

II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA

II NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 12 a 16 de Agosto de 2002 - João Pessoa – PB

CORRELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS TÉRMICOS E ESTRUTURAS CELULARES NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE LIGAS DO SISTEMA Sn-Pb

Otávio F. L. da Rocha
Claudio Alves Siqueira
Amauri Garcia
UNICAMP-FEM-DEMA-Sala ED 204, CEP.: 13083-970, Campinas/SP;
e-mail:orocha@fem.unicamp.br; claudio@fem.unicamp.br; amaurig@fem.unicamp.br

Resumo: Espaçamentos celulares e dendríticos primários e secundários $(\lambda_C, \lambda_1, \lambda_2)$ são um dos mais importantes parâmetros microestruturais resultantes do processo de solidificação, pois é fato conhecido que os mesmos exercem uma influência significativa sobre as propriedades de ligas em seu estado bruto de fusão, já que espaçamentos menores permitem que a microestrutura seja caracterizada por uma distribuição mais uniforme da segregação microscópica que existe entre as ramificações celulares ou dendríticas, o que favorece o comportamento mecânico. A literatura apresenta resultados dos efeitos dos parâmetros térmicos nos espaçamentos celulares e dendríticos primários e secundários, a maioria deles para condições de fluxo de calor estacionário. No presente trabalho, os efeitos da velocidade de solidificação (V_L) , taxa de resfriamento (T) e do teor de soluto (C_0) nos espaçamentos celulares foram investigados em ligas do sistema Sn-Pb sob condições de fluxo de calor em regime transitório. Esses parâmetros estruturais, determinados experimentalmente, foram comparados com modelos teóricos propostos na literatura. Para tanto, foi utilizado um sistema de solidificação unidirecional vertical refrigerado a água e ligas diluídas do sistema Sn-Pb: Sn 1%Pb, Sn 1,5%Pb e Sn 2%Pb.

Palavras Chaves: Solidificação Unidirecional; Parâmetros Térmicos; Espaçamentos Celulares; Modelos de Crescimento Celular e Dendrítico.

1. INTRODUÇÃO

Defeitos estruturais como segregação, poros, inclusões não metálicas, trincas e outros defeitos decorrentes do arranjo microestrutural resultantes do processo de solidificação determinam as propriedades dos produtos finais, não somente no caso de produtos fundidos, os quais são usados no estado bruto de fusão, mas também quando estes produtos são posteriormente expostos a transformações mecânicas e térmicas. Esses defeitos podem causar corrosão localizada, ruptura, poderiam ainda, ser responsável por falhas de serviços causadoras de severos danos. Com o objetivo principal de evitar defeitos de fabricação a industria metalúrgica vem incansavelmente investindo em pesquisas de novos materiais fundidos que possam ser produzidos a partir de técnicas que permitem a obtenção de microestruturas mais refinadas e homogêneas. Essas técnicas quando muito bem elaboradas são plenamente aceitas pelo fato de que tanto para aplicações com estrutura bruta quanto para estruturas que serão submetidas a tratamentos térmicos, como solubilização e precipitação, é importante o grau de refino da estrutura celular e dendrítica, pois no primeiro caso a distribuição mais uniforme possível de segundas fases e outros obstáculos ao escorregamento favorece as propriedades mecânicas, enquanto no segundo caso maximiza o potencial do tratamento.

Os tipos de microestruturas presentes em uma liga estão fortemente relacionados com a modificação da interface entre o sólido e o líquido (S/L) durante o processo de solidificação, a qual pode ocorrer da forma plana dos metais puros para estruturas celulares e dendríticas através de condições impostas ao sistema. Essas alterações morfológicas da interfase S/L podem ser obtidas através da segregação de soluto ou do solvente, pelo aumento dos seus teores frente à interface de solidificação que provoca uma distribuição não uniforme dos mesmos no líquido e consequentemente impossibilita o crescimento de uma interface estável. Apesar da forte influência do soluto, o mesmo não é o principal responsável pelas modificações que ocorrem na interface sólido/líquido, a velocidade de solidificação, gradientes de temperaturas e taxas de resfriamentos assumem também um papel de elevada importância nesse fenômeno. Assim, por exemplo, o crescimento de células regulares se dá à velocidades de solidificação e taxas de resfriamentos baixas.

