

Tema



• TERMODINÂMICA, TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA

7 - REFERÊNCIAS

Anderson, J. Y., Bjurstrom, H., Azoulay, M., and Carlsson, B., 1985, "Experimental and Theorical Investigation of the Kinetics of the Sorption of Water Vapor by Silica Gel", J. Chem. Soc., Farady Trans. I, V. 80, pp. 2681-2692.

Bjürström, H., Karawachi & Carlsson, B, 1984, Int. J. Heat Mass Transfer, 27, No 11 2026-2036.

Guilleminot, J.J., 1978, "Caractérisation de l'état stationnaire liquide-gaz-adsorbant lors de l'adsorption de gaz facilement condensable sur les zéolithes". PhD, Thesis , Dijon(FR) University.

Gurgel, J.M., 1998, "Thermal conductivity of silica-gel/water, High Temperatures - High Pressures", V 30 pp. 315-320.

Grenier, Ph, Bourdin, V. Sun, L.M. & Meunier, F., 1995, "Single-Step Thermal Method to Measure Intracrystalline Mass Diffusion in Adsorbents", AIChE Journal., 41) 2047-2057.

Kärger, H. and Ruthven, 1989, "On the Comparison between Macroscopic and n.m.r. Mearurements of Intraceystalline Diffusion in Zeolites", Zeolites, 9, 267.

Khelifa, N., , 1984, "Das Adsorptionspaar Silicagel-Wasserdampf, Anwendung als Solares Klimatirierungsystem", Disertation Ludwig-Maximillians Universität, Munich.

Lu, T.L., Charoensupaya D. and Lavan, Z., 1991, "Determination of Sorption rate and Apparent Solid-Side Diffusivity of Pure H_2O in Silica Gel Using a Constant Volume/Variable Pressure Apparatus", J. of Solar Energy Engineering, 11/1991, V. 113/257.

Ruthven, D., 1984, "Principles of Adsorption and Adsorption Process », J. Wiley.

Sahnoune, H & Grenier Ph, 1989, "Measure de la conductivité thermique d'une zéolithe", Chem. Eng. J., 40, 45-54.

Sun, L. M & Meunier, F., 1987, "Non-isothermal Adsorption in a Bidisperse Adsorbent Pellet", Chem. Eng. Sci., 42, 2899-2907.

Sun, L. M & Meunier, F., 1987, "A Detailed Model for Non-isothermal Sorption in Porous Adsorbents", Chem. Eng. Sci., 42, 1585.

Tempelhoff, K., and Feldmann, K., 1975, Z. Phys. Chem., Vol. 256, p. 369.

efetuado a temperaturas próximas de 200 °C. Os estudos das difusividades são consistentes comparando com alguns investigadores (Anderson et al, 1985); Tempelhoff e Feldmann, 1975), (Grenier et al, 1995).



Figura 3 - Influência do diâmetro da partícula na taxa de adsorção.

5 - CONCLUSÕES

Determinação da cinética de adsorção de água em sílica gel mostra que a D_{ef} aumenta com tamanho do grão. Esta observação é consistente com o modelo desenvolvido e é devido aos efeitos de geometria e de temperatura. A maior cinética de adsorção verificada na zeolita é de interesse prático para utilização desde que se tenha fonte térmica para a sua regeneração com temperaturas em torto de 150 °C. A taxa de adsorção da água pela sílica gel, é entretanto, mais lenta, mas tem a vantagem de necessitar de temperaturas mais baixas para regeneração, em torno de 90 °C o que é compatível com energia o solar usando tecnologia simples. Os valores de difusividade efetivas encontradas estão, aqui, levando em conta a difusividade de massa entre ar e vapor de água. O modelo desenvolvido está de acordo com os dados experimentais e valores encontrados na literatura além da vantagem de ser facilmente acoplado para uma modelização de um reator adsortivo.

6 - AGRADECIMENTOS:

Este trabalho foi patrocinado por CNPQ (Proc. Nº 350163/91-0).

