

## ANÁLISE DA DELAMINAÇÃO DE BORDO LIVRE CONSIDERANDO OS EFEITOS DA ABSORÇÃO DA UMIDADE E VARIAÇÃO DA TEMPERATURA

**Marco A. S.Pinheiro**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, RJ - pinheiro@uerj.br

**Bhavani V.Sankar**

University of Florida, Gainesville, FL 32611-972- U.S.A

**Resumo.** Um método é proposto para a análise da delaminação de bordo livre, sob condições de carregamento do tipo Modo I, através do cálculo da taxa de liberação da energia de deformação ( $G$ ) e da determinação das tensões adiante de uma trinca, sendo considerados os efeitos causados pela absorção da umidade pelo material e pela variação da temperatura no processo de fabricação. Um elemento de viga, deformável ao cisalhamento e com seu eixo deslocado, ora para o topo ora para o fundo, foi usado na modelagem da delaminação. Dois métodos diferentes foram empregados no cálculo de  $G$ . O primeiro método usa a integral  $J$  ao redor de um percurso de área nula que envolve a trinca, enquanto o segundo é similar ao método do fechamento virtual da trinca. As tensões adiante da trinca foram obtidas com o emprego de elementos de mola discretos colocados na região não delaminada da placa laminada. Os resultados obtidos apresentam boa concordância com outros estudos sobre o mesmo tema e mostram um comportamento já esperado do material. A vantagem principal do presente método está na sua simplicidade, da qual decorre menos esforço computacional, se comparado com outros métodos com formulação mais complexa.

**Palavras-chave:** delaminação de bordo livre, materiais compósitos, elemento de viga com eixo deslocado, absorção da umidade, variação de temperatura

### 1. INTRODUÇÃO

A delaminação é o mecanismo de falha predominante nas estruturas compósitas reforçadas por fibras longas. Frequentemente, esta falha ocorre próximo aos bordos livres, em face da ocorrência de tensões de considerável intensidade (“peel stresses”) entre as lâminas do laminado. Os efeitos causados pelas tensões residuais, advindas da absorção da umidade pelo material e da variação da temperatura durante o processo de fabricação, sobre as tensões já existentes, têm demonstrado ser de valor considerável e merecem ser estudados por aqueles interessados em evitar falhas nestas estruturas. Vários trabalhos (Armanios, 1989; Sankar, 1990 e Pinheiro, 1991) apresentam o modelo da delaminação de bordo livre na forma de uma placa sujeita a uma deformação axial uniforme ( $\epsilon_{xx}=\epsilon_0$ , como mostra a Fig. (1)

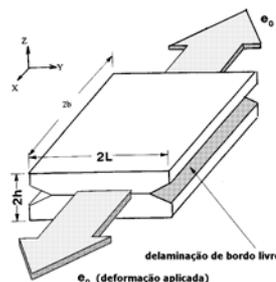


Fig 1. Delaminação de bordo livre

O problema a três dimensões é aproximado, inicialmente, a um problema a duas dimensões, considerando-se um estado plano em y-z, com as tensões e deformações específicas não variando substancialmente na direção x. Esta redução, válida para regiões afastadas do ponto de aplicação do carregamento ( $x = \pm b$ , na Fig.1), tem sido utilizada por vários autores, como Pipes e Pagano (1970), que modelam o problema no campo da elasticidade plana e o resolvem por diferenças finitas. Adiante, o problema é reduzido a uma dimensão apenas (Pinheiro e Sankar, 2000) assumindo-se que a placa encontra-se em um estado plano de tensões paralelo ao plano x-y, como usualmente é feito na teoria clássica para placas laminada. Desta forma, passam a ser considerados apenas os deslocamentos a rotações ao longo da direção y, como mostrado na Fig. (1.b). Este problema foi resolvido com emprego de elementos finitos de viga, com seus eixos deslocados.

A delaminação divide a placa laminada em duas partes, denominadas de sublaminados superior e inferior, modelados, respectivamente, com elementos de viga que têm seus eixos deslocados para baixo e para cima (*offset beam finite elements*) (Sankar and Pinheiro, 1990). O modelo adotado assume que o plano da delaminação é o mais fraco de todos e que a trinca propaga-se por este plano, sem que haja qualquer desvio.

