



SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO NUM MEIO POROSO FORMADO POR HASTES ELÍPTICAS TRANSVERSAIS - APLICAÇÃO DO MODELO $k-\epsilon$ PARA BAIXO E ALTO REYNOLDS

Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento IP&D, UNIVAP
12244-000, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: pedras@univap.br

Marcelo J.S. De-Lemos

Departamento de Energia - IEME
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA
12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: delemos@mec.ita.br

Resumo. Um arranjo espacialmente periódico foi utilizado para a simulação de escoamento turbulento em um meio poroso. O modelo $k-\epsilon$ para baixo e alto Reynolds foi empregado para simulação da turbulência. Por simplicidade, apenas uma unidade estrutural bidimensional do meio, juntamente com condições de contorno periódicas, foi considerada. As equações microscópicas do escoamento foram solucionadas numericamente usando o método SIMPLE e um sistema de coordenadas generalizadas. Os resultados integrados no volume foram comparados com dados presentes na literatura.

Palavras-chave: meios porosos, escoamento turbulento, condições de contorno periódicas, modelo $k-\epsilon$ para baixo e alto Reynolds, hastes elípticas transversais.

1. INTRODUÇÃO

Devido a sua grande aplicação na indústria e na ciência, o estudo do escoamento em meios porosos tem ganho grande atenção ultimamente. Sistemas de engenharia baseados na combustão em matrizes porosas inertes, recuperação suplementar de petróleo, descarte de materiais químicos em solo e reatores catalíticos químicos são alguns desses exemplos.

Tratamentos clássicos do escoamento em meios porosos (Darcy 1856, Forchheimer 1901, Brinkman 1947, Ward 1964, Slattery 1967, Whitaker 1969, Bear 1972, Vafai e Tien 1981, Hsu e Cheng 1990, Pedras e de Lemos 1999, Pedras e de Lemos 2000, de Lemos e Pedras 2000, Pedras e de Lemos 2001a) utilizam a noção de volume elementar representativo (*Representative Elementary Volume*, REV, Fig. 1) para o qual as equações governantes são escritas. Esses modelos baseados no ponto de vista macroscópico acabam encobrendo detalhes do escoamento interno ao REV e, juntamente com informações específicas, fornecessem características globais do escoamento.

O escoamento em meios porosos também pode ser analisado modelando-se a estrutura interna deste meio juntamente com a solução das equações do escoamento na fase líquida. Esse tipo de tratamento revela a visão microscópica do fenômeno e foi utilizado por Kuwahara *et al.* (1998), o qual modelou um meio poroso utilizando um arranjo espacialmente periódico de hastes quadradas e por Pedras e de Lemos (2001b,c,d), que utilizaram hastes cilíndricas e elípticas longitudinais. Uma discussão sobre as relações entre estes dois tipos de tratamento é encontrada em Pedras e de Lemos (1998).

Devido a estes dois diferentes pontos de vista (macroscópico e microscópico), a existência ou não de turbulência em escoamentos em meios porosos ainda está em debate (Antohe e Lage 1997, Kuwahara *et al.* 1998, Nakayama e Kuwahara 1999, Pedras e de Lemos 1999, Pedras e de Lemos 2000, de Lemos e Pedras 2000, Pedras e de Lemos 2001a).

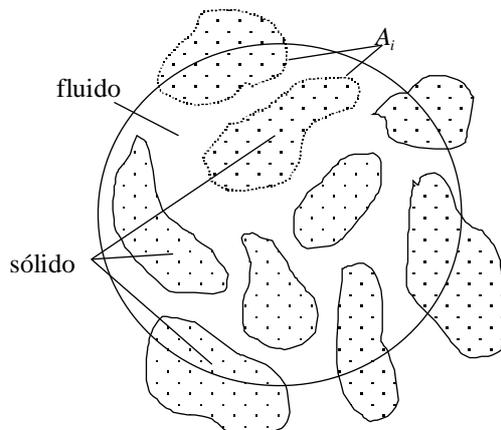


Figura 1. Volume elementar representativo (REV).

