



FORMULAÇÃO PETROV-GALERKIN DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESCOAMENTOS VISCOSOS INCOMPRESSÍVEIS COM FRONTEIRA MÓVEL

Alessandro R. E. Antunes

Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Engenharia Mecânica – UFPE
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N
Recife/PE, CEP 50740-530 – Brasil
aantunes@demec.ufpe.br

Paulo R. M. Lyra

Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Engenharia Mecânica – UFPE
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N
Recife/PE, CEP 50740-530 – Brasil
prmlyra@demec.ufpe.br

***Resumo.** No presente artigo, uma formulação estabilizada do método dos elementos finitos é utilizada para resolver problemas de escoamentos incompressíveis bidimensionais envolvendo fronteira móvel, sendo as equações de Navier-Stokes descritas em uma formulação “ALE” (Arbitrary Lagrangean-Eulerian). Foram objetos de estudo o escoamento em torno de um cilindro circular mantido fixo, e com oscilações forçadas. Os resultados preliminares obtidos demonstram o potencial do sistema computacional desenvolvido para a análise de problemas de interação fluido-estruturas.*

***Palavras chave:** MEF Estabilizado, Eqs. Navier-Stokes Incompressíveis, ALE, Interação Fluido-Estrutura*

1. INTRODUÇÃO

Simulações numéricas de problemas de escoamentos de fluidos envolvendo fronteira móvel são de interesse em muitas áreas da engenharia. Em problemas de interação fluido-estrutura, o modelo geométrico computacional modifica-se a cada passo de tempo, sendo necessária uma estratégia de movimento da malha computacional de forma a acompanhar os movimentos estruturais, evitando a deformação excessiva dos elementos geométricos e possibilitando a obtenção da solução do escoamento. Outra característica importante é o tipo de acoplamento utilizado para resolver os problemas fluido e estrutural. Neste trabalho optou-se por um acoplamento do tipo fraco, que permite que sejam utilizadas diferentes estratégias para resolver os diferentes sistemas obtidos das análises da dinâmica dos fluidos e da dinâmica estrutural. Também são utilizadas diferentes estratégias de decomposição do domínio, permitindo que na região onde a descrição “ALE” é empregada obtenha-se um eficiente controle sobre a deformação dos elementos. Neste trabalho apresentamos inicialmente a formulação “ALE” das equações de Navier-Stokes incompressíveis. Em seguida descrevemos brevemente o modelo discreto obtido através de uma formulação Petrov_Galerkin via método dos Mínimos Quadrados, que aqui é estendida para lidar com problemas de fronteira móvel. As estratégias empregadas para a decomposição do domínio em

estudo e para o movimento da malha são então descritas. Finalmente apresentamos alguns resultados numéricos e extraímos algumas conclusões preliminares.

EQUAÇÕES GOVERNANTES

Para resolver problemas onde uma estrutura interage com um fluido é necessário que as equações governantes do problema sejam capazes de captar fenômenos que estão associados a domínios móveis e deformáveis. Então é preciso descrever as equações governantes em uma formulação que permita variações em sua configuração. Segue abaixo a obtenção das equações de conservação em uma formulação arbitrária Euleriana-Lagrangeana, (Nomura & Hughes, 1992; Mendes & Branco, 1999).

As relações cinemáticas fundamentais são derivadas definindo-se três domínios no espaço, o domínio espacial, o domínio referencial e o domínio material, e os mapeamentos entre estes domínios. O domínio espacial é o domínio em que o problema de mecânica dos fluidos está representado. O domínio material é o domínio ocupado no tempo $t=0$ pelas partículas materiais que ocupam o domínio espacial no tempo t . O domínio referencial é definido como um domínio fixo, e sua imagem no tempo t , sob um mapeamento prescrito, é o domínio espacial. A importante consequência destes conceitos é a obtenção da seguinte relação cinemática com respeito à propriedade física f , dada por

$$\left(\frac{Df}{Dt}\right) = \left(\frac{df}{dt}\right) + \nabla f \cdot v \quad (1)$$

onde $\left(\frac{Df}{Dt}\right)$ é a derivada material no tempo, $\left(\frac{df}{dt}\right)$ é a derivada referencial no tempo mantendo as coordenadas no domínio referencial constantes, v_i é a velocidade convectiva, com $v_i = u_i - w_i$, onde u_i e w_i são as componentes da velocidade do fluido e da velocidade da malha na direção i , respectivamente, e ∇f representa as derivadas de f em relação às coordenadas espaciais x_i .

