} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}x} + \Lambda_{12} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}h} \right]_w + \left[\Lambda_{21} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}x} + \Lambda_{22} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}h} \right]_n - \left[\Lambda_{21} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}x} + \Lambda_{22} \frac{\mathcal{I}f}{\mathcal{I}h} \right]_s \quad (3)$$

onde:

$$M_e = (\mathbf{r}\tilde{u})_e \Delta \mathbf{h} \quad M_w = (\mathbf{r}\tilde{u})_w \Delta \mathbf{h} \quad M_n = (\mathbf{r}\tilde{v})_n \Delta \mathbf{x} \quad M_s = (\mathbf{r}\tilde{v})_s \Delta \mathbf{x} \quad (4)$$

Tem-se então que na Eq. (3) serão avaliados os valores da variável transportada f nas interfaces do volume de controle e as derivadas cruzadas calculadas segundo (Maliska, 1995) serão consideradas como termo fonte. O clássico esquema Central, considera uma variação linear entre os nós vizinhos na malha, o que resulta em uma interpolação linear, já para os esquemas de base exponencial, a curva interpolante para a variável transportada é obtida a partir da solução de uma

equação de transporte convectivo-difusivo unidimensional, que em coordenadas generalizadas pode ser escrita como:

$$\frac{d}{d\mathbf{x}}(\mathbf{r}\tilde{u}\mathbf{f}) - \frac{d}{d\mathbf{x}}\left(\frac{q_{11}\Gamma}{J}\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}}\right) = k_x \quad \text{para direção } \mathbf{x} \quad (5)$$

A solução geral para equação em \mathbf{x} obtida analiticamente, e é escrita como:

$$\mathbf{f} = C_1 + C_2\mathbf{x} + C_3 \exp(Pe_x\mathbf{x}) \quad (6)$$

$$C_2 = \frac{k_x}{Pe_x} \quad (7)$$

Considerando agora a face e temos que a solução geral fica como:

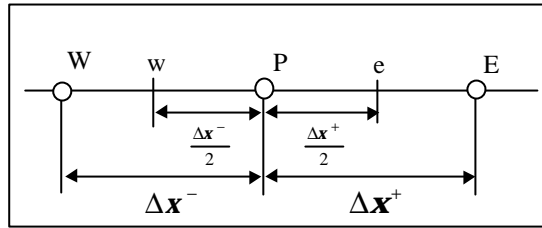


Figura 2. Volume de controle unidimensional em \mathbf{x}

$$\mathbf{f}_e = C_1^e + C_2^e \frac{\Delta\mathbf{x}}{2} + C_3^e \exp\left(\frac{Pe_{ex}\Delta\mathbf{x}}{2}\right) \quad (8)$$

$$Pe_x = \frac{J\tilde{u}C_p}{q_{11}k} \quad \text{e } C_1, C_2 \text{ e } C_3 \text{ são constantes} \quad (9)$$

Então a Eq. (8) será utilizada para a interpolação da variável transportada na face e do volume de controle para os esquemas de base exponencial que são o Exponencial simples, LOADS e UNIFAES. As expressões para os esquemas Central e QUICK semelhantes às do caso de coordenadas cartesianas. Expressões \mathbf{f}_w , \mathbf{f}_i e \mathbf{f}_s utilizando os mesmos métodos aplicados para a face e também são encontradas utilizando o mesmo procedimento matemático.

O quadro seguinte apresenta um resumo das expressões correspondentes para cada esquema de discretização utilizado para interpolação da variável transportada na face e .

Tabela 1. Expressões para interpolação de \mathbf{f}_e e derivadas correspondentes