Tendo em mente de que a média volumétrica das equações microscópicas (visão macroscópica) é apenas a representação macroscópica de um fenômeno de fato microscópico (Pedras e de Lemos 2001a) e considerando os trabalhos experimentais que reportam a existência de turbulência em meios porosos (Macdonald *et al.* 1979, Kececiooglu e Jiang 1994, Takatsu e Masuoka 1998), este trabalho adota a abordagem microscópica a fim de verificar o nível de turbulência existente num meio poroso formado por hastes elípticas transversais com arranjo espacialmente periódico.

A estrutura do meio poroso foi representada por uma única célula (Fig. 2), utilizando condições de contorno simétricas e periódicas. O escoamento turbulento foi calculado utilizando-se o modelo $k-\varepsilon$ de baixo e alto Reynolds, cobrindo-se uma faixa de número de Reynolds de 10^4 a 10^6 .

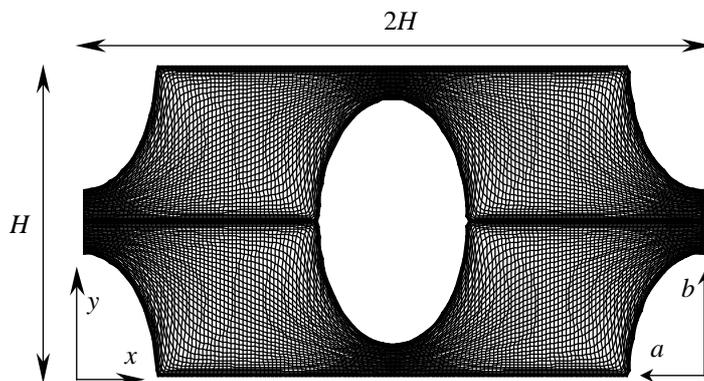


Figura 2. Célula periódica e malha gerada elipiticamente ($a/b = 3/5$).

2. EQUAÇÕES DE ESCOAMENTO E MODELO $k-\varepsilon$

No modelo numérico foram utilizadas as seguintes equações de transporte, onde as barras representam médias temporais e as linhas as flutuações temporais:

Equação de continuidade

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \tag{1}$$

Equação de momentum

$$\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \{ \mu [\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T] - \rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \} \quad (2)$$

Equação da energia cinética turbulenta

$$\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}k) = \nabla \cdot [(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\nabla k] - \rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} : \nabla \bar{\mathbf{u}} - \rho \varepsilon \quad (3)$$

Equação da dissipação da energia cinética turbulenta

$$\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}\varepsilon) = \nabla \cdot [(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\nabla \varepsilon] + [C_1(-\rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} : \nabla \bar{\mathbf{u}}) - C_2 f_2 \rho \varepsilon] \frac{\varepsilon}{k} \quad (4)$$

Conceito de Boussinesq para as tensões de Reynolds

$$-\rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} = \mu_t [\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T] - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \quad (5)$$

Modelo de duas equações para a viscosidade turbulenta

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k}{\varepsilon} \quad (6)$$

onde \mathbf{u} representa a velocidade, ρ a densidade, p a pressão, μ a viscosidade dinâmica, k a energia cinética turbulenta, ε a dissipação da energia cinética turbulenta e μ_t a viscosidade turbulenta. Nas equações σ_k , σ_ε , C_1 , C_2 e C_μ são constantes adimensionais, enquanto f_2 e f_μ são funções de amortecimento.

