



CONVECÇÃO NATURAL EM REGIME LAMINAR EM CAVIDADE CONTENDO MATERIAL POROSO

Viviani Tagliari Magro

Marcelo J.S. De-Lemos

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico da aeronautica – ITA

12228-900 – São José dos Campos - SP - Brasil

E-mail: *delemos@mec.ita.br*

Resumo. Neste trabalho são obtidas soluções numéricas para o escoamento em uma cavidade aquecida parcialmente bloqueada por uma camada porosa. As equações microscópicas do escoamento são integradas em um volume elementar representativo afim de se obter equações macroscópicas válidas também no domínio poroso. Um único conjunto de equações é então discretizado e a solução do sistema de equações algébricas obtida segue o método SIMPLE. Na interface entre o meio limpo e o meio poroso o salto na tensão de cisalhamento do líquido é considerado. São apresentados resultados para o campo de velocidade e temperatura em função do número de Rayleigh e das propriedades do material poroso.

Palavras-chave: convecção natural, cavidade quadrada, métodos numéricos.

1. INTRODUÇÃO

Meios porosos têm sido extensivamente estudados ultimamente, principalmente devido a sua grande aplicação tanto na indústria como na ciência. Estudos de contaminação de solo, combustão em matrizes porosas, recuperação de poços de petróleo e filtragem são apenas alguns exemplos de aplicação desta área.

Recentes trabalhos encontrados na literatura podem ser classificados basicamente em dois tipos: a) tratamento microscópico onde o meio poroso é modelado como um arranjo infinito de células unitárias e as equações do escoamento são resolvidos para uma célula, com condições de contorno periódicas, visando a obtenção de parâmetros integrais do escoamento, e b) tratamento macroscópico onde as propriedades de interesse são obtidas através da integração das mesmas num volume elementar representativo (*REV*), fornecendo, assim, as equações do escoamento para as variáveis médias superficiais. Exemplos do primeiro tipo podem ser encontrados em Kuwahara *et al.* (1998), Rocamora e de Lemos (1998), etc., enquanto que do segundo tipo podemos mencionar Pedras e de Lemos (1998), Anthohe e Lage (1997), dentre outros.

Neste trabalho o tratamento macroscópico é utilizado na obtenção de soluções numéricas em regime permanente para um domínio híbrido, *i.e.*, meio poroso-meio limpo, para escoamentos laminares em cavidade quadrada e entre placas planas preenchidas parcialmente com um meio poroso homogêneo. Alguns trabalhos são encontrados na literatura que tratam do problema da interface entre um meio poroso e um meio limpo, como Vafai e Tien (1981) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), entre outros. O modelo utilizado para o tratamento da interface segue o proposto por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) sem considerar ‘saltos’ na tensão na interface meio limpo-meio poroso. Na equação da energia é considerada a condição de equilíbrio térmico entre o fluido e a matriz porosa.

O problema considerado é mostrado esquematicamente na Figura 1, e é referente ao escoamento bidimensional de um fluido em uma cavidade quadrada de altura H e largura L , parcialmente preenchida com material poroso. O caso de cavidade vertical (Figura 1a) considera temperaturas constantes nas faces esquerdas, T_H , e direita, T_C , sendo $T_H > T_C$. Para cavidades horizontais (Figura 1b), as temperaturas T_H e T_C são aplicadas às faces abaixo e acima, respectivamente. As outras duas paredes, em ambos os casos, são isoladas.

