



## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA INTERAÇÃO ENTRE UMA NUVEM DE VÓRTICES E UM AEROFÓLIO

**Elson A. Nôga de Medeiros**

UFRN. Campus Universitário, Lagoa Nova, CEP-59072-970, Natal (RN).

E-mail: [elsonoga@hotmail.com](mailto:elsonoga@hotmail.com)

**Zenaide A. de Araújo.**

UFRN. Campus Universitário, Lagoa Nova, CEP-59072-970, Natal (RN).

E-mail: [zenaide@dem.ufrn.br](mailto:zenaide@dem.ufrn.br)

**Miguel H. Hirata.**

EFEI/ IEM. Caixa Postal 50, CEP-37500-903, Itajubá (MG)

E-mail: [hirata@iem.efei.br](mailto:hirata@iem.efei.br)

**José E.R. Ricci**

EFEI/ IEM. Caixa Postal 50, CEP-37500-903, Itajubá (MG)

E-mail: [ricci@iem.efei.br](mailto:ricci@iem.efei.br)

**Resumo:** *O estudo das variações nas cargas aerodinâmicas tem muitas aplicações práticas na engenharia. Esta situação é encontrada em rotores de helicópteros, hélices, turbinas e rotores de máquinas de fluxo. Neste trabalho desenvolve-se um modelo que permite simular a situação em que um aerofólio se desloca com velocidade constante em presença de uma nuvem de vórtices discretos. A nuvem de vórtices incidente possui forma circular e o aerofólio é discretizado com a utilização de painéis planos de vorticidade com densidade constante. O fluido é newtoniano e homogêneo e o escoamento é considerado incompressível e bidimensional. O número de Reynolds é de  $5 \times 10^5$ . São apresentados os resultados obtidos, esteiras e coeficientes de sustentação, para as simulações realizadas, considerando-se nuvens com vorticidades positivas ou negativas, situadas em diferentes alturas em relação à corda do aerofólio.*

**Palavras-chaves:** *Interação Nuvem/Aerofólio, Método de Vórtices, Cargas Aerodinâmicas.*

### 1. INTRODUÇÃO

A análise das cargas aerodinâmicas, atuantes sobre um aerofólio que se desloca através de um escoamento rotacional é de interesse em várias aplicações da engenharia atual. De fato, esta situação é encontrada quando se analisa o desempenho de rotores de helicópteros, hélices, turbinas eólicas, rotores das máquinas de fluxo, etc. Neste trabalho, procura-se desenvolver um modelo que permita simular estas situações; o modelo é composto de um aerofólio que se desloca com velocidade constante em presença de uma nuvem de vórtices discretos, doravante referida como nuvem incidente, que simula o escoamento rotacional. Este enfoque é particularmente interessante uma vez que toda a vorticidade presente no campo, constituída pela nuvem incidente mais aquela gerada na superfície do corpo, é simulada por um conjunto de vórtices discretos, a nuvem de vórtices. A simulação numérica do desenvolvimento de cada vórtice da nuvem é feito de uma maneira tipicamente lagrangiana, isto é, com a utilização do Método de Vórtices, (Lewis, 1991 e Hirata, 2000).

Segundo Panaras (1987), a interação nuvem/aerofólio afeta de maneira considerável o comportamento das cargas aerodinâmicas. Este autor realizou simulações utilizando nuvens incidentes com formato senoidal e circular e aerofólios Joukowsky; a simulação foi restrita aos aspectos potenciais, sem considerar os efeitos difusivos da viscosidade. Fonseca et all (1997), simularam numericamente a interação de um vórtice discreto com um aerofólio. Neste trabalho a superfície do aerofólio foi discretizada com a utilização de painéis planos (Katz e Plotkin, 1991), mas a análise ainda era restrita aos aspectos potenciais.