A equação (1) caracteriza a derivada material de uma função escalar na descrição "ALE". Note que:

$$v_i = u_i \Rightarrow \text{Descrição Euleriana}; \quad (2)$$

$$v_i = 0 \Rightarrow \text{Descrição Lagrangeana}. \quad (3)$$

Considere agora um domínio Ω , onde podem ser definidos os seguintes subdomínios, $\Omega_G(t)$ é o domínio ocupado por um corpo rígido em Ω , e $\Omega_F(t)$ é a parte do domínio onde está definido o problema fluido. Para um domínio com fronteira fixa, as equações de Navier-Stokes incompressíveis são

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad \text{em } \Omega_F(t) \quad (4)$$

Num problema de interação fluido-estrutura, onde a estrutura se encontra imersa em um fluido as deformações são, em geral, desprezíveis quando comparadas com os deslocamentos a que estão submetidas. Desta forma o modelo estrutural empregado é o de um sólido rígido, ou seja, indeformável. Já o modelo da dinâmica dos fluidos é obtido utilizando a definição dada pela Eq. (1), juntamente com a Eq. (4). Desta forma as equações de conservação podem ser escritas em uma descrição arbitrária Lagrangeana-Euleriana, onde $\Gamma_C(t)$ representa a interface entre $\Omega_G(t)$ e

$\Omega_F(t)$. Como o corpo rígido muda sua posição, a interface $\Gamma_C(t)$ move-se de acordo com o movimento do corpo rígido. Supondo que seja possível especificar de alguma forma a distribuição da velocidade da malha computacional w_i , é possível obter uma descrição “ALE” das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis, que governam o movimento do fluido, conforme dado pela Eq. (5).

$$\rho \frac{du_i}{dt} + \rho(u_j - w_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad \text{em } \Omega_F(t) \quad (5)$$

Sob uma restrição de incompressibilidade:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{em } \Omega_F(t) \quad (6)$$

Nas equações acima, ρ e u_i são a densidade e o vetor velocidade do fluido, respectivamente, e w_i é o vetor velocidade da malha computacional. Ainda nas equações acima, τ_{ij} é o tensor de tensões e f_i é o vetor das forças de corpo. O tensor de tensões pode ser escrito como:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

onde p é a pressão e μ é a viscosidade dinâmica.

O problema é definido pelas equações (5) a (7) em um domínio Ω , com contorno Γ , contido no espaço euclidiano n -dimensional. Não foram consideradas forças de corpo, logo $f_i = 0$. As variáveis dependentes, velocidade e pressão, são dadas por u_i e p , respectivamente. O modelo fica completo introduzindo-se condições de contorno e inicial. Condições de contorno de velocidade e tensões de superfície (ou “tractions”) são dadas por \bar{u} e \bar{t} . Elas são prescritas nas partes do contorno Γ_u e Γ_t , tal que $\Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma$ e $\Gamma_u \cap \Gamma_t = \emptyset$. Condições de contorno de pressão e fluxo de massa estão associadas ao balanço de massa e são dadas por \bar{p} e \bar{G} nas partes do contorno Γ_p e Γ_G , tal que $\Gamma_p \cup \Gamma_G = \Gamma$ e $\Gamma_p \cap \Gamma_G = \emptyset$, onde $G = \rho u_i n_i$, com n_i representando o vetor normal ao contorno Γ .