| Esquema | | |
|-------------|---|--|
| Central | $\mathbf{f}_e = \frac{(\mathbf{f}_E + \mathbf{f}_P)}{2}$ | $\frac{\mathcal{J}\mathbf{f}}{\mathcal{J}\mathbf{x}}\bigg _e = \frac{\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_P}{\Delta\mathbf{x}}$ |
| Exponencial | $\mathbf{f}_e = (\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_P) \frac{(e^{Pe_{ex}/2} - 1)}{(e^{Pe_{ex}} - 1)} + \mathbf{f}_P$ | $\frac{\mathcal{J}\mathbf{f}}{\mathcal{J}\mathbf{x}}\bigg _e = (\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_P) \frac{e^{Pe_{ex}/2} Pe_{ex}}{(e^{Pe_{ex}} - 1) \Delta\mathbf{x}}$ |
| LOADS | $\mathbf{f}_e = C_1^e + C_2^e \frac{\Delta\mathbf{x}}{2} + C_3^e \exp\left(\frac{Pe_{ex}\Delta\mathbf{x}}{2}\right)$ | $\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}}\bigg _e = C_2^e + C_3^e Pe_{ex} \exp\left(\frac{Pe_{ex}\Delta\mathbf{x}}{2}\right)$ |
| QUICK | $u > 0 \mathbf{f}_e = \frac{1}{2}(\mathbf{f}_P + \mathbf{f}_E) - \frac{1}{8}(\mathbf{f}_W - 2\mathbf{f}_P + \mathbf{f}_E)$ $u < 0 \mathbf{f}_e = \frac{1}{2}(\mathbf{f}_P + \mathbf{f}_E) - \frac{1}{8}(\mathbf{f}_{EE} - 2\mathbf{f}_E + \mathbf{f}_P)$ | $\frac{\mathcal{J}\mathbf{f}}{\mathcal{J}\mathbf{x}}\bigg _e = \frac{\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_P}{\Delta\mathbf{x}}$ |
| UNIFAES | $\mathbf{f}_e = (\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_P) \frac{(e^{Pe_{ex}/2} - 1)}{(e^{Pe_{ex}} - 1)} + \mathbf{f}_P$ | $\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}}\bigg _e = C_2^e + C_3^e Pe_{ex} \exp\left(\frac{Pe_{ex}\Delta\mathbf{x}}{2}\right)$ |

3. FORMAS DE CALCULAR O TERMO FONTE k

A grande diferença entre o esquema Exponencial simples e os seus derivados LOADS e UNIFAES entre outros, é a consideração do termo fonte k na equação de transporte convectivo-difusivo unidimensional que é usada para avaliar a curva interpolante da variável transportada na face do volume de controle.

As expressões para o cálculo do termo fonte k é diferenciada para cada esquema de discretização de base exponencial. Para o esquema Exponencial simples o termo fonte é desprezado, ou seja $k=0$, para o esquema LOADS as expressões em coordenadas cartesianas são apresentadas por (Wong e Raithby, 1979) e para o esquema UNIFAES também em coordenadas cartesianas são apresentadas por (Figueiredo, 1997).

As expressões disponíveis para o cálculo do termo fonte k deverão ser transformadas para coordenadas generalizadas, já que a equação de transporte convectivo-difusivo também está sendo tratada em coordenadas generalizadas. O procedimento para obtenção das expressões em coordenadas generalizadas é semelhante ao procedimento para coordenadas cartesianas, mas tomando o cuidado de utilizar a Eq. (5) para obtenção da curva interpolante.

Então temos para os esquemas de base exponencial as expressões necessárias para cálculo do termo fonte k na direção \mathbf{x} relacionadas na tabela a seguir.

Tabela 2. Expressões para cálculo do termo fonte k

| Esquema | k |
|-------------|--|
| Central | - |
| Exponencial | $k_{\mathbf{x}}=0$ |
| LOADS | $k_{\mathbf{x}} = (\mathbf{f}_p - \mathbf{f}_N) \frac{(Pe_h \Delta \mathbf{h})}{\Delta \mathbf{h}^2 [e^{(Pe_h \Delta \mathbf{h})} - 1]} + (\mathbf{f}_p - \mathbf{f}_S) \frac{(-Pe_h \Delta \mathbf{h})}{\Delta \mathbf{h}^2 [e^{(-Pe_h \Delta \mathbf{h})} - 1]} + \frac{2q_{12}\Gamma}{J} \frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{h}}$ |
| QUICK | - |
| UNIFAES | $k_{\mathbf{x}} = (\mathbf{f}_p - \mathbf{f}_E) \frac{(Pe_x \Delta \mathbf{x})}{\Delta \mathbf{x}^2 [e^{(Pe_x \Delta \mathbf{x})} - 1]} + (\mathbf{f}_p - \mathbf{f}_W) \frac{(-Pe_x \Delta \mathbf{x})}{\Delta \mathbf{x}^2 [e^{(-Pe_x \Delta \mathbf{x})} - 1]}$ |

Expressões semelhantes podem ser encontradas para a direção \mathbf{h} aplicando os mesmos métodos e procedimentos que os usados para direção \mathbf{x} . Deve-se lembrar que os valores dos coeficientes k calculados pelas expressões da tabela (2) são válidos para os nós principais da malha e sendo estes nós internos, devendo ser utilizada uma interpolação para avaliação nas fronteiras do volume de controle e uma extrapolação linear para as fronteiras do domínio.

4. RESULTADOS OBTIDOS

4.1 Critérios de convergência e definição de erro

Serão analisados a seguir o comportamento numérico de vários esquemas de discretização, e de forma comparativa são apresentados os resultados do erro em cada um deles e um histórico da convergência em função do refinamento da malha utilizada. Para todos os testes, foi considerada como convergida a solução numérica encontrada, se atendia ao critério segundo a norma L_∞ , $\mathbf{e} = 10^{-10}$. O erro apresentado nos gráficos seguintes é calculado segundo a norma L_2 , que é definido da seguinte forma

$$\|E\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n E_i^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

$$\hat{A}_i^2 = |\mathbf{f}_{i,exato} - \mathbf{f}_{i,numerico}|^2 \quad (11)$$

4.2 Malhas utilizadas

Nos testes realizados foram utilizadas duas configurações de malhas em coordenadas generalizadas.

