



CURVAS LIMITES DE RESISTÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE CHAPAS PLANAS COM COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO

José Célio Dias

Prof. Titular, Escola Federal de Engenharia de Itajubá
CP 50 – CEP 37500-903 – Itajubá – MG – Brasil – E-mail: jcelio@iem.efei.br

Paulo Eduardo Barreto Paraizo **Leonardo Martins Pereira Júnior**

Graduação, Escola Federal de Engenharia de Itajubá – E-mail: leonardompj@yahoo.com

Marcelo da Silva Ribeiro

Doutorando (CAPES), Escola Federal de Engenharia de Itajubá – E-mail: Marcelo@iem.efei.br

Paulo Fernandes Silva **Vilmar Arthur Schwarz**

Prof. Adjunto, Escola Federal de Engenharia de Itajubá – E-mail: psilva@iem.efei.br

***Resumo.** No presente trabalho, curvas limites de resistência são investigadas usando o critério de resistência proposto por Hill em 1993, 1979 e 1948. Este critério utiliza cinco parâmetros independentes obtidos considerando-se grandes deformações sob escoamento, relacionados com as propriedades mecânicas de chapas metálicas, permitindo avaliar a integridade estrutural do material. Um estudo destes é realizado para investigar a influência destes parâmetros nas curvas limites de resistência. Finalmente, é mostrado uma aplicação desta teoria utilizando dados retirados na literatura para uma liga de titânio IMI 843.*

***Palavras-chave:** integridade estrutural, chapas anisotrópicas, curvas limites, curvas de Hill.*

1. INTRODUÇÃO

O critério de resistência atribuído à Hill para avaliar a capacidade de resistência de materiais com comportamento anisotrópico utiliza cinco parâmetros independentes. Estes parâmetros são obtidos através de experimentos em amostras sob cargas uniaxiais (tração e compressão) e cargas biaxiais. Esta recente teoria (Xu e outros, 1997 e Chandra, 1997) permite elaborar gráficos, denominados diagramas mestres, para avaliar o comportamento de materiais anisotrópicos (Lehmnitskii, 1963 e Prager, 1959) que apresentam grandes deformações sob sollicitação.

2. CRITÉRIO DE HILL

Hill pôs um critério para avaliar a integridade estrutural de chapas planas. Este critério foi proposto considerando 5 (cinco) parâmetros, os quais são obtidos conforme orientação a seguir:

σ_0 = Tensão máxima na direção 0° ;

σ_{90} = Tensão máxima na direção 90° ;

σ_b = Tensão máxima biaxial.

R_0 = Logaritmo neperiano da razão da deformação transversal entre espessuras sob tensão uniaxial na direção a 0° referente à direção da laminação;

R_{90} = Logaritmo neperiano da razão da deformação transversal entre espessuras sob tensão uniaxial na direção a 90° referente à direção transversal da laminação.

Abaixo estão relacionadas às equações que englobam os cinco parâmetros e descrevem o critério de Resistência proposto por Hill:

$$\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2} - \frac{c\sigma_1\sigma_2}{\sigma_0\sigma_{90}} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{90}^2} + \left\{ (p+q) - \frac{p\sigma_1 + q\sigma_2}{\sigma_b} \right\} \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_0\sigma_{90}} = 1 \quad (1)$$

Onde

$$\sigma_0 = \alpha_B (\sigma_b)$$

$$\sigma_0 = \alpha_0 (\sigma_{90})$$

$$c = \frac{1}{\alpha_0} + \alpha_0 - \frac{\alpha_B^2}{\alpha_0}$$

Assim:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} - \alpha_0 \frac{c\sigma_1\sigma_2}{\sigma_0^2} + \alpha_0^2 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_0^2} + \alpha_0 \left\{ (p+q) - \alpha_B \frac{p\sigma_1 + q\sigma_2}{\sigma_0} \right\} \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_0^2} = 1 \quad (2)$$

Para:

$$(1 + \alpha_0 - \alpha_B)p = \frac{2r_0(\alpha_0 - \alpha_B)}{(1 + r_0)\alpha_0\alpha_B} - \frac{2r_{90}\alpha_0^2}{(1 + r_{90})\alpha_B} + c$$

$$(1 + \alpha_0 - \alpha_B)q = \frac{2r_{90}(1 - \alpha_B)\alpha_0^2}{(1 + r_{90})\alpha_B} - \frac{2r_0}{(1 + r_0)\alpha_B} + c\alpha_0$$

As tensões σ_1 e σ_2 são as tensões principais de valores extremos (tensão máxima e tensão mínima) obtidas dos círculos das tensões de Mohr.

