



APLICAÇÃO DA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA DE WEIBULL NA FADIGA MECÂNICA

LOPES, J.T. de Barros

Universidade Federal do Pará

Av. Gov. José Malcher, 960, Apto. 403, 66.055-260, Nazaré, Belém- Pará
teofilo@ufpa.br

OLIVEIRA, J. Sandoval B. de

Universidade do Estado do Pará

Rua Tupinambás, 402, 66.033-810, Batista Campos, Belém – Pará
teofilo@ufpa.br

Resumo:

O objetivo do presente trabalho é analisar a vida sob fadiga por flexão rotativa, de corpos de prova de aço ABNT-4140. O interesse de tal estudo prende-se ao fato de ser este um material de larga aplicação industrial.

Empregou-se como tratamento estatístico a distribuição de Weibull a três parâmetros, e para a estimativa desses parâmetros foram empregados o método da máxima verossimilhança e o dos momentos. Os resultados obtidos demonstram que a distribuição de Weibull oferece uma boa descrição para a vida em fadiga de tal material para esse esforço solicitante.

Palavras-chave: *Fadiga, Weibull, Flexão, Verossimilhança, Momentos.*

1. INTRODUÇÃO

Qualquer trabalho que discuta o fenômeno da fratura mecânica deve levar em conta que a resistência oferecida pelo material é uma propriedade da seção transversal mais fraca do corpo sob a ação de um carregamento. Esta regra que se refere à hipótese do elo mais fraco, há muito tem sido exaustivamente discutida por muitos autores (PIERCE, 1926, WEIBULL, 1939). Nas discussões, em geral reporta-se sempre à suposição de uma distribuição de resistências empírica sobre uma seção transversal plana no corpo de prova e, então, utilizando-se o apparatus matemático da teoria estatística do valor extremo, procura-se determinar a resistência particular de uma amostragem de muitos elementos, selecionada de forma aleatória, de uma amostragem-mãe, com muito mais elementos que a ensaiada. Se a suposição-hipótese é boa, a distribuição assintótica resultante terá a mesma forma que a distribuição de resistências medidas experimentalmente, o que permitirá a verificação experimental da suposição-hipótese. Tal procedimento é conhecido como teorias clássicas (COLEMAN, 1958), pois tem por base modelos estáticos que não permitem o cálculo da dependência temporal da resistência para a fratura. Para elas, a resistência é assumida ser apenas uma propriedade do material de que o corpo de prova é constituído. Segundo OROWAN (1948), a fratura não é um fenômeno físico tão simples. Um mesmo material pode falhar, por diferentes mecanismos de fratura, sob diferentes condições de teste, sendo recomendado, principalmente nos casos onde a leveza do material deve associar-se à alta resistência que este deve apresentar em trabalho, como é o caso da indústria aeronáutica, proceder-se a análise do material para verificar-se se houve alteração na morfologia da fratura durante o teste.

Contudo, segundo OROWAN (1948), a adoção da hipótese empírica da resistência ser apenas uma propriedade do material não envolve consequências sérias quando consideram-se materiais cujas resistências à fratura quase não dependem do tempo. Este é o caso do material analisado no presente trabalho.

O objetivo deste trabalho é analisar a vida sob fadiga em um nível de tensão fixo, para o aço recozido ABNT-4140, tratado termicamente como especificado na Tab. (3). A razão da escolha deste material, deve-se ao fato de, além de ser um material adequado para beneficiamento de média temperabilidade e por apresentar boas propriedades mecânicas, tem sido utilizado, em larga escala, na confecção de virabrequins, bielas, juntas, eixos, peças para equipamento de perfuração, engrenagens e parafusos de alta resistência, entre outras aplicações.

Mesmo existindo outras distribuições que descrevem a vida de fadiga até a ruptura, a distribuição de Weibull é a que tem maiores justificativas teóricas para a análise de falhas de componentes sujeitos à tensões cíclicas (BS 3518, 1966), sendo por isso recomendada para a análise da vida de fadiga em um nível de tensão fixo.

A distribuição de Weibull é uma função que admite como casos particulares as distribuições de falhas exponencial de Rayleigh e a distribuição normal. A função de Weibull é uma distribuição de valores extremos, onde os valores extremos – não-fixos – são variáveis estatísticas que dependem da distribuição propriamente dita e da amplitude da amostragem analisada, como destacado por HINDS et al. (1977).