Os trabalhos de Chacaltana, et all (1994) e (1995), incluem uma superfície plana, perto da qual o aerofólio se movimentava; este aspecto é importante quando se deseja analisar os efeitos da vortuza nas máquinas de fluxo. Novamente, deve-se observar que o enfoque utilizado não considerava os efeitos da viscosidade.

No presente trabalho a nuvem de vórtices incidente possui forma circular, o aerofólio é discretizado com a utilização de painéis planos de vorticidade com densidade constante. O fluido é newtoniano e homogêneo e o escoamento é considerado incompressível e bidimensional. O número de Reynolds utilizado nas simulações foi de  $5 \times 10^5$ .

Apresenta-se a formulação geral do problema e, de forma resumida, os fundamentos do Método de Vórtices; para maiores detalhes sobre o método às referências já mencionadas (Lewis, 1991 e Hirata, 2000) deve-se adicionar os trabalhos de Cottet, G.H. and Koumoutsakos, P.D., (1999) e de Kamemoto, (1994); para a implementação numérica dos algoritmos menciona-se o trabalho de Pereira e Hirata, (1999).

Os resultados da simulação numérica utilizando um aerofólio NACA0018 são apresentados. Inicialmente os resultados referem-se ao escoamento ao redor do aerofólio sem a presença da nuvem incidente (o escoamento incidente é uniforme) e depois são incluídos os efeitos da nuvem incidente.

## 2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O escoamento de um fluido newtoniano e homogêneo, quando os efeitos da compressibilidade são desprezados, é governado pelas equações da continuidade e de Navier-Stokes (N-S). Estas equações, em termos adimensionais, são apresentadas a seguir.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

As Eq.s (1) e (2) foram adimensionalizadas tomando a corda  $c$  do aerofólio como comprimento característico, a velocidade do escoamento incidente  $U$  como velocidade característica e para tempo característico foi adotado a relação  $c/U$ .

### 2.1. Equação do Transporte da vorticidade.

As Eq.s (1) e (2) podem ser substituídas pela equação de transporte da vorticidade (Batchelor, 1967), a qual é mais conveniente para os propósitos da simulação numérica

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (3)$$

Deve-se observar que esta é uma equação escalar uma vez que, em duas dimensões,  $\omega$  representa a única componente não nula do vetor vorticidade, definido como:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} \quad (4)$$

Observa-se, ainda, que o termo de pressão não se faz presente nesta equação e que, em duas dimensões, o termo correspondente a contração/estiramento das linhas de vorticidade se anula.

### 3. MÉTODO DE VÓRTICES

O método de vórtices tem como ponto de partida a equação (3), que governa o desenvolvimento da vorticidade na região fluida. Para a simulação numérica, esta vorticidade é discretizada e simulada com a utilização de uma nuvem de vórtices discretos, os quais são acompanhados individualmente, com a utilização de uma descrição lagrangiana. Este enfoque possui algumas vantagens como a não utilização de uma grade, o direcionamento da atenção apenas para as regiões onde a vorticidade é não nula e a facilidade do tratamento das condições de contorno na região da esteira viscosa dos corpos.

Observando que a equação (3) carrega as informações sobre os processos de convecção e difusão da vorticidade, Chorin (1973) propôs um algoritmo que separa estes processos; este algoritmo é conhecido como “separação dos efeitos viscosos” (viscous splitting algorithm). Segundo este algoritmo, num mesmo intervalo de tempo da simulação numérica, os fenômenos convectivos, governados pela equação

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (5)$$

podem ser calculados, independentemente dos fenômenos difusivos, os quais por sua vez, são governados por

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (6)$$

#### 3.1. Convecção da Vorticidade

A Eq. (5) mostra que a convecção da vorticidade se processa como uma partícula de fluido. A trajetória de cada vórtice é governada pela equação:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (7)$$

onde  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  é o vetor velocidade. Assim sendo, para um vórtice  $p$ , tem-se:

$$\frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{u}_p(\mathbf{x}_p(t), t), \quad p = 1, N_v. \quad (8)$$

onde,  $\mathbf{x}_p$  é o vetor que define a posição do vórtice  $p$ ,  $\mathbf{u}_p$  o vetor velocidade na posição  $\mathbf{x}_p$  e  $N_v$  é o número total de vórtices da simulação (nuvem incidente + esteira do aerofólio).