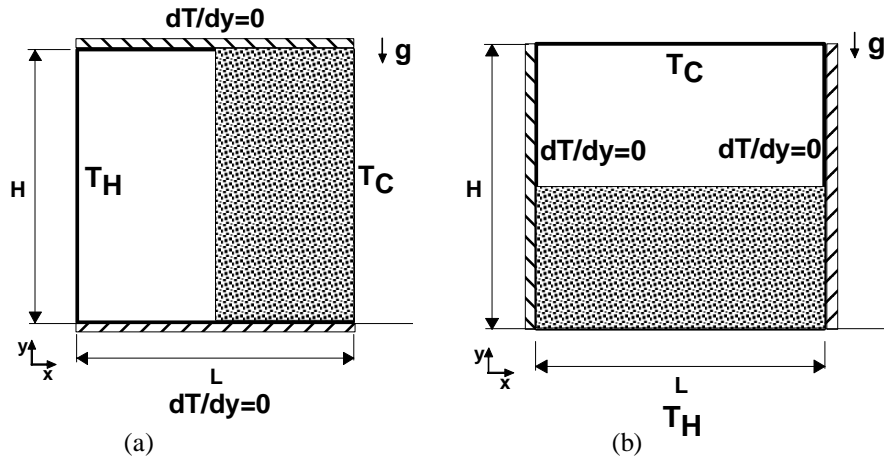


Figura 1- Cavidades parcialmente preenchidas com material poroso: a) cavidade vertical, b) cavidade horizontal.

A condição de não deslizamento é aplicada para a velocidade em todas as quatro paredes da cavidade. O escoamento resultante da diferença de temperatura imposta é dependente do número de Rayleigh definido como $Ra = \frac{g\beta^* L^3 \Delta T}{\nu\alpha}$, onde g é a gravidade, β^* é o coeficiente de expansão volumétrica do fluido, ν é a viscosidade cinemática, α a difusividade térmica e $\Delta T = T_H - T_C$.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1. Equações de Transporte e Constitutivas

A média intrínseca de uma propriedade do fluido ϕ num volume elementar representativo (REV) do meio poroso é definida como:

$$\langle \phi \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \phi dV \quad (1)$$

Assim, a média superficial de ϕ no “REV” é dada por :

$$\langle \phi \rangle^v = \frac{1}{V} \int_{V_f} \phi dV = \phi \langle \phi \rangle^f \quad (2)$$

onde $\phi = V_f / V$, V é o volume do “REV” e V_f é o volume do fluido contido em V (meio poroso homogêneo saturado).

As equações de transporte para meios porosos, em termos da velocidade média superficial (velocidade de Darcy ou *seepage velocity*), \vec{u}_D , em regime permanente, podem ser escritas como :

a) Equação da Continuidade

$$\text{div}(\rho \vec{u}_D) = 0 \quad (3)$$

b) Equações de Momentum

$$\text{div}\left(\rho \frac{\vec{u}_D U_{D_i}}{\phi} - \vec{t}_i\right) = s_{u_i} \quad (4)$$

c) Equação da Energia

$$\text{div}\left(\rho \vec{u}_D T - \frac{k_{eff}}{c_{pf}} \text{grad}(T)\right) = s_T \quad (5)$$

Nas equações acima U_{D_i} é o componente da velocidade média superficial na direção i , ϕ é a porosidade do meio, s_{u_i} representa todos os termos fonte na direção i para a equação de momentum, incluindo o gradiente de pressão e os termos de Darcy-Forchheimer, T é a temperatura média superficial, c_{pf} é o calor específico do fluido, k_{eff} é a condutividade térmica efetiva do fluido e da matriz porosa e s_T representa os termos fonte para a equação da energia. O termo \vec{t}_i é expresso por :

$$\vec{t}_i = \tau_{ij} \vec{t}_j \quad (6)$$

e τ_{ij} e s_{u_i} são dados por :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_{D_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{D_j}}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$$s_{u_i} = - \left(\frac{\partial \phi P^f}{\partial x_i} + \frac{\phi \mu}{K} U_{D_i} + \frac{\phi \rho c_F |\vec{u}_D|}{\sqrt{K}} U_{D_i} \right) + \rho g_i \phi \quad (8)$$

onde K é a permeabilidade do meio, c_F é o coeficiente de Forchheimer (*form-drag coefficient*) e P^f é a pressão média intrínseca do fluido num meio poroso saturado.

Na Eq. (5) o fluido e a matriz porosa são considerados em equilíbrio térmico. Para os casos considerados, a condutividade efetiva, k_{eff} , é calculada como :

$$k_{eff} = k_f \phi + k_s (1 - \phi) \quad (9)$$

onde k_f e k_s são as condutividades térmicas do fluido e da matriz porosa (sólido), respectivamente.

Vale notar que para o meio limpo, i.e., sem matriz porosa, as equações do escoamento são as mesmas com $\phi=1$ e $K \rightarrow \infty$ (apenas removendo os termos de Darcy-Forchheimer da Eq. (8) e fazendo $\vec{u}_D = \vec{u}$, onde \vec{u} é a velocidade do fluido no meio limpo).