No estudo das propriedades do aço ABNT-4140, foi utilizado como tratamento estatístico a distribuição de Weibull a três parâmetros, empregando-se na análise dos dados experimentais o papel de Weibull para a representação gráfica das probabilidades de ocorrências de falhas como sugerido por WEIBULL (1961) e GUMBEL (1964), o que simplifica sobremaneira a estimativa dos parâmetros da função de distribuição de Weibull. Como métodos de estimativa de parâmetros, foram empregados o da verossimilhança e o dos momentos. Para a ilustração do trabalho teórico, adotou-se os dados experimentais obtidos por VOORWALD & VANA (1984).

2. OBTENÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

A essência do presente trabalho foi centralizado na análise dos dados experimentais de VOORWALD & VANA, obtidos de uma amostragem de aço ABNT-4140.

VOORWALD & VANA (1984) analisaram a influência do limite de resistência à tração na resistência à fadiga por flexão rotativa para diferentes temperaturas

Os corpos de prova, no estado recozido, apresentam dureza Brinell variando entre 175 e 200. As propriedades mecânicas, no estado em que foram confeccionados, são mostradas na Tab. (1), enquanto que a Tab. (2) apresenta o resultado da análise química do material e os valores da especificação ABNT NB-82. A Tab. (3) fornece os valores da temperatura para os tratamentos térmicos adotados.

Tabela1. Principais propriedades Mecânicas do aço ABNT-4140, recozido.

Propriedade	Valor
Limite de escoamento (MPa)	402
Resistência à tração (MPa)	764,7
Alongamento (%)	19
Redução de área (%)	46
Dureza Brinell	197

Fonte: VOORWALD & VANA, 1984.

Tabela 2. Composição química do aço ABNT- 4140 utilizado.

	Composição (%)								
	C	Mn	Si	S	P	Cr	Ni	Mo	Cu
Especificação ABNT NB-82	0,38 a 0,43	0,75 a 1,00	-	0,040	0,035	0,80 a 1,10	-	0,15 a 0,25	-
Resultado da análise	0,45	0,99	0,24	0,019	0,009	0,92	0,14	0,16	0,10

Fonte: VOORWALD & VANA, 1984.

Tabela 3. Intervalo de temperaturas para tratamentos térmicos do aço ABNT- 4140.

Tratamento térmico	Temperatura (K)
Recozimento	1053 – 1073
Normalização	1133 – 1153
Têmpera (meio: óleo)	1113 – 1133

Fonte: VOORWALD & VANA, 1984.

Nos ensaios para o estudo do comportamento da resistência à fadiga por flexão rotativa do tipo Schencker, foram usados corpos de prova, cujas forma e dimensões estão indicadas na Fig. (1). Segundo os autores, antes de serem ensaiados, os corpos de prova foram submetidos aos tratamentos térmicos de têmpera e revenido para várias temperaturas, recebendo posteriormente, um acabamento superficial fino. Os resultados obtidos para as temperaturas de 673K e 773K estão representados na Tab. (4) e Tab. (5), respectivamente, e correspondem ao número de ciclos a que o material resiste até a falha, bem como a média \bar{N} dos números de ciclos até a ruptura, para cada nível de tensão utilizado.

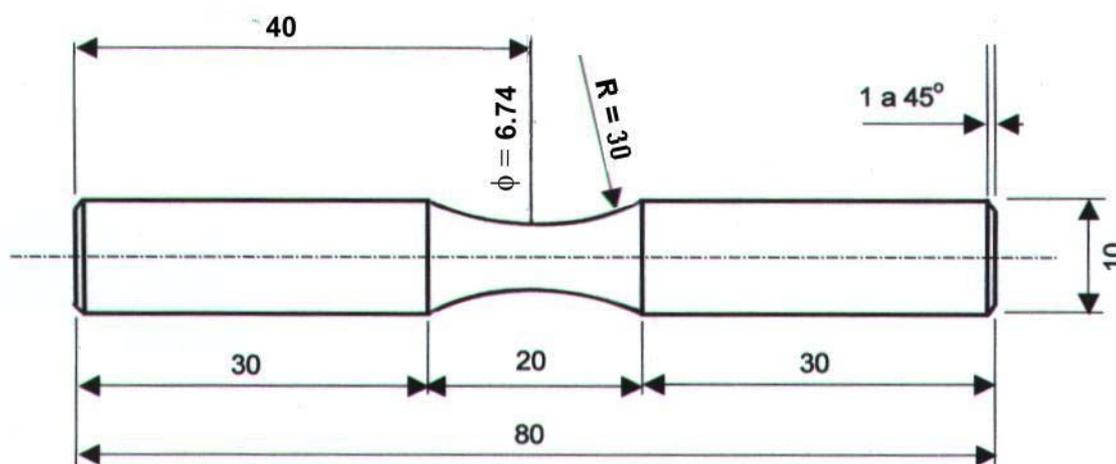


Figura 1. Corpo de prova para ensaio de flexão rotativa tipo Schenck.

