



ESCOAMENTO LAMINAR EM REGIÃO ESPACIALMENTE PERIÓDICA EM CANAL CONTENDO OBSTRUÇÃO POROSA

Luzia A. Tofaneli

Marcelo J.S. De-Lemos

Departamento de Energia–IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica–ITA

12228-900–São José dos Campos–SP–Brasil

E-mail: delemos@mec.ita.br

Resumo. *Os escoamentos em canais contendo obstáculo poroso são de interesse em várias áreas da ciência e engenharia tais como, hidrologia, reservatórios de petróleo, reatores químicos, etc. Neste trabalho, são apresentadas soluções numéricas para o escoamento em um canal contendo obstáculo poroso na forma de uma aleta em uma das faces do canal. A condição de periodicidade espacial ao longo da direção longitudinal do canal é empregada. As equações do movimento e continuidade de massa são integradas no volume de controle elementar representativo acarretando em um único conjunto de equações governantes válido para todo o domínio computacional. Estas equações são discretizadas pelo método dos volumes finitos e o sistema de equações algébricas resultante é resolvido pelo método SIMPLE. A condição de salto na tensão de cisalhamento é considerada na interface sem obstrução e com obstrução porosa. São apresentadas soluções numéricas para o campo de velocidade em função do número de Reynolds e da condição de salto da tensão de cisalhamento.*

Palavras-chave: *escoamento laminar, meio poroso, solução numérica, condição de salto.*

1. INTRODUÇÃO

Em função da ampla aplicação envolvendo o escoamento de fluidos em canal contendo obstáculo poroso, em diversos setores da indústria e da ciência, observou-se, nas últimas décadas, um interesse crescente de vários pesquisadores no sentido de se descrever este tipo de escoamento. Sistemas de engenharia aplicados à prospecção de petróleo, filtros, escoamento sobre florestas e plantações e resfriamento de componentes eletrônicos são alguns exemplos de escoamentos através de uma estrutura porosa.

Nos trabalhos Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b) foi proposto um coeficiente ajustável de salto da tensão cisalhante na interface entre o meio limpo e o meio poroso. Kuznetsov (1996), (1997) e (1999) fez investigações analíticas da influência da condição de salto da tensão cisalhante na interface em canais parcialmente preenchidos com material poroso. Recentemente, Silva & De Lemos (2001) apresentaram soluções numéricas para escoamento laminar e turbulento em meio híbrido levando em conta o salto da tensão cisalhante na interface.

Rocamora & de Lemos, (2000b), e, De Lemos & Pedras (2000a), De Lemos & Pedras (2000b), (2001) desenvolveram um modelo macroscópico de duas equações para o tratamento de meios contendo uma matriz porosa. Na literatura, soluções numéricas que contemplem o salto da tensão cisalhante nos obstáculos porosos são ainda em número reduzido.

Com base no exposto, este trabalho apresenta soluções numéricas para o escoamento em um canal aletado com um material poroso. A metodologia desenvolvida para meios híbridos em

Rocamora & De Lemos (2000a),(2000b) e De Lemos & Pedras (2000a) é aqui empregada, levando-se em consideração a condição de salto na interface analisada por Silva & De Lemos (2001).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção é apresentado o modelo matemático para o escoamento bidimensional em um canal contendo obstrução porosa. A Fig.(1) ilustra a geometria analisada. Na figura, H é a distância entre as paredes, L representa o domínio computacional, l e d são a espessura e a altura da aleta,