2. O MODELO DISCRETO

O modelo contínuo é discretizado usando elementos triangulares lineares tanto para aproximar velocidade quanto pressão. Trata-se portanto de uma formulação estabilizada do Método dos Elementos Finitos, onde não é necessário fazer referência à condição de estabilidade de Babuska-Brezzi (Brooks & Hughes, 1982 e Sampaio, 1991). As equações de balanço da quantidade de movimento discretizadas são obtidas pela aplicação da formulação discreta de mínimos quadrados, minimizando com relação aos graus de liberdade de velocidade e pressão. As equações de balanço da quantidade de movimento discretizadas são dadas conforme expresso na Eq. (8).

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \frac{\rho}{\Delta t} \left(N_I + \frac{\Delta t}{2} \hat{v}_k^n \frac{\partial N_I}{\partial x_k} \right) \left(\hat{u}_i^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} \hat{u}_j^n \frac{\partial \hat{u}_i^{n+1}}{\partial x_j} \right) d\Omega = \\
+ \int_{\Omega} \frac{\rho}{\Delta t} \left(N_I + \frac{\Delta t}{2} \hat{v}_k^n \frac{\partial N_I}{\partial x_k} \right) \left(\hat{u}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \hat{u}_j^n \frac{\partial \hat{u}_i^n}{\partial x_j} \right) d\Omega \\
+ \int_{\Omega} \frac{\partial N_I}{\partial x_i} \hat{p}^{n+1/2} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\Delta t}{2} \hat{u}_k^n \frac{\partial N_I}{\partial x_k} \frac{\partial \hat{p}^{n+1/2}}{\partial x_i} d\Omega \\
- \int_{\Omega} \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial \hat{u}_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j^n}{\partial x_i} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_t} N_I \bar{t} d\Gamma
\end{aligned} \quad (8)$$

onde $\bar{t} = \tau_{i,j} n_j$.

A equação da pressão-continuidade é obtida da combinação de mínimos quadrados com a condição de incompressibilidade, resultando em

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \Delta t \frac{\partial N_I}{\partial x_i} \frac{\partial \hat{p}^{n+1/2}}{\partial x_i} d\Omega = - \int_{\Omega} \Delta t \frac{\partial N_I}{\partial x_i} \rho \hat{v}_j^n \frac{\partial \hat{u}_i^n}{\partial x_j} d\Omega \\
- \int_{\Gamma} N_I (\bar{G}^{n+1} - \bar{G}^n) d\Gamma \\
- \int_{\Omega} \rho N_I \frac{\partial \hat{u}_j^n}{\partial x_j} d\Omega
\end{aligned} \quad (9)$$

Nas equações anteriores Δt representa o passo de tempo, N_I representa a função de aproximação (ou de forma) do Método dos Elementos Finitos para o nó I , e o superescrito n representa o estágio de tempo na integração temporal.

A integral ao longo do contorno Γ na Eq. (9) só é calculada no contorno com velocidade prescrita Γ_u , porém é diferente de zero apenas no trecho do contorno com fronteira móvel Γ_C . Este termo entra como uma contribuição na equação da pressão-continuidade gerando um acréscimo ou redução de pressão na região próxima à fronteira móvel, e é dado por

$$\int_{\Gamma} N_I (\bar{G}^{n+1} - \bar{G}^n) d\Gamma = \int_{\Gamma_u} N_I (\rho u_i^{n+1} n_i^{n+1} - \rho u_i^n n_i^n) d\Gamma = \int_{\Gamma_C} N_I (\rho w_i^{n+1} n_i^{n+1} - \rho w_i^n n_i^n) d\Gamma \quad (10)$$

O problema é resolvido utilizando um procedimento de solução segregado. A pressão é computada primeiro, então o campo de velocidade é atualizado. As equações discretizadas formam matrizes simétricas positivas definidas, mesmo utilizando-se uma descrição mista Euleriana-Lagrangiana, permitindo o uso de um método iterativo de solução do tipo gradientes conjugados com pré-condicionador para resolver os sistemas algébricos resultantes. Para maiores detalhes ver referências (Sampaio, 1991, Sampaio et al, 1993, Sampaio et al 1999), onde a mesma formulação e técnicas foi empregada para problemas sem fronteira móvel.