Como na Eq. (5) o termo viscoso não se faz presente, o cálculo da velocidade em (7) pode ser realizado lançando mão do conceito de potencial complexo  $f(z)$ , definido como:

$$f(z) = f(z)^i + f(z)^v + f(z)^c \quad (9)$$

A velocidade complexa associada é:

$$u(x, y) - i.v(x, y) = \frac{df(z)}{dz} \quad (10)$$

Nestas expressões, o escoamento incidente é representado pelo potencial complexo  $f(z)^i$ , isto é

$$f(z)^i = z \quad (11)$$

O potencial complexo  $f(z)^v$  representa a nuvem de vórtices, logo:

$$f(z)^v = \frac{i}{2\pi} \sum_{q=1}^{N_v} \Gamma_q w_v(z - z_q) \quad (12)$$

onde  $w_v(z - z_q)$  é a função núcleo, que depende do tipo de vórtice utilizado. O vórtice potencial não é apropriado porque o campo de velocidade associado torna-se singular a medida que  $z \rightarrow z_q$ . Para contornar esta situação indesejável, o vórtice de Lamb (Sherman, 1990) é utilizado. Para este vórtice, pode-se definir um núcleo viscoso com raio  $\sigma_0$  tal que (Mustto et all, 1998):

$$w_v(z_p - z_q) = \ln(z_p - z_q) \left[ 1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (13)$$

onde  $r$  é o modulo da distancia entre  $p$  e  $q$ . Assim,

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\Delta t / Re} \quad (14)$$

O potencial complexo  $f(z)^c$  representa o corpo, no caso o aerofólio. Se este for discretizado com a utilização de  $N_p$  painéis planos com vorticidade de densidade constante, distribuída sobre cada um deles, tem-se:

$$f(z)^c = \frac{i}{2\pi} \sum_{q=1}^{N_p} g_q \int_{\Delta_s} \ln(z - \zeta) d\zeta \quad (15)$$

Com a velocidade, calculada na posição atual de cada vórtice, implementa-se o avanço convectivo dos mesmos e, para tanto, foi utilizado o esquema de segunda ordem de Adams-Bashforth (Pereira, 1999).

$$X_p(t + \Delta t) = x_p(t) + [1,5 u_p(t) - 0,5 u_p(t - \Delta t)] \Delta t \quad (16)$$

### 3.2. Difusão da Vorticidade

O método do Avanço Randômico é utilizado para a simulação da difusão da vorticidade, (Lewis, 1991 e Pereira e Hirata, 1999). O método consiste em se acrescentar ao avanço convectivo, um deslocamento difusivo em cada incremento de tempo.

$$\left. \begin{array}{l} - \text{na direção } x \rightarrow \xi(t) = \Delta r \cos \theta \\ - \text{na direção } y \rightarrow \eta(t) = \Delta r \sin \theta \end{array} \right\} \text{ com,} \quad (17)$$

$$\Delta r = \sqrt{\frac{8\Delta t}{Re} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} \quad \text{e} \quad \theta = 2\pi Q$$

onde P e Q são números randômicos gerados no intervalo zero a um.

#### 4. CARGAS AERODINÂMICAS

De acordo com argumentação apresentada por Lewis (1991) a pressão pode ser calculada por:

$$\nabla p = -\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{\partial \gamma(s)}{\partial t} \quad (18)$$

onde s é a coordenada do contorno do corpo e que define um ponto na sua superfície.