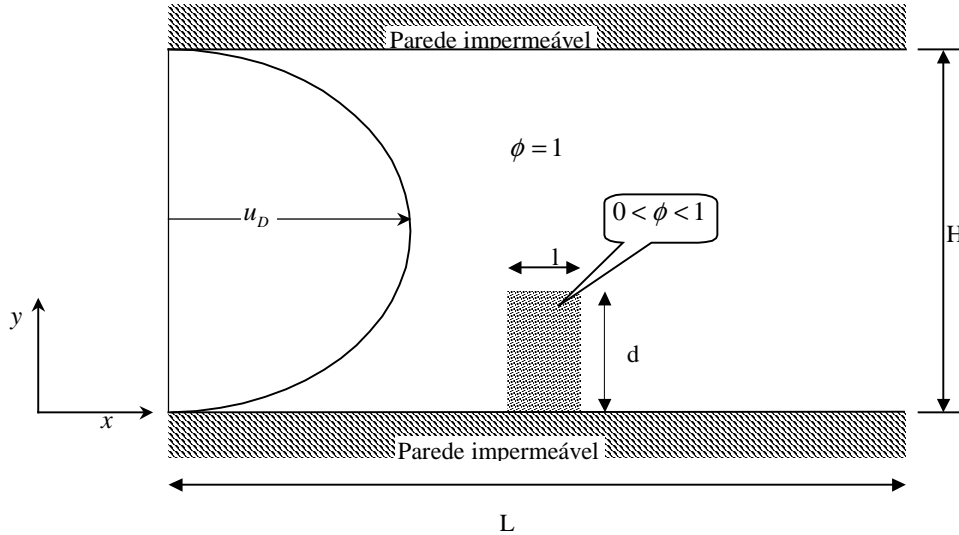


Figura 1: Canal contendo obstrução porosa.

respectivamente.

As equações que governam o escoamento do fluido, para este caso tem, a seguinte forma geral:

$$\nabla \cdot u_D = 0 \quad (1)$$

$$\rho \nabla \cdot \frac{\overline{u_D u_D}}{\phi} = -\nabla \phi \langle p \rangle^i + \mu \nabla^2 u_D - \left[\frac{\mu \phi}{K} u_D + \frac{c_f \phi \rho}{\sqrt{K}} |u_D| u_D \right] \quad (2)$$

válidas tanto para sem obstrução e com obstrução porosa, dependendo dos valores da porosidade ϕ e da permeabilidade K do meio. Nas Eqs. (1) e (2), $\langle p \rangle^i$ é a média intrínseca da pressão no fluido, u_D é a velocidade média superficial ou velocidade de Darcy, x e y são as coordenadas cartesianas e μ é a viscosidade do fluido. A Eq. (1) é a equação da conservação da massa e a Eq. (2) a equação da quantidade de movimento. O terceiro e o quarto termos à direita da Eq. (2) são os termos de Darcy e o de Forchheimer, respectivamente. A viscosidade efetiva no termo de Brinkman, μ_{eff} , é em geral distinta da viscosidade do fluido μ_f . Como mencionado, as Eqs. (1) e (2) reproduzem as equações para meio limpo quando ϕ tende a 1 e K tende a infinito.

2.1. Condições de contorno e de interface

As Eqs. (1) e (2) são resolvidas sujeitas às seguintes condições de contorno:

$$u_D|_{y=d^-} = u_D|_{y=d^+} \quad (3)$$

$$\mu_{eff} \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^+} - \mu \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^-} = \beta \frac{\mu_f}{\sqrt{K}} u_D \Big|_{y=d} \quad (4)$$

onde β é um coeficiente adimensional ajustável na representação do salto da tensão de cisalhamento na interface, e

$$u_D|_{y=H} = 0 \quad (5)$$

$$u_D|_{y=0} = 0 \quad (6)$$

As Eqs. (3) e (4) apresentam as condições de interface sugeridas por Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b). A Eq. (3) representa a continuidade da velocidade de Darcy e a Eq. (4) a condição de salto da tensão cisalhante na interface entre o meio limpo e o meio poroso.

Fisicamente, o coeficiente β representa uma possível diferença no valor da tensão cisalhante na interface. Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b) mostraram que o coeficiente proposto está na faixa $-1 \leq \beta \leq 1$.

Para $\beta = 0$ na Eq. (4), obtém-se:

$$\mu_{eff} \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^+} = \mu \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^-} \quad (7)$$

indicando que a tensão de cisalhamento na interface é contínua. Entretanto, como mostrado em Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b). para certos casos o uso de $\beta = 0$ não representa resultados obtidos experimentalmente. Nestes casos, é necessário o uso da condição de salto da tensão de cisalhamento na interface.