3. PLATAFORMA COMPUTACIONAL

3.1. Diagramas Mestres

Considerando materiais com comportamento anisotrópico e grandes deformações, foi desenvolvido uma plataforma computacional para elaborar as curvas limites de resistência para avaliação da integridade estrutural de chapas planas.

No programa elaborado tem-se a possibilidade de variar todos os cinco parâmetros propostos por Hill e com isso obter os diagramas mestres, como mostrado na Fig. (1), que descrevem o estado de tensões para materiais submetidos à grandes deformações.

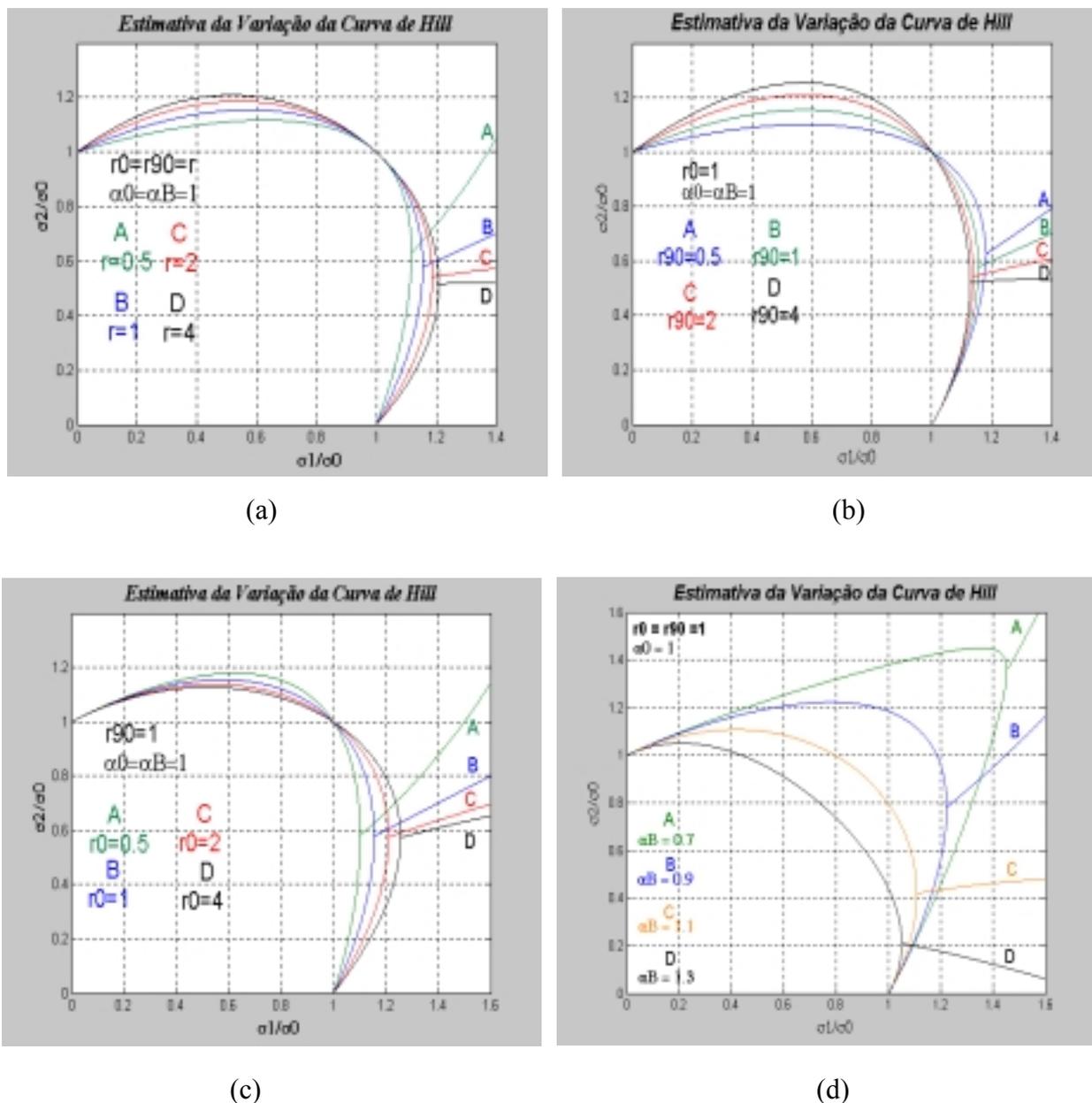


Figura 1. Diagramas Mestres: (a) para $r_0 = r_{90}$ variável, (b) para r_{90} variável, (c) para α_b variável e (d) para r_0 variável (Xu e outros, 1997-1998)