Malha tipo 1: é uma malha que tem uma construção bastante específica com o objetivo de revelar o quanto o método de discretização é sensível ao grau de deformação do volume de controle. Entende-se como grau de deformação o quanto um volume em coordenadas generalizadas se afasta geometricamente da configuração do volume regular quadrado em coordenadas cartesianas. Esta configuração de malha é bastante utilizada na literatura justamente para avaliar o comportamento dos esquemas numéricos em malhas generalizadas, (Braaten e Shyy, 1986). Como esta configuração é específica para esta finalidade, dificilmente teríamos uma malha desta forma gerada automaticamente por um pacote computacional de uso geral para casos práticos, portanto o interesse em utilizar esta configuração é somente para avaliação da dependência do comportamento numérico do esquema com a deformação da malha.

Malha tipo 2: é um tipo de malha mais comum de se obter em casos práticos. No caso teste que ela foi utilizada, a sua configuração foi coincidente com uma malha polar, mas a sua construção foi feita a partir da solução das equações elípticas para geração de malha como sugere (Thompson *et al*, 1985). A geração de malha por meio de equações elípticas já é um procedimento mais usual, o que não foi o caso da malha tipo 1, que pode ser aplicado em casos gerais envolvendo basicamente qualquer geometria e pode ser encontrado implementado em vários pacotes computacionais comerciais como o Fluent, Tiger, Flomerics, Gridgen.

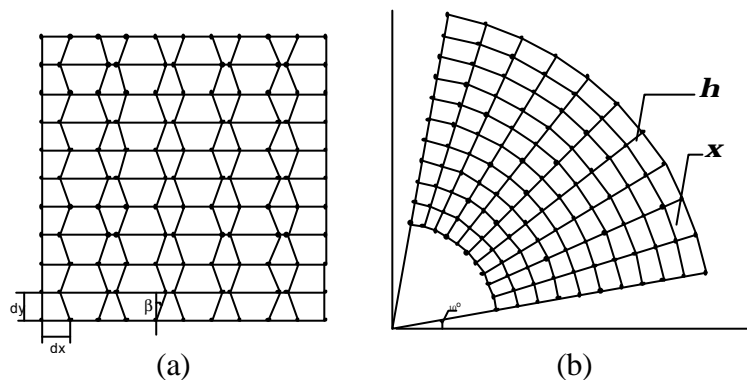


Figura 3. a) Malha tipo 1, b) Malha tipo 2

4.3 Transporte convectivo-difusivo em escoamento paralelo

O primeiro problema tratado é o de transporte convectivo-difusivo de uma propriedade em um campo de escoamento paralelo. As linhas de corrente estão representadas na Fig (4).

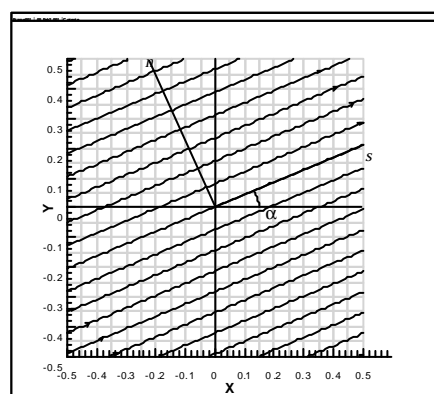


Figura 4. Linhas de corrente para escoamento paralelo

O campo de velocidades para este problema é dado por :

$$u = V \cos(\mathbf{a}) \quad v = V \sin(\mathbf{a}) \quad (12)$$

Aplicando o método da separação de variáveis na equação de transporte convectivo-difusivo, podemos encontrar várias soluções para este problema. Testes anteriores foram realizados por (Figueiredo, 1997) comparando os resultados obtidos com os esquemas Central, Exponencial, UNIFAES e LOADS para uma larga faixa de valores para I em todos os tipos de soluções encontradas. Uma descrição detalhada da solução analítica para este problema pode ser encontrada neste mesmo trabalho. Como já visto no trabalho anterior citado, as soluções do tipo A e do tipo C são as que mais revelam o fenômeno da difusão numérica do esquema utilizado, e por esta razão foram consideradas apenas estas duas soluções analíticas para comparação.

$$f_A(s, n) = \exp\left(\frac{Pe - \sqrt{Pe^2 + 4I^2}}{2}s\right) \sin(In) \quad f_C(s, n) = \exp\left(\frac{Pe - \sqrt{Pe^2 - 4I^2}}{2}s\right) \exp(In) \quad (13)$$