3. MÉTODO NUMÉRICO

As Eqs. (1) e (2), sujeitas às condições de contorno e de interface (3)-(6), foram discretizadas para um domínio bidimensional, em coordenadas generalizadas, envolvendo ambos os sem obstrução e com obstrução porosa. Embora o problema mostrado na Fig. 1 seja unidimensional, é aqui apresentado um tratamento numérico bidimensional visando aplicações futuras. Ainda, a discretização das equações usa um sistema de coordenadas generalizadas para uma abrangência ainda maior. O método de volumes finitos foi empregado na discretização e, para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade, o algoritmo SIMPLE foi utilizado (Patankar (1980)).

A Fig. (2) apresenta um volume de controle típico juntamente com o sistema de coordenadas generalizadas, $\eta - \xi$. A forma geral discretizada da equação de conservação bidimensional de uma propriedade qualquer φ (tensor de qualquer ordem), em regime permanente, pode se dada por,

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_\varphi \quad (8)$$

onde I_e , I_w , I_n e I_s representam respectivamente os fluxos de φ nas faces leste, oeste, norte e sul

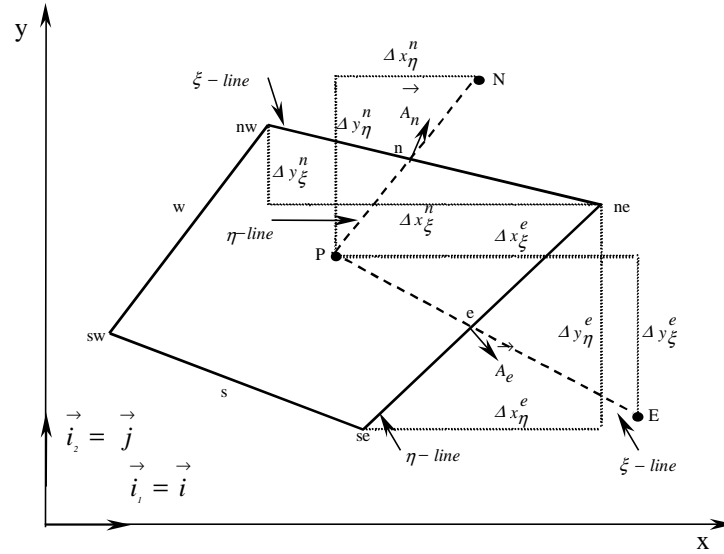


Figura 2: Volume de controle e notação.

do volume de controle e S_φ o seu termo fonte.

Sempre que o termo fonte for dependente de $\langle \varphi \rangle^i$ será linearizado da seguinte forma:

$$S_\varphi \approx S_\varphi^{**} \langle \varphi \rangle_p^i + S_\varphi^* \quad (9)$$

Os termos fonte nas equações de momentum para a direção x são dados por:

$$S^{*x} = (S_e^{*x})_P - (S_w^{*x})_P + (S_n^{*x})_P - (S_s^{*x})_P + S_P^* \quad (10)$$

e

$$S^{**x} = S_\phi^{**} \quad (11)$$

onde S^{*x} é a parte difusiva tratada de forma explícita. O termo S^{**x} na equação para o meio poroso é composto pelo coeficiente do termo de Darcy na direção x .

Na implementação numérica os termos fontes em (10), no lado poroso e na face correspondente à interface entre os meios limpo e poroso, são divididos pela porosidade e subtraídos de $\frac{\beta}{\sqrt{K}} u_D \Big|_{\text{interface}}$. Foi também utilizada uma malha computacional de 50×50 , igualmente espaçada.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Fig. (3) mostra vários perfis de velocidade para $x = 0$ e para uma malha 50×50 com $\beta = 0$, $\phi = 0,6$ e $K = 1,5 \times 10^{-7} m^2$ para vários números de Reynolds. Nota-se que para baixos números de Reynolds ocorre uma pequena recirculação devido ao obstáculo poroso. Ainda, os vários perfis de velocidade mostram que com o aumento do número de Reynolds há um aumento na vazão mássica global, conforme o esperado.

As Fig. (4) e Fig. (5) mostram vários perfis de velocidade para $x = 0$ e para uma malha 50×50 com $\beta = 0,5$ e $\beta = -0,5$, $\phi = 0,6$ e $K = 1,5 \times 10^{-7} m^2$. Nota-se que não há uma influência apreciável do valor do coeficiente de salto da tensão de cisalhamento (β) na vazão mássica global.