Muitos estudos tem sido reportados na literatura (Rocha et al, 2000, 2001; Hunt, 1979; Kurz-Fisher, 1992; Hunt-Lu, 1996; Trivedi, 1984, 1994; Bouchard-Kirkaldy, 1997; Quaresma et al, 2000; Feng et al, 1999; Cardili e Gunduz, 2000; Yu et al, 1999, Santos et al, 2001), os quais caracterizam a variação dos espaçamentos celulares e dendríticos primários e secundários com a velocidade de solidificação (V_L), gradiente de temperatura (G_L) no líquido e taxa de resfriamento (*T*), na maioria deles envolvendo solidificação em condições de fluxo de calor estacionário. Dos modelos teóricos conhecidos na literatura somente os propostos por Hunt-Lu (1996) para espaçamentos celulares e dendríticos primários e Bouchard-Kirkaldy (1997) para espaçamentos dendríticos primários e secundários, assumem condições de solidificação com extração de calor em regime transitório, os demais para regime estacionário. Esses estudos têm estabelecido um forte relacionamento desses parâmetros estruturais com os parâmetros térmicos de solidificação mostrado de forma generalizada pela Equação (1).

$$(\lambda_C, \lambda_1, \lambda_2) = C(G_1, V_1, G_1 V_1)^{-n}$$
(1)

onde, C é uma constante que depende do tipo de liga e n é um expoente que tem sido determinado na literatura para uma série de ligas (Kirkaldy, 1997; Rocha, 2000, 2001; Feng et al, 1999; Cardili e Gunduz, 2000), λ_{c} , λ_{l} e λ_{2} são respectivamente, os espaçamentos celulares e dendríticos primários e secundários, G_{L} é o gradiente de temperatura frente à isoterma liquidus, V_{L} é a velocidade de deslocamento da isoterma liquidus e o produto G_{L} V_{L} é a taxa de resfriamento.

O modelo teórico de Hunt-Lu (1996) para espaçamentos celulares está apresentado na Equação abaixo:.

$$\lambda_1 = 4.09 \text{ k}_0^{-0.745} \left(\frac{\Gamma}{\Delta T}\right)^{0.41} D^{0.59} v_L^{-0.59} \text{ (Hunt-Lu [HL], celular)}$$
 (2)

onde, $\lambda_{_{\! 1}}$ é o espaçamento celular, Γ é o coeficiente de Gibbs-Thomson, $k_{_{\! 0}}$ é o coeficiente de partição de soluto, D é a difusividade de soluto no líquido, ΔT é a diferença entre as temperaturas de equilíbrio liquidus e solidus e $V_{_{L}}$ é a velocidade de deslocamento da isoterma liquidus.

O modelo de HL (Equação 2) refere-se ao comprimento do raio da ponta da célula ou dendrita, o que implica que o mesmo deve ser multiplicado pelos fatores 2 e 4, os quais correspondem ao mínimo e ao máximo de uma faixa de valores, para serem comparados com dados excperimentais (Hunt-Lu, 1996).

Portanto a determinação correta dos parâmetros térmicos como o gradiente de temperatura, velocidade de solidificação e taxa de resfriamento, atuantes durante a solidificação é fundamental. Logo, o presente trabalho tem como objetivo principal apresentar um estudo que visa correlacionar os parâmetros térmicos da solidificação com espaçamentos celulares em ligas do sistema Sn-Pb assim como verificar o efeito da composição de soluto (\mathbf{C}_0) nos valores dos espaçamentos celulares em condições de solidificação com extração de calor em regime transitório .

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Foram utilizadas as ligas Sn1%, 1,5% e 2% Pb (% em peso), cujas propriedades termofísicas se encontram apresentadas na Tabela (1), molde constituído de uma chapa de aço 1010 de formato circular com espessura de 3 mm e 50 mm de diâmetro interno, cujas características constam na Tabela (2), o qual foi fixado à base de um cilindro vazado de aço inoxidável de 110 mm de altura. Adotou-se superaquecimento de 10% acima das temperaturas liquidus das ligas analisadas. A temperatura solidus indicada na Tabela (1) refere-se a temperatura de equilíbrio das ligas.