(Figueiredo, 1997) realizou comparações com o esquema UNIFAES em coordenadas cartesianas, (Prakash, 1984) utilizou a mesma configuração do escoamento para estudos relativos à difusão numérica com o esquema LOADS e (Hassan *et al*, 1983) em testes realizados com o esquema Skew Upwind proposto por ele mesmo quanto a difusão e estabilidade numérica, são alguns dos trabalhos já realizados que demonstram o quanto este teste é importante para avaliação do comportamento numérico. As condições de contorno necessárias para solução numérica são fornecidas pelas soluções analíticas obtidas nas fronteiras do domínio.

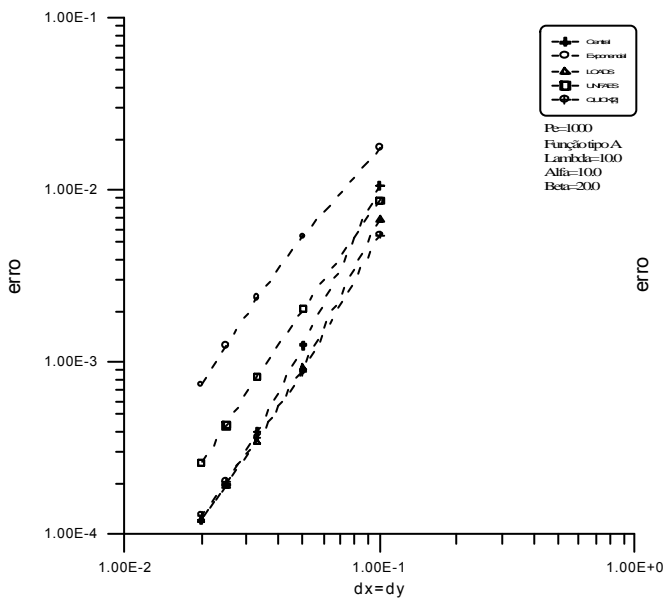


Figura 5. Erro numérico para escoamento paralelo, malha tipo 1, $Pe=10^3$, $\lambda=10$, Função tipo A, $\alpha=10^\circ$, $\beta=20^\circ$

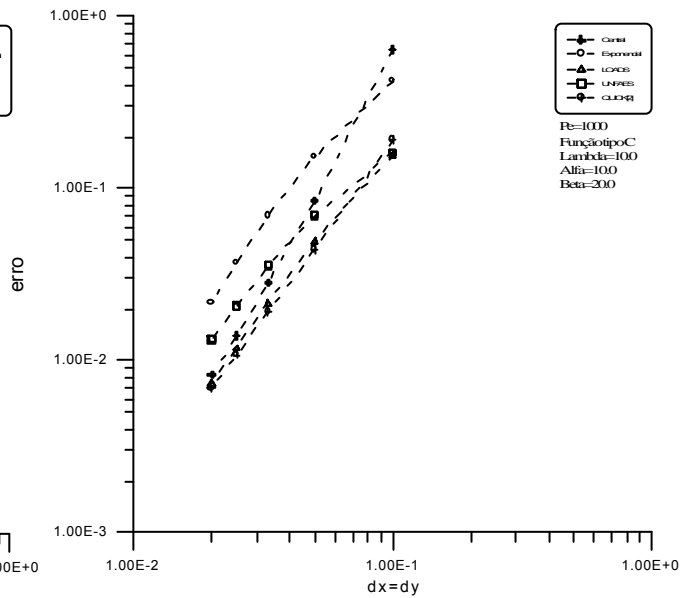


Figura 6. Erro numérico para escoamento paralelo, malha tipo 1, $Pe=10^3$, $\lambda=10$, Função tipo C, $\alpha=10^\circ$, $\beta=20^\circ$

