



ANÁLISE DO COLAPSO DE ANÉIS SOB PRESSURIZAÇÃO EXTERNA

João B. de Aguiar

Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, jbaguiar@usp.br

Miguel Jaime S. Rodriguez

Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, mjaimes@usp.br

***Resumo.** Este trabalho estuda a determinação das pressões de instabilidade, juntamente com seus correspondentes modos, para anéis com diferentes relações diâmetro/espessura, submetidos a uma série gradual de pressões externas. Pressões de colapso também são determinadas. Estabilidade estrutural é computada utilizando um procedimento analítico e outro numérico. Neste último caso, uma formulação variacional, com discretização por elementos finitos é implementada. O modelo constitutivo do material pressupõe comportamento elastoplástico, com pequenas deformações. A análise não linear envolve a aplicação de pressurização externa aos anéis, de forma incremental para a obtenção da resposta tomando em conta a falta de circularidade inicial dos mesmos. Os resultados obtidos numericamente são comparados com resultados analíticos e experimentais, obtendo-se boa concordância. Casos específicos envolvendo anéis de paredes finas e grossas são considerados.*

***Palavras-chave:** análise, colapso, anéis e pressurização.*

1. INTRODUÇÃO

A estabilidade das estruturas de aço e de ligas de alta resistência tem sido um problema de grande importância na engenharia moderna, especialmente na construção de pontes, navios, aviões e tubulações. Assim existe uma demanda para aumentar as pesquisas tanto teóricas quanto experimentais visando determinar as condições que regem a estabilidade de certos elementos estruturais tais como vigas, anéis e tubos.

Os primeiros problemas de instabilidade elástica referentes à flambagem lateral de membros comprimidos, foram resolvidos por Euler, Timoshenko (1955), quando os principais materiais estruturais eram madeira e pedra; somente quando se iniciou a construção extensiva de pontes ferroviárias, a solução teórica de Euler, desenvolvida para barras esbeltas, tornou a estabilidade elástica uma questão de primeira importância, Jones (1989).

A análise geral do comportamento de anéis e tubos metálicos sob pressurização externa nos conduz à determinação dos diferentes modos de colapso, Abramowics et al (1991), tanto elásticos quanto elasto-plásticos de anéis perfeitos, a partir das quais a solução em função das imperfeições é desenvolvida. A solução, dado o caráter não linear do problema, é numérica, Crisfield (1991). Aqui é utilizada uma discretização por elementos finitos (Bathe, 1988; Hughes, 1987 e Zienkiewicz, 1977), fazendo uso do processador do programa ABAQUS, Hibbit et al (1994). Esta modelagem é então comparada aos resultados teóricos obtidos com uso de soluções analíticas (Gurtin, 1981 e Coimbra, 1978), utilizando a teoria da estabilidade elástica além de alguns resultados provenientes de programas experimentais de medida, Kyriakides (1986).

2. COLAPSO DE ANÉIS CIRCULARES

2.1 Flambagem de Anéis sob Pressurização Externa

O comportamento de um anel circular de raio médio R , espessura constante t , e comprimento unitário, na configuração inicial indeformada, sob o qual uma pressurização externa p é incrementalmente aumentada, pode ser analisado a partir da equação diferencial de equilíbrio, Jones (1989) :

$$D^2 w + w = -\frac{R^2}{EI} m; \quad D^n(\cdot) = \frac{d^n}{d\mathbf{q}^n}(\cdot), \quad n = 1, 2, \dots; \quad E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (1)$$

tendo o campo de deslocamentos $\mathbf{d}^t = [u, v, w]$, componentes u axiais, v circunferenciais e w radiais na configuração instantânea n . As componentes axiais são supostas nulas dado o caráter bidimensional do problema. Os momentos fletores por unidade de comprimento na direção circunferencial, Fig.(1) são designados como m , sendo E o módulo elástico do material e ν o seu coeficiente de Poisson.