3. A DECOMPOSIÇÃO DO DOMÍNIO

O domínio computacional é dividido de forma a obter-se diferentes subdomínios onde são empregadas as diferentes descrições dos problemas fluido e estrutural. A Fig. (1) mostra uma descrição esquemática do domínio do problema de interesse e os subdomínios definidos.

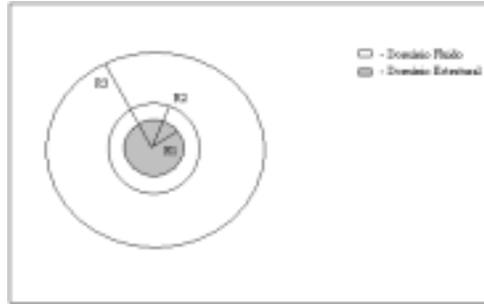


Figura1. Decomposição do domínio em subdomínios

Na região definida por $R1 =$ raio do cilindro, e que representa o corpo sólido, utiliza-se uma descrição Lagrangeana. Na região definida por $(R2-R1)$, tem-se uma opção para que não haja deformação dos elementos próximos ao cilindro, desta forma, em uma pequena região do domínio fluido os elementos têm deslocamento idêntico ao do cilindro. Isto evita que haja deformação dos elementos no interior da camada limite, onde necessita-se de uma melhor qualidade dos elementos da malha computacional, pois os efeitos de viscosidade são importantes nesta região. Define-se ainda o subdomínio $(R3-R2)$ como a parte do domínio onde é utilizada a descrição “ALE”, onde há deformação dos elementos devido à movimentação da malha em função do movimento do cilindro. No restante do domínio é empregada uma descrição Euleriana, isto é, não há movimento da malha computacional. Uma economia computacional adicional é obtida com a utilização destas múltiplas regiões, haja visto a necessidade de menos reconstrução de malhas com a introdução da região $(R2-R1)$ e de re-avaliação das matrizes dos elementos apenas nas regiões $(R2-R1)$ e $(R3-R2)$ onde as mesmas se modificam. Tem-se a flexibilidade de variar os raios de $R2$ e $R3$, configurando-se apenas uma região (se $R2=R1$ e $R3 \equiv$ contorno do domínio), duas (se $R2=R1$ e $R3 \neq$ contorno do domínio), ou três como mostra a Fig. (1).

4. A MALHA DINÂMICA

Soluções numéricas de problemas de fluxo com fronteira móvel requerem a solução das equações governantes sobre malhas dinamicamente deformáveis. Sendo assim, é preciso utilizar estratégias para mover os pontos do domínio fluido onde está sendo utilizada a descrição “ALE” para as equações de fluxo. Primeiramente é determinada a nova posição da estrutura, por meio da solução das equações estruturais, ou por meio de uma função prescrita previamente definida para mover a estrutura. Os nós do domínio fluido devem ser deslocados de forma a minimizar as distorções dos elementos causadas pelo movimento estrutural e garantir que as equações de fluxo possam ser resolvidas para encontrar o fluxo resultante. A estratégia adotada neste trabalho para deslocar os nós do domínio foi modelar cada lado de cada elemento do domínio como uma mola com rigidez inversamente proporcional ao comprimento do lado, então, para cada lado conectando os nós I e J , tem-se:

$$k_{IJ} = \frac{1}{\sqrt{(x_J - x_I)^2 + (y_J - y_I)^2}} \quad (11)$$

Para cada passo de tempo as equações de equilíbrio estático que resultam do somatório das forças atuando em cada nó devem ser resolvidas. Iterações de Jacobi são realizadas para resolver os sistemas resultantes e obter os deslocamentos nas direções x e y . Geralmente cerca de 10 iterações de Jacobi são suficientes para obter convergência.