Dois diferentes modelos com elementos finitos são usados neste trabalho. Quando G é calculada, os sublaminados têm nós comuns em toda região não laminada e um elemento rígido é posicionado na frente da ponta da trinca (Fig. 1.b). Para o cálculo das tensões adiante da trinca, elementos de mola conectam os sublaminados em sua parte não delaminada (Fig. 1.c).

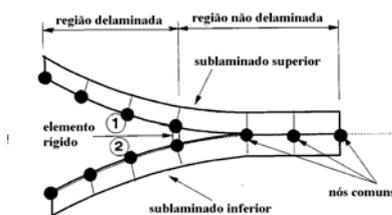


Figura 1.b - Modelo para cálculo de G.

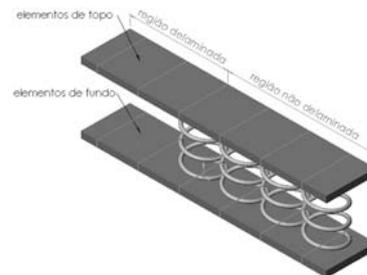


Figura 1.c - Modelo para cálculo das tensões adiante da trinca.

Durante a sua fabricação e uso, o material compósito pode ser exposto a processos e condições ambientais que favoreçam o surgimento de tensões residuais, resultantes da variação de temperatura e absorção de umidade, e que favorecem a falha por delaminações de bordo livre. Neste trabalho, o efeito destas tensões é calculado na forma de um carregamento externo fictício, aplicado sobre a estrutura como um outro carregamento externo qualquer.

## 2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A análise é feita sobre uma placa de comprimento  $2b$ , largura  $2l$  e espessura  $2h$  (Fig.1.a). Assume-se que  $2h$  é muito menor que  $2l$ , que, por sua vez, é muito menor que  $2b$ , e ainda, que existe simetria em relação ao plano xz. O plano xy pode tanto pertencer ao sublaminado superior ou inferior. A rigidez para cada um dos laminados é expresso na forma abaixo:

$$(a_{ij}, b_{ij}, d_{ij})_t = \int_0^h \overline{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (2.1)$$

$$(a_{ij}, b_{ij}, d_{ij})_b = \int_{-h}^0 \overline{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz, \quad i, j=1, 2, 6$$

onde os índices t e b referem-se, respectivamente, aos sublaminados superior e inferior. Os valores de cada um destes termos pode ser encontrado em Sankar (1990) e Pinheiro (1991).

O problema é resolvido em duas fases. Na primeira, nenhum carregamento externo é considerado e a estrutura fica sujeita apenas ao efeito da variação de temperatura e absorção da umidade. Na segunda fase o modelo, contendo a delaminação, é sujeito à deformação específica constante  $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_0$ , em adição às tensões higrotérmicas residuais já consideradas. A segunda parte pode ser encontrada em Sankar (1990) e Pinheiro (1991), sendo apresentada neste trabalho apenas o desenvolvimento da primeira parte, referente aos efeitos higrotérmicos.

Durante a sua fabricação, os compósitos passam por processos onde são aquecidos e resfriados, reduzindo a temperatura desde a de um estado livre de tensões até aquela do meio ambiente. Quando isto acontece, cada lamina influencia a expansão ou contração da outra, em face das diferenças em seus coeficiente de expansão térmica. Situação similar acontece quando há considerável absorção de umidade durante o uso do compósito. Como resultado, cada lamina apresenta tensões residuais após a montagem do laminado.

Os efeitos das tensões residuais no laminado são calculados de modo total e expressos na forma de forças e momentos higrotérmicos os quais, numa fase seguinte, são adicionados ao carregamento externo ao qual o compósito será submetido.

Durante o resfriamento, o campo dos deslocamentos é assumido na forma:

$$u(x, z) = u_0(x) + z \varphi_x(x)$$

$$v(y, z) = v_0(y) + z \varphi_y(y) \quad (2.2)$$

$$w(x, z) = w_0(x)$$

Onde  $u_0$  and  $v_0$  são os deslocamentos longitudinais dos pontos no plano  $xy$ , nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e  $\psi_x$  and  $\psi_y$  são as rotações em torno dos eixos  $y$  and  $x$ , respectivamente. Assume-se que as modificações na espessura do laminado são muito pequenas e podem não ser consideradas no problema. Desta forma,  $w$  é assumido como constante ao longo da espessura do laminado, não havendo deformação nesta direção