A Fig. (2) apresenta as curvas S-N, na forma S versus $\ln(\bar{N})$, onde os segmentos de retas horizontais em cada nível de tensão considerado, representam os espalhamentos característicos dos resultados deste tipo de ensaio.

Tabela 4. Resultado dos ensaios de fadiga para o aço ABNT-4140, temperado e revenido a 673K.

CP	Tensão (S), em MPa	Número de ciclos até a falha ($N \times 10^3$)	Média ($\bar{N} \times 10^3$)
01	784,3	25	26,2
02	784,3	31	
03	784,3	23	
04	784,3	27	
05	784,3	25	
06	735,3	42	40,2
07	735,3	40	
08	735,3	48	
09	735,3	30	
10	735,3	41	
11	686,3	97	75,0
12	686,3	76	
13	686,3	65	
14	686,3	60	
15	686,3	62	
16	686,3	90	
17	612,7	155	169,8
18	612,7	180	
19	612,7	149	
20	612,7	214	
21	612,7	194	
22	612,7	127	
23	563,7	405	351,2
24	563,7	345	
25	563,7	323	
26	563,7	298	
27	563,7	315	
28	563,7	421	
29	539,2	426	549,0
30	539,2	666	
31	539,2	580	
32	539,2	524	
33	514,7	714	880,8
34	514,7	719	
35	514,7	1015	
36	514,7	1195	
37	514,7	771	
38	441,2	10000	10537,5
39	441,2	11390	
40	441,2	10510	
41	441,2	11010	
42	441,2	10100	
43	441,2	10215	

Fonte: Adaptada de VOORWALD & VANA (1984).

Tabela 5. Resultado dos ensaios de fadiga para o aço ABNT-4140, temperado e revenido a 773K.

CP	Tensão (S), em MPa	Número de ciclos até a falha ($N \times 10^3$)	Média ($\bar{N} \times 10^3$)
01	588,2	36	37,8
02	588,2	39	
03	588,2	41	
04	588,2	35	
05	588,2	40	
06	588,2	36	
07	539,2	53	54,4
08	539,2	54	
09	539,2	50	
10	539,2	57	
11	539,2	58	
12	490,2	95	104,2
13	490,2	119	
14	490,2	92	
15	490,2	89	
16	490,2	122	
17	490,2	108	
18	441,2	255	
19	441,2	236	
20	441,2	238	
21	441,2	180	
22	441,2	176	
23	441,2	274	
24	441,2	250	
25	392,2	682	705,4
26	392,2	555	
27	392,2	778	
28	392,2	754	
29	392,2	758	
30	367,6	1024	1607,5
31	367,6	1743	
32	367,6	1677	
33	367,6	1986	
34	343,1	10964	10452,7
35	343,1	10068	
36	343,1	10000	
37	343,1	11099	
38	343,1	10385	
39	343,1	10200	

Fonte: Adaptada de VOORWALD & VANA (1984).