Uma extrapolação linear é utilizada para prever os deslocamentos $\bar{\delta}_{x_i}^{n+1}$ e $\bar{\delta}_{y_i}^{n+1}$ nas direções x e y, respectivamente, como abaixo:

$$\bar{\delta}_{x_i}^{n+1} = 2\delta_{x_i}^n - \delta_{x_i}^{n-1} \quad \text{e} \quad \bar{\delta}_{y_i}^{n+1} = 2\delta_{y_i}^n - \delta_{y_i}^{n-1} \quad (12)$$

O sistema resultante das equações de equilíbrio estático é:

$$\delta_{x_i}^{n+1} = \frac{\sum_J k_{IJ} \bar{\delta}_{x_j}^{n+1}}{\sum_J k_{IJ}} \quad \text{e} \quad \delta_{y_i}^{n+1} = \frac{\sum_J k_{IJ} \bar{\delta}_{y_j}^{n+1}}{\sum_J k_{IJ}} \quad (13)$$

A nova posição de cada nó pode ser determinada da seguinte forma:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \delta_{x_i}^{n+1} \quad \text{e} \quad y_i^{n+1} = y_i^n + \delta_{y_i}^{n+1} \quad (14)$$

O somatório com índice J indica todos os nós que tem conectividade com o nó I. Este método mostra-se eficiente para pequenos deslocamentos do corpo rígido, Willcox et al (1997), e sendo impróprio para grandes deslocamentos, Farhat et al (1998). O algoritmo de dinâmica da malha deve satisfazer as seguintes condições de contorno:

- Na interface fluido-estrutura – os nós da interface têm deslocamentos prescritos, calculados a partir do movimento do corpo;
- Os pontos a uma distância do corpo suficiente para que o deslocamento deste não interfira no escoamento têm deslocamentos iguais a zero.

Sendo necessário que seja garantida a continuidade dos campos de deslocamento e de velocidade na interface fluido-estrutura, ou seja $\delta_{estrutura} = \delta_{fluido}$, e $u_{estrutura} = u_{fluido}$ em Γ_c , tal que seja satisfeita a lei de conservação geométrica, Farhat et al (1996). No presente estudo onde o movimento do corpo sólido é imposto através de uma função pré-definida, obviamente, estas condições são automaticamente satisfeitas.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As técnicas numéricas descritas anteriormente foram utilizadas para simular o escoamento ao redor de um cilindro circular e observar a formação da esteira de vórtices para diferentes números de Reynolds. O problema foi adimensionalizado utilizando o diâmetro do cilindro, d, e a velocidade da corrente livre u^0 , como escalas de referência para comprimento e velocidade respectivamente. A escala de referência escolhida para pressão foi $\rho(u^0)^2$, e o tempo foi adimensionalizado por d/u^0 . As simulações são parametrizadas pelo número de Reynolds global, dados por

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} \quad (15)$$

A Fig. (2) mostra o domínio utilizado e condições de contorno empregadas. Neste problema, condições de contorno de “non-slip” para a velocidade são prescritas na superfície do cilindro. Um campo de velocidade uniforme com $u_1 = u^0$ e $u_2 = 0$ é imposto a face AB. Para as faces AC e BD a condição de contorno imposta é $u_2 = 0$ e $t_1 = 0$. No contorno CD é prescrito o valor de pressão $p = 0$ e condição de “traction” livre, isto é, $t_1 = t_2 = 0$. A condição inicial é o campo de velocidade com componentes $u_1 = u^0$, $u_2 = 0$ que são especificados sobre todo o domínio no tempo inicial $t = t^0$, e

uma pressão de referência $p = 0$. Foram utilizadas as seguintes dimensões do domínio, o cilindro circular está centrado na origem do sistema cartesiano de coordenadas, tendo diâmetro (D) unitário, as faces AB e CD têm comprimento de 10 unidades, e as faces AC e BD têm comprimento de 15 unidades. Os vértices destas faces têm as seguintes coordenadas, A(-5,-5), B(-5,5), C(10,-5) e D(10,5).