3.2. Análise dos Diagramas Mestres

Como resultado da análise dos diagramas, pode-se destacar os seguintes pontos:

- A Figura (1a) mostra a razão das tensões σ_2 / σ_0 em função da razão σ_1 / σ_0 . Fazendo todos os parâmetros constantes e $r_0 = r_{90} = r$ e variando o valor de r , pode-se observar que todas as curvas cruzam o ponto (1;1). À medida que se aumenta o valor de r , ou seja, uma diminuição da deformação, observa-se um aumento da máxima tensão tanto na direção 0° como na direção 90° .

- A Figura (1b) mostra a razão das tensões σ_2 / σ_0 em função da razão σ_1 / σ_0 . Variando apenas o r_{90} e mantendo-se os demais parâmetros constantes. As curvas cruzam no ponto (1;1). À medida que seu valor aumenta tem-se um aumento da tensão na direção 90° , porém na direção 0° observa-se uma diminuição da tensão.
- Na Figura (1c), variando o r_0 tem-se o oposto da Fig (1b), ou seja, a medida que se aumenta o r_0 observa-se um aumento da tensão na direção 0° e uma diminuição na direção 90° .
- E finalmente, a Fig (1d) mostra a razão das tensões σ_2 / σ_0 em função da razão σ_1 / σ_0 . Variando apenas o α_B e mantendo constantes os demais parâmetros, pode-se observar que com a diminuição de seu valor, ou seja, aumentando o valor de σ_b , tem-se uma maior concentração de tensão tanto a 0° como a 90° . Isso prova que, uma resistência a tensão biaxial maior garante um maior carregamento simultâneo em ambas as direções.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Como exemplo de aplicação, obteve-se uma curva limite de resistência para uma liga de titânio IMI843 à temperatura de 1273 K. Esta liga foi exaustivamente estudada por Katramados e Dunne (1998).

Tabela 1. Dados experimentais (Dunne e Katramados, 1998)

Símbolos	Valores adimensionais
Λ e Δ	20,0 / 32,5 ; -20,0 / 32,5 e 25,0 / 32,5 ; -25,0 / 32,5
X	35,0 / 32,5 ; 0 ou 0 ; 35,0 / 32,5
O	30,0 / 32,5 ; 0 ou 0 ; 30,0 / 32,5

Através dos dados retirados da literatura acima como mostra a Fig. (2) e utilizando as equações de Hill, foram elaboradas a Tab. (1) e Fig (3). A curva obtida mostra a curva limite de resistência, sendo localizados os parâmetros de Hill e razão dos dados obtidos experimentalmente por Katramados e Dunne (1998).

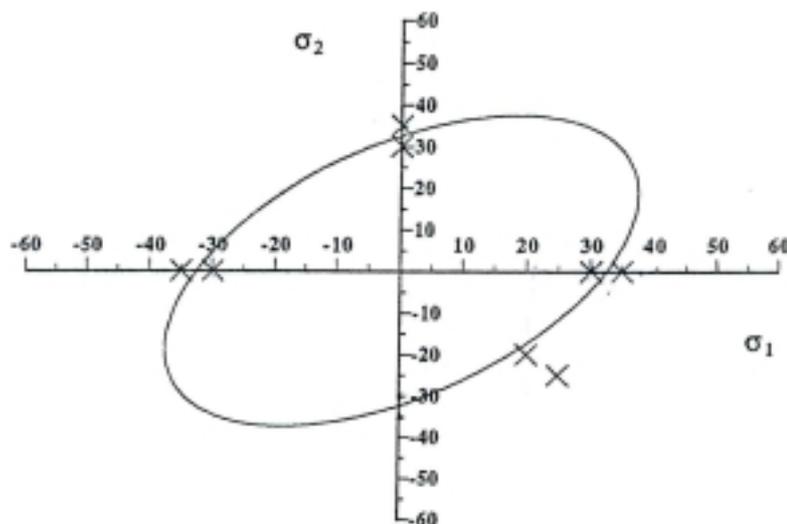


Figura 2. Gráfico das tensões principais σ_1 em função de σ_2 , em MPa (Dunne e Katramados 1998).