Como é de se esperar, esta expressão mantém uma relação direta com aquela que fornece o fluxo da vorticidade através da superfície. O fluxo da vorticidade é calculado como sendo igual a  $\partial p / \partial s$ . Se a vorticidade por unidade de área, no ponto definido por s, é representada por  $\gamma(s)$ , então  $\partial \gamma(s) / \partial t$  representa, também, o fluxo da vorticidade no ponto definido por s.

Para a implementação numérica, esta expressão é reescrita como

$$\Delta p = -2 \frac{\gamma \Delta s}{\Delta t} = -2 \frac{\Delta \Gamma}{\Delta t} \quad (19)$$

Cada painel incrementa uma pressão equivalente à vorticidade gerada em sua vizinhança. Deste modo, conhecida a intensidade dos vórtices gerados em cada passo de tempo, pode-se calcular a pressão nos pontos extremos dos painéis e, em seguida, determinar a pressão em seu ponto de controle. No esquema adotado, as forças de arrasto e de sustentação são calculadas pela integração da pressão, o que é feito a cada passo de tempo.

#### 5. NUVEM INCIDENTE

Para a criação da nuvem de vórtices incidente foi inicialmente feita uma simulação com o aerofólio isolado. Tomou-se uma média aritmética da intensidade dos 10.000 últimos vórtices gerados. Este valor foi tomado como padrão para a geração da nuvem incidente, a qual tem um formato circular, sendo constituída por 276 vórtices. Assim, a intensidade destes vórtices foi tomada hora igual a 0,00172 ou hora igual a -0,00172.

No início da simulação o centro da nuvem é posicionada, relativamente ao eixo dos x, a uma distancia de -20,3c, a partir do bordo de ataque do aerofólio. Relativamente ao eixo dos y, foram feitas simulações com as seguintes posições iniciais: 0,00c; 0,25c e 0,50c.

#### 6. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Apresenta-se, inicialmente, os resultados obtidos com a simulação do escoamento ao redor de um aerofólio com ângulo de ataque nulo, imerso num escoamento uniforme, isto é, sem nuvem incidente. O número de Reynolds adotado em todas as simulações é de  $5 \cdot 10^5$ .

A superfície do aerofólio foi discretizada em 90 painéis, sendo adotado um incremento de tempo de  $\Delta t = 0,045$ . A Fig.(1) mostra a esteira obtida no instante  $t = 27,0$ ; a esteira apresenta-se bem comportada, exceto pela apresentação de uma pequena estrutura vorticiosa que se desprende perto de sua frente de propagação. A Fig.(2) ilustra a respectiva evolução do coeficiente de sustentação; nesta pode-se observar que a simulação atinge o regime estacionário após a iteração de número 300, quando o coeficiente de sustentação passa a oscilar ao redor do valor zero, como era de se esperar.

A Fig. (3) mostra como a nuvem incidente interage com a esteira formada pelos vórtices que se originam na superfície do aerofólio; ela representa a situação encontrada após 480 incrementos de tempo. Os pontos em vermelho correspondem as posições ocupadas pelos vórtices da nuvem (positiva) incidente e os azuis aos vórtices da esteira. Observa-se que a nuvem, inicialmente posicionada a 0,25c acima do eixo real, após passar por cima do aerofólio, começa a interagir

rapidamente com a esteira; verifica-se imediatamente que a esteira não apresenta a uniformidade observada na esteira do aerofólio livre. Estruturas vorticosas se fazem presente em maior número, indicando possíveis instabilidades no fenômeno (ou numéricas?).