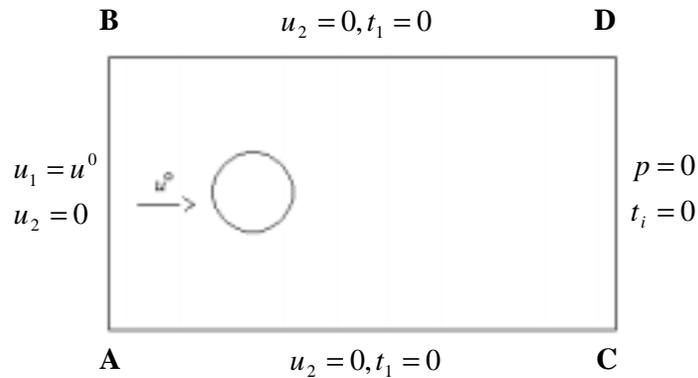


Figura 2. Domínio de interesse e condições de contorno

A Fig. (3) abaixo mostra a malha computacional utilizada nas simulações, esta malha contém 4999 nós e 9855 elementos.

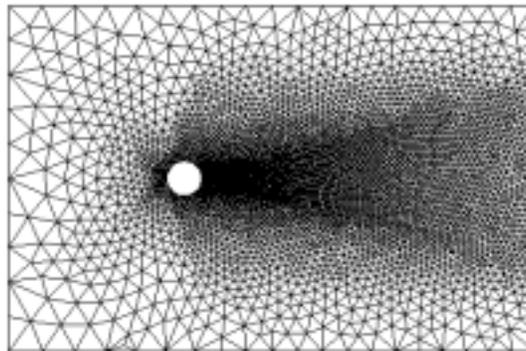


Figura 3. Malha computacional utilizada.

Inicialmente efetuamos algumas simulações considerando-se o cilindro fixo, desta forma é possível constatar a variação na frequência de formação da esteira de vórtices com a variação do número de Reynolds. Os resultados obtidos se mostram de acordo com os resultados experimentais apresentados por Blevins et al (1986) a cerca da faixa de variação do número de Strouhal.

Em problemas de interação entre um fluido e um cilindro circular, a esteira de vórtices impõe movimento ao cilindro, fazendo com que este apresente deslocamentos devido às flutuações do coeficiente de sustentação causadas pela formação desta esteira. O fenômeno do “lock-in” é caracterizado quando a frequência de deslocamento do cilindro é a mesma frequência de formação da esteira de vórtices. Uma forma interessante de estudar este fenômeno é impor um movimento harmônico ao cilindro e analisar as modificações na frequência da esteira de vórtices, observando as condições em que o cilindro impõe sua frequência de oscilação, modificando a frequência de formação da esteira de vórtices obtida com o cilindro fixo, obtendo-se assim o fenômeno de “lock-in” imposto pelo movimento do cilindro (Correia, 2001; Mendes & Branco, 1999). Foram realizadas simulações para números de Reynolds entre 100 e 160, e observadas as condições de “lock-in” em função da amplitude do deslocamento do cilindro na direção transversal ao

escoamento. A frequência do deslocamento do cilindro utilizada foi a frequência de formação da esteira de vórtices para um cilindro fixo com número de Reynolds 120. A frequência da formação da esteira foi obtida a partir da análise da velocidade na direção transversal ao escoamento em um nó fixo na malha, localizado na esteira de vórtices e comparada com a frequência do deslocamento do cilindro. Os resultados numéricos estão colocados na Tab. (1), e mostram a influência da amplitude do deslocamento do cilindro na caracterização deste fenômeno. Os valores em negrito correspondem à frequência imposta pelo cilindro, e portanto para estas razões de amplitude ficam caracterizado o “lock-in”.