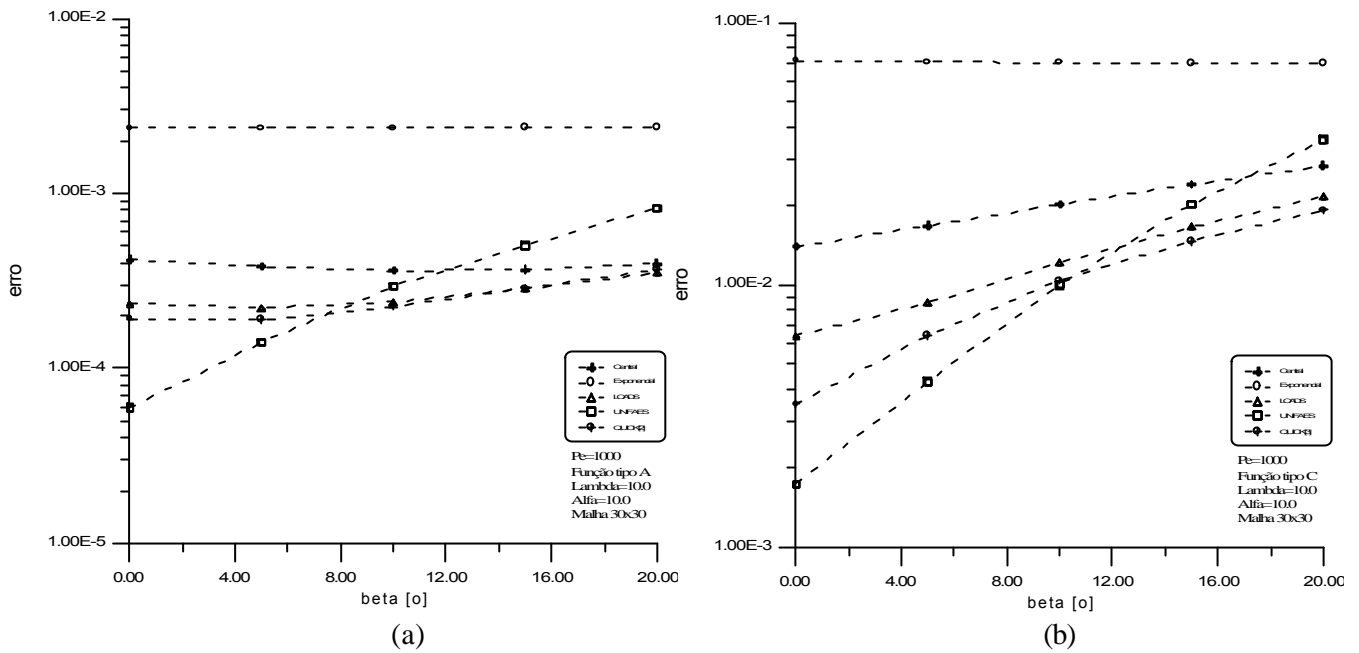


Figura 7. a) Influência da deformação da malha para escoamento paralelo, malha tipo 1, $Pe=10^3$, $\lambda=10$, Função tipo A, $\alpha=10^\circ$; b) Influência da deformação da malha para escoamento paralelo, malha tipo 1, $Pe=10^3$, $\lambda=10$, Função tipo A, $\alpha=10^\circ$

4.4 Transporte convectivo-difusivo em escoamento rotacional de fluido como sólido

Campo de velocidades considerado para este problema é dado por :

$$u = 2y \quad v = -2x \tag{14}$$

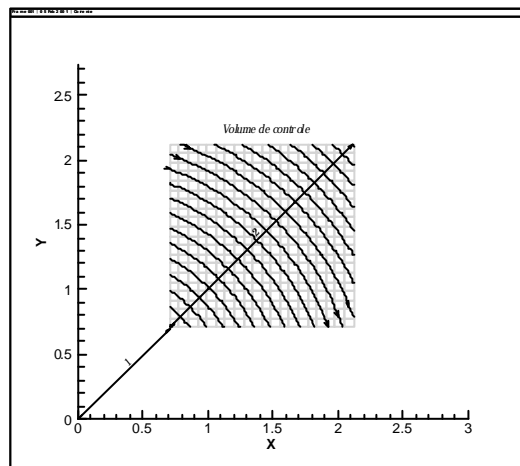


Figura 8. Linhas de corrente para escoamento rotacional de fluido como sólido

A solução analítica para o problema pode ser encontrada em Runchall (1972), que é dada por:

$$f(x, y) = -\frac{1}{2} Pe \cdot \log(x^2 + y^2) + C \tag{15}$$

onde:

$$Pe = \frac{r w_1^2 C_p}{k}, \quad w = \frac{V}{r} \quad e \quad V = \sqrt{u^2 + v^2} \tag{16}$$

e o domínio é limitado pelos intervalos:

$$x \in \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}} \right], \quad y \in \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}} \right] \quad (17)$$

O valor da constante C , é determinado de forma que se obtenha um valor mínimo de zero no canto superior direito do domínio, e para os testes realizados foi determinada numericamente.