Considerada a simetria do problema, podemos escrever deslocamentos e esforços internos em termos dos valores destas variáveis na seção A. Aí a normal interna vale n_0 enquanto que o momento fletor vale m_0 . O deslocamento radial, relativo à condição indeformada iguala w_0 . A expressão para determinação dos momentos fletores em uma posição angular qualquer, C por exemplo na condição deformada, pode ser escrita como :

$$m = m_0 + n_0 AF - \frac{1}{2} p AC \quad (2)$$

sendo que os lados do triângulo ACO, Fig. (1), podem ser relacionados por :

$$OC^2 = AC^2 + AO^2 - 2AO AC \cos \beta; \quad AF = AC \cos \beta \quad (3)$$

onde :

$$AC^2 - 2AOAF = OC^2 - AO^2 \quad (4)$$

resulta igual a :

$$\frac{1}{2} AC^2 - AO AF = (R - w)^2 - (R - w_0)^2 \quad (5)$$

ou, em substituindo na Eq. (1) :

$$D^2 w + w \left[1 + \frac{pR^3}{EI} \right] - \frac{pR^2}{2EI} w^2 = -\frac{R^2}{EI} \left[m_0 + Rpw_0 + \frac{1}{2} pw_0^2 \right] \quad (6)$$

que é uma equação diferencial não linear, válida para materiais elásticos. Linearizada esta equação pode ser resolvida analiticamente. Assim :

$$D^2w + k^2w \cong \frac{pR^3w_0 - m_0R^2}{EI}; \quad k^2 = 1 + \frac{pR^3}{EI} \quad (7)$$

cuja forma geral de solução é :

$$w = A \sin k\theta + B \cos k\theta + \frac{pR^3w_0 - m_0R^2}{EI + pR^3} \quad (8)$$

sendo que as constantes podem ser determinadas a partir das condições de simetria em A e em D :

$$\theta = 0 \quad \wedge \quad \theta = \frac{\pi}{2}; \quad Dw = 0 \quad (9)$$

resultando :

$$A = 0; \quad \sin k \frac{\pi}{2} = 0; \quad \forall B \quad (10)$$

o que determina os valores característicos :

$$k \frac{\pi}{2} = n\pi; \quad k = 2n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (11)$$

com valor mínimo de pressão :

$$p_b = \frac{3E'I}{R^3}; \quad I = \frac{t^3}{12} \quad (12)$$

que é a pressão correspondente ao primeiro modo de flambagem do anel. Correspondente a esta forma flambada, deslocamentos radiais podem ser escritos a partir da Eq. (8) :

$$w = \left[\frac{m_0R^2}{4E'I} + \frac{w_0}{4} \right] \cos 2\theta + \left[-\frac{m_0R^2}{4E'I} + \frac{3w_0}{4} \right] \quad (13)$$

que é um resultado clássico Abramowicz et al (1991). Evidentemente tanto o deslocamento na seção de referência quanto o momento fletor aí, necessitam ser conhecidos para que se possa computar o campo de deslocamentos.

As componentes circunferenciais de deslocamento v , podem ser determinadas a partir das deformações que ocorrem nessa direção :

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{R_t} (Dv - w); \quad \varepsilon_\theta = \frac{n}{EA} \quad (14)$$

onde desconsideramos as componentes de cisalhamento. Em particular, para os casos em que a condição de inextensibilidade é válida, resulta :

$$Dv = w; \quad v = \frac{1}{8} \left[\frac{m_0 R^2}{EI} + \frac{w_0}{4} \right] \sin 2\mathbf{q} + \left[\frac{3}{4} w_0 - \frac{m_0 R^2}{4EI} \right] \mathbf{q} \quad (15)$$

a qual permite, a partir das condições de simetria em $\theta = 0$ e $\theta = \pi/2$, calcular o momento m_0 como função dos deslocamentos na origem :

$$m_0 = p_b w_0 R \quad (16)$$

que mostra serem harmônicos ambos campos v e w .