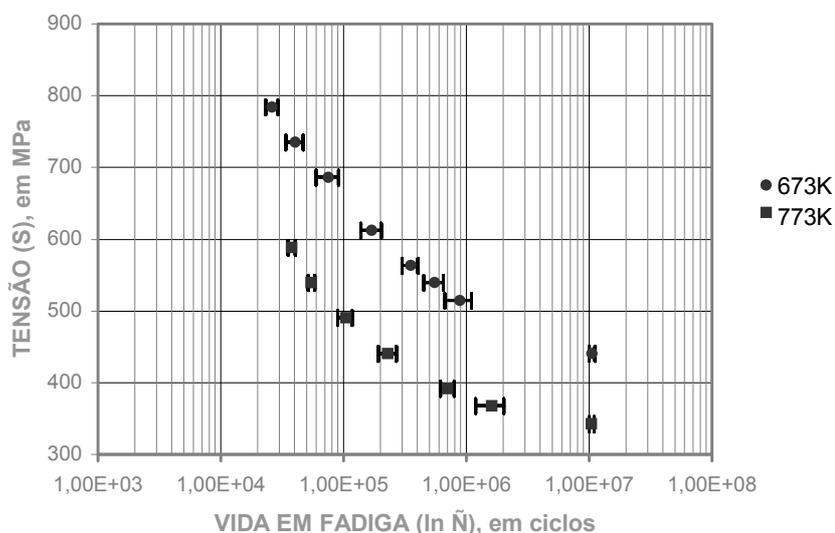


Figura 2. Curvas S-N para os corpos de prova temperados e revenidos nas temperaturas indicadas.

Com a finalidade de melhor estimar os parâmetros de Weibull e reduzir os erros inerentes ao procedimento da marcação manual dos valores experimentais, desenvolveu-se um programa computacional, que além de gerar o papel de probabilidade de Weibull e representar neste os valores obtidos experimentalmente, emprega o método do ajuste linear por mínimos quadrados para a obtenção da reta que melhor ajusta estes dados e, conseqüentemente, revela que função de distribuição de Weibull descreve o ensaio de fadiga.

A regra de plotagem adotada para a representação gráfica foi a largamente utilizada em trabalhos que envolvem o estudo de fadiga de materiais (WEIBULL, 1961, CASTILLO, 1988).

A Fig. (3) mostra a reta de Weibull para o aço temperado e revenido na temperatura de 673K, para os números de ciclos N , medidos experimentalmente sob a tensão de 539,2 MPa, como mostrados na Tab. (4). O melhor ajuste para a reta de Weibull foi alcançado com $N_0 = 0$ ciclos, onde o fator de correlação obtido é $R^2 = 0,9974$, o que reflete uma boa ajustagem.

A partir do valor de N_0 , os outros dois parâmetros da função de Weibull – vida característica N_a e parâmetro de forma ou declividade b - foram estimados através das relações entre os mesmos (CASTILLO, 1988), obtendo-se os valores apresentados na Fig. (3).

Procedimento idêntico foi adotado para as estimativas dos parâmetros para os corpos de prova tratados nas temperaturas de 773K, todos ensaiados no mesmo nível de tensão de 539,2 MPa. Estes resultados encontram-se inseridos nas Fig. (4).

As Figs. (5) e (6) apresentam os parâmetros de Weibull para os corpos de prova tratados nas temperaturas de 673K e 773K, e ensaiados sob um mesmo nível de tensão de 441,2 MPa, tendo sido obedecidos os procedimentos anteriormente descritos.

Para confirmar os resultados obtidos, fez-se as estimativas dos mesmos parâmetros pelos métodos da máxima verossimilhança e dos momentos. No caso da estimativa dos parâmetros pela máxima verossimilhança, empregou-se o método de Newton – Rapson como método auxiliar. Os resultados são apresentados na Tab. (6).

Na Fig. (7) tem-se a representação das retas de Weibull, com seus melhores ajustes, para as temperaturas de revenimento de 673K e 773K, considerando o nível de tensão de 539,2 MPa, enquanto que na Fig. (8) representam-se as retas de Weibull, com seus melhores ajustes, para o nível de tensão de 441,2 MPa.

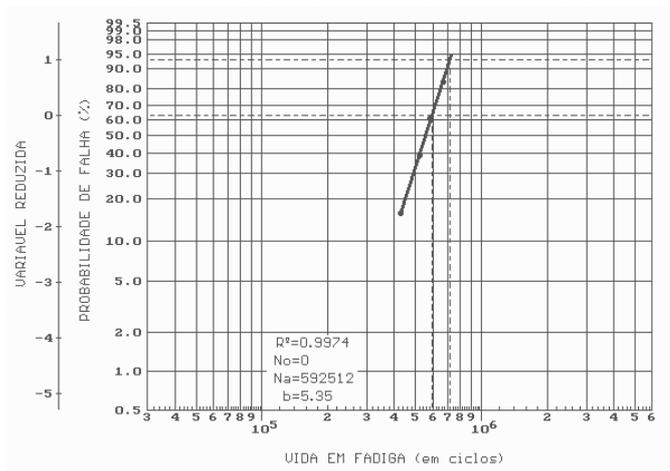


Figura 3. Reta de Weibull para o aço temperado e revenido na temperatura de 673K, a partir dos resultados dos ensaios de fadiga, sob tensão de 539,2 MPa, para $N_0 = 0$ (melhor ajuste obtido).