Figura 1. Esteira de vórtices do aerofólio NACA0018 isolado com  $t = 27,0$  e  $\sigma_0 = 0,005$

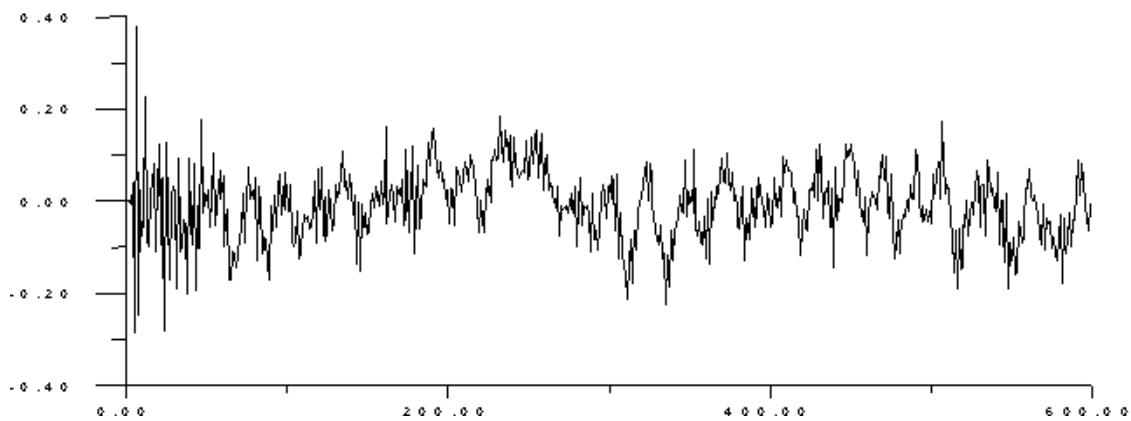


Figura 2. Evolução do CL para o aerofólio isolado NACA0018.  $t = 27,0$  e  $\sigma_0 = 0,005$

Na Fig. (4) os vórtices gerados na superfície do aerofólio foram suprimidos para que se pudesse analisar com mais clareza o comportamento da nuvem incidente, ao longo da simulação. Observa-se que a parte da nuvem interage diretamente com o aerofólio e alguns vórtices são direcionados para baixo do mesmo; como era de se esperar a interação da esteira com a nuvem, faz com que esta seja completamente deformada e todos os vórtices passam a fazer parte de uma única nuvem a jusante do corpo.



Figura 3. Esteira e nuvem incidente de vórtices, ambos para 480 avanços, correspondendo ao instante  $t = 21,6$ . Nuvem com intensidade dos vórtices igual á 0,00172.

A Fig. (7) ilustra a evolução do coeficiente de sustentação durante a simulação. Não foi possível identificar uma tendência clara sobre a influência da nuvem, exceto durante o intervalo em que esta “passa” pelo aerofólio; durante este intervalo pode-se observar claramente um aumento substancial do coeficiente de sustentação, revelando a importância de se analisar este tipo de fenômeno. Observa-se, nesta mesma figura, que uma nuvem negativa provoca uma diminuição deste coeficiente, embora numa escala menor, como era de se esperar confirmando o acerto do enfoque que se começa a utilizar para a análise destes problemas.



Figura 4. Passagem da nuvem pelo aerofólio, relativa aos avanços 420, 440, 460, 480, 500 e 520 correspondendo aos instantes 18,9, 19,8, 20,7, 21,6, 22,5, e 23,4.

As figuras (5) e (6) são análogas às figuras (3) e (4), exceto pelo fato de se utilizar uma nuvem incidente negativa. É interessante observar na Fig.(6) que nenhum vórtice da nuvem é direcionado para baixo do aerofólio.

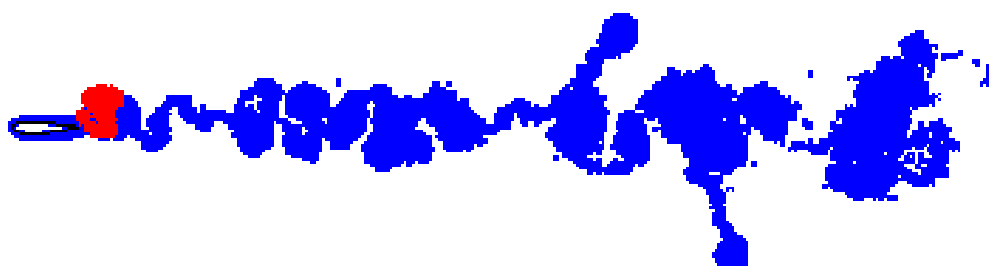


Figura 5. Esteira e nuvem incidente de vórtices, ambos para 480 avanços, correspondendo ao instante  $t = 21,6$ . Nuvem com intensidade dos vórtices igual á  $-0,00172$ .