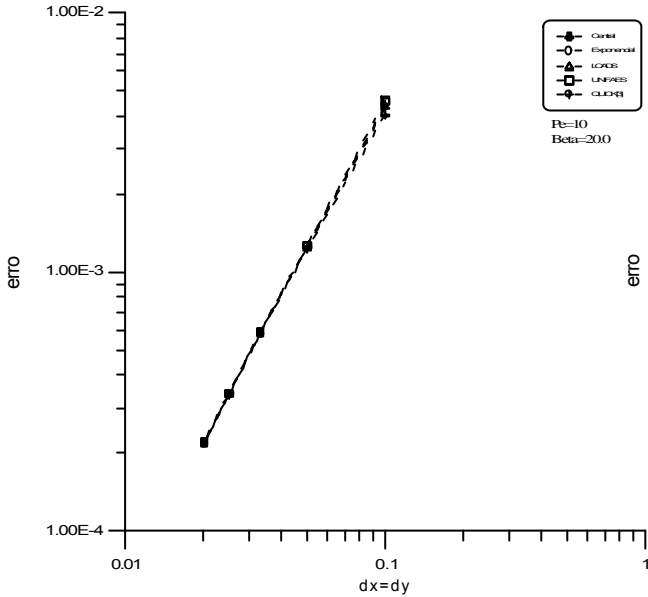


Figura 9. Erro numérico para escoamento rotacional como sólido, malha tipo 1, $Pe=10$, $\beta=20^\circ$

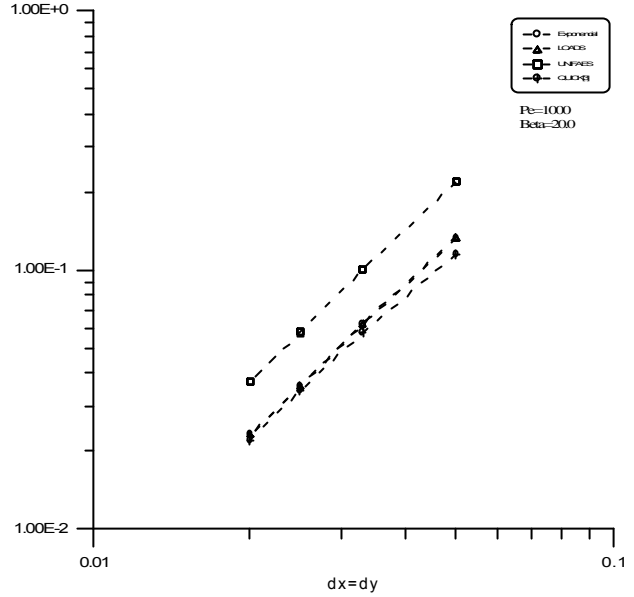
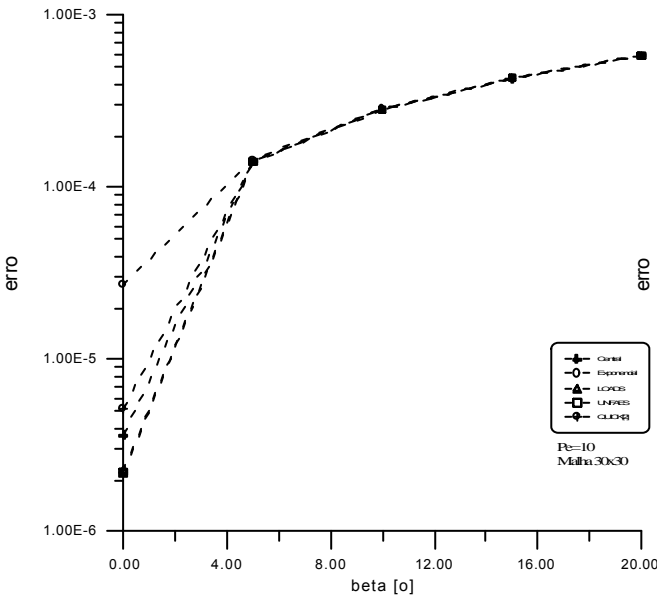
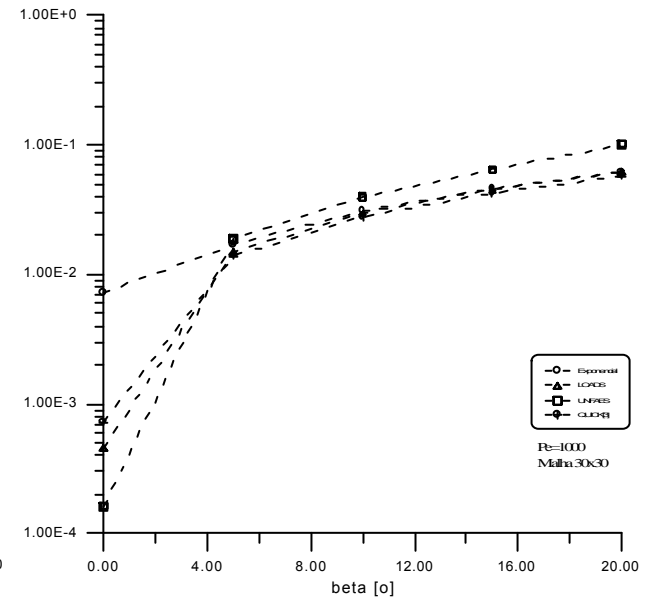


Figura 10. Erro numérico para escoamento rotacional como sólido, malha tipo 1, $Pe=10^3$, $\beta=20^\circ$



(a)



(b)

Figura 11. a) Influência da deformação da malha para escoamento rotacional como sólido, malha tipo 1, $Pe=10$; b) Influência da deformação da malha para escoamento rotacional como sólido, malha tipo 1, $Pe=10^3$

Para avaliação da influência da deformação da malha no comportamento numérico dos esquemas, foi considerada uma faixa de ângulo de deformação como no caso de escoamento paralelo em malhas generalizadas.