Neste trabalho foi adotado o modelo k - ε de baixo e alto Reynolds. A utilização desses dois modelos é justificada pelo fato de que o escoamento turbulento em meios porosos ocorre, na prática, em números de Reynolds (baseados no poro) relativamente baixos. Para considerar os efeitos do baixo número de Reynolds foram adotadas as seguintes funções de amortecimento propostas por Abe *et al.* (1992),

$$f_2 = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(\nu \varepsilon)^{0.25} n}{3.1 \nu} \right] \right\}^2 \left\{ 1 - 0.3 \exp \left[-\left(\frac{k^2 / \nu \varepsilon}{6.5} \right)^2 \right] \right\} \quad (7)$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(\nu \varepsilon)^{0.25} n}{14 \nu} \right] \right\}^2 \left\{ 1 + \frac{5}{(k^2 / \nu \varepsilon)^{0.75}} \exp \left[-\left(\frac{k^2 / \nu \varepsilon}{200} \right)^2 \right] \right\} \quad (8)$$

e as seguintes constantes:

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.5, C_2 = 1.9, \sigma_k = 1.4, \sigma_\varepsilon = 1.3. \quad (9)$$

onde n é a coordenada normal à parede e ν representa a viscosidade cinemática.

Para que a média volumétrica da velocidade, $\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v$ (velocidade de Darcy), fosse unidirecional em x , as seguintes condições de contorno para a célula periódica (Fig. 2) foram adotadas:

$$\text{nas paredes, } \bar{\mathbf{u}} = 0, k = 0 \text{ e } \varepsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial n^2}, \quad (10)$$

$$\text{em } y = 0 \text{ e } y = H/2 \text{ linha de simetria, } \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

e nas condições de contorno periódicas ($x = 0$ e $x = 2H$)

$$\bar{u}|_{x=0} = \bar{u}|_{x=2H}, \bar{v}|_{x=0} = \bar{v}|_{x=2H}, \quad (12)$$

$$k|_{x=0} = k|_{x=2H}, \varepsilon|_{x=0} = \varepsilon|_{x=2H}, \quad (13)$$

onde \bar{u} e \bar{v} são as componentes de $\bar{\mathbf{u}}$.

3. MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico adotado para a discretização das equações governantes foi o de volumes finitos (Patankar, 1980) e no acoplamento pressão-velocidade o método SIMPLE. O cálculo começa com a solução das duas equações de momentum. O campo de velocidade obtido é, então, corrigido (a fim de atender a equação de continuidade) através da solução da equação de pressão. Com o campo de velocidade corrigido resolve-se as equações do modelo de turbulência obtendo-se o campo de k e ε . As iterações são repetidas até que a convergência seja alcançada. Maiores detalhes sobre o processo de discretização podem ser encontrados em Rocamora e de Lemos (1998) e Pedras e de Lemos (2001b).

No modelo k - ε de baixo Reynolds é aconselhável que os nós adjacentes às paredes tenham ($u_\tau n / \nu \leq 1$, onde u_τ é a velocidade de fricção). Tal exigência faz com que a malha tenha uma quantidade enorme de pontos. A fim de minimizar este problema todos os cálculos foram efetuados em meia célula periódica ($2H \times H/2$), conforme a condição de contorno (Eq. 11), diminuindo o tamanho da malha para 300×100 com um arranjo altamente não uniforme. O número de Reynolds baseado na velocidade de Darcy e no comprimento característico H ($Re_H = |\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle| H / \nu$) foi variado de 10^4 a 10^6 e a porosidade ϕ variada de 0.70 a 0.90.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram rodados um total de dezoito casos sendo seis em escoamento laminar, seis com o modelo k - ε de baixo Reynolds e seis com o modelo k - ε padrão de alto Reynolds. A Tabela (1) apresenta um sumário dos casos com escoamento turbulento.

Tabela 1. Sumário dos resultados em escoamento turbulento (H e ν constantes).