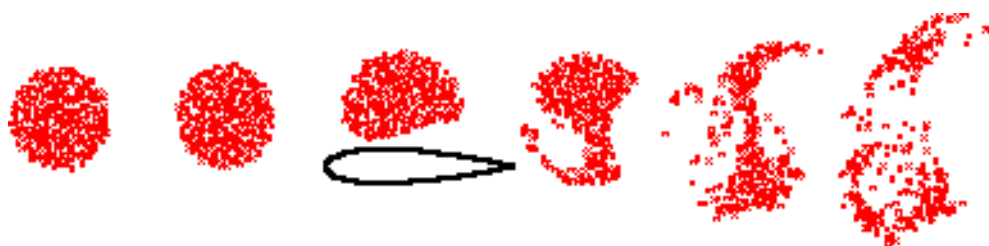


Figura 6. Passagem da nuvem pelo aerofólio, relativa aos avanços 420, 440, 460, 480, 500 e 520 correspondendo aos instantes 18,9, 19,8, 20,7, 21,6, 22,5, e 23,4. Vórtices com intensidade negativa

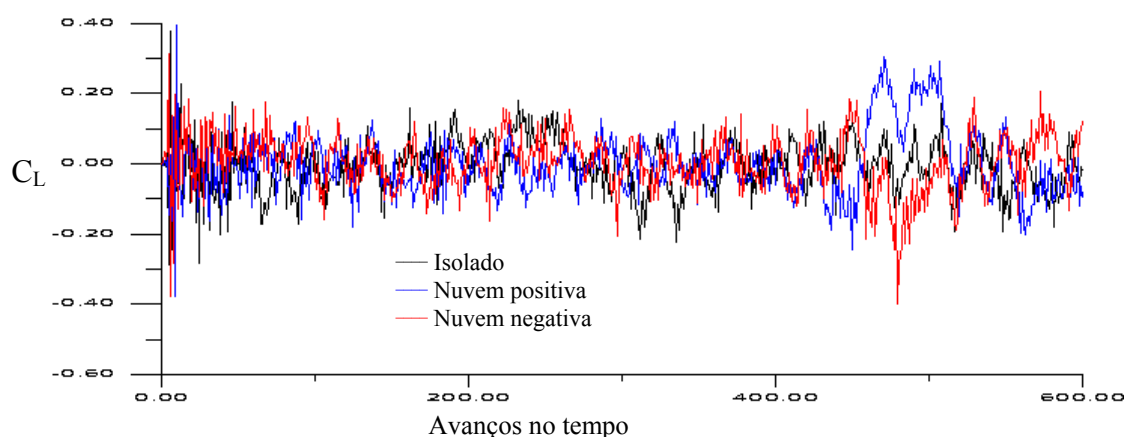


Figura 7. Evolução de  $C_L$  no tempo para o aerofólio na situação: isolado, na presença da nuvem com intensidade positiva e nuvem com intensidade negativa, posicionadas a  $y = 0,25c$

A Fig. (8) mostra os resultados das simulações com o centro da nuvem (positiva) posicionado sobre o eixo real. A Fig. (9) mostra resultados equivalentes quando a nuvem é negativa; não se pode

observar diferenças qualitativas muito relevantes em ambos os resultados. A análise da Fig.(10), que ilustra o comportamento do coeficiente de sustentação para as situações ilustradas nas figuras (8) e (9), mostra um comportamento qualitativo muito semelhante a aquele observado na Fig.(7). Pode-se notar, no entanto, que a nuvem incidente começa a influenciar as cargas aerodinâmicas bem antes dela atingir o bordo de ataque do aerofólio. Como nas situações analisadas anteriormente, a variação do coeficiente de sustentação é maior no caso da nuvem positiva, mas observa-se claramente que ela é muito acentuada na situação atual.