O tratamento da interface entre o meio poroso e o meio limpo (fluido) merece um pouco mais de atenção. A condição de continuidade da velocidade média superficial e da pressão média intrínseca na interface, *i.e.*, $\vec{u}_{fluido} = \vec{u}_{D, meio\ poroso}$, $P^f_{fluido} = P^f_{meio\ poroso}$, requerem um tratamento diferenciado para as faces dos volumes de controle que fazem parte da interface.

A componente tangencial da condição de ‘salto’ na interface dada por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) pode ser expressa como :

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio\ poroso} - \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio\ lim\ po} = -\frac{\beta}{\sqrt{K}} U_{D//, meio\ poroso} \quad (10)$$

onde $U_{D//}$ representa a componente da velocidade média superficial paralela à interface, n é a coordenada normal à interface indo do meio poroso para o meio limpo e β é uma constante que define a intensidade do ‘salto de tensão’ na interface. Para os casos tratados neste trabalho o parâmetro β foi considerado nulo, *i.e.*, $\beta=0$, de modo que na interface temos as seguintes relações para a velocidade média superficial :

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio\ poroso} - \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio\ lim\ po} = 0 \quad (11)$$

$$\vec{u}_{D, meio\ poroso} = \vec{u}_{D, meio\ lim\ po} \quad (12)$$

A outra condição que deve ser observada é a da continuidade da pressão intrínseca do fluido na interface, expressa por :

$$P^f_{meio\ poroso} = P^f_{meio\ lim\ po} \quad (13)$$

Para a equação da energia, Eq.(5), não há necessidade de nenhuma condição especial na interface, uma vez que, para a hipótese de equilíbrio térmico, a continuidade da temperatura e do fluxo de calor são automaticamente satisfeitas na interface.

2.2. Método Numérico

O método numérico utilizado na resolução das equações acima é baseado na técnica de Volumes Finitos e no procedimento *SIMPLE* de Patankar (1980) para escoamentos incompressíveis. A interface é posicionada de modo a coincidir com a fronteira entre dois volumes de controle, gerando apenas volumes de controle do tipo ‘poroso’ ou ‘limpo’. As equações do escoamento são então resolvidas nas regiões porosa e limpa, respeitando as condições (11)-(13) na interface.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados para o campo de velocidades e temperaturas nas geometrias da Figura 1.

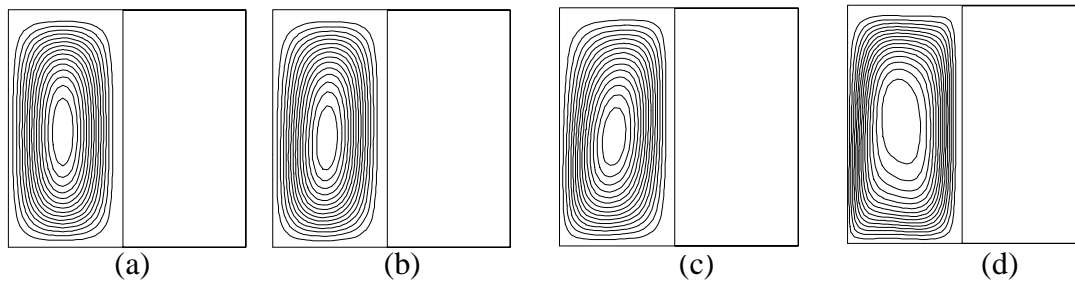


Figura 2 - Efeito do número de Ra nas linhas de corrente, $\beta = 0.$, $\phi = 0,5$, $K = 3,472 \times 10^{-5} \text{m}^2$;

a) $Ra = 10^3$, b) $Ra = 10^4$, c) $Ra = 10^5$, d) $Ra = 10^6$

A Figura 2- mostra o efeito do número de Ra no campo hidrodinâmico para ambas as regiões limpa e porosa. A Figura claramente indica o aumento de intensidade de recirculação no meio limpo com o aumento de Ra. É também verificado a ausência de escoamento intenso na região porosa, conforme esperado.