Propriedades	Γ (m°K)	D (m ² /s)	\mathbf{k}_{0}	$T_L(^{\circ}C)$	T _S (°C)
Sn1%Pb	6,71x10 ⁻⁸	4,5 x 10 ⁻⁹	0,0656	231	212
Sn1,5%Pb	$6,69 \times 10^{-3}$	$4,5 \times 10^{-9}$	0,0656	230	203
Sn2%Pb	$6,68x10^{-3}$	$4,5 \times 10^{-9}$	0,0656	230	193

Tabela 1. Propriedades termofísicas das ligas analisadas

Tabela 2. Propriedades termofísicas do molde de aço 1010 analisado

Propriedades	K(Condutividade Térmica)	c (Calor específico)	ρ (Densidade)	
	(W/mK)	(J/kgK)	(kg/m^3)	
Valores	46	527	7860	

O sistema completo de solidificação utilizado foi detalhado em artigos prévios (Rocha, 2000, 2001), o qual foi projetado de tal modo que a extração de calor seja realizada somente pela parte inferior refrigerada a água, promovendo uma solidificação unidirecional vertical.

As ligas foram fundidas *in situ* e as resistências elétricas laterais do forno tiveram sua potência controlada a fim de permitir a obtenção de níveis de superaquecimentos desejados. Para começar a solidificação as resistências elétricas foram desligadas e ao mesmo tempo o fluxo de água foi iniciado.

As temperaturas no metal fundido foram monitoradas durante a solidificação através de um conjunto de 5 (cinco) termopares tipo K (1.6 mm diâmetro) localizados no metal líquido nas seguintes posições em relação à interface metal/molde: 5 mm, 10 mm, 15 mm, 30 mm e 50 mm. Todos os termopares foram conectados por um cabo coaxial em um registrador de dados interfaceado com um computador, e os dados de temperatura foram adquiridos automaticamente.

Finalmente, os lingotes obtidos foram submetidos às técnicas metalográficas para caracterizar e quantificar as estruturas celulares resultantes. Nove corpos de provas foram retirados dos mesmos nas posições 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70 mm em relação a interface metal/molde e a seguinte solução ácida foi utilizada na revelação microestrutural: 50 ml de glicerina, 35 ml de ácido acético e 15 ml de ácido nítrico, 38-40 °C.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para cada liga foram obtidos os mapeamentos de temperaturas para as cinco posições dos termopares no metal liquido.

O coeficiente de transferência de calor metal/molde (h₁) foi determinado a partir dos arquivos contendo o monitoramento experimental das temperaturas e através de um programa de diferenças finitas apresentado em recentes artigos (Spim e Garcia, 2000). Os dados térmicos experimentais foram comparados com aqueles simulados numericamente usando o coeficiente h₁, que fornece o melhor ajuste de curva, conforme analisado em artigo prévio (Quaresma, 2000). A Figura (1) apresenta o resultado de h₁ para as três ligas utilizadas neste trabalho. Observa-se, portanto, que os valores encontrados foram iguais para as três composições assumidas. Isso provavelmente deve-se ao fato da pequena diferença nas composições de soluto e conseqüentemente os valores das propriedades termofísicas serem muito próximos.

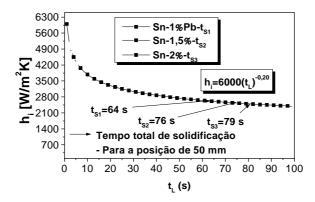


Figura 1 – Perfil transitório de h_i para as ligas Sn1%, 1,5% 2%Pb

A Figura (2) mostra, para todas as composições, o comportamento experimental da posição da isoterma liquidus com o tempo $[P=f(t_L)]$ e a velocidade dessa isoterma com a posição $[V_L=f(P)]$. Os gráficos da Figura (2.a) foram obtidos a partir das interseções das retas de cada temperatura liquidus (T_L) com os perfis térmicos em cada posição dos termopares. A velocidade V_L , para todos os casos analisados, foi determinada através da derivada das funções $P=f(t_L)$ obtidas experimentalmente, isto é, $V_L=dP/dt$. Nota-se, portanto, pelos gráficos da Figura (2.b) a diminuição da velocidade da isoterma liquidus para as posições mais afastadas da base refrigerada.