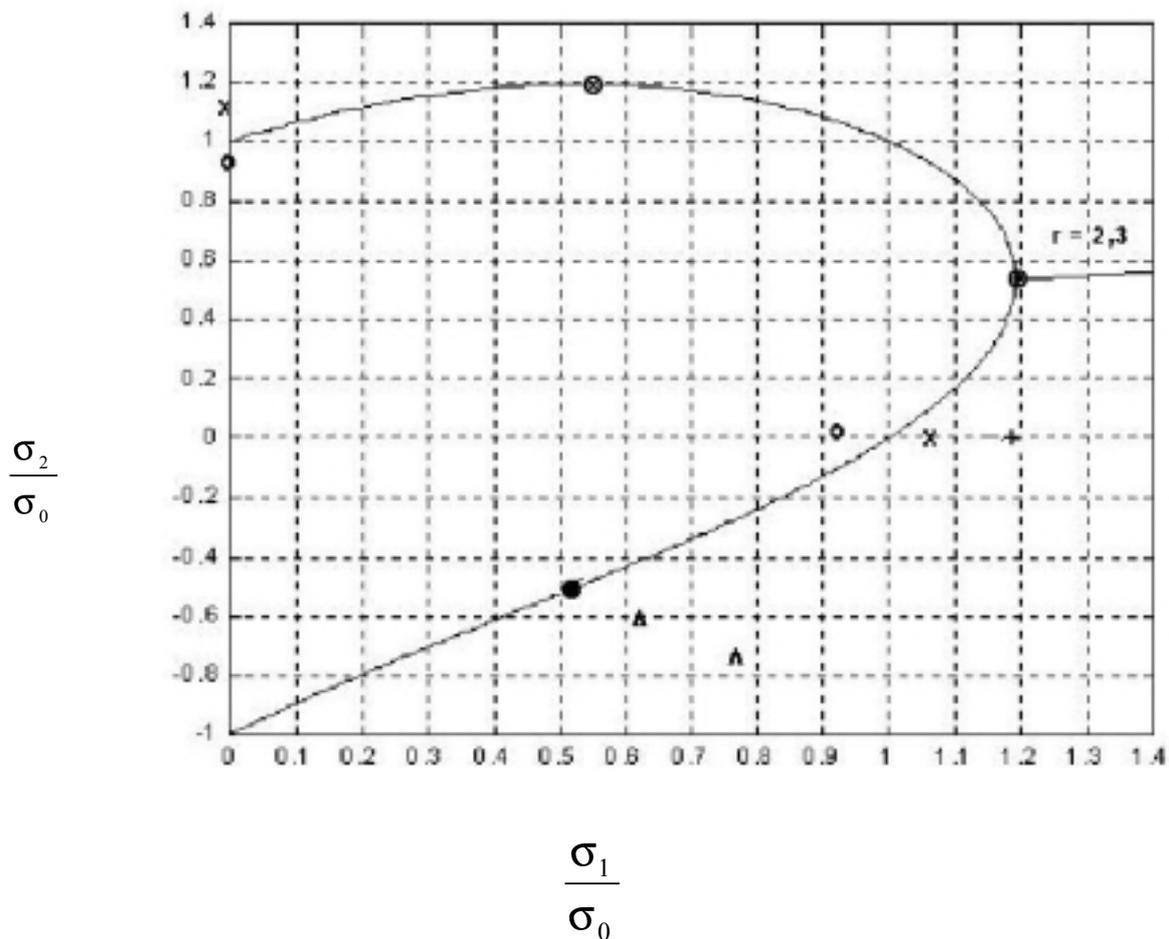


Figura 3. Gráfico das Razões das Tensões Principais (σ_1/σ_0 e σ_2/σ_0).

Na Figura (2) são indicados os dados experimentais obtidos (+, o, Λ , Δ) e ajuste da curva limite de resistência, para $r_0 = r_{90} = -\ln(0,1)$, $\alpha_0 = 1,18$ e $\alpha_B = 0,55$, conforme procedimento de cálculo elaborado por Hill. Escolhendo o ponto + (1,18 ; 0,0) obtido considerando a curva limite de resistência de Hill, o mesmo é dado por Katramados e Dunne (1998) como sendo (1,17 ; 0,0). Também, pode-se elaborar a mesma análise para os demais pontos, conforme tabela 2.