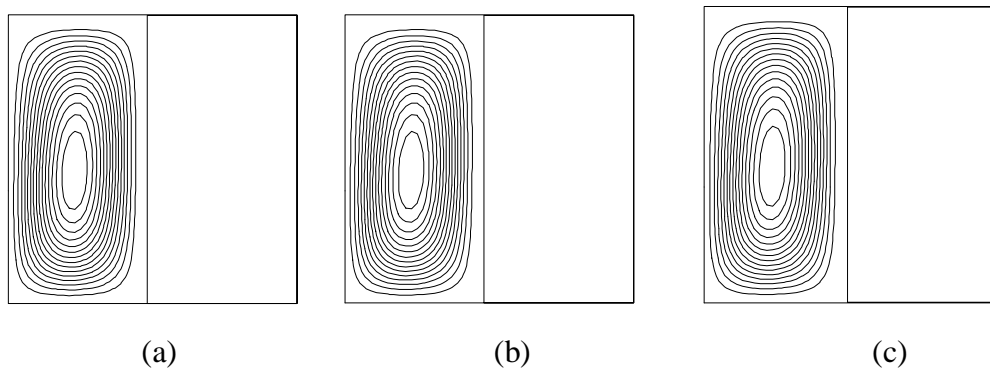


Figura 3- Efeito de condição de salto nas linhas de corrente, $Ra = 10^4$, $\phi = 0,5$, $K = 3,472 \times 10^{-5} \text{m}^2$; a) $\beta = -0,5$, b) $\beta = 0$, c) $\beta = 0,5$

A Figura 3, mostra o efeito do tratamento de condição de interface representada pelo termo à direita da equação (10). Este termo representa o salto na tensão cisalhante entre o meio limpo e poroso e é modelado como que proporcional ao coeficiente β . Nota-se que, para diferentes valores de β , não é observado uma modificação apreciável no campo hidrodinâmico.

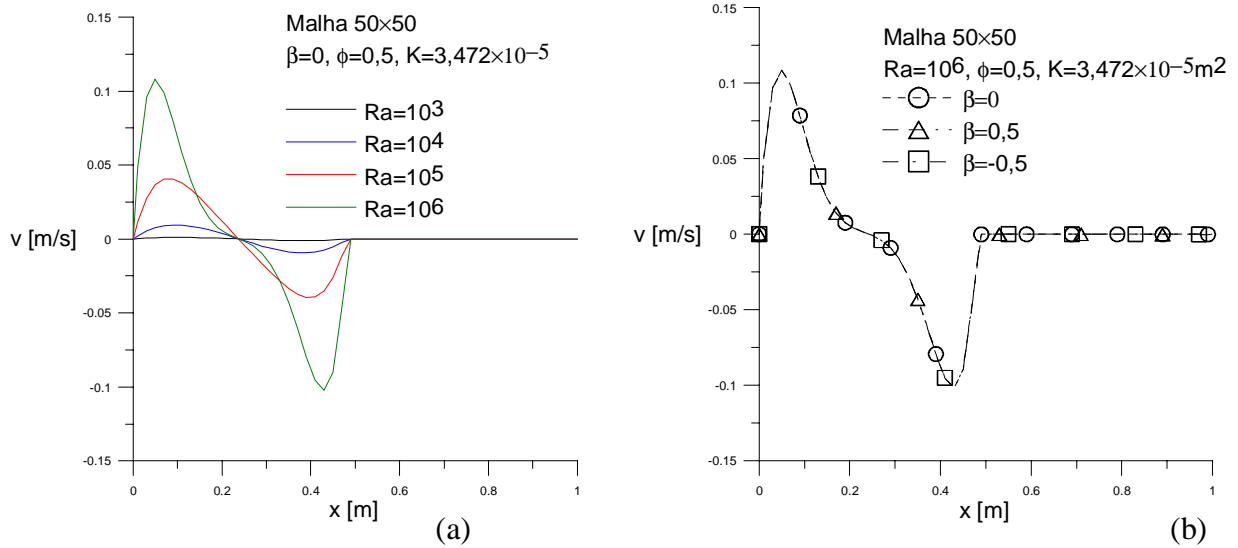


Figura 4- Efeito de Ra e β no campo de velocidade vertical; a) $\beta=0$; b) $Ra=10^6$

A Figura 4(a) apresenta de uma forma mais explícita o incremento da intensidade da circulação à medida que o valor de Ra aumenta. Os resultados desta Figura são correspondentes aos das Figuras 2(a) a 2(d). De forma similar, a Figura 4(b) também indica a pouca sensibilidade da circulação do fluido em função do parâmetro β .