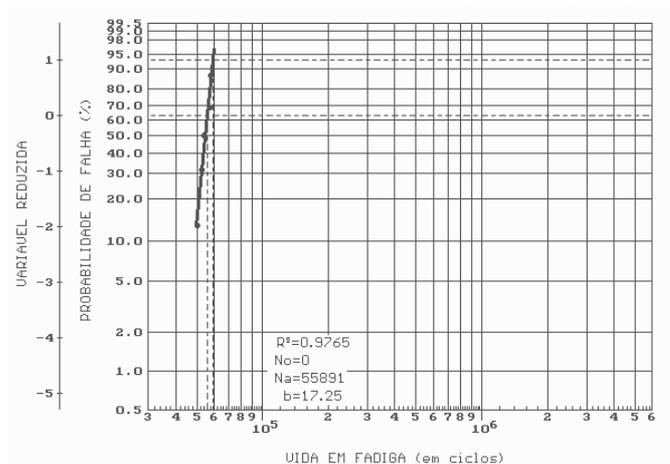


Figura 4. Reta de Weibull para o aço temperado e revenido na temperatura de 773K, a partir dos resultados dos ensaios de fadiga, sob tensão de 539,2 MPa, para $N_0 = 0$ (melhor ajuste obtido).

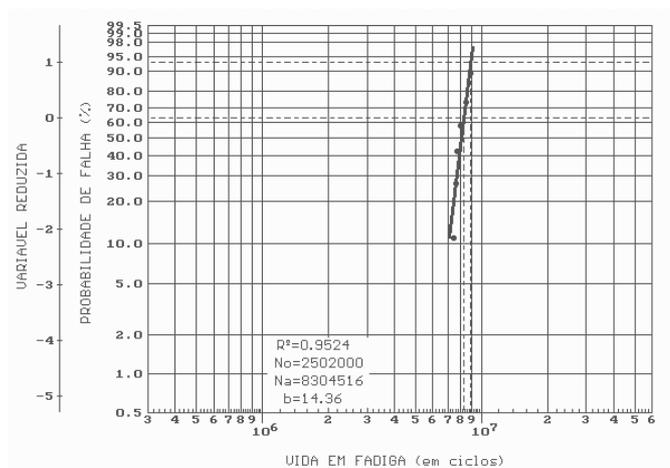


Figura 5. Reta de Weibull para o aço temperado e revenido na temperatura de 673K, a partir dos resultados dos ensaios de fadiga, sob tensão de 441,2 MPa, para $N_0 = 2502000$ (melhor ajuste obtido).

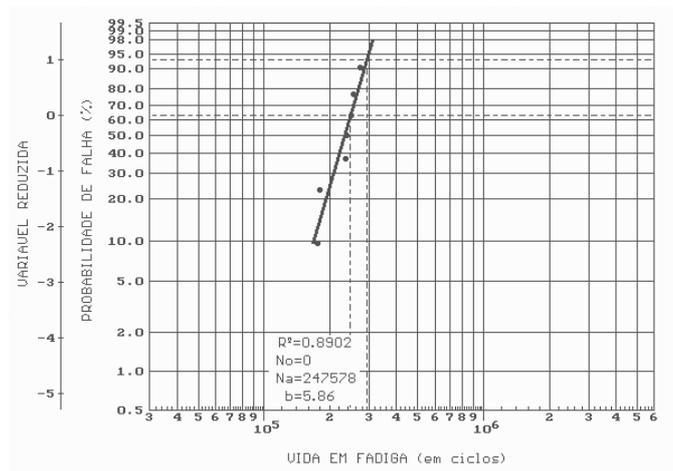


Figura 6. Reta de Weibull para o aço temperado e revenido na temperatura de 773K, a partir dos resultados dos ensaios de fadiga, sob tensão de 441,2 MPa, para $N_0 = 0$ (melhor ajuste obtido).