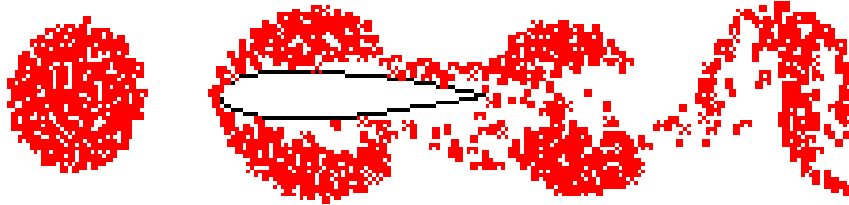


Figura 8. Passagem da nuvem pelo aerofólio, relativa aos avanços 440, 460, 480 e 500 correspondendo aos instantes 19,8, 20,7, 21,6 e 22,5. Vórtices com intensidade positiva de 0,00172.

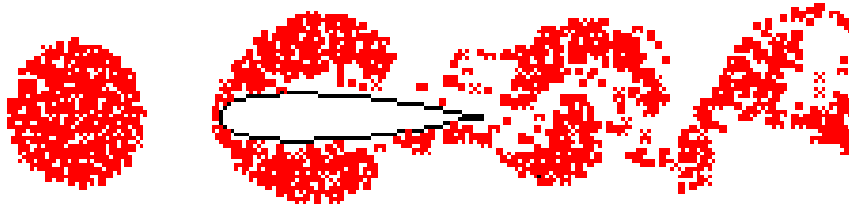


Figura 9. Passagem da nuvem pelo aerofólio, relativa aos avanços 440, 460, 480 e 500 correspondendo aos instantes 19,8, 20,7, 21,6 e 22,5. Vórtices com intensidade de -0,00172.

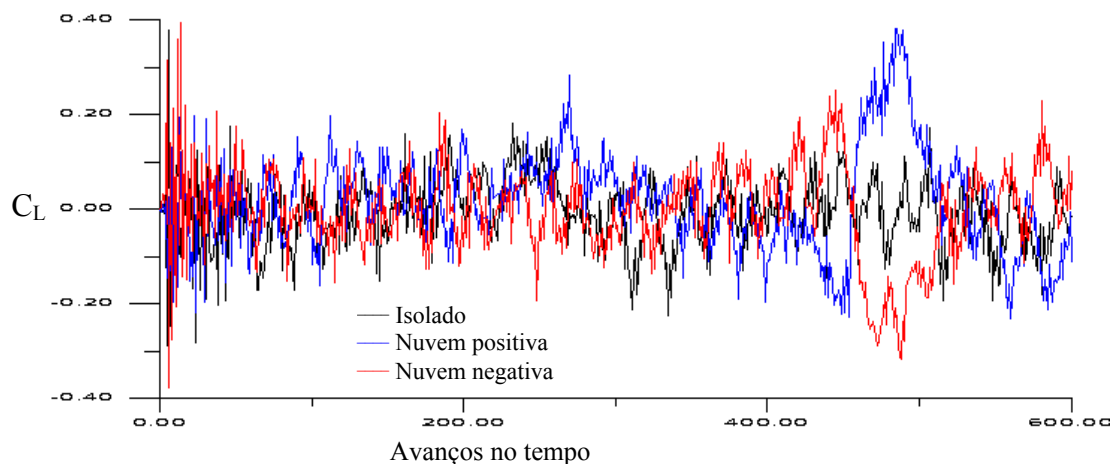


Figura 10. Evolução de CL no tempo para o aerofólio na situação: isolado, na presença da nuvem com intensidade positiva e nuvem com intensidade negativa, posicionadas a  $y = 0,00c$