Tabela 2 - Resultados dos coeficientes de difusão de vapor d'água em zeólita e sílica
gel com pressão de 2.0 kPa.

r			
Exp.	ADSORVENTE	d (mm)	D_{eff} (m ² /s)
1	SILICA GEL	2.3	3.41 E –11
2	SILICA GEL	3.5	4.10 E –11
3	SILICA GEL	4.0	5.37 E –11
4	SILICA GEL	5.0	1.34 E –10
6	ZEOLITA	1.0	1.02 E-10
7	ZEOLITA	3.0	1.27 E-10
8	ZEOLITA	4.0	1.60 E-10



Figura 2 - Dependência da Difusividade Efetiva (Def)em função do tamanho dos grãos.

Esta observação é consistente com o modelo desenvolvido e este fenômeno não é devido apenas ao efeito de temperatura, mas também há um efeito de geometria que causa este aumento, o que é proporcional com a relação quadrada entre os diâmetros do grão (é ignorado o efeito de calor térmico à partícula).

Na tabela 2 são mostrados uma diferença entre a taxa de adsorção de água para sílica gel e para zeólita. Este resultado é de grande valia já que mostra e importância em se utilizar o zeolite como adsorvente para sistemas de refrigeração se o procedimento de regeneração for

Assumindo a concentração da superfície do grão em equilíbrio com a pressão de gás de vapor d'água e temperatura da sala, então a concentração é calculada por Dubinin (Ruthven, 1984):

$$\chi(R,t) = C1^* EXP\{-C2^* (T^* Ln (Ps/Pc))^N\}$$
(3)

onde:

C1, C2 e N são constantes de Dubinin (tabela 2); Ps = pressão de saturação; Pc = pressão parcial de vapor d'água; T = temperatura dos grãos.

A condição inicial para o problema é:

$$X(\mathbf{r},\mathbf{t}) = 0 \text{ (grãos completamente secos)}$$
(4)

T(r,0) = Temperatura do ambiente (5)

A quantidade de adsorbato que penetra no grão por cada intervalo de tempo é:

$$Ma = \Delta t A \rho_s D_{ef} \left. \frac{\partial \chi}{\partial r} \right|_{R}$$
(6)

onde:

A é a área da superfície externados grãos; ρ_s é a densidade de sólido adsorvente.

O balanço de energia em um grão isotérmico é dado por:

$$(Ms Cs + \Sigma Ma Ca) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Qs Ma}{\Delta t} + (h_R + h_C)(T - Ta)$$
(7)

onde:

(Ms Cs) e (Ma Ca) são os calores específicos da amostra úmida; Qs é a entalpia de adsorção de massa; (hr + hc) são os coeficiente de transferência de calor global (condução e radiação para o ambiente).

O modelo é resolvido usando diferenças finitas em um esquema semi-implicito. Os resultados experimentais confrontados como modelo permitiram a identificação das propriedades através de uma análise de erros dos mínimos quadrados.

4 - RESULTADOS DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA.

Alguns dos resultados são mostrados na tabela 2 e na fig. 2 e 3. Todas as experiências foram executadas dentro de uma sala a 22 °C e com uma pressão que corresponde a 2 kPa de pressão parcial de vapor de água contido no ar úmido. Figuras 2 e 3 e tabela 2 mostram que a difusividade efetiva da massa de água em sílica gel e zeolita aumenta com o aumento do diâmetro do grão.

zeolita, três amostras com os seguintes diâmetros (1.0 mm, 3.0 mm e 4.0 mm). As amostras, antes das medidas foram preparadas, aquecendo-as em uma estufa a aproximadamente 200 °C por 25 h.



Figura 1 - Equipamento Experimental. (1) balança digital. (2) tela fina de aço. (3) amostra (4) sensor de temperatura de bulbo seco. (5) sensor de temperatura de bulbo úmido. (6) controle temperatura da sala do sistema.