No sentido de fornecer maior consistência aos resultados experimentais, as velocidades experimentais da isoterma liquidus obtidas, para cada liga, foram comparadas com a velocidade analítica formulada por Garcia (1978, 2001) e validada em trabalho recente (Quaresma, 2000). A Figura (3) apresenta a comparação entre as velocidades analíticas e experimentais em questão. A formulação matemática para a velocidade de deslocamento da isoterma liquidus proposta por Garcia (1978, 2001) encontra-se apresentada na Equação (3):

$$V_{L} = \frac{2\alpha_{SL}\phi_{2}^{2}}{\left[\frac{2K_{S}\phi_{2}(T_{S} - T_{0})}{n\sqrt{\pi}(T_{L} - T_{0})\exp(\phi_{1}^{2})[M + erf(\phi_{1})]h_{i}}\right] + S_{L}}$$
(3)

onde, n é a raiz quadrada da razão entre as difusividades térmicas do sólido e zona pastosa, M é razão das difusividades de calor do material e do molde (M=0 para molde refrigerado), Φ_1 e Φ_2 são constantes que dependem do material, $\alpha_{\rm SL}$ é a difusividade térmica da zona pastosa, $K_{\rm S}$ é a condutividade térmica do sólido, $S_{\rm L}$ é a posição da isoterma liquidus e $T_{\rm S}$, $T_{\rm L}$ e T_0 (25 °C) são, respectivamente, as temperaturas solidus de não-equilíbrio, liquidus do metal e ambiente e $h_{\rm i}$ é o coeficiente de transferência de calor metal/molde. A Tabela (3) mostra os valores encontrados para as ligas Sn1%, 1,5% e 2% Pb.

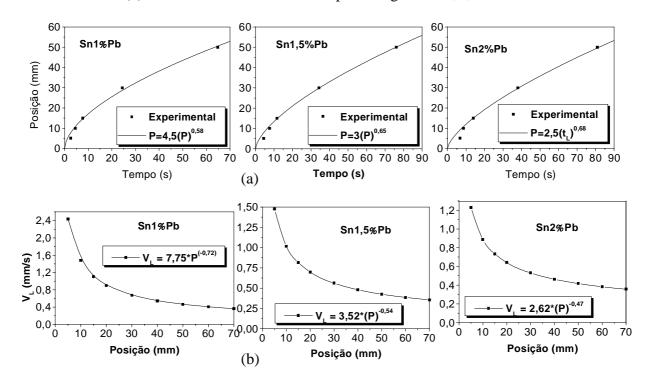


Figura 2. (a) Posição da isoterma liquidus como função do tempo e (b) Velocidade de isoterma liquidus como função da posição

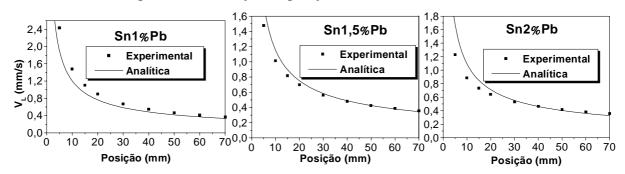


Figura 3. Velocidades de deslocamento da isoterma liquidus: comparação entre resultados experimentais e calculados pela Equação (7)

Tabela 3. Valores utilizados para o cálculo de V₁ analítica

Liga	n	$\alpha_{\rm SL} ({\rm m^2/s})$	$\Phi_{_1}$	Φ_2	$T_L({}^{\circ}C)$	т _s (°С)	$\mathbb{K}_{s}\left(W/m^{2o}C\right)$
Sn1%Pb	3,01	4,58 x10 ⁻⁶	0,402	1,887	231	183	67,0
Sn1,5%Pb	3,02	4,49 x10 ⁻⁶	0,403	1,893	230	183	66,6
Sn2%Pb	3,05	4,4 x10 ⁻⁶	0,404	1,902	229	183	66,5

A Figura (4) apresenta o comportamento experimental dos espaçamentos celulares em função da posição, velocidade da isoterma liquidus e taxa de resfriamento. A taxa de resfriamento foi calculada pela expressão analítica desenvolvida por Garcia (2001), onde a mesma é definida pelo produto de uma constante "C₁", que depende do material, com o quadrado da velocidade de deslocamento da isoterma liquidus, isto é, $T = C_1 V_L^2$. Os valores de "C₁" encontrados para as ligas Sn1%, 1,5% e 2%Pb foram 1,703, 1,706 e 1,715, respectivamente. Verifica-se, portanto, maiores valores dos espaçamentos celulares para posições mais afastadas da base refrigerada, onde as velocidades e taxas de resfriamentos são menores, o que pode ser confirmado pelas microestruturas apresentadas na Figura (5).