A Figura 5 mostra os campos de temperatura correspondentes aos casos mostrados nas Figuras 2(a) a 2(d). A Figura mostra que para uma baixa intensidade de recirculação (baixo Ra) a distribuição de temperaturas através de cavidade é similar àquela obtida num processo de condução pura. À medida que o Ra aumenta, a intensidade de recirculação do fluido distorce o campo térmico na região limpa. Para $Ra=10^6$ nota-se, como esperado, a estratificação das temperaturas na região sem a matriz porosa. O efeito de condição de salto no campo de temperaturas é mostrado na Figura 6. Coerentemente com os resultados das Figuras 3(a) a 3(c), o campo de temperaturas apresenta pouca sensibilidade com a variação do parâmetro β .

Para o caso de cavidades horizontais, esquematicamente mostrado na Figura 1b, o campo de temperaturas em função do parâmetro β é apresentado na Figura 7. Na região porosa o mecanismo de condução de calor é dominante, fazendo com que as isolinhas horizontais apresentem pouca distorção em relação a solução de condução pura. No domínio limpo, localizado na parte superior da cavidade, é observada uma corrente ascendente na região central, similar àquela existente na situação de cavidade totalmente limpa, isto é, sem região porosa. A Figura também indica neste caso a pouca sensibilidade dos resultados em função do parâmetro β .

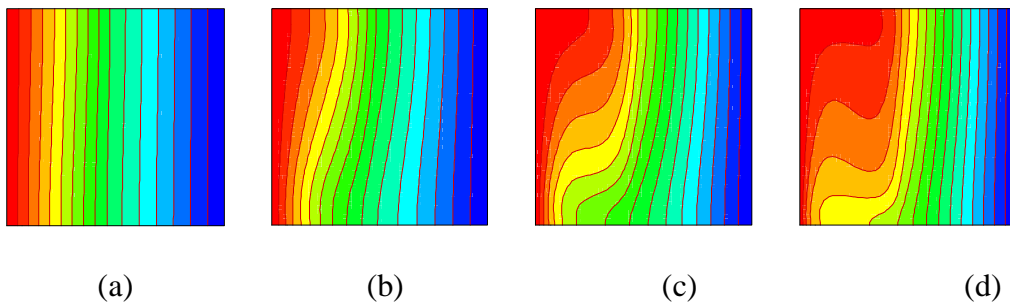


Figura 5- Efeito do número de Ra no campo de temperatura, $\beta=0$; a) $Ra=10^3$, b) $Ra=10^4$, c) $Ra=10^5$, d) $Ra=10^6$

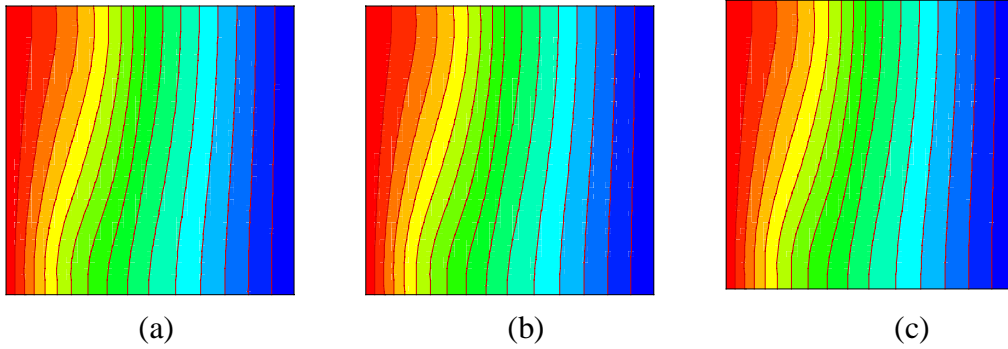


Figura 6- Efeito de condição de salto no campo de temperaturas, $Ra=10^4$; a) $\beta=-0,5$, b) $\beta=0$, c) $\beta=0,5$.