A função harmônica utilizada para deslocar o cilindro é

$$Y(t) = a * \sin(2\pi f(t - t^0)^n) \quad (16)$$

onde, a é a amplitude do deslocamento, f é a frequência e t^0 é o tempo inicial. Neste trabalho utilizou-se $t^0 = 0$, $n = 1$, $f = 0,1795$ Hz e a variável.

Tabela 1. Frequências das esteiras obtidas nas simulações de “lock-in”

Re	Razão de amplitude – a/D		
	0%	2%	5%
100	0,1728	0,1791	0,1795
115	0,1781	0,1784	0,1795
120	0,1795	0,1795	0,1795
140	0,1853	0,1800	0,1795
160	0,2575	0,1796	0,1795

Uma melhor visualização do fenômeno é obtida comparando-se as frequências da velocidade transversal ao escoamento no nó fixo utilizado, com o deslocamento do cilindro também transversal ao escoamento. A Fig. (4) mostra a evolução para o efeito de “lock-in”. O cilindro está inicialmente fixo e somente após o escoamento estar completamente desenvolvido ele é posto a vibrar impondo a sua frequência na formação da esteira de vórtices. Esta simulação foi realizada com $Re = 160$, $a/D = 0,005$ e frequência de deslocamento do cilindro de $0,1795$ Hz. A linha tracejada, em azul, mostra a evolução da velocidade transversal (U_y) e a linha contínua, em vermelho mostra a evolução do deslocamento do cilindro (D_y), que pouco após o cilindro ser colocado em movimento ficam em fase, caracterizando o “lock-in”.

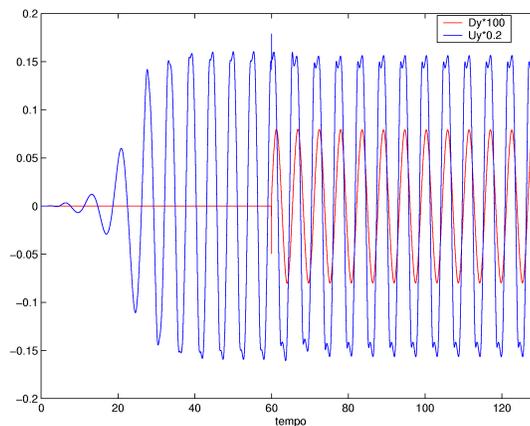


Figura 4. Gráfico que mostra o efeito do “lock-in” em uma simulação com Re 160 e razão de amplitude de 0,05

A Fig. (5) mostra a influência do deslocamento do cilindro na formação da esteira de vórtices, porém sem apresentar “lock-in”. O deslocamento do cilindro provoca uma alteração na frequência da esteira de vórtices, mas este não é suficiente para que ocorra o “lock-in”. Os parâmetros do escoamento apresentado nesta figura são $Re=140$, razão de amplitude de deslocamento de 0,02 e frequência de deslocamento do cilindro de 0,1795 Hz. A linha contínua em vermelho mostra a evolução da velocidade transversal (U_y) e a linha tracejada em azul mostra a evolução do deslocamento do cilindro (D_y). Neste caso as duas curvas não se encontram em fase como pode ser facilmente visualizado na Fig. (5).

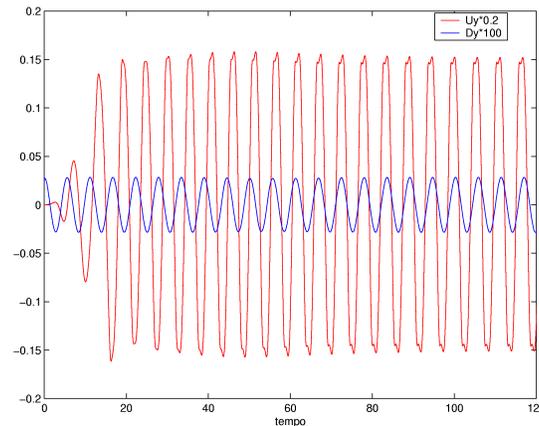


Figura 5. Gráfico que mostra a interferência na esteira em uma simulação com Re 140 e razão de amplitude de 0,02

6. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao Dr. Ramiro B. Wilmersdorf e Dr. Paulo A. B. de Sampaio pelas valiosas discussões ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Agradecemos ainda o suporte financeiro dado pela ANP, CAPES, e CNPQ para execução desta pesquisa.