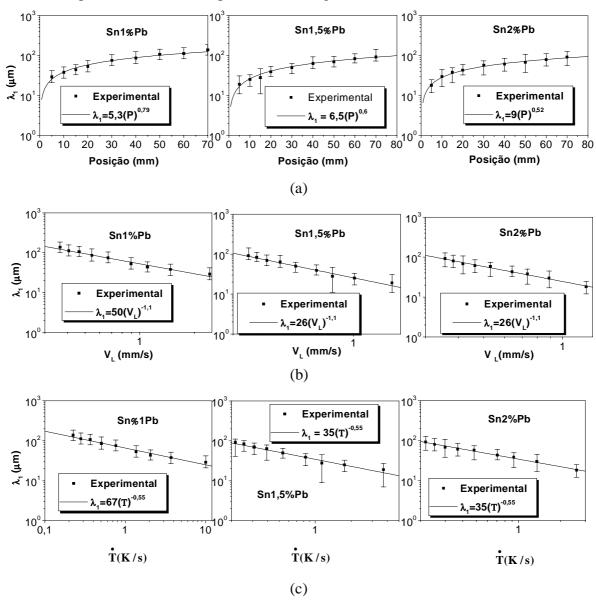


Figura 4. Comportamento experimental do espaçamento celular com: (a) a posição da isoterma liquidus, (b) a velocidade da isoterma liquidus e (c) taxa de resfriamento

Os valores dos espaçamentos celulares obtidos experimentalmente foram comparados com o modelo teórico proposto por Hunt-Lu para espaçamentos celulares (Equação 2). A Figura (6) apresenta a respectiva análise comparativa pela qual verifica-se, para todas as composições, que os valores máximos calculados a partir do modelo de HL tiveram uma boa aproximação com os resultados experimentais.

A Figura (7) apresenta, para todas as composições, os gráficos experimentais obtidos a partir das equações mostradas na Figura (4.b). A mesma nos permite observar, nas condições assumidas neste trabalho, que os valores dos espaçamentos celulares diminuem com o aumento do teor de soluto, conforme previsto pelo modelo de HL (Equação 2).

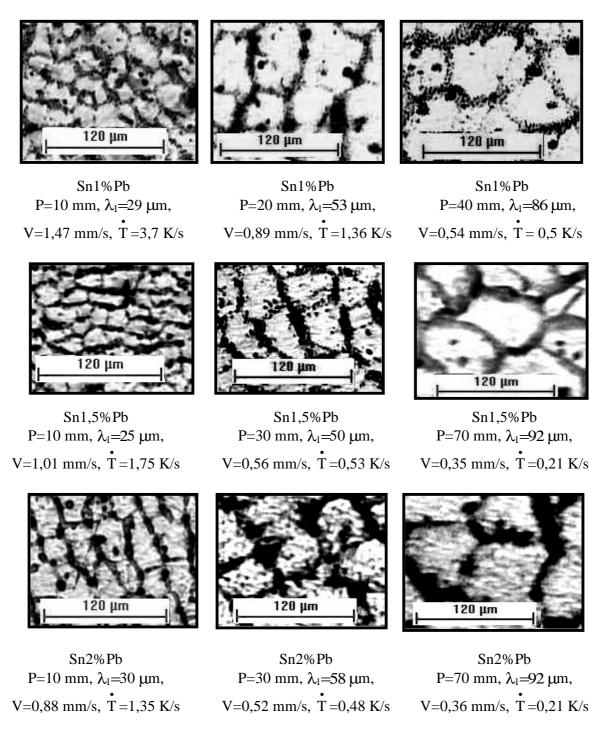


Figura 5. Microestruturas celulares resultantes do processo de solidificação

Através dos resultados experimentais de Quaresma (2000), para ligas do sistema Al-Cu, e daqueles verificados pela Figura (3) para ligas do sistema Sn-Pb, ambos validam a velocidade analítica proposta por Garcia (1978, 2001). Pode-se, portanto, reescrever, para as ligas Sn1%, 1,5% e 2% Pb, o modelo teórico de Hunt-Lu para espaçamentos celulares mostrado pela Equação (2) substituindo o valor de V_L indicado na mesma pelo valor analítico proposto por Garcia (1978, 2001) (Equação 3), conforme mostra a Equação (4).