	Re_H	Modelo $k-\varepsilon$	$\langle \bar{\mathbf{u}} ^n \rangle$	$\langle k \rangle^i$	$\langle \varepsilon \rangle^i$
$\phi = 0.70$	1.67E+04	baixo	2.51E-01	1.22E-01	1.67E+00
	1.67E+05	baixo	2.51E+00	1.10E+01	1.53E+03
	1.67E+05	alto	2.51E+00	1.12E+01	1.58E+03
	1.67E+06	alto	2.51E+01	1.16E+03	1.58E+06
$\phi = 0.80$	1.67E+04	baixo	2.51E-01	6.10E-02	4.68E-01
	1.67E+05	baixo	2.51E+00	4.60E+00	3.73E+02
	1.67E+05	alto	2.51E+00	5.40E+00	4.23E+02
	1.67E+06	alto	2.51E+01	5.61E+02	4.27E+05
$\phi = 0.90$	1.67E+04	baixo	2.51E-01	3.10E-02	1.80E-01
	1.67E+05	baixo	2.51E+00	2.36E+00	1.57E+02
	1.67E+05	alto	2.51E+00	2.24E+00	1.29E+02
	1.67E+06	alto	2.51E+01	2.75E+02	1.78E+05

onde $\langle |\bar{\mathbf{u}}|^n \rangle$ é o módulo da velocidade de Darcy e $\langle \cdot \rangle^i$ representa a média intrínseca da propriedade no REV (Fig. 1).

As Figuras (3) a (6) apresentam, respectivamente, os campos de velocidade, de pressão, de k e de ε para $Re_H = 1.67 \times 10^5$ (modelo de baixo Reynolds) e ϕ variando de 0.70 a 0.90. De um modo geral, nos campos de velocidade verifica-se que o escoamento acelera nas faces superior e inferior da elipse, apresentando um descolamento na região traseira conforme a porosidade aumenta. Este descolamento pode ser explicado pela queda no nível de energia cinética turbulenta conforme a Tab. (1), na qual vemos que para uma velocidade de Darcy constante (Re_H constante), isto é, uma vazão mássica constante, o nível de energia cinética turbulenta cai com o aumento da porosidade.

O aumento da quantidade de movimento do fluido em espaços menores (aumento de velocidade para porosidade menor) implica em mais acentuados gradientes de velocidade e, conseqüentemente, em uma maior produção de k (o termo de produção de k na Eq. 3 é proporcional aos gradientes de velocidade). Ainda, o incremento da velocidade próxima à parede da elipse tende a postergar o início do descolamento. Este fato também foi verificado por Pedras e de Lemos (2001b,c,d) e por Kuwahara *et al.* (1998).

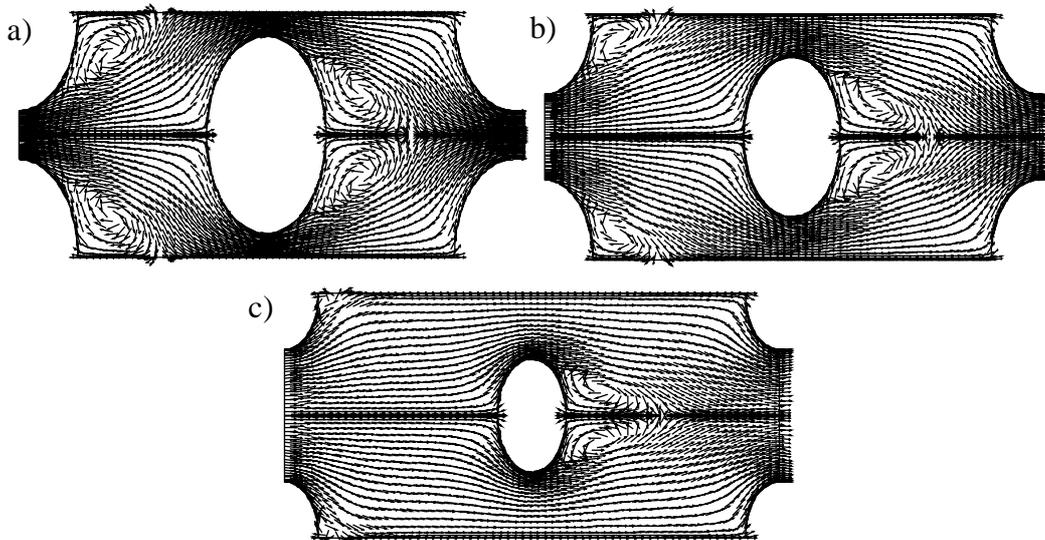


Figura 3. Campos de velocidade ($Re_H = 1.67 \times 10^5$): a) $\phi = 0.70$, b) $\phi = 0.80$ e c) $\phi = 0.90$.