7. REFERÊNCIAS

- Blevins, R. D., 1986, “Flow-Induced Vibration”, Robert E. Krieger Publishing Company, Inc, Malabar, Florida, 363 p.
- Brooks, A. N. and Hughes, T. J. R., 1982, “Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 32, pp. 199-259.
- Correia, A.C.A., 2001, “Simulações Computacionais da Formação de Vórtices em um Cilindro com Ênfase na Vibração Induzida por Vórtice”, Msc Thesis, Universidade Federal de Pernambuco.
- De Sampaio, P.A.B., 1991, “A Petrov-Galerkin Formulation for the Incompressible Navier-Stokes Equations using Equal Order for Velocity and Pressure”, Int. J. Numer. Meth. Engrg., Vol. 31, pp. 1135-1149.
- De Sampaio, P. A. B., Lyra, P. R. M., Morgan, K. and Weatherill, N. P., 1993, “Petrov-Galerkin Solutions of Incompressible Navier-Stokes Equations in Primitive Variables with Adaptive Remeshing”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 106, pp. 143-178.
- De Sampaio, P. A. B. and Coutinho, A. L. G. A., 1999, “Simulation of Free and Forced Convection Incompressible Flows an Adaptive Parallel/Vector Finite Element Procedure”, Int. J. Num. Meth. Engr., Vol 29, pp. 289-309.
- Farhat, C., Degand, C., Koobus and B., Lesoinne, M., 1998, “Torsional Springs for Two-Dimensional Dynamic Unstructured Fluid Meshes”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 163, pp. 231-245.

- Griffin, O. and Hall, M. S., 1995, "Vortex Shedding Lock-on in a Circular Cylinder Wake", Sixth Int. Conference on Flow-Induced Vibration, London, United Kingdom.
- Hughes, T.J.R. and Nomura, T., 1992, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Fluid and a Rigid Body", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 95, pp. 115-138.
- Willcox, K. and Peraire, J., 1997, "Aeroleastic Computations in the Time Domain Using Unstructured Meshes", Int. J. for Numer. Meth In Fluids, Vol 40, pp 2413-2431.
- Lesoinne, M. and Farhat, C., 1996, "Geometric Conservation Laws for Flow Problems with Moving Boundaries and Deformable Meshes, and their Impact on Aeroelastic Computations", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 134, pp. 71-90.
- Mendes, P.A. and Branco, F.A., 1999, "Analysis of Fluid-Structure Interaction by an Arbitrary Larangian-Eulerian Finite Element Formulation", Int. J. for Numer. Meth. In Fluids, Vol 30, pp. 897-919.

TITLE: A PETROV-GALERKIN FORMULATION FINITE ELEMENT METHOD TO SOLVE INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOWS WITH MOVING BOUNDARIES

Alessandro R. E. Antunes

Federal University of Pernambuco
Departament of Mechanics Engineering
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N
Recife/PE, CEP 50740-530 – Brasil
aantunes@demec.ufpe.br

Paulo R. M. Lyra

Federal University of Pernambuco
Departament of Mechanics Engineering
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N
Recife/PE, CEP 50740-530 – Brasil
prmyra@demec.ufpe.br

***Abstract.** In this article a stabilized finite element formulation is used to solve bidimensional incompressible flow problems with moving boundaries. The Navier-Stokes set of equations are written using an Arbitrary Lagrangian-Eulerian descriptions. We address the study of a flow over a circular cylinder, either fixed or with a prescribed forced oscillation. The potential that the developed computational system has for performing the analysis of fluid-structure interaction applications.*

***Key-words:** Stabilized FEM, Incompressible Navier-Stokes Eqs., ALE, Fluid-Structure Interaction.*