3 – MODELIZAÇÃO MATEMÁTICA

Os grãos adsorventes oferecem diferentes resistências à transferência de massa: a resistência na superfície externa do adsorvente, e a resistência nos microporos e macroporos (fase molecular ou regime de Knudsen). Modelo detalhado foi apresentado por (Sun e Meunier, 1987). Aqui é apresentado um modelo efetivo e simplificado. Neste modelo é assumido uma difusividade de massa efetiva, D_{ef} . As partículas são consideradas completamente esféricas e com diâmetro uniforme. A pressão e temperatura do gás circunvizinho são constantes. O campo de temperatura nos grãos, como são de pequenas dimensões, é calculado pela análise global. A equação de difusão de massa é então:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} = \frac{1}{D_{ef}} \frac{\partial \chi}{\partial t}$$
(1)

onde:

X (Kg de água / Kg do adsorvente seco); D_{ef} (m²/s) é a difusividade efetiva de massa.

As condições limites são:

1-

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \tag{2}$$

como sílica gel e a zeólita são ambos sugeridos para estes propósitos. A análise do comportamento térmico dos reatores adsortivos (dissecantes) é muito sensível à transferencia de calor e massa em seu leito poroso. Logo, torna-se necessário o conhecimento das cinéticas de sorção destes materiais. A sílica gel, aqui estudada, é produzida comercialmente por Kalichemie*, e conhecida como "tipo R Sorbead", apresentado-se em grãos esféricos, com diâmetro entre 2 e 5 mm.. Os grãos de zeólita, também de forma esférica, com diâmetro entre 1 e 4 mm, são comercializados pela CECA. Na tabela 1 são apresentadas algumas de suas propriedades.

	SILICA GEL	ZEOLITA
d [mm]	2.3/3.5/4.0/5.0	4, 3, 1
ε [porosidade]	0.37	0.37
$\lambda_{s} [w m^{-1} K^{-1}]$	0.7	0.18
$\rho_{\rm s}$ [kg m ⁻³]	1270	1184
Cp [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	1074	980
$C1 = W_0 \rho(T)$ [-]	0.407	0.27
C2 [K ⁻¹]	2.27 E-3	1.8 E –7
N	1	2

Tabela 1 - Silica gel (Gurgel,1988) e Zeolita (Sahnoune e Grenier, 1989), dados. C1,C2 e N são constantes de equação de Dubinin (Eq. N°5) foi determinado por (Khelifa, 1984) para silica-gel/água e determinado por (Guilleninot, 1978) para zeolite/água

Diversas investigações experimentais e teóricas para determinação da cinética de difusão de massa em processos de adsorção foram realizadas, nos últimos 30 anos, com diferentes técnicas para medição de coeficientes de difusão utilizadas em Kärger e Ruthven(1989), Grenier et al(1995), Anderson et al(1985) e Lu et al(1991).

O presente trabalho, é uma contribuição na determinação da diffusividade efetiva da água (presente no ar úmido) em sílica gel e zeólita, quando submetidos à pressões de 2.0 kPa, o que corresponde a uma pressão parcial de vapor de água média presente em ambientes a serem climatizados.

2 - DETERMINAÇÃO DA DIFUSÃO DE MASSA

Todo o aparato experimental foi colocado dentro de uma sala climatizada (com temperatura e umidade controladas), como pode ser visto na fig.1. O equipamento consiste em: uma balança digital onde a amostra é colocada e pesada, em instrumentos para medidas das propriedades psicométricas: temperatura de bulbo seco e temperatura de bulbo úmido. O procedimento experimental consiste em colocar a amostra seca (o que se consegue deixando-a passar um certo tempo dentro de uma estufa a uma temperatura previamente estipulada) sobre uma tela de aço. Os grãos são espaçados corretamente para prevenir interferência entre as partículas e submetidos em seguida a uma temperatura e pressão de ar úmido da sala. A pressão de vapor de água parcial na sala é calculada através de relações de psicométricas. O conseqüente aumento do peso da amostra é medido por unidade de tempo. Quatro amostras de sílica gel, de tamanhos diferentes (2.3 mm, 3.5 mm, 4.0 mm e 5.0 mm), foram testadas e para

DIFUSIVIDADE APARENTE DE AR ÚMIDO EM SÍLICA GEL E ZEÓLITA

J.C. Santos¹, P.P. S. Couto Jr.², L.S.Andrade F^{o 3}, J.M. Gurgel UFPB/DTM/CPGEM/Laboratório de Energia Solar, e-mail: gurgel@les.ufpb.br C.P. 5115, CEP 58051-970, João Pessoa - PB - Brasil 1-UFPB/CT/CPGEM 2-UFPB/CT/CGEM/CNPq 3-UFPB/CT/DTCC/CPGEM