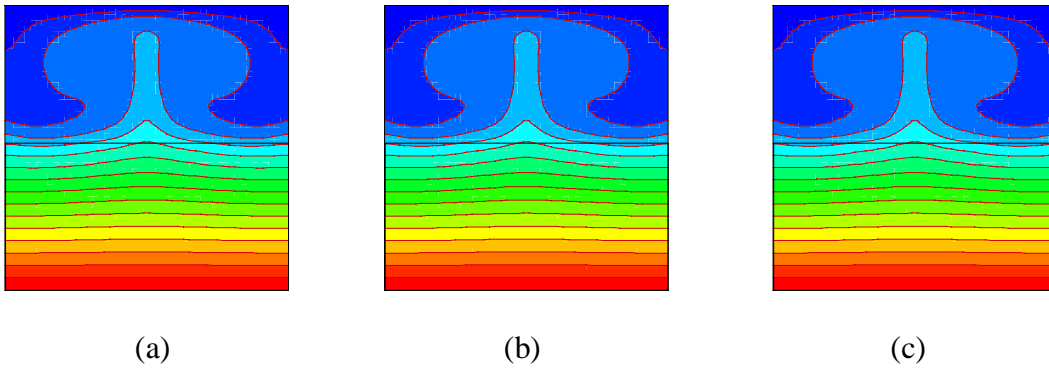


Figura7- Efeito de condição de salto no campo de temperaturas em cavidades verticais $Ra=10^6$, $\phi=0.5$, $K=3,472 \times 10^{-5} \text{ m}^2$: a) $\beta=-0,5$, b) $\beta=0$, c) $\beta=0,5$.

Finalmente, a Tabela 1 apresenta valores para o número de Nusselt definido como

$$\overline{Nu} = \frac{1}{H} \int_0^H Nudy \quad (14)$$

onde

$$Nu = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \frac{L}{T_H - T_C} \quad (15)$$

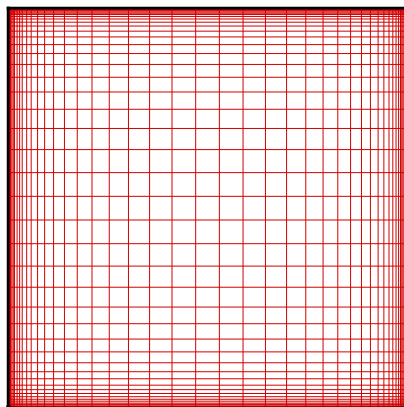
A Tabela mostra resultados para os casos de cavidades parcialmente preenchidas com material poroso e totalmente limpas (Braga e de Lemos (2002)). Os resultados foram obtidos com malhas 50x50 refinada e regular, conforme ilustrado na Figura 8. A pouca sensibilidade dos resultados para o campo de velocidade e temperaturas em função do parâmetro β , visto anteriormente, é aqui também observada nos valores de Nu para as cavidades com material poroso. O aumento de Nu com Ra é também indicado na Tabela.

A Tabela 1 mostra ainda que para baixos valores de Ra, a existência da matriz porosa acarreta num aumento do número de Nusselt. Entretanto, para Ra elevado, a intensidade de corrente convectiva na situação de cavidade totalmente limpa implica em um Nu maior que no caso com material poroso. Estes resultados indicam, em última análise, uma *homogeneização* do número de Nu com a aplicação de uma cavidade porosa na cavidade. Para baixos valores de Ra o número de Nu é incrementado enquanto que, para Ra=10⁶, a atenuação das correntes convectivas, devido à existência de matriz porosa, reduz o valor do número de Nusselt.

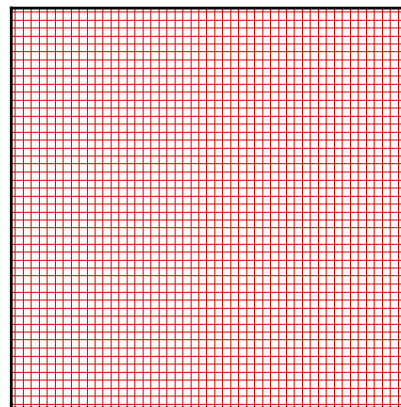
Percebe-se também que o número de Nusselt pouco se altera com o refinamento da malha nas paredes (vide Figura 8), permanecendo a observação quanto à homogeneização de Nu para as duas malhas utilizadas.