Tabela 2. Resultados Experimentais (Katramados e Dunne, 1998) e Teóricos

Símbolos	Resultados Experimentais	Resultados Teóricos	% Erro
+	(1,17 ; 0,0)	(1,18 ; 0,0)	0,85%
•	(0,60 ; -0,55)	(0,52 ; -0,54)	(13,3% ; 1,8%)
⊕	(1,17 ; 0,60)	(1,18 ; 0,55)	(0,9% ; 8,4%)
⊗	(0,62 ; 1,17)	(0,55 ; 1,20)	(11,3% ; 2,6%)

5. CONCLUSÕES

Um estudo teórico foi realizado para avaliar a capacidade de resistência de materiais com comportamento anisotrópico, que apresentam grandes deformações antes da ruptura. Os gráficos elaborados mostrando as curvas limites de resistência são denominados Diagramas Mestres, os quais permitem avaliar a integridade estrutural de chapas planas sob tensão plana ou deformação plana. Também, o diagrama mestre permite avaliar a resistência de materiais com comportamento isotrópico, sendo os parâmetros de Hill α_0 e α_B ambos iguais à unidade.

Através destes diagramas foi realizado um exemplo de aplicação, onde foi determinada a curva limite de resistência para a liga de titânio à temperatura de 1273 K. A curva obtida mostrou-se

adequada para descrever o comportamento do material quando submetido a carregamento com valores elevados de temperatura e grandes deformações. Entretanto, as curvas limites de resistência, em muitos casos, pode apresentar dificuldades de obtenção para valores de σ_2 / σ_0 negativos e σ_1 / σ_0 positivos, como ocorreu no exemplo apresentado.

No geral, as curvas limite de resistência obtidas apresentam uma excelente predição das curvas limites de resistência comparado aos dados experimentais quando ambos os valores σ_2 / σ_0 e σ_1 / σ_0 são positivos.

6. REFERÊNCIAS

- Chandra, Abhisit, 1997, “Analyses of Forming Limit Using the Hill 1993 Yield Criterion”, Department of Mechanical Engineering and Engineering Mechanical, Michigan Technological University, Houghton, MI 49931, USA.
- Dunne, F. P. E., Katramados, I., 1998, “Large Deformation Compression – Torsion Behaviors of a Titanium Alloy and its Modelling”, International Mechanics Science, Vol. 40, N° 9, pp. 901–912.
- Lehnnitskii, S. G., 1963, “Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body”, Holden-Day, San Francisco, USA.
- Prager, W., 1959, “An Introduction to Plasticity Reading Mass”, Addison-Wesley.
- Xu, Siguang, Welmann, Klaus J, 1997, “Prediction of Forming Limit Curves of Sheet Metals Using Hill’s 1993 User – Friendly Yield Criterion of Anisotropic Materials”, Department of Mechanical Engineering and Engineering Mechanical, Michigan Technological University, Houghton, MI 49931, USA.
- Xu, Siguang, Welmann, Klaus J, 1998, “Analyses of Forming Limit Using the Hill 1993 Yield Criterion”, Department of Mechanical Engineering and Engineering Mechanical, Michigan Technological University, Houghton, MI 49931, USA, Vol. 120, pp. 236 – 240.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

LIMITS CURVES OF RESISTANCE FOR EVALUATION OF THE STRUCTURAL INTEGRITY OF ANISOTROPIC SHEETS

José Célio Dias

Prof. Titular, Escola Federal de Engenharia de Itajubá
CP 50 – CEP 37500-903 – Itajubá – MG – Brasil – E-mail: jcelio@iem.efei.br

Paulo Eduardo Barreto Paraizo

Leonardo Martins Pereira Júnior

Graduação, Escola Federal de Engenharia de Itajubá – E-mail: leonardompj@yahoo.com

Marcelo da Silva Ribeiro

Doutorado (CAPES), Escola Federal de Engenharia de Itajubá – E-mail: Marcelo@iem.efei.br

Paulo Fernandes Silva

Vilmar Arthur Schwarz

Prof. Adjunto, Escola Federal de Engenharia de Itajubá – E-mail: psilva@iem.efei.br

***Abstract.** In the present work, limit resistance curves are investigated, by using the resistance criterion proposed by Hill in 1993, 1979 and 1948. This criterion uses five independent parameters obtained by considering large yielding deformations, related with the mechanical properties of metallic plates, allowing the evaluation of the material structural integrity. A study is accomplished to investigate the specific influence of each independent parameters on the limit resistance curves. Finally, an application of the theory for a titanium IMI 843 alloy is presented, using current literature data.*

***keywords:** structural integrity, anisotropics sheets, limits curves, Hill's curves.*