Das Equações (2.2) as deformações durante o resfriamento são expressas como

$$\varepsilon_{xx} = u_{0,x} + z \varphi_{x,x} = \varepsilon^0_x + z \kappa_x$$

$$\varepsilon_{yy} = v_{0,y} + z \varphi_{y,y} = \varepsilon^0_y + z \kappa_y \quad (2.3)$$

$$\gamma_{zx} = \varphi_x + w_{,x}$$

E as tensões térmicas desenvolvidas dentro de uma lamina “k” (Agarwal and Broutman, 1980) são:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} - \zeta_x \\ \varepsilon_{yy} - \zeta_y \\ -\zeta_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Onde  $Q_{ij}$  são os coeficientes de rigidez e podem ser achados em Whitney (1987), e

$$\zeta_x = \alpha_x \Delta T$$

$$\zeta_y = \alpha_y \Delta T \quad (2.5)$$

$$\zeta_{xy} = \alpha_{xy} \Delta T$$

Por definição, as forças (N) e momentos (M) atuando no sublaminado de topo são:

$$(N_x, M_x) = \int_0^h \sigma_x(1, z) dz \quad (2.6)$$

$$(N_y, M_y) = \int_0^h \sigma_y(1, z) dz$$

No caso presente, não há carregamento externo atuando sobre o compósito. Desta forma, tem-se para todo o laminado que:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{pmatrix}_k dz \quad (2.7)$$

e

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{pmatrix}_k z dz \quad (2.8)$$

onde  $n$  é o número total de lâminas no sublaminado de topo e  $(h_k - h_{k-1})$  é a espessura da lâmina  $k$ .

Substituindo as Eq. 2.4 nas Eq. 2.7 e 2.8, e usando a definição de coeficientes de rigidez dada pela Eq. 2.1, obtem-se as expressões abaixo, representativas das forças e momentos resultantes:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ M_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & b_{11} \\ b_{11} & d_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^0_x \\ \kappa_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{12} & b_{12} \\ b_{12} & d_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^0_y \\ \kappa_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N^T_x \\ M^T_x \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{pmatrix} N_y \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} & b_{12} \\ b_{12} & d_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^0_x \\ \kappa_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{22} & b_{22} \\ b_{22} & d_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^0_y \\ \kappa_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N^T_y \\ M^T_y \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

onde  $N^T_x$  e  $M^T_x$  são as forças e momentos térmicos na direção  $x$  e da mesma forma são  $N^T_y$  e  $M^T_y$  na direção  $y$ .

As forças e momentos térmicos são expressos como:

$$[N^T_x, M^T_x] = \int_0^h \left[ \bar{Q}_{11} \zeta_x + \bar{Q}_{12} \zeta_y + \bar{Q}_{16} \zeta_{xy} \right] (1, z) dz \quad (2.11)$$

$$[N^T_y, M^T_y] = \int_0^h \left[ \bar{Q}_{12} \zeta_x + \bar{Q}_{22} \zeta_y + \bar{Q}_{25} \zeta_{xy} \right] (1, z) dz$$

Definindo as matrizes,

$$[L] = \begin{pmatrix} a_{11} & b_{11} \\ b_{11} & d_{11} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$[M] = \begin{pmatrix} a_{12} & b_{12} \\ b_{12} & d_{12} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$[N] = \begin{pmatrix} a_{22} & b_{22} \\ b_{22} & d_{22} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

As Equações 2.9 e 2.10 tomam a forma:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = [L] \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{pmatrix} + [M] \begin{pmatrix} \varepsilon_y^0 \\ \kappa_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_x^T \\ M_x^T \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

e

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{pmatrix} + [N] \begin{pmatrix} \varepsilon_y^0 \\ \kappa_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_y^T \\ M_y^T \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Da Equação 2.16 obtém-se:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_y^0 \\ \kappa_y \end{pmatrix} = [N]^{-1} \begin{pmatrix} N_y^T \\ M_y^T \end{pmatrix} - [N]^{-1} [M] \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