Resumo

É apresentada uma técnica bastante simples para a determinação experimental dos coeficientes de difusão de massa aparente de ar úmido em grãos de sílica gel e zeolita. As experiências são realizadas através da pesagem contínua das amostras, inicialmente anidras e em seguida submetidas a uma atmosfera de ar úmido controlada à uma pressão parcial de vapor d'água de 2 kPa. Os coeficiente são obtidos através da comparação dos resultados experimentais que são confrontados com os obtidos através de uma modelização matemática do fenômeno estudado. O modelo desenvolvido é simples, e considera um coeficiente global efetivo que leva em conta todas as resistências enfrentadas pelo vapor d'água para se difundir-se no grão. Os resultados obtidos, mostram que a sílica gel e a zeólita apresentam taxas e cinéticas de adsorção diferentes, quando submetidos às mesmas condições de trabalho. Os resultados apresentados são bastante úteis no desenvolvimento de sistemas de ar condicionado em ciclo aberto usando dissecantes.

Palavras - chave: Difusão de massa, Sílica gel, Zeolita, Adsorção

1 – INTRODUÇÃO

Em sistemas de refrigeração, os CFC's aparecem como os principais responsáveis pela destruição da camada de ozônio. Desta forma, o desenvolvimento de outras tecnologias alternativas têm sido objeto de inúmeras pesquisas. Dentre elas, se destacam os sistemas dissecantes, que além de utilizarem substâncias não tóxicas, se apresentam como uma opção extremamente viável na diminuição do consumo de energia elétrica, que fica limitada apenas para controlar o fluxo de ar e de circulação de água. Nestes sistemas, o princípio de funcionamento é baseado em resfriamento evaporativo. Para isto, ar úmido do ambiente é insuflado e secado através da sua passagem por um leito dissecante, e em seguida resfriado através de um processo de umidificação adiabática, obtendo-se desta forma uma temperatura e umidade de conforto térmico. Para a regeneração do leito dissecante, pode ser usado energia solar ou outras fontes de energia provenientes de processos térmicos industriais. Dissecantes

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL BASEADA NA DISPONIBILIDADE DE RESÍDUOS ENERGÉTICOS PARA A PRODUÇÃO DE FRIO

Jurandir Crispiniano Viana de Andrade Carlos Antonio Cabral dos Santos

Celina Maria Ribeiro Varani

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica e Laboratório de Energia Solar, Cidade Universitária, Campus I, 58059-900, João Pessoa, PB, Brasil. E-mail: jurandir@les.com.br, cabral@les.com.br e celina@les.com.br .

Resumo

O presente trabalho consiste na simulação computacional de um ciclo de refrigeração por absorção usando a solução aquosa de Brometo de Lítio, baseada na disponibilidade energética de produtos de combustão. Tem como objetivo analisar os processos envolvidos nos diversos componentes do ciclo afim de obter parâmetros de interesse prático de engenharia. Foram feitas simulações com base em dois modelos. O primeiro modelo se baseou nos parâmetros de entrada: temperatura do Gerador, temperatura no Evaporador, diferença de temperatura no trocador de calor da solução, concentrações da solução e calor disponível no Gerador (diferentemente do observado nos trabalhos publicados, que utilizam a capacidade de refrigeração como dado básico de entrada). Esse modelo gera uma temperatura de condensação mais elevada que os valores usuais. O segundo modelo modifica o primeiro com a fixação da temperatura de condensação em lugar de temperatura do Gerador e um novo valor para concentração da solução fraca, permanecendo os outros parâmetros fixados anteriormente. Além de eliminar os inconvenientes práticos, o segundo modelo aumentou a Coeficiente de Eficácia do sistema em cerca de 20%. A partir dos resultados da simulação, encontram-se dimensionados os componentes do sistema para a construção de uma unidade piloto, afim de realizar testes e obter dados de comparação dos resultados experimentais para ajuste do modelo utilizado.