## 7. REFERÊNCIAS.

- BATCHELOR, G.K., (1967). An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge University Press.
- Chorin, A.J.,1973,“Numerical study of slightly viscous flow”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 57, pp. 785-796.
- Chacaltana, T.A; Bodstein, G.C.R and Hirata, M.H., 1994. “2-D Interaction Of A Point-Vortex With A Thin Airfoil Near A Ground Plane, Anais V ENCIT, São Paulo, Brazil.
- Chacaltana, T.A; Bodstein, G.C.R. and Hirata, M.H., 1995. “Analytical Study Of The Time-Dependent 2-D Interaction Of A Thin Airfoil And A Vortex In The Presence Of A Ground-Plane”, Proceedings, 13 ° Mechanical Engineering Conference (COBEM), Belo Horizonte, Brazil.



- Cottet, G.H. and Koumoutsakos, P.D., 1999, "Vortex Methods: Theory and Practice" Cambridge University Press.
- Fonseca, G. F; Bodstein, G.C.R and Hirata, M,H. 1997."A Numerical Inviscid Vortex Model Applied To Parallel Blade-Vortex Interaction". RBCM- J. of the Brazilian Soc. Mechanical Sciences, Vol. 19, No. 3. pp.341-356
- Lewis, R.I. 1991."Vortex Element Methods For Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems".Ed. Cambridge University Press, Cambridge, England. 566p.
- Kamemoto, K.1994,"Development of Vortex Methods for Grid Free Lagrangian Direct Numerical Simulation", Proc. Third JSME-KSME,Japan.
- Katz, J. and Plotkin, A. 1991."Low-Speed Aerodynamics Form Wing Theory to Panel Methods"Ed. McGraw-Hill, Inc. New York, EUA.
- Hirata, M.H. 2000. "O Método de Vórtices com Modelagem de Turbulência". Palestra apresentada no CONEM 2000, Natal, Brasil.
- Musto, A.A., Hirata, M.H. and Bodstein, G.C.R., 1998,"Discrete Vortex Method Simulation of the Flow Around a Circular Cylinder with and without Rotation", AIAA Paper 98-2409, Proceedings of the 16<sup>th</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conference, Albuquerque, NM, USA, Vol1, pp.59-69
- Sherman, F.S., 1990,"Viscous Flow", McGraw Hill Publishing Co.
- Panaras, Argyris G.1987. "Numerical Modeling Of Vortex/Airfoil interaction". AIAA JOURNAL, Vol. 25, No.1, pp. 5-11.
- Pereira, L.A.A.; Hirata M.H. 1999."O Método de Vórtices Algoritmos e Implementação Numérica". Ed. EFEI- Instituto de Eng. Mecânica, Itajubá, Brasil.53p.
- Pereira, L.A.A.1999. Simulação Numérica do Escoamento Em Torno de Corpo de Forma Arbitrária Utilizando o Método de Vórtices Discretos. Itajubá,1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)- Escola de Engenharia de Itajubá. EFEI.

Abstract- The study of aerodynamic loading variations has many engineering applications, including helicopter rotor blades, wind turbines and turbo machinery. In this work a model is developed to simulate a constant velocity displacement of airfoil near a discret vortex wake. The vortex wake has a circular shape and the airfoil is divided into constant density vorticity panels. The fluid is newtonian and homogeneous and the flow is considered incompressible and bidimensional. The Reynolds number is  $5 \times 10^5$ . Simulated wakes and lift coefficients are presented herein for both negative and positive vorticity wakes located at different heights with respect to the airfoil chord .

Keywords: Airfoil, Vortex Wake, Wake/Airfoil Interaction, Vortex Method, Panel Method.