E, por substituição da Eq. (2.17) na Eq.(2.16):

$$\begin{pmatrix} N_x^T \\ M_x^T \end{pmatrix} = [P] \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{pmatrix} + [M] [N]^{-1} \begin{pmatrix} N_y^T \\ M_y^T \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

onde

$$[P] = [L] - [M] [N]^{-1} [M] \quad (2.19)$$

Assim sendo, as forças e momentos térmicos,  $P^T$  and  $M^T$  respectivamente, são definidos como:

$$\begin{bmatrix} P^T \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [P] \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \kappa_x \end{pmatrix} - [M] [N]^{-1} \begin{pmatrix} N_y^T \\ M_y^T \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Deste ponto em diante, as forças e momentos térmicos resultantes, definidos na Eq. 2.20, são considerados como carregamentos externos atuando no compósito (Agarwal and Broutman, 1980). O método dos elementos finitos é usado para resolver a Eq. 2.20 e obter a resolução para  $\varepsilon_x^0(x)$  e  $\kappa_x(x)$ . Para o sublaminado inferior a derivação é a mesma, exceto pelo limites de integração que passam a ser de 0 a  $-h$ , e não mais de 0 a  $h$ , como adotado para o sublaminado superior, ou de topo. O efeito da absorção da umidade é tratado de modo análogo ao usado para a variação da temperatura, apenas substituindo-se  $\alpha$ , coeficiente de dilatação térmica, por  $\beta$ , coeficiente de absorção de umidade do material empregado.

### 3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Alguns resultados a respeito da taxa de liberação da energia de deformação,  $G$ , (strain energy release rate) e das tensões entre as laminas em delaminações de bordo livre podem ser achados em Whitney (1987), (Pagano, 1989) e Raju (1986). Estes pesquisadores obtiveram seus resultados referentes a um mesmo modelo de laminação de bordo livre, o qual também foi adotado neste trabalho, para facilidade de comparação de resultados. O modelo tem uma relação entre

largura e espessura ( $b/h$ ) é 25 (Fig. 1.a e 1.b), a qual é típica para corpos de prova convencionais usados em testes de delaminação de bordo livre (EDT *specimens*). Considerando um sistema de eixos coordenados no qual  $x_1$  e  $x_2$  são, respectivamente, paralelo e transverso à direção das fibras, e  $x_3$  corre através da espessura, as propriedades consideradas para uma Lâmina são:

$$\begin{aligned} E_1/E_2 &= 14 & E_2/E_3 &= 1 \\ G_{12}/E_2 &= 0.533 & G_{23}/E_2 &= 0.323 \\ \nu_{12} &= 0.3 & \nu_{23} &= 0.55 \\ \alpha_1 &= -9 \text{ E-}07/^{\circ}\text{C} & \alpha_2 = \alpha_3 &= 23 \text{ E-}06/^{\circ}\text{C} \\ \beta_1 &= 0 & \beta_2 = \beta_3 &= 5560 \text{ E-}06/\% \end{aligned}$$

onde  $E_i$  é o módulo de elasticidade longitudinal na direção “i”,  $G_{ij}$  é o módulo de elasticidade cisalhante no plano  $x_i$ - $x_j$  e  $\nu_{ij}$  é o coeficiente de Poisson’s. Finalmente, os coeficientes de dilatação térmica e de absorção de umidade na direção “i” são representados pelas letras  $\alpha_i$  e  $\beta_i$ , respectivamente. Essas propriedades, assim como as relações entre elas, são típicas para um compósito unidirecional de alta performance, com matriz de epóxy reforçada por fibras de carbono.

Os corpos de prova (CP’s) considerados no presente trabalho são dotados das seguintes seqüências de empilhamento (*lay-ups*):

Corpo de prova A:  $[90_3/0_3]_s$

Corpo de Prova B:  $[-60/60_2/-60/0_2]_s$

Corpo de Prova C:  $[-45/45_2/-45/0_2]_s$

Corpo de Prova D:  $[0_2/-60/60_2/-60]_s$

Um razoável valor a ser considerado para processos de tratamento em laminados de grafite-epóxy é 411 K (138°C) (Whitney, 1987). Assumindo 294 K (21°C) como temperatura ambiente, a diferença na temperatura ( $\Delta T$ ) que causará as tensões residuais nas lâminas será igual a -177 K (117°C).

Os valores críticos de deformação axial ( $e_0$ ), determinados experimentalmente em testes de delaminação de bordo livre são: 0.3% para laminados com os reforços de suas lâminas em diferentes direções (*angle ply laminate*), e 1% para o caso especial de apenas duas direções (*bi-directional laminate*) (Whitney, 1986). Estes valores foram, por esta razão, adotados nas modelagens a seguir relatadas.