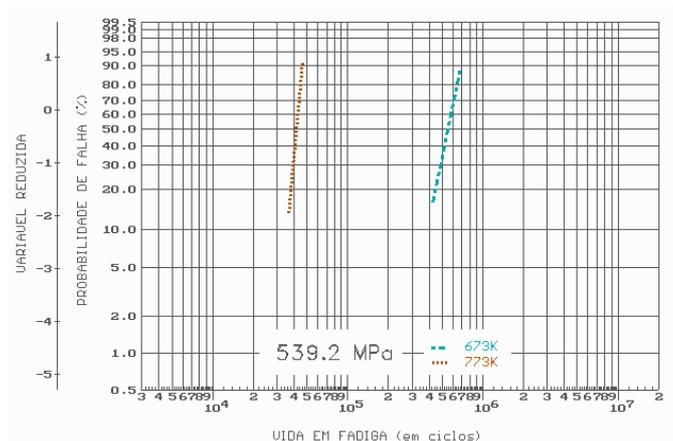


Figura 7. Retas de Weibull para as temperaturas de 673K e 773K no nível de tensão de 539,2 MPa.

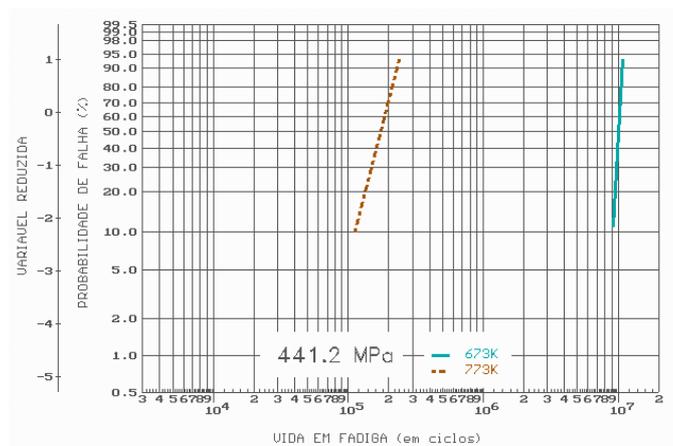


Figura 8. Retas de Weibull para as temperaturas de 673K e 773K no nível de tensão de 441,2 MPa.

Tabela 6. Quadro geral de estimativa dos parâmetros de Weibull.

Método	Parâmetros	Nível de tensão (MPa)			
		539,2		441,2	
		Temperatura (K)		Temperatura (K)	
		673	773	673	773
Gráfico de Weibull	b	5,35	17,25	14,36	5,85
	N _o	0	0	2502000	0
	N _a	592512	55891	8304516	247578
Máxima Verossimilhança	b	5,41	17,84	14,72	6,05
	N _o	0	0	2504400	0
	N _a	586059	55725	8253230	245854
Momentos	b	5,45	17,53	14,54	5,93
	N _o	0	0	2508666	0
	N _a	595004	56972	8332516	247591

3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As Tabs. 4 e 5 apresentam os valores obtidos experimentalmente. Verifica-se nelas, que os níveis de solitação utilizados nos ensaios tiveram um amplo intervalo de variação para cada uma das temperaturas lá referidas. Nestas tabelas, pode-se verificar que as tensões empregadas nos testes de fadiga por flexão, estiveram limitadas a um intervalo de valores de 30% a 60% do respectivo valor do limite de resistência à tração, para cada nível de temperatura de revenimento adotada. Os números de ciclos a que os corpos de prova resistiram até a falha são também mostrados nestas tabelas, bem como os valores médios respectivos, para cada nível de tensão e cada temperatura de revenimento.

Na Fig. (2) tem-se a representação das curvas S-N, na forma S versus $\ln \bar{N}$, onde S é o nível de tensão adotado e \bar{N} a média do número de ciclos até a ruptura, para as temperaturas de revenimento consideradas. A comparação entre essas curvas mostra, em detalhes, que a diminuição da resistência mecânica provocada pelos tratamentos térmicos diminui a resistência à fadiga, quando se fixa o nível de tensão no ensaio de flexão rotativa. Na representação gráfica dessas curvas S-N, os segmentos de retas horizontais, em cada nível de tensão considerado, representam os espalhamentos característicos dos valores obtidos experimentalmente neste tipo de ensaio.