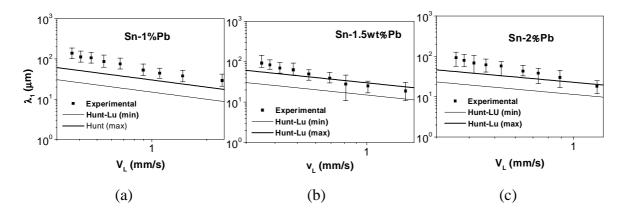


Figura 6. Comparação teórico-experimental dos espaçamentos celulares

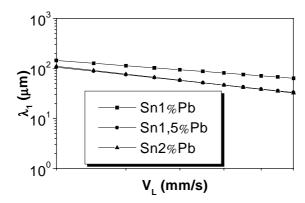


Figura 7. Estudo comparativo dos espaçamentos celulares para três composições da liga Sn-Pb

$$\lambda_{1} = 4.09 \ k_{0}^{-0.745} \left(\frac{\Gamma}{\Delta T}\right)^{0.41} D^{0.59} \left\{ \frac{2\alpha_{SL}\phi_{2}^{2}}{\left[\frac{2K_{S}\phi_{2}(T_{S} - T_{0})}{n\sqrt{\pi}(T_{L} - T_{0})exp(\phi_{1}^{2})[M + erf(\phi_{1})]h_{i}}\right] + S_{L}} \right\}^{-0.59}$$

$$(4)$$

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste trabalho, nas condições de solidificação assumidas, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