Palavras-chave: Simulação, Absorção, Cogeração.

1. INTRODUÇÃO

Existem unidades fabris nas quais os processos de produção geram resíduos energéticos que não são aproveitados para realização de outros processos. Uma possibilidade de redução de gastos com energia elétrica é o aproveitamento dessa disponibilidade energética para a produção de frio, através de um sistema de refrigeração por absorção, em substituição ao de compressão mecânica de vapor, para suprir parte ou total da demanda de energia da unidade.

Os sistemas de refrigeração por absorção que existem atualmente são, na sua maioria, sistemas de altas toneladas de refrigeração, acima de 100TR e são de dois tipos; os de simples efeito e os de duplo efeito. Encontram-se sendo desenvolvidas os de triplo efeito, citado em BURGETT *et al.* (1999).

O presente trabalho apresenta a simulação dos processos envolvidos nos componentes de um sistema de Refrigeração por Absorção utilizando o par LiBr/Água, do tipo de simples

efeito e com capacidade de aproximadamente 4TR. Utiliza dois Modelos Termodinâmicos segundo VAN WYLEN *et al* (1995), que foram desenvolvidos utilizando a linguagem FORTRAN 90, de HAHN (1997), afim de dimensionar e selecionar os componentes para uma Unidade Piloto de Refrigeração, a ser montada no Laboratório de Energia Solar/UFPB.

Os dois modelos utilizam como hipótese o calor fornecido ao Gerador como dado de entrada, ao contrário da maioria das aplicações e dos trabalhos encontrados, por exemplo em BOGART (1982), que se baseiam na carga térmica do Evaporador e é fundamentada na necessidade de aproveitamento de resíduos energéticos industriais para a produção de frio (Cogeração).

2. MODELOS TERMODINÂMICOS

2.1 Primeiro Modelo Termodinâmico

O primeiro modelo termodinâmico desenvolvido utiliza como hipóteses a taxa de transferência de calor fornecido ao Gerador (Q_g), a temperatura do Gerador (t_g), temperatura de evaporação (t_e), as concentrações forte e fraca da solução de Brometo de Lítio ($X_4 e X_3$) e o diferencial de temperatura no trocador de calor (DT), no lado de solução de baixa concentração de LiBr.

Este modelo fornece os valores numéricos de todos os parâmetros referentes aos pontos do sistema de absorção com o par Brometo de Lítio/Água,, como pode ser visto na Figura 1 obtida em STOECKER e JABARDO (1995).



Figura 1. Esquema de uma unidade de refrigeração por absorção, de simples efeito.

O valor da taxa de transferência de calor do Gerador utilizado na simulação, teve como base a quantidade de energia disponível em duas chaminés de uma indústria local, que é em torno de 100 TR, apresentado por AMORIM (1994). Foi considerado o valor vinte vezes menor, isto é, igual a 5TR (17,586 KW).

A temperatura de evaporação (t_e) também obtida da referida indústria, é a temperatura de água gelada que sai do Resfriador de Líquido, tomada igual a 7°C.

A temperatura do Gerador (t_g) foi definida através de uma análise com os parâmetros: diferencial de temperatura do trocador de calor intermediário (DT), Coeficiente de Eficácia (CDE), temperatura do Condensador (: t_c) e temperatura do Absorvedor (t_{ab}), como pode ser visto na Figura 2. Foi tomada a temperatura do Gerador igual a 110°C. A DT foi considerada igual a 20°C, pois é o DT que apresenta maior Coeficiente de Eficácia, já que os valores crescente de DT são da esquerda para direita na Figura 2.



Figura 2. Relação entre o Coeficiente de Eficácia e a temperatura do Gerador, para uma faixa de DT entre 10°C a 20°C.

Os valores de concentrações da solução de Brometo de Lítio foram estimados a partir de faixas práticas encontradas na literatura, em BOGART (1982) e KING (1971). O da solução fraca foi tomada igual a 59%. A da solução que sai do Gerador (solução forte) foi fixada em um valor de 64%, baseado na eficiência do sistema, como pode ser visto na Figura 3.



Figura 3. Relação entre a concentração da solução forte de LiBr e Coeficiente de Eficácia para $DT=20^{\circ}C$ e t_g=110°C.