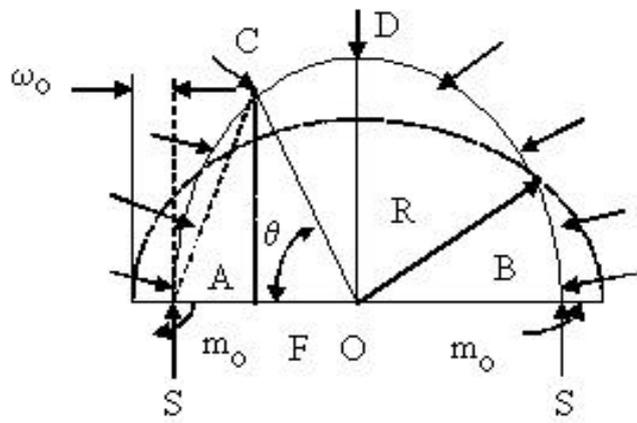


Figura 1. Configurações inicial e deformada do anel

2.2 Comportamento de Anéis Imperfeitos

O comportamento de anéis sob pressurização externa depende grandemente dos vários tipos de imperfeições existentes. A imperfeição mais comum nestes elementos se refere a uma falta de circularidade, identificada por um grau de elipticidade objeto de medida nos mesmos. O desvio de forma inicial, neste caso, será descrito por :

$$w_i = W_i \cos 2\mathbf{q} \quad (17)$$

de forma que os momentos fletores em uma seção qualquer como no caso acima serão :

$$m = pR(w + w_i) \quad (18)$$

e portanto, equilíbrio será medido pela equação :

$$D^2 w + w \left[1 + \frac{pR^3}{E\mathbf{q}} \right] = - \frac{pR^3}{E\mathbf{q}} w_i \quad (19)$$

cuja solução é :

$$w = p \frac{W_i}{p_b - p} \cos 2\mathbf{q} \quad (20)$$

à qual correspondem momentos fletores máximos iguais a :

$$m_M = pR \frac{W_i}{1 - \frac{p}{p_b}} \quad (21)$$

com valores máximos de tensão :

$$\mathbf{s}_M = \frac{pR}{t} + \frac{6pR}{t^2} \frac{W_i}{1 - \frac{p}{p_b}} \quad (22)$$

que, no máximo, pode igualar a resistência ao escoamento S_y , para materiais elasto-perfeitamente-plásticos. A esta condição corresponde uma pressão de escoamento p_y tal que :

$$p_y^2 - \left[\frac{S_y}{a} + (1 + 6ao)p_b \right] p_y + \frac{S_y}{a} p_b = 0; \quad a = \frac{R}{t}; \quad o = \frac{W_i}{R} \quad (23)$$

que nos permite estabelecer a pressão de transição em função da razão de aspecto a e da falta de circularidade inicial .

3 . SOLUÇÃO NUMÉRICA

3.1 Princípio dos Trabalhos Virtuais

Supondo que as diferentes configurações do anel durante o processo de colapso possam ser descritas pelo movimento $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$ ocorrendo no intervalo $t \in [0, \infty)$, com o equilíbrio verificado em configurações discretas $[1, 2, \dots, n, n+1, \dots)$, podemos dizer que :

$$G_i = 0; \quad G_i + \Delta G = 0 \quad (24)$$

medindo G o equilíbrio entre a razão de trabalho virtual interno e externo,

$$G = \int_{V_i} \dot{\mathbf{o}} \mathbf{s} : \mathbf{dL} dV - \int_{S_i} \dot{\mathbf{o}} (-\mathbf{p}\mathbf{n}) \times \mathbf{d}\mathbf{v} dS; \quad \mathbf{L} = \text{grad } \mathbf{v} \quad (25)$$

de forma que :

$$\mathbf{D}G = \mathbf{D}I - \mathbf{D}E; \quad \mathbf{D}G = 0$$

$$\mathbf{D}I = \int_{V_i} \dot{\mathbf{o}} \text{tr} \left[\frac{\mathbf{1} d\mathbf{v}}{\mathbf{1} \mathbf{x}} (\mathbf{D}\mathbf{s} - \mathbf{D}\mathbf{F}\mathbf{F}^{-1} + \mathbf{s} \frac{\mathbf{D}J}{J}) \right] dV; \quad \mathbf{D}E = \int_{S_i} \mathbf{D}\dot{\mathbf{o}} (-\mathbf{p}\mathbf{n}) \times \mathbf{d}\mathbf{v} dS \quad (26)$$

correspondendo tr ao traço do tensor. Considerando as propriedades do gradiente de deformações :