Tabela 1– Número de Nusselt para cavidades verticais.

CAVIDADE VERTICAL PARCIALMENTE PREENCHIDA MALHA 50X50 REGULAR				
$\beta \backslash Ra$	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶
-0,5	1,2079653	1,286399	1,7085473	2,0833779
0,0	1,2079623	1,286290	1,7082272	2,0828133
0,5	1,2079593	1,286184	1,7078864	2,0822652
CAVIDADE VERTICAL TOTALMENTE LIMPA (Braga e de Lemos (2002))				
0,0	1,14	2,279	4,749	9,410
CAVIDADE VERTICAL PARCIALMENTE PREENCHIDA MALHA 50X50 REFINADA NAS PAREDES				
0,0	1,227704	1,3019	1,71106	2,127757



(a)



(b)

Figura 8 – Comparação entre malhas: a) Malha 50x50 refinada nas paredes; b) Malha 50x50 regular

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados resultados numéricos para escoamentos laminares em domínios híbridos com transferência de calor os quais envolvem interface entre a matriz porosa e o meio limpo. O método numérico utilizado possibilita o tratamento do meio poroso e do meio limpo em um único domínio de cálculo, respeitadas as condições de contorno na interface. Vários parâmetros de interesse foram analisados e os resultados apresentados mostraram-se bastante coerentes com o esperado. Observou-se uma homogeneização do número de Nu com a variação de Ra devido à existência da matriz porosa. O uso de malhas computacionais refinadas próximas às paredes também resultou na mesma observação quanto ao comportamento de Nu.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos à CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho. VTM. agradece a F.D. Rocamora Jr. e E.J. Braga pelas sugestões.

6. REFERÊNCIAS

- Antohe, B. V. ;Lage, J. L., 1997, “A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3013-3024.
- Braga, E. J., de Lemos, M. J. S., 2002, “Free Convection in square and rectangular cavities heated from below or on the left”, submetido ao CONEM02- Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa, PB, 19 a 13 de agosto.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., e Nakayama, A., 1998, “Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array”, *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.
- Ochoa-Tapia, J. A.; Whitaker, S., 1995, “Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I. Theoretical development.”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 38, pp. 2635-2646.
- Patankar, S.V., 1980, NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW, Mc-Graw Hill.
- Pedras, M.H.J.; de Lemos, M.J.S., 1998, “Resultados da Modelagem da Turbulência Macroscópica em Meios Porosos”, *ENCIT98- Proc. of 7th Braz. Cong. Eng. Th. Sci.*, vol. 2, pp. 1272-1277, Rio de Janeiro, RJ, Nov. 3-6.
- Rocamora, F. D. Jr., de Lemos, M. J. S., 1998, “Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media using a Spatially Periodic Array and the $K-\epsilon$ Model”, *ENCIT-98 - Proc. of 7th Braz. Cong. Eng. Th. Sci.*, vol. 2, pp. 1265-1271.
- Vafai, K., Tien, C. L., 1981, “Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203.

LAMINAR NATURAL CONVECTION IN A CAVITY PARTIALLY FILLED WITH POROUS MATERIAL

Viviani Tagliari Magro

Marcelo J. S. De-Lemos

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico da aeronautica – ITA

12228-900 – São José dos Campos - SP - Brasil

E-mail: delemos@mec.ita.br

Abstract. *This work presents numerical solutions for the flow in a heated channel partially blocked by a porous fin. The microscopic governing equations of the flow are integrated over a representative elementary volume in order to obtain a macroscopic model also valid within the porous domain. A single set of equations is then discretized and the solution of the resulting algebraic equation system follows the SIMPLE method. In the interface between the clear fluid and the porous material, the jump in the shear stress is considered according to existing proposals in the literature. Results are presented for the flow and temperature fields as a function of the Rayleigh number and properties of the porous material.*

Keywords. *Natural Convection, Cavity Flow, Numerical Methods*