O valor da taxa de liberação da energia de deformação,  $G$ , normalizado, foi calculado com uso da expressão:

$$G_N = \frac{G}{E_2 h e^2_0} \quad (3.1)$$

e os resultados encontrados aproximaram-se satisfatoriamente daqueles obtidos por outros autores (Pinheiro, 1991).

O levantamento das tensões adiante da trinca, entre as laminas que se separam, foi feito mediante a aplicação de elementos de molas na região ainda incólume, ou seja, não separada. A constante de mola destes elementos foi judiciosamente calculada, sendo adotado o valor de  $300 \times 10^9$  N/m por unidade de comprimento (Pinheiro, 1991).

A tensão de separação das lâminas (*peel stresses*) foi calculada para os três corpos de prova adotados, com e sem os efeitos higrotérmicos. Pode ser observado que o efeito da tensão residual térmica é o de aumentar a tensão de separação, favorecendo portanto a ocorrência da delaminação. Este efeito é mais significativo para o CP A ( $[90_3/0_3]$ ) e menos para o CP C ( $[-45/45_2/-45/0_2]_s$ ).

A Figura (3.1) compara a distribuição das tensões calculadas no presente trabalho com as obtidas por Whitney (1987), para valores de  $\Delta = 273 \text{ K}$  ( $0^\circ\text{C}$ ) e  $\Delta = -117\text{K}$  ( $-117^\circ\text{C}$ ) para o CP B, com excelente concordância de resultados.

Além do efeito provocado pela variação da temperatura, também foram realizados alguns estudos sobre a ação causada pela absorção da umidade. Os procedimentos de análise são similares, apenas sendo trocado, neste caso, os termos em  $\alpha \Delta T$  por  $\beta \Delta H$ , onde  $\beta$  é o coeficiente de absorção de umidade característico do material, e  $\Delta H$  representa a variação na concentração de umidade ambiental. A Figura (3.6) mostra a ação da concentração de umidade sobre o CP A, com a absorção da umidade pelo compósito variando de 0% até 1.2% do valor de seu peso, o que reflete condições encontradas na prática. Os resultados encontrados estão de acordo com aqueles apresentados por Armanios and Badir (1989). Ao contrário do efeito térmico, a umidade residual tende a diminuir a tensão de separação das lâminas à frente da trinca.

#### 4. CONCLUSÕES

As tensões térmicas tendem a aumentar o valor total da taxa de liberação energia de deformação e o valor da tensão de separação das lâminas à frente da trinca, favorecendo, portanto, a ocorrência da delaminação, enquanto que a umidade residual tende a fazer efeito contrário, dificultando a delaminação.

Os resultados obtidos pelo presente método estão bem próximos aos apresentados por Whitney (1987), Pagano (1989), Raju (1986) and Armanios and Badir (1989), com uso de outros métodos. Assim sendo, o presente método, com uso de elementos de viga com seus eixos deslocados (*offset nodes*) Sankar (1990) e pinheiro (1991) é um bom método de predição da taxa de liberação da energia de deformação e das tensões adiante da trinca, nos casos de delaminação de bordo livre. O presente método traz a vantagem da facilidade de modelar qualquer geometria, carregamento e condições de contorno, além de evitar o renumeramento dos nós à medida em que se propaga a trinca. Pode ainda ser expandido para análises dinâmicas, flambagem e delaminação geral em placas.

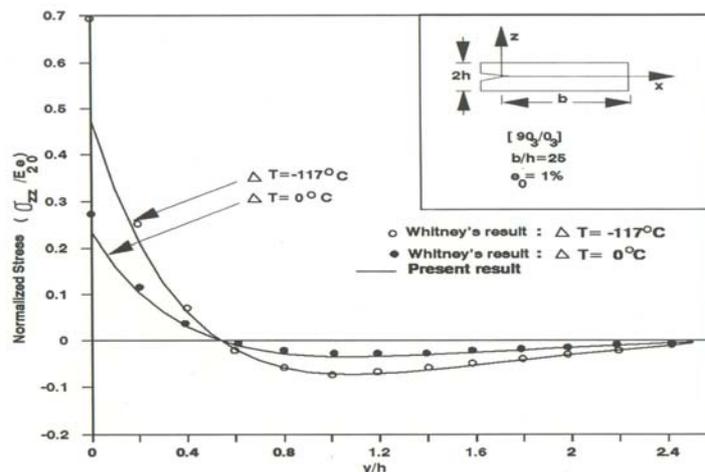


Figura 3.1 – Tensões adiante da trinca para o CP A

#### 5. REFERÊNCIAS

- Agarwal, B. D. & Broutman, L. J., (1990), "Analysis and Performance of Fiber Composites", John Wiley & Sons, New York, NY.
- Andrade, L. H., (1995), "Modelagem Numérica Termoelástica de Vigas Laminadas", Tese de Mestrado, IME- Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil.