$$\mathbf{F} = \text{grad } \mathbf{x}; \quad \mathbf{D}\mathbf{F}\mathbf{F}^{-1} = \frac{\mathbf{1}(\mathbf{D}\mathbf{d})}{\mathbf{1}\mathbf{X}} \frac{\mathbf{1}\mathbf{X}}{\mathbf{1}\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{1}(\mathbf{D}\mathbf{d})}{\mathbf{1}\mathbf{x}} = \mathbf{D}\mathbf{I}; \quad \det \mathbf{F} = J; \quad \frac{\mathbf{1}\mathbf{J}}{\mathbf{1}\mathbf{F}} = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-T}; \quad \frac{\mathbf{D}\mathbf{J}}{J} = \mathbf{F}^{-T} : \mathbf{D}\mathbf{F} \quad (27)$$

podemos rescrever a expressão do princípio dos trabalhos virtuais como :

$$\mathbf{D}\mathbf{I} = \mathbf{D}\mathbf{E}; \quad \mathbf{D}\mathbf{I} = \int_{V_t} \dot{\mathbf{0}}\mathbf{d}\mathbf{L} : (\mathbf{D}\mathbf{s} - \mathbf{s}\mathbf{D}\mathbf{I}^T + \mathbf{s}\text{tr}\mathbf{D}\mathbf{I})dV; \quad \mathbf{D}\mathbf{E} = \int_{S_t} \dot{\mathbf{0}}\mathbf{d}\mathbf{v} \times (-\mathbf{p}\mathbf{n})dA \quad (28)$$

resultado que pode ser discretizado por elementos finitos para produzir :

$$\mathbf{K}^m \mathbf{D}\mathbf{d}^N = \mathbf{D}\mathbf{F}_e; \quad \mathbf{K}^m = \int_{V_t} \dot{\mathbf{0}}\mathbf{B}_L^T (\mathbf{C} - \mathbf{S} + \mathbf{G})\mathbf{B}_L dV; \quad \mathbf{D}\mathbf{F}_e = \int_{S_t} \dot{\mathbf{0}}\mathbf{N}^T \mathbf{D}(-\mathbf{p}\mathbf{n})dA \quad (29)$$

sendo \mathbf{B}_L a matriz de interpolação do gradiente velocidades, e \mathbf{N} a matriz de interpolação do campo de velocidades. As matrizes \mathbf{S} e \mathbf{G} indicam as fatorizações do segundo e terceiro termo na expressão do trabalho virtual interno, enquanto a matriz \mathbf{C} contém a parte constitutiva. A matriz \mathbf{K}^m representa a matriz de rigidez da estrutura, sendo composta de uma parte não linear, geométrica, e de outra parte envolvendo não linearidades materiais.

3.2 Matriz Constitutiva

No caso de comportamento elástico-plástico, a relação constitutiva do material, escrita em forma incremental, depende da consideração adequada das rotações e portanto do uso de medidas corrotacionais. Incrementos na parte elástica, $f < 0$ podem ser computados a partir de :

$$\mathbf{s}^{\bar{N}} = \mathbf{C}_e : \mathbf{D}^e; \quad \mathbf{C}_e = 2\mathbf{m}\mathbf{J} + \mathbf{l}\mathbf{I}; \quad \mathbf{m} = \frac{E}{2(1+\mathbf{n})}; \quad \mathbf{l} = \frac{E\mathbf{n}}{(1+\mathbf{n})(1-2\mathbf{n})} \quad \mathbf{D}^e = \mathbf{D} - \mathbf{D}^p; \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (30)$$

sendo \mathbf{C}_e o tensor elástico e \mathbf{J} e \mathbf{I} , tensores unitários de quarta e segunda ordem, respectivamente, \mathbf{D} a razão de extensão. Os incrementos na parte elasto-plástica; $f = 0$ derivam de :

$$\mathbf{s}^{\bar{N}} = \mathbf{C}^{ep} : \mathbf{D}; \quad \mathbf{s}^{\bar{N}} = \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{s}; \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (31)$$

onde

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C}^e - \frac{\mathbf{C}^e : \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}}}{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} : \mathbf{C}^e : \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} - \frac{\partial f}{\partial S_y} \frac{\partial f}{\partial \bar{\epsilon}^p} \frac{\partial f}{\partial S_y}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} \quad (32)$$

sendo os estados elástico e elástico-plástico delimitados pela função f de Mises

$$f = q - S_y; \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s}' : \mathbf{s}'}; \quad \mathbf{s}' = \mathbf{s} - \frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{s} \mathbf{I}; \quad S_y = S_y(\bar{\epsilon}^p) \quad (33)$$

4. RESULTADOS

4.1 Determinação dos Modos e Pressões de Flambagem

O procedimento apresentado acima permite determinar, de forma numérica, as pressões de instabilidade, de anéis perfeitos. Essas pressões de flambagem podem ser geradas considerando os valores característicos de pressão que tornam a matriz de rigidez da estrutura singular. Associado a essas pressões existem modos característicos, dos quais o principal é o primeiro modo. Na Tab. (1) são apresentados os resultados obtidos para quatro anéis.