A Fig. (6) e Fig. (7), mostram os efeitos da condição de salto no perfil de velocidade na saída do canal $x = L$, com $Re_H = 100$ e $Re_H = 1200$. Para estas figuras, é praticamente inexistente a influência da condição de salto da tensão de cisalhamento (β), provavelmente devido ao fato de que a área da interface paralela ao escoamento ser relativamente pequena em relação à superfície molhada total.

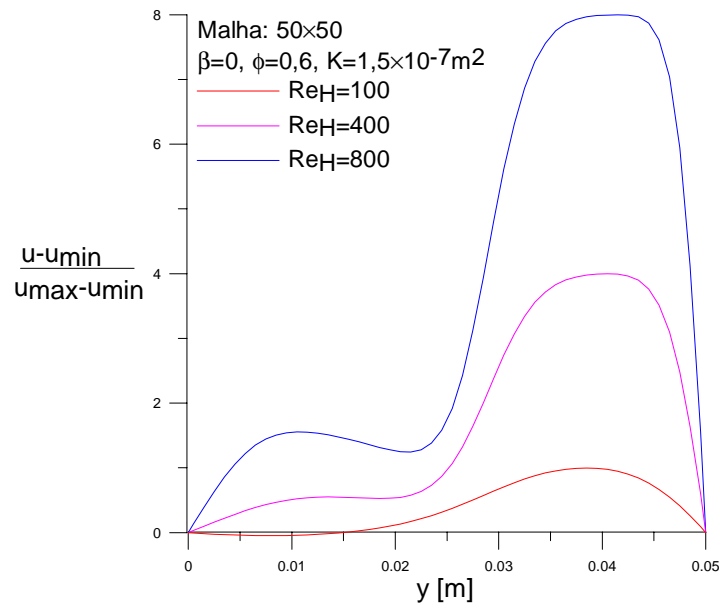


Figura 3: Efeito do número de Reynolds, $\beta = 0$.