Os resultados a seguir, foram obtidos utilizando-se a malha generalizada tipo 2. Os resultados apresentados abrangem valores de baixo e médio números de Pe.

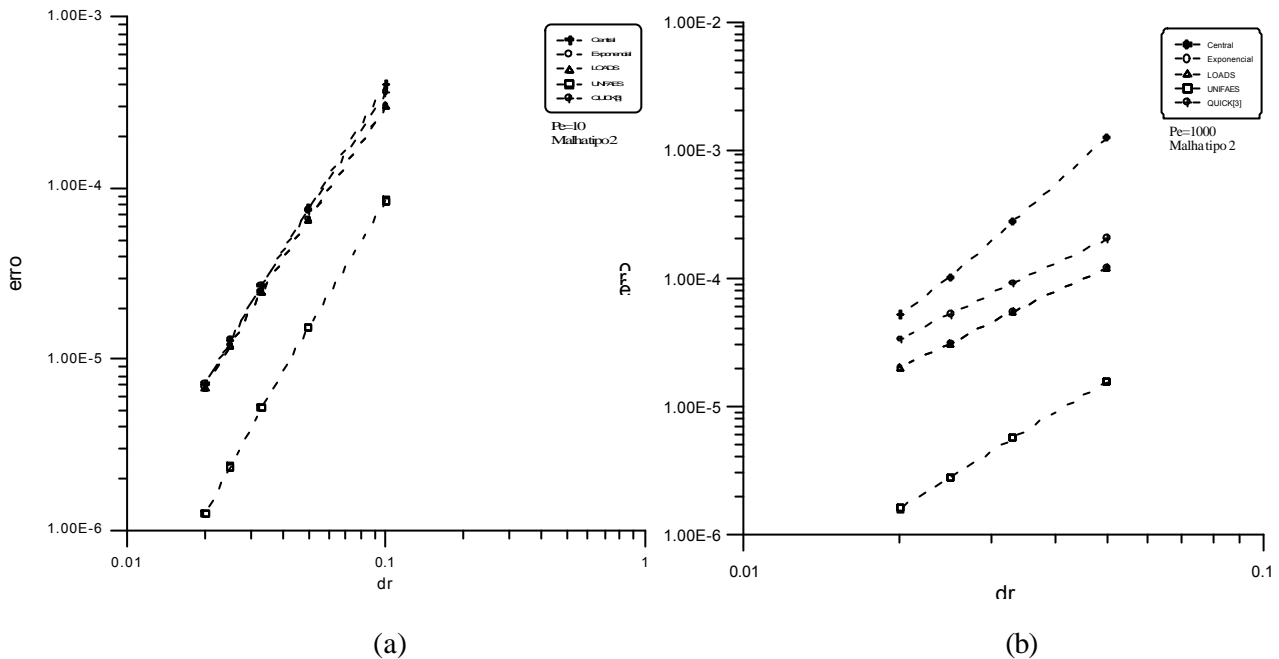


Figura 12. a) Erro numérico para escoamento rotacional como sólido, malha tipo 2, $Pe=10$; b) Erro numérico para escoamento rotacional como sólido, malha tipo 2, $Pe=10^3$

5. CONCLUSÃO

Analisando os gráficos de erro numérico podemos observar que o esquema Exponencial foi o esquema que piores resultados apresentou para os casos estudados e que os esquemas QUICK e UNIFAES estiveram sempre próximos um do outro tendendo a convergirem para o mesmo resultado com o refinamento da malha vai aumentando.

Particularmente os esquemas QUICK e UNIFAES alternam entre si apresentando os melhores resultados e com o aumento do número de Peclet estes se distanciam mais dos demais esquemas analisados.

Quanto a influência da deformação da malha, notamos que o esquema Exponencial simples praticamente não sofre nenhum tipo de alteração nos seus resultados, já o esquema UNIFAES se mostra como sendo o mais sensível a este tipo de deformação seguido pelo QUICK, mas apresenta os melhores resultados até uma deformação da malha em média de 10^0 .