Tabela 1. Determinação numérica dos modos de flambagem dos anéis ensaiados.

D/t	Pressão Flamb. Num.(MPa)	Pressão. Flamb. Teo. (MPa)	Erro %
18.66	24.370	27.083	10.01
25.66	23.377	22.610	-3.39
28.65	17.430	16.839	-3.51
34.67	9.1527	8.8305	-3.64

4.2 Determinação das Pressões Numéricas de Colapso

4.2.1 Anéis de Paredes Grossas

Na série de simulações numéricas, a geometria dos anéis foi designada com quatro razões D/t (ver Tab.(2)), e uma única razão comprimento/espessura igual a 10, de maneira a garantir condições de deformações planas. Imperfeições foram modeladas através da falta de circularidade inicial Δ_0 , com quatro diferentes amplitudes (ver Tab.(2)) e distribuição circunferencial harmônica :

$$\Delta = \Delta_0 \cos(2q); \quad R = R_0 + \Delta; \quad \Delta = \frac{D_M - D_m}{D_M + D_m}; \quad D_{M,m} = D_{Max,min} \quad (34)$$

O comportamento dos materiais ensaiados, quatro, foi estabelecido pela designação do módulo elástico E, do coeficiente de Poisson ν , da tensão de escoamento S_y e do expoente de encruamento n, ver Tab. (2), de acordo com a expressão de Ramberg-Osgood :

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma}{S_y} \right)^{n-1} \right] \quad (35)$$

supostos materiais isotrópicos. O carregamento consistiu de pressões prescritas de maneira incremental. Condições de contorno, considerada a simetria do problema, envolvem imposição de deslocamento circunferencial u_θ nulo nas posições zero e noventa graus, com deslocamento radial livre. O deslocamento axial, fixada uma seção de extremidade, também é suposto livre.

Três tipos de elementos foram utilizados na discretização do problema : elementos de viga, que não contém tensões de membrana, elementos de casca e elementos sólidos. A discretização por elementos sólidos envolveu uma malha de 96 elementos C3D8R, Hibbit et al (1994), contínuos com nós intermediários e com integração reduzida, num setor de 90° executada em 3D, com as suas respectivas imperfeições, para os respectivos anéis, conforme especificados em Kyriakides (1986). No caso de elementos de casca usamos malha com dois elementos S8R, Hibbit et al (1994), com nós intermediários e com integração reduzida em 90° executada em 3D.

4.2.2 Anéis de Paredes Finas

No caso de anéis de paredes finas, as pressões são bem menores, e elementos de vigas também podem ser adequados. Os resultados obtidos com o uso dessa alternativa aparecem na Tab.(2) abaixo.

Tabela 2. Resultados numéricos das pressões de colapso dos anéis com diferentes malhas

D/t	Δ_0	σ_0 (MPa)	E(GPa)	N	P_{co} Exp.(MPa)	P_{co} Teo.(MPa)	P_{co} Num.(MPa)	Erro %
18.66	.0008	267	197	13.0	23.63	27.86	25.48	7.82
25.66	.0012	344	191	14.5	17.68	20.50	20.16	1.40
28.65	.0015	346	198	14.0	14.43	15.94	15.92	1.03
34.67	.0005	300	184	12.0	8.97	9.34	8.75	-2.45

Na curva de resposta pressão x deslocamento de um anel, como mostrado na Fig. (2), podemos observar que enquanto a pressão aumenta, partimos inicialmente de uma condição de comportamento elástico, passamos por uma pressão p_y de escoamento, depois por uma pressão de flambagem elasto-plástica p_b^{ep} , e finalmente a pressão de colapso p_{co} .