Figura 4. Campos de pressão ($Re_H = 1.67 \times 10^5$): a) $\phi = 0.70$, b) $\phi = 0.80$ e c) $\phi = 0.90$.

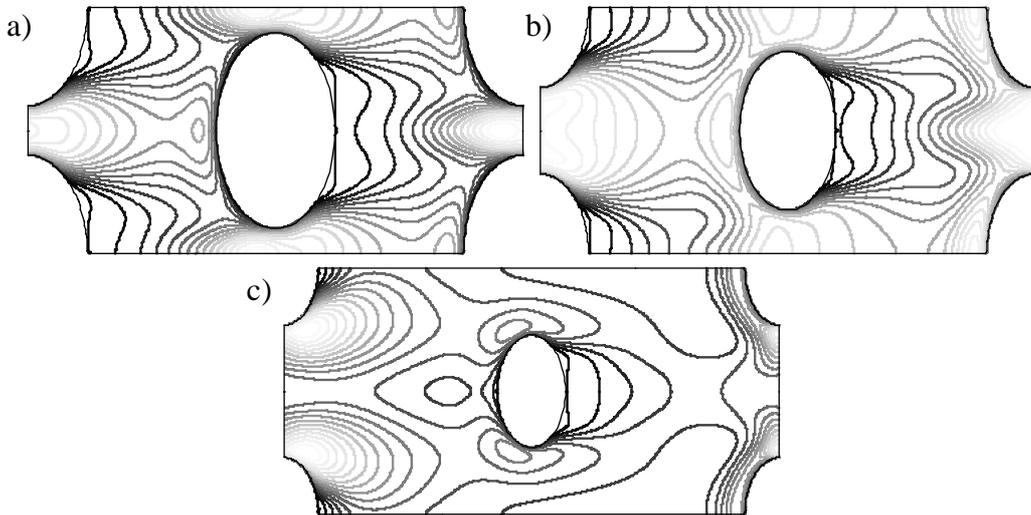


Figura 5. Campos de k ($Re_H = 1.67 \times 10^5$): a) $\phi = 0.70$, b) $\phi = 0.80$ e c) $\phi = 0.90$.