- Armanios, E. A. And Badir, A., (1989), "Hygrothermal Influence on the Edge Delamination in Composites", Technomic Publishing Company, Lancaster, Pennsylvania, NY.
- Armanios, E. A. And Badir, A., (1989), "Sublaminar Analysis of Mode I Edge Delamination in Laminated Composite", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Gibson, R. F., (1994), "Principles of Composite Material Mechanics", McGraw-Hill, NY.
- Hellan, K., (1984), "Introduction to Fracture Mechanics", Mc-Graw-Hill, New York, NY.
- Kanninen, M.F., (1984), "Advanced Fracture Mechanics", Oxford University Press, New York, NY.
- Monte, C. R. P. e Pinheiro, M.A.S., 1998, "Análise da Fratura em Materiais Compósitos utilizando Elemento de Viga com Eixo Deslocado", V Congresso de Engenharia Mecânica Norte/Nordeste/ 98, Fortaleza, CE, pp. 246-253.
- Pinheiro, M. A. S., (1991), "Finite Elements for Free Edge Delamination and Delaminated Anisotropic Beams", Doctoral Dissertation, University of Florida, Gainesville, USA.
- Pinheiro, M.A. and Bhavani V.Sankar, (2000), "Beam Finite Element for Analyzing Free Edge Delamination", Journal of Thermoplastic Composite Materials, vol.13, no.4, pp.272 –290.
- Pipes, R.B. and Pagano, N.J., (1970), "Interlaminar Stresses in Composite Laminates under Uniform Axial Extension", J.Composite Materials, vol. 4, n.4,p.538.
- Pinheiro, M.A.S. and Bhavani V.Sankar, (2000), "Análise de delaminação de bordo livre com uso de elemento de viga e fundação elástica", III Encontro de Modelagem Computacional, Nova Friburgo, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 40-44.
- Sankar, B. V. and Pinheiro, M. A. S., (1990), AIAA/ASME/ ASCE/AHS/ASC 31<sup>th</sup> SDM Conference, pp. 1227-1233, Los Angeles, California..
- Sankar, B. V., (1991), "A Finite Element for Modeling Delaminations in Composite Beams", Computers & Structures, pp. 239-246.
- Timoshenko, S.P. & Goodier, J.M., (1970), "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, NY, pp. 50-53.
- Whitney, J. M., (1986), "Stress Analysis of Mode I Edge Delaminating Specimens for Composite Materials", AIAA Journal, vol. 24, no.7, pp.1163-1168.
- Whitney, J. M., (1987), "Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates", Technomic Publishing Company, Lancaster, PA.

## ANALYZING FREE EDGE DELAMINATION CONSIDERING THE HYGROTHERMAL EFFECTS

**Marco A. S. Pinheiro**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, 20550-013 – Rio de Janeiro - pinheiro@uerj.br

**Bhavani V. Sankar**

University of Florida, Department of Aerospace Engineering, Mechanics & Engineering Science  
P.O.Box 116250 – Gainesville, FL 32611-972- U.S.A.

**Abstract.** *A method is proposed to analyze the free edge delamination under Mode I type loading situations, obtaining the strain energy release rate ( $G$ ) and the stresses ahead of the crack, considering the effects of temperature variation and the moisture absorption on the free edge stresses. A shear deformable beam finite element with nodes offset to either the top or bottom side is used in modeling the free edge delamination. Two different methods are used to calculate the  $G$  value. The first one uses the  $J$ -integral evaluated around a zero-area path surrounding the crack tip, while the second method is similar to the virtual crack closure method. The stresses ahead of the crack are obtained by using discrete spring elements in the uncracked portion of the laminate plate. The results calculated are in good agreement with*

*results obtained from other studies of the same problem. The advantage here lies in the simplicity of the used method, which requires, also, less computational effort than the methods that use solid element.*

**Keywords:** *free edge delamination, composite material, offset beam finite element, moisture absorption and thermal effects*