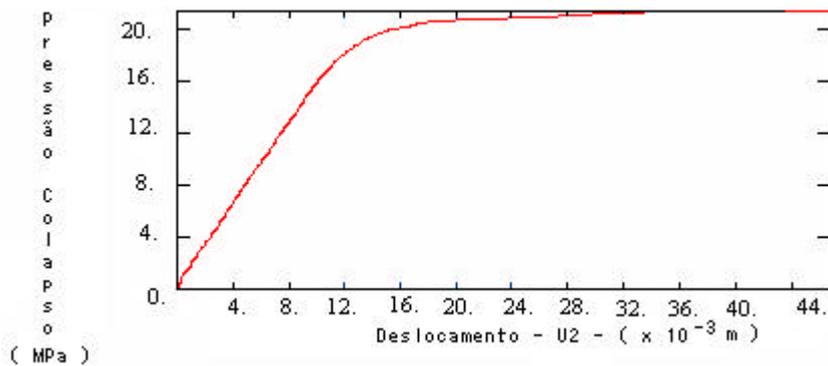


Figura 2 . Resposta Pressão x Deslocamento para o anel elastoplástico com $D/t = 19.23$, $E = 198$ GPa, $S_y \cong \sigma_0 = 297$ MPa, $\Delta_0 = 0.00155$ e $n = 13.6$.

À medida em que diminuimos a relação D/t , o comportamento do elemento de anel muda, passando de um comportamento puramente elástico, para um elasto-plástico com mudança na variável de pressão crítica. A Fig. (3) mostra esse comportamento, para diferentes tipos de materiais, em forma adimensional. Na Fig. (4) é mostrada uma comparação entre resultados preditos numericamente com aqueles medidos em experimentos de colapso desenvolvidos para condições quase estáticas como as aqui assumidas. Verificamos a concordância entre ambos conjuntos de resultados, com os erros obtidos listados na Tab. (2). Finalmente na Fig. (5), as formas indeformada e deformada transversal do anel, como discretizado com elementos de casca, para um setor de 90° são apresentadas, imediatamente antes de atingirmos a condição de colapso seccional.

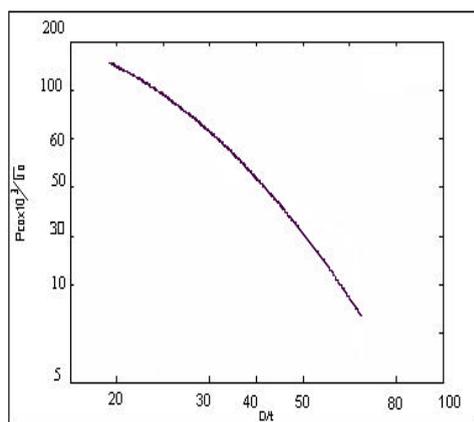


Figura 3 . Relação das pressões de colapso numéricas para diferentes anéis (D/t)