Para o caso de transporte convectivo-difusivo em escoamento rotacional de fluido como sólido quando utilizada a malha tipo 1, notamos através dos gráficos de erro apresentados que para baixos números de Peclet os esquemas apresentam praticamente o mesmo comportamento numérico mesmo na maior deformação da malha, mas a medida que o número de Peclet é aumentado os esquemas vão se destacando um dos outros.

Novamente podemos observar que o esquema UNIFAES é o esquema mais sensível a deformação da malha, e vem seguido do esquema QUICK, sendo que o esquema Exponencial é o esquema que menor influência sofre com a deformação, mas em comparação com o caso anterior em escoamento paralelo, a sua influência é bem mais significativa.

Quando utilizada a malha tipo 2, observamos agora uma grande diferença na qualidade dos resultados obtidos pelo esquema UNIFAES em relação aos demais, mesmo quando o número de Peclet é baixo, e vai se destacando ainda mais a medida que o número de Peclet aumenta.

O bom comportamento do esquema UNIFAES nos testes realizados pode ser explicado pela forma que ele aproxima a curva interpolante para a variável em questão. A adequada avaliação dos termos fontes k_x e k_h na equação de interpolação confere ao esquema uma melhor aproximação numérica e estabilidade no processo de convergência. Em contrapartida é observado também que quanto mais deformada a malha, ou seja mais longe da ortogonalidade, o esquema UNIFAES perde sensivelmente em acuidade nos resultados. Isto também é devido a forma que são calculados os termos fontes que em suas expressões aparecem o jacobiano da transformação geométrica, portanto quanto mais a deformação da malha, maior será o erro na sua avaliação pois o jacobiano é calculado numericamente.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Braaten, M. e Shyy, W. “A Study of Recirculating Flow Computation Using Body-Fitted Coordinates: Consistency Aspects and Mesh Skewness”, Numerical Heat Transfer, vol. 9, pp. 559-574, 1986.

Figueiredo, J. R. e Llagostera, J. “Comparative Study of the Unified Finite Approach Exponential-Type Scheme (UNIFAES) and its Application to Natural Convection in a Porous Media”, Numerical Heat Transfer, Part B, vol. 35, pp. 347-367, 1999.

Figueiredo, J. R.; “A Unified Finite-Volume Finite-Differencing Exponential-Type Scheme for Convective-Diffusive Fluid Transport Equations”, Journal of Brazilian Society of Mechanical Sciences, vol. 19, n. 03, pp. 371-391, 1997.

Hassan, Y. A., Rice, J. G., Kim, J. H.; “A Stable Mass-Flow-Weighted Two-Dimensional Skew Upwind Scheme”, Numerical Heat Transfer, vol. 06, pp. 395-408, 1983.

Maliska, C. R.; “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”, LTC Livros Técnicos e Científicos, 1995.

Prakash, C., “Application of the Locally Analytic Differencing Scheme to Some Test Problems for the Convection-Diffusion Equation”, Numerical Heat Transfer, vol. 07, pp.165-182, 1984.

Runchal, A. K., “Convergence and Accuracy of Three Finite Difference Schemes for a Two-Dimensional Conduction and Convection Problem”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 4, pp. 541-550, 1972.

Thompson, J. F. , Warsi, Z. U. A. e Mastin C. W., “Numerical Grid Generation: Foundations and Applications”, Elsevier Science Publishing Co., 1985.

Vilela, C. A. A. e Figueiredo, J. R., “Avaliação de Esquemas de Discretização Numérica para Equação de Transporte Convectivo-Difusivo”, Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia – CILAMCE 2000, 2000.

Wong, H. H. e Raithby, G. D. “Improved Finite-Difference Methods Based on a Critical Evaluation of the Approximation Errors”, Numerical Heat Transfer, vol. 2, pp. 139-163, 1979.

STUDY OF NUMERICAL DISCRETIZATION SCHEMES FOR THE CONVECTION-DIFFUSION EQUATION USING GENERALIZED COORDINATES

C. A. A. Vilela

Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP

Faculdade de Engenharia Mecânica-Departamento de Energia

Caixa Postal 6122

Campinas-SP

13088-970

carlosav@fem.unicamp.br

J. R. Figueiredo

Abstract. *This work presents a wide range comparison for various numerical discretization schemes for the convection-diffusion equation using finite volume formulation in generalized coordinates. The studied cases considered were the convection-diffusion transport in parallel flow and convection-diffusion transport in rotation flow, where analytical solution can be found for the both cases. Five numerical schemes were studied, the Central scheme, Exponential, LOADS, QUICK and UNIFAES. The results of this analysis show that for the most cases the two schemes QUICK and UNIFAES, they emphasize from the others schemes mainly when we have high Peclet numbers, presenting lower errors relative to the analytical solution.*

Keywords. Finite Volume, Convection-Diffusion, UNIFAES Scheme, Generalized Coordinates.