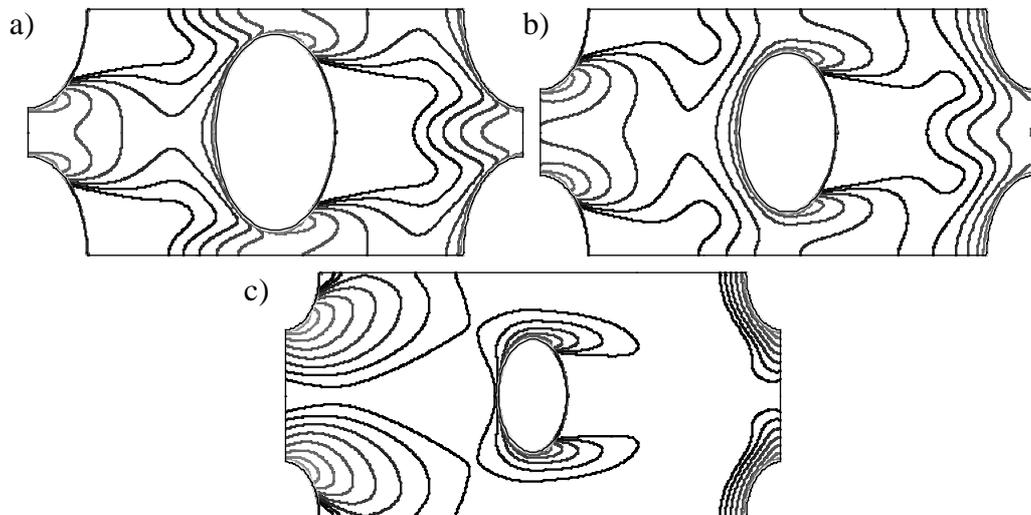


Figura 6. Campos de ϵ ($Re_H = 1.67 \times 10^5$): a) $\phi = 0.70$, b) $\phi = 0.80$ e c) $\phi = 0.90$.

Nos demais campos, constata-se que a pressão aumenta na região frontal da elipse, diminui nas regiões superior e inferior e recupera-se, em parte, na região traseira. A energia cinética turbulenta aumenta nas faces frontal, superior e inferior da elipse, onde ocorre uma grande aceleração no escoamento, diminuindo na região traseira onde encontra-se o descolamento. A dissipação de energia cinética turbulenta apresenta, por sua vez, um comportamento semelhante ao da energia cinética turbulenta.

O gradiente da pressão intrínseca pode ser avaliado utilizando-se os resultados microscópicos da pressão através da seguinte equação:

$$\frac{d\langle \bar{p} \rangle^i}{dS} = \frac{1}{2H(H/2 - D/2)} \int_{D/2}^{H/2} (p|_{x=2H} - p|_{x=0}) dy \quad (14)$$

Os resultados do gradiente adimensionalizado da pressão intrínseca versus Re_H estão apresentados na Fig. (7) juntamente com os dados de Kuwahara *et al.* (1998) e Pedras e de Lemos (2001a,d) para hastes quadradas, cilíndricas e elípticas longitudinais, respectivamente. Os gradientes da pressão intrínseca, aqui obtidos, apresentam uma boa coerência quando comparados com os obtidos para hastes quadradas, cilíndricas e elípticas longitudinais. Pois a perda de carga obtida no meio formado por hastes elípticas transversais foi maior que as obtidas para as outras configurações (para ϕ próximos nos quatro casos).