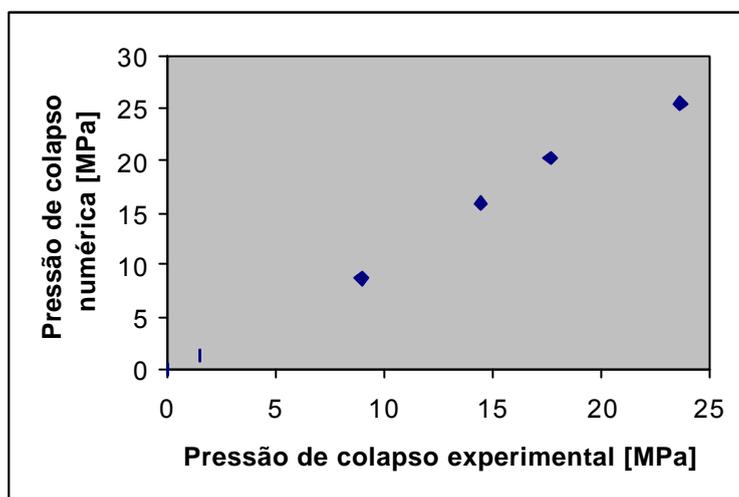


Figura 4. Comparação entre pressões de colapso numéricas e experimentais

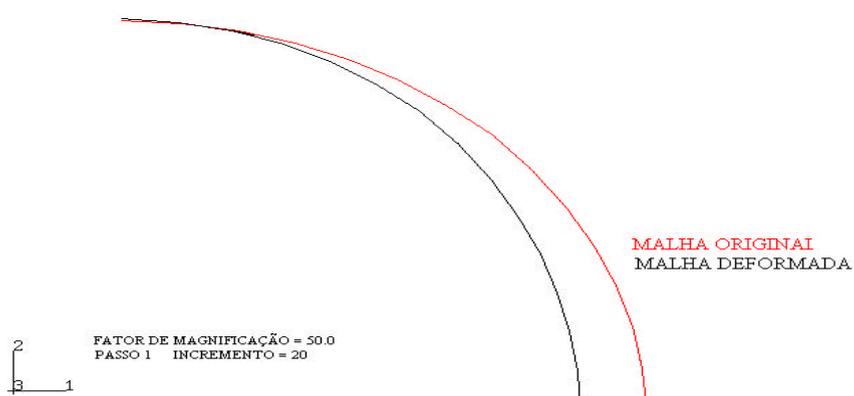


Figura 5. Modo de colapso do anel elasto-plástico com D/t = 18.66

5. Conclusões

A solução analítica apresentada neste trabalho, uma solução clássica, contém bastante restrições e pode, portanto, ser estendida. A solução numérica aqui apresentada mostra, por outra parte, possui uma grande extensão de recursos, incluindo grandes deformações e rotações. Na modelagem constitutiva existe grande espaço para melhorias, uma vez que anisotropia não foi considerada no comportamento elasto-plástico. Tampouco outras formas de irregularidade, como as variações de espessura, outras formas de variação de circularidade, que não a harmônica, foram consideradas. Assim como formas combinadas de carregamento. Esses tópicos podem ser adicionados ao modelo base apresentado.

De outra parte, cabe ressaltar que os resultados obtidos foram bastante bons, como indicado pelas comparações com resultados experimentais, dependendo do tipo de elemento utilizado na implementação.

6. Referências

- Abramowics, W. & Jones, N., "Transition from initial global bending to progressive buckling of tubes loaded statically and dynamically", Int.J.Impact Eng., 19 (5-6) 415-437 (1991).
- Bathe, K.J., Finite Elements Procedures, Ch.6, Prentice Hall, USA, 1988.
- Boresi, A.P., "A Refinement of the Theory of Buckling of rings under uniform pressure" Journal of Applied Mechanics, vol.77, pp. 99-102, 1955.
- Coimbra, A.L., Continuum Mechanics, Ed. Edgard Blucher Ltda., S.Paulo, Brasil, 1978
- Crisfield M.A., "Non-linear Finite Elements Analysis of Solids and Structures", volume 1 : "Essentials", John Wiley & Sons, UK, 1991.
- Gurtin, M.E., An Introduction to Continuum Mechanics, Academic Press Inc, San Diego, USA, 1981.
- Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc., ABAQUS Theory manual. 1994.
- Hughes, T.H.R., The Finite Elements Methods, Prentice Hall, NJ, USA, 1987.
- Jones, N., Structural Impact, Cambridge University Press, UK, 1989.
- Kyriakides S., Yeh M.K., "On the Collapse of Inelastic Thick-Walled Tubes under External Pressure", Journal of Energy Resources Technology, vol.108, pp.35-47, 1986.
- Timoshenko, S., Theory of Elastic Stability, Mc Graw-Hill Book Company Inc. New York, 1955.
- Zienkiewicz, O.C., The Finite Element Method, 3^a Edition, Mc.Graw Hill, UK, 1977

ANALYSIS OF RING COLLAPSE UNDER EXTERNAL PRESSURIZATION

João B. de Aguiar

Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, jbaguiar@usp.br

Miguel Jaime S. Rodriguez

Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, mjaimes@usp.br

***Abstract.** This work looks at the determination of instability pressures as well as elastoplastic collapse pressures, with the corresponding modes, of rings with different diameter/thickness ratios, under incremental external pressure loading. Structural stability is computed by a variational formulation with discretization by finite elements. Material modeling considers elastoplastic behaviour with small deformations. Non Linear analysis produces the response curves considering lack of initial out-of-roundness. Results are compared to experimental measurements. Specific cases involving thin and thick wall rings are considered. In general good agreement is obtained for thick elements.*

Keywords : analysis, collapse, ring, pressure .