Nas Figs. (3) e (4) tem-se a representação das retas correspondentes às distribuições de Weibull, para os casos em que estima-se o parâmetro de localização N_o, e, quando isto é admissível, os valores de N_o que provocam um melhor ajuste da reta de Weibull aos valores experimentais, para um mesmo nível de tensão de 539,2 MPa e temperaturas de revenimento de 673K e 773K, respectivamente. Deve ser observado, que para todos eles, o valor do coeficiente de correlação, R², encontra-se próximo do valor máximo permitido, fato que caracteriza uma boa ajustagem dos valores experimentais aos valores teóricos obtidos pelo método gráfico de Weibull.

Deve ser observado, também, que os valores dos parâmetros da função de distribuição acumulativa de Weibull, calculados pelos métodos da máxima verossimilhança e dos momentos, apresentam uma boa concordância entre si e com os obtidos pelo método gráfico de Weibull, como demonstrado na Tab. (6).

Do mesmo modo, as Figs. (4) e (5) mostram a representação das retas de Weibull, com a indicação dos parâmetros que provocam o melhor ajuste aos dados experimentais. Verifica-se novamente que os valores calculados pelos métodos da máxima verossimilhança e dos momentos, são compatíveis entre si e com os obtidos pelo método gráfico de Weibull.

Estes fatos nos permitem concluir que é possível e perfeitamente aceitável estimar-se a vida teórica para os corpos de prova ensaiados em fadiga por flexão rotativa sob tensão fixa, desde que os parâmetros calculados a partir dos dados experimentais sejam respeitados.

4. CONCLUSÕES

- A distribuição de Weibull permitiu uma boa descrição para o comportamento do aço ABNT-4140, quando ensaiado em carregamento constante à flexão rotativa e em diferentes temperaturas de tratamento térmico.
- Os parâmetros da distribuição de Weibull, determinados pelos métodos da verossimilhança e dos momentos, apresentaram valores perfeitamente concordantes com os determinados pelo método de Weibull, o que permite a obtenção de uma equação mais realista, na medida em que os valores estimados têm boa concordância com os valores obtidos experimentalmente.

5. REFERÊNCIAS

- BS 3518, 1966, "Methods of Fatigue Testing: Part 5- Guide to the Application of Statistics", Londres.
- Castillo, E., 1988, "Extreme Value Theory in Engineering", Academic Press, Boston.
- Coleman, B.D., 1958, "On the Strength of Classical Fibres and Fibre Bundles", J. Mech. Solids, Vol.7, pp. 60-70.
- Gumbel, E.J., 1964, "A Simple Analysis of Fatigue Data", J. Ind. Quality Control, pp. 14-17.
- Hinds, P.R. et al., 1977, "Problems of Weibull Parameter Estimation from Small Samples", National Conference on Reliability, pp. 21-33, University of Nottingham.
- Orowan, E., 1948, "On Internal Stress in Metals and Alloys", Inst. Metals, pp. 451, London.
- Pierce, F.T., 1926, "Tensile Strength for Cotton Yarns", J. Text. Inst. Vol.17, T355-368.
- Voorwald, H.J.C. & Vana, E., 1984, "Análise sobre a Influência do Limite de Resistência à Tração no Comportamento em Fadiga por Flexão Rotativa do Aço ABNT-4140", 6^o CBECIMAT, T-53, pp. 242-247, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.
- Weibull, W.A., 1939, "A Statistical Theory of Strength of Materials", Ingeniors Vetenskaps Akademien Handlingar, No. 151.
- Weibull, W.A., 1961, "Fatigue Testing and Analysis of Results", Pergamon Press, New York.

5. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

TITLE: APPLICATION OF THE WEIBULL STATISTICAL DISTRIBUTION FUNCTION IN MECHANICAL FATIGUE

LOPES, J.T. de Barros

Federal University of Pará

Av. Gov. José Malcher, 960/403, 66.055-260, Nazaré, Belém - Pará - Brazil

teofilo@ufpa.br

OLIVEIRA, J. Sandoval B. de

University of the State of Pará

Rua Tupinambás, 402, 66.033-810, Batista Campos, Belém - Pará - Brazil

teofilo@ufpa.br

Abstract.

The purpose of the present work is to analyze the life under fatigue for rotating beam, of specimens of steel ABNT-4140. The interest of such a study is due to the fact of being this a material of wide industrial application.

It was used as statistical treatment the three parameters Weibull distribution, and for the estimate of those parameters the method of the maximum-likelihood and the one of the moments were used. The obtained results demonstrate that Weibull distribution offers a good description for the life in fatigue of such material for that effort applicant.

Keywords. *Fadigue, Weibull, Beam, Likelihood, Moments*