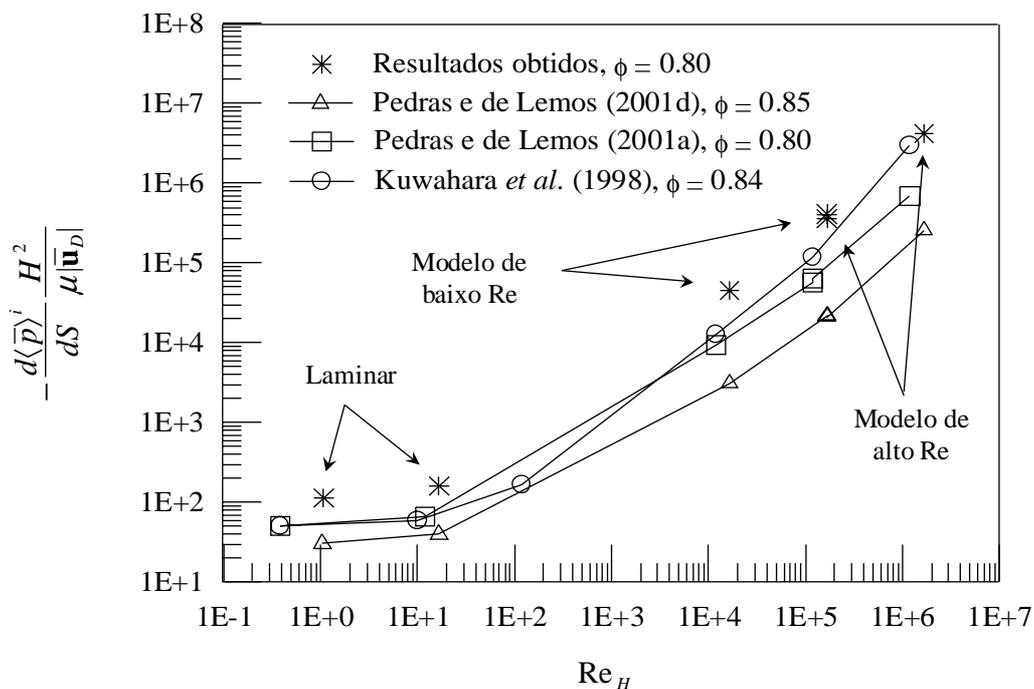


Figura 7. Efeito do número de Reynolds, Re_H , no gradiente da pressão intrínseca.

Mantidas as mesmas porosidades e números de Reynolds, as médias intrínsecas da energia cinética turbulenta, $\langle k \rangle^i$ na Tab. (1), apresentaram valores próximos aos obtidos para hastes quadradas (Nakayama e Kuwahara 1999) e maiores que os obtidos para hastes cilíndricas e elípticas transversais (Pedras e de Lemos 2001b,c). O fluido sofre mais acelerações no meio com hastes elípticas transversais proporcionando gradientes de velocidades maiores e conseqüentemente uma maior produção de k .

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado uma análise do escoamento em meios porosos de um ponto de vista microscópico utilizando um arranjo espacialmente periódico de hastes elípticas transversais. As equações de escoamento foram resolvidas para uma célula periódica utilizando-se o modelo $k-\epsilon$ de baixo e alto Reynolds.

Foi observado que: *a)* com os modelos de baixo e alto Reynolds o escoamento estudado apresenta turbulência, confirmando trabalhos experimentais encontrados na literatura; *b)* numa mesma vazão mássica, a diminuição da porosidade, numa faixa de 0.90 a 0.70, aumenta o nível de turbulência no meio poroso em questão, assim como verificado para nas hastes quadradas, cilíndricas e elípticas longitudinais (Nakayama e Kuwahara 1999, Pedras e de Lemos 2001b, 2001c); *c)* para o mesmo Re_H e ϕ , as médias intrínsecas da energia cinética turbulenta obtidas no meio poroso formado por hastes elípticas transversais são maiores que as obtidas para hastes cilíndricas e elípticas longitudinais e próximas das obtidas para hastes quadradas.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores são especialmente gratos ao CNPq e à FAPESP pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

7. REFERÊNCIAS

- Abe, K., Nagano, Y., and Kondoh, T., 1992, "An Improved $k-\epsilon$ Model for Prediction of Turbulent Flows with Separation and Reattachment", *Trans. JSME, Ser. B*, vol. 58, pp. 3003-3010.
- Antohe, B. V. and Lage, J. L., 1997, "A General Two-Equation Macroscopic Turbulence Model for Incompressible Flow in Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3013-3024.
- Bear, J., 1972, "Dynamics of Fluids in Porous Media", American Elsevier Pub. Co., New York.
- Brinkman, H. C., 1947, "A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles", *Appl. Sci. Research, A 1*, pp. 27-34.
- Darcy, H., 1856, "Les Fontaines Publiques de la Vile de Dijon", Victor Dalmond, Paris.
- de Lemos, M. J. S. and Pedras, M. H. J., 2000, "Modeling Turbulence Phenomena in Incompressible Flow Through Saturated Porous Media", 34th ASME-NHTC, paper NHTC2000-12120, ISBN 0-7918-1997-3.
- Forchheimer, P., 1901, "Wasserbewegung Durch Boden", *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 45, pp. 1782-1788, 1901.
- Hsu, C. T. and Cheng, P., 1990, "Thermal Dispersion in a Porous Medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1587-1597.
- Kececiooglu, I. and Jiang, Y., 1994, "Flow Through Porous Media of Packed Spheres Saturated with Water", *J. Fluids Engineering*, vol. 116, pp. 164-170.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., and Nakayama, A., 1998, "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array", *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.
- Macdonald, I. F., El-Sayed, M. S., Mow, K., and Dullien, F. A. L., 1979, "Flow Through Porous Media: The Ergun Equation Revisited", *Indust. Chem. Fundam.*, vol. 18, pp. 199-208.
- Nakayama, A. and Kuwahara, F., 1999, "A Macroscopic Turbulence Model for Flow in a Porous Medium", *ASME Journal of Fluids Engineering*, vol. 121, pp. 427-433.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.
- Pedras, M. H. J. & de Lemos, M. J. S., 1998, "Análise dos Modelos de Escoamento em Meios Porosos Via Média Espacial das Equações de Navier-Stokes", *Proc. of ENCIT98 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, November 3-6, Rio de Janeiro.
- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 1999, "On Volume and Time Averaging of Transport Equations for Turbulent Flow in Porous Media", *ASME-FED-vol. 248, Paper FEDSM99-7273*, ISBN 0-7918-1961-2.

- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 2000, "On the Definition of Turbulent Kinetic Energy for Flow in Porous Media", Intern. Comm. Heat and Mass Transfer, vol. 27 (2) pp. 211-220.
- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 2001a, "Macroscopic Turbulence Modeling for Incompressible Flow Through Undeformable Porous Media", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 44 (6), pp. 1081-1093.
- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 2001b, "Simulation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and a Low Re Two-Equation Closure", Numer. Heat Transfer Part A-Appl, vol. 39 (1), pp. 35-59.
- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 2001c, "Adjustment of a Macroscopic Turbulence Model for a Porous Medium Formed by an Infinite Array of Elliptic Rods", Proc. of 2nd Int. Conf.. Computational Heat and Mass Trans., October 22-26, Rio de Janeiro.
- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 2001d^[P20], "Solução Numérica do escoamento turbulento num meio poroso formado por hastes elípticas - Aplicação do modelo $k-\epsilon$ para baixo e alto Reynolds", Proc. of 16th Brazilian Congress of Mech. Engineering, November 26-30, Uberlândia.
- Rocamora Jr, F. D. and de Lemos, M. J. S., 1998, "Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and the $k-\epsilon$ Model", Proc. of ENCIT98- 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg., November 3-6, Rio de Janeiro.
- Slattery, J. C., 1967, "Flow of Viscoelastic Fluids Through Porous Media", A.I.Ch.E. J., vol. 13, pp. 1066-1071.
- Takatsu, Y. and Masuoka, T., 1998, "Turbulent Phenomena in Flow Through Porous Media", J. Porous Media, vol. 3, pp. 243-251.
- Vafai, K. and Tien, C. L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 24, pp. 195-203.
- Ward, J. C., 1964, Turbulent Flow in Porous Media, J. Hydraul. Div. ASCE, vol. 90 (HY5), pp. 1-12.
- Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", Indust. Engng. Chem., vol. 61, pp. 14-28.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

NUMERICAL SOLUTION OF TURBULENT FLOW THROUGH AN INFINITE ARRAY OF TRANSVERSAL ELLIPTIC RODS - APPLICATION OF LOW AND HIGH REYNOLDS $k-\varepsilon$ MODEL

Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento IP&D, UNIVAP

12244-000, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: pedras@univap.br

Marcelo J.S. De-Lemos

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: delemos@mec.ita.br

***Abstract.** Turbulent flowfields within a porous medium were calculated using a spatially periodic array of elliptical rods and a low and high Reynolds $k-\varepsilon$ model of turbulence. For the sake of simplicity, just one-structure unit, together with periodic boundary conditions, was employed to represent the porous medium. The microscopic flow equations were numerically solved using the SIMPLE method and a non-orthogonal boundary-fitted coordinate system. The integrated results were compared to the existing data presented in the literature.*

***Keywords:** porous media, turbulent flows, periodic boundary conditions, low and high Reynolds $k-\varepsilon$ model, transversal elliptic rods.*