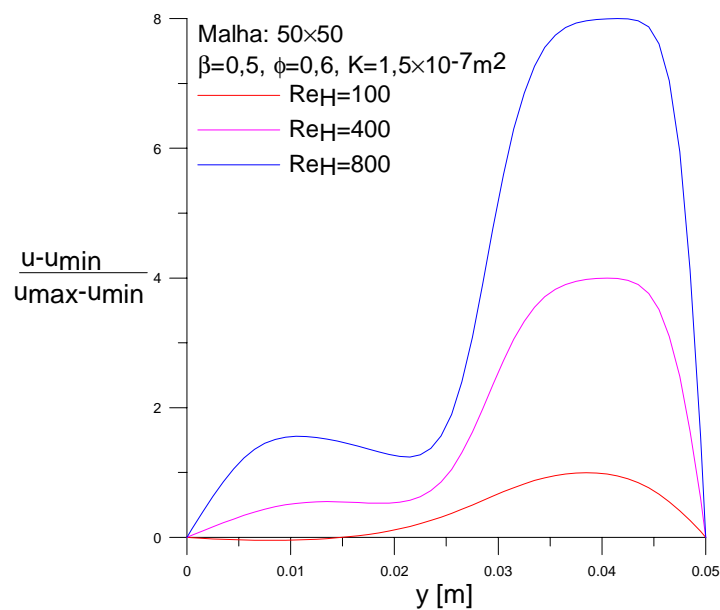


Figura 4: Efeito do número de Reynolds, $\beta = 0,5$

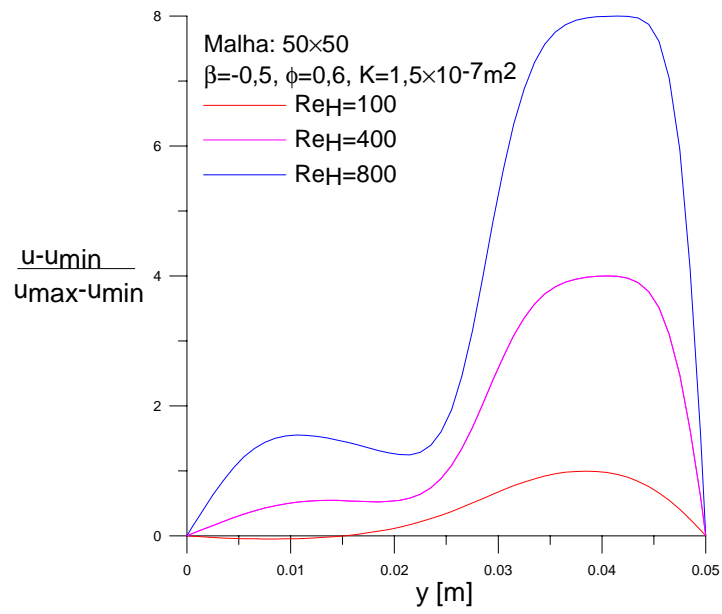


Figura 5: Efeito do número de Reynolds, $\beta = -0,5$.

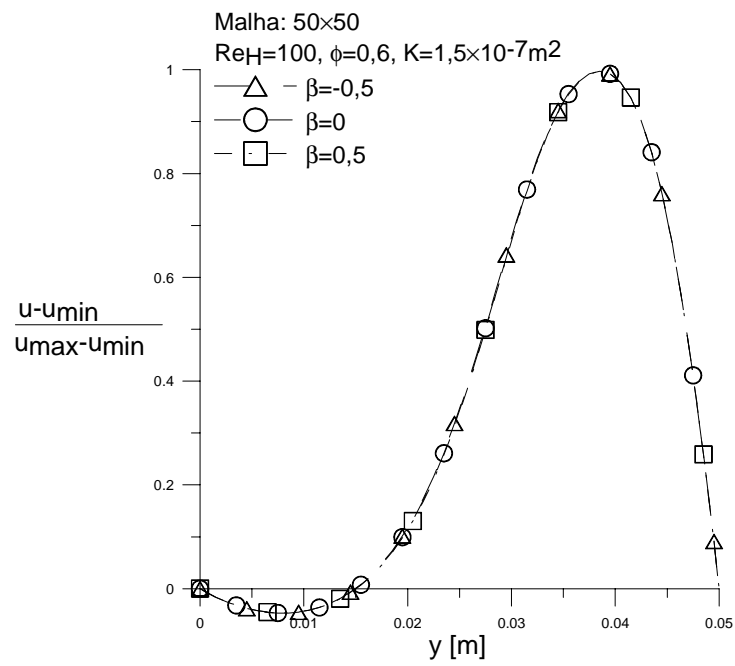


Figura 6: Efeito da condição de salto no perfil de velocidade na saída do canal para $Re_H = 100$.

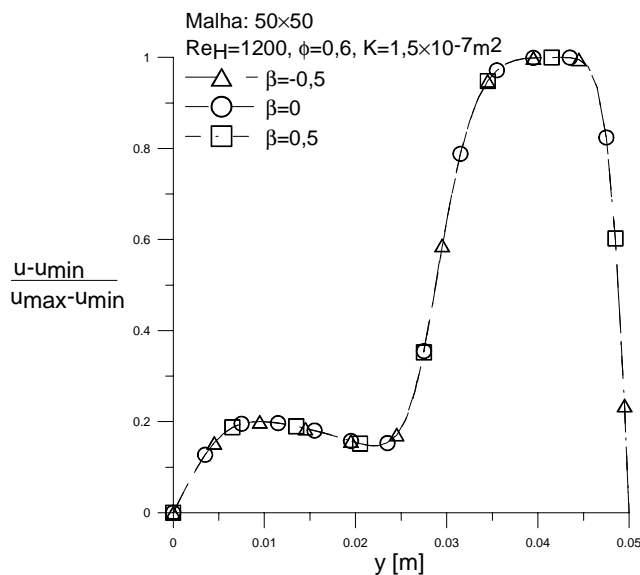


Figura 7: Efeito da condição de salto no perfil de velocidade na saída do canal para $Re_H = 1200$.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou resultados para a solução numérica do escoamento em um canal contendo obstrução porosa. Foi considerada a condição de salto na tensão de cisalhamento na interface sem obstrução porosa e com obstrução porosa. A discretização das equações governantes utilizou o método de volumes finitos e o conjunto de equações algébricas foi resolvido pelo método SIMPLE. Os resultados indicaram que o efeito da condição de salto nas características do escoamento é pequeno e que à medida que Re aumenta diminui a zona de recirculação após o material poroso.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho. LAT agradece a R.A. Silva pelas sugestões.