- Para condições de solidificação com extração de calor em regime transitório o espaçamento celular correlaciona-se de forma inversa com a velocidade de deslocamento da isoterma liquidus (V_L) e a taxa de resfriamento (T), conforme previsto pela Equação (1).
- Os valores dos espaçamentos celulares diminuíram com o aumento o teor de soluto para ligas diluídas do sistema Sn-Pb solidificadas em condições de fluxo de calor transitório.
- No caso de ligas Sn-Pb com valores de teores de solutos muito próximos o perfil transitório do coefici ente de transferência da calor metal/molde (h_i) foi igual para todas as composições analisadas.
- Pode-se interconectar os modelos de crescimento celular com as equações analíticas referentes aos parâmetros térmicos atuantes na solidificação, permitindo que os espaçamentos celulares sejam expressos em função das condições de solidificação.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), CNPQ, CAPES e o CEFET/PA, pelo suporte financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- Bouchard, D; Kirkaldy, J. S., 1997, Prediction of Dendrite Arm Spacings in Unsteady and Steady-State Heat Flow of Unidirectionally Solidified Binary Alloys, Metallurgical and Materials Transactions B, v. 28B, pp.651-663.
- Cardili, E.; Gündüz, M., 2000, The Directional Solidification of Pb-Sn Alloys, Journal of Materials Science , v. 35, pp. 3837-3848.
- Feng, J.; Huang, W. D.; Lin, X.; Pan, Q. Y.; Li, T.; Zhou Y.H., 1999, History-Dependent Selection Primary Cellular/Dendritic Spacing During Unidirectional Solidification In Aluminum Alloys, Acta Materialia, v. 47, n. 11, pp.3271-3280.
- Feng, J.; Huang, W. D.; Lin, X.; Pan, Q. Y.; Li, T.; Zhou Y.H., 1999, Primary Cellular/Dendritic Spacing Selection of Al-Zn Alloy During Unidirectional Solidification, Journal of Crystal Growth, v.197, pp.393-395.
- Garcia, A., 2001, Solidificação: Fundamentos e Aplicações, editora da Unicamp, São Paulo, Brasil, pp. 201-242.
- Garcia, A; Prates M., 1978, Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals, Metallurgical Transactions, v. 9B, p.449-457.
- Hunt, J. D. & Lu, S. Z., 1996, Numerical Modeling of Cellular Array Growth: Spacing and Structure Predictions, Metallurgical and Materials Transactions A, v. 27A, pp. 611-623.
- Hunt, J. D., 1979, Keynote Address: Cellular and Primary Dendrite Spacings, International Conference on Solidification and Casting of Metals, London, Metals Society, pp.3-9.
- Kurz, W.; Fisher, D. J., 1992, Fundamentals of Solidification, Trans Tech Publications, Switzerland, pp.85-87
- Quaresma, J. M. V.; Santos, C. A.; Garcia, A., 2000, Correlation between Unsteady-State Solidification Conditions, Dendrite Spacings, and Mechanical Properties, Metallurgical and Materials Transactions, v. 31A, pp.3167-3178.
- Rocha, O. F. L.; Siqueira, C. A.; Garcia, A., 2000, Análise Teórico-Experimental dos Espaçamentos Celulares na Solidificação Unidirecional da Liga Sn-1Pb, Anais do CBECIMAT/2000 (CDROM), Águas de São Pedro, SP, pp.31301-31312.
- Rocha, O. F. L.; Siqueira, C. A., 2001, Garcia, A., Theoretical Experimental Analysis Of The Cellular/Dendritic Transition During Unidirectional Solidification Of Sn-Pb Alloys, Anais do II Simpósio Brasileiro de Estruturologia/IISBE-2001 (CDROM), Tiradentes, MG, (in press).
- Santos, C. A.; Quaresma, J. M. V.; Garcia, A., 2001, Determination of transient interfacial heat transfer coefficients in chill mold castings, Journal of Alloys and Compounds, v. 319, pp.174-186.
- Spim J. A. and Garcia A., 2000, Numerical Analysis of Solidification of Complex Shaped Bodies: Coupling of Mesh Elements of Different Geometries, Materials Science Engineering. A, vol. 277, pp. 198-205.
- Spim J. A. and Garcia A., 2000, Numerical Heat Transfer-B, A modified network Aproach for Modeling Solidification of Complex-Shaped Domains, vol. 38, pp. 75-92.
- Trivedi, R, 1984, Interdendritic Spacings.2. A Comparison of Theory and Experiment, Metallurgical and Materials Transactions A, v. 15A, n. 6, pp. 977-982.
- Trivedi, R. and Kurz, W., 1994, Dendritic Growth, International Materials Review, v. 39, n. 2, pp. 49-74.
- Yu, L.; Ding, G. L.; Reye, J.; Ojha, S. N.; Tewari, S. N., 1999, Cellular/Dendritic Array Morphology During Directional Solidification of Pb-5.8 wt Pct Sb Alloy, Metallurgical and Materials Transaction A, v. 30A, pp.2463-2471.

CORRELATION BETWEEN THERMAL PARAMETERS AND CELLULAR STRUCTURES IN THE UNIDIRECTIONAL SOLIDIFICATION OF Sn-Pb ALLOYS

Otávio F. L. da Rocha Claudio Alves Siqueira Amauri Garcia Department of Materials Engineering, The State University of Campinas - Unicamp, PO Box 6122, 13083-970, Campinas/SP; e-mail:orocha@fem.unicamp.br; claudio@fem.unicamp.br; amaurig@fem.unicamp.br

Summary: Cellular spacings and primary and secondary dendritic Spacings $(\lambda_C, \lambda_1, \lambda_2)$ are important microstructural parameters resulting of the solidification process. They exercise a significant influence on the properties of solidification structures, since smaller spacings allow the microstructures to be characterized by a more uniform distribution of microscopic segregation, what favors the mechanical behavior. The literature presents results of solidification thermal parameters effecting the cellular spacings and primary and secondary dendritic spacings, most of them for steady-state heat flow conditions. In the present work, the effects of the solidification rate (V_L) , cooling rate (T_L) and of the solute concentration (C_0) on cellular spacings were investigated for Sn-Pb alloys system solidified under unsteady-state heat flow conditions. These experimental structural parameters were compared with theoretical growth models proposed in the literature.

Key words: Unidirectional Solidification, Solidification Thermal Parameters; Cellular Spacings; Cellular and Dendritic Growth Models