7. REFERÊNCIAS

- De Lemos, M. J. S., Pedras, M. H. J., 2000a, “Modeling Turbulence Phenomena in Incompressible Flow Through Saturated Porous Media”, Proc. of 34th ASME-National Transfer Conference (on CD-ROM), ASME-HTD-I463CD, Paper NHTC2000-12120, ISBN:0-7918-1997-3, Pittsburgh, Pennsylvania, August 20-22.
- De Lemos, M. J. S., Pedras, M. H. J., 2000b, “Simulation of Turbulent Flow Through Hybrid Porous Medium-Clear Fluid Domains”, Proc. of IMECE2000-ASME-Intern. Mech. Eng. Congr., ASME-HTD-366-5, pp. 113-122, ISBN:0-7918-1980-6, Orlando, Florida, November 5-10.
- De Lemos, M. J. S., Pedras, M. H. J., 2001, “Recent Mathematical Models For Turbulent Flow In Saturated Rigid Porous Media”, Journal of Fluids Engineering, vol. 123, n.4, 2001.
- Kuznetsov, A. V., 1996, “Analytical Investigation of the Fluid Flow in the Interface Region between a Porous Medium and a Clear Fluid in Channels Partially with a Porous Medium”. Applied Scientific Research, vol.56, pp.53-56.

- Kuznetsov, A. V., 1997, "Influence of the Stress Jump Condition at the Porous-Medium/Clear-Fluid Interface on a Flow at a Porous Wall". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol.24, pp.401-410.
- Kuznetsov, A. V., 1999, "Fluid Mechanics and Transfer in the Interface Region between a Porous Medium and a Fluid Layer: A Boundary Layer Solution". *Journal of Porous Media*, vol.2(3), pp.309-321.
- Ocho-Tapia, J. A., Whitaker, S., 1995a, "Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I". Theoretical development, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38, pp. 2635-2646.
- Ochoa-Tapia, J. A., Whitaker, S., 1995b, "Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-II". Comparison with experiment, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 38, pp.2647-2655.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.
- Rocamora Jr., F. D., de Lemos, M. J. S., 2000a, "Prediction of Velocity and Temperature Profiles for Hibrid Porous Medium-Clear Fluid Domains", Proc.of CONEM2000 – National Mechanical Engineering Congress (on CD-ROM), Natal, Rio Grande do Norte, Brazil, August 7-11.
- Rocamora Jr., F. D., de Lemos, M. J. S., 2000b, "Laminar Recirculating Flow And Transfer In Hybrid Porous Médium-Clear Fluid Computational Domains", Proc. of 34th ASME-National Heat Transfer Conference (on CD-ROM), ASME-HTD-1463CD, Paper NHT2000-12317, ISBN:0-7918-1997-3, Pittsburgh, Pennsylvania, August 20-22.
- Silva, R. A., de Lemos, M. J. S., 2001a, "Escoamento Laminar em um Canal Parcialmente Preenchido com Material Poroso" (em CD-ROM) COBEM2001, Uberlândia-MG.
- Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", *Indust. Engng. Chem.*, vol.61, pp.14-28.

LAMINAR FLOW IN A SPATIALLY PERIODIC REGION IN A CHANNEL WITH POROUS OBSTRUCTION

Luzia A. Tofaneli

Marcelo J.S. De-Lemos

Departamento de Energia-IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica-ITA

12228-900-São José dos Campos-SP-Brazil

E-mail: delemos@mec.ita.br

Abstract. *The analysis of flow in channels containing porous obstacles is of interest in many areas of science and engineering such as hydrology, petroleum reservoirs, chemical reactors, etc. In this work, numerical solutions are presented for the flow field in a parallel plate channel with porous fins. The condition of spatial periodicity along the channel is applied. The equations of movement and mass continuity are integrated over a representative elementary volume and are recast into a single group of equations. This single set of equations is valid for the entire computational domain. These mathematical expressions are discretized by means of the control volume method and the resulting algebraic system is relaxed with the SIMPLE method. The stress jump condition at the interface is considered. Results are presented for the velocity field as a function of Reynolds number and the jump condition at the interface.*

Keywords: *Channel Flow, Porous Media, Numerical Solution*