A utilização de um valor acima dessa concentração não é aconselhável devido ao perigo de cristalização do Brometo de Lítio.

2.2 Segundo Modelo Termodinâmico

O segundo modelo é uma modificação do primeiro devido à algumas imposições práticas relacionadas à seleção de componentes do sistema.

A temperatura do Gerador foi substituída pela temperatura de condensação, que é um dos parâmetros usados na seleção da Torre de Resfriamento do sistema e era calculada em função da temperatura do gerador e da concentração da solução forte, tornando-se elevada. Assim, foi necessário que a temperatura de saída de refrigerante do Condensador fosse fixada, igual a 35°C, de acordo com catálogos de fabricantes de Torres de Refrigeração.

A concentração da solução fraca precisou ser determinada por um balanço de calor, para a uniformidade da vazão de água da Torre de Resfriamento, que passará através do Absorvedor e do Condensado tendo sido encontrada igual a 52,5%.

Dessa forma, tem-se como hipóteses do problema:

- calor fornecido ao Gerador: $Q_g = 17,586 \text{ kW} = 5\text{TR}$;
- temperatura do Condensador: $:t_c = 35^{\circ}C;$
- temperatura de evaporação: $t_e = 7^{\circ}C$;
- concentrações forte e fraca da solução de LiBr: $X_4 = 64\%$ e $X_3 = 52,5\%$;
- diferencial de temperatura no trocador de calor no lado de solução de LiBr: DT = 20 °C

O código computacional referente ao segundo modelo foi então desenvolvido, fornecendo como dados de saída todos os parâmetros necessários para seleção e dimensionamento da Unidade Piloto.

3. MODELAMENTO

Os parâmetros determinados pelo segundo modelo são: temperaturas de processo (Gerador e Absorvedor), pressões, vazão do refrigerante e vazões da solução, entalpias, taxas de transferência de calor, potência da bomba da solução e coeficientes de desempenho (real e ideal). As equações (abaixo) foram obtidas da ASHRAE (1981) e do artigo de McNEELY (1979).

A relação entre as temperaturas da água pura e a solução de LiBr, estabelecido o equilíbrio de pressão entre os dois vasos é:

 $\mathbf{t}_{\mathrm{s}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{t}_{\mathrm{a}} \tag{1}$

onde, t_s é a temperatura da solução, t_a a temperatura da água, A e B são coeficientes obtidos em função da concentração.

Os níveis de pressão no Gerador e Absorvedor são fixadas a partir da temperatura da saturação d'água no Condensador e no Evaporador, respectivamente:

$$\log_{10} P = c + \frac{d}{(t_a + 459,72)} + \frac{e}{(t_a + 459,72)^2}$$
(2)

onde: "c", "d" e "e" são constantes.

As entalpias da solução do Sistema de Absorção, são obtidas em função da concentração e da temperatura. Para condições de equilíbrio, a temperatura da solução é dada pela equação abaixo:

$$h_s = \alpha + \beta t_s + \gamma t_s^2 \tag{3}$$

onde: α, β e γ são coeficientes em função da concentração.

O vapor que sai do Gerador é superaquecido, pois sua temperatura é maior que a temperatura de saturação à pressão do condensação (que é a mesma pressão do Gerador). Assim, a entalpia do vapor é a soma da entalpia saturação e a parcela de superaquecimento, segundo BOGART (1982):

$$h_{vs} = h_r + C_{ps}(t_g - t_c)$$
 (4)

onde: h_r é a entalpia do vapor d'água saturado à temperatura do Condensador; C_{ps} é o calor específico do vapor d'água superaquecido.

A temperatura da solução que chega ao Gerador através do trocador de calor é dada por:

$$\mathbf{t}_3 = \mathbf{t}_2 + \mathbf{D}\mathbf{T} \tag{5}$$

onde: DT é o acréscimo de temperatura no trocador de calor, considerando $t_2 = t_{ab}$.

A temperatura do Gerador é calculada em função da temperatura de condensação a partir da Equação 1, substituindo a temperatura da solução pela temperatura do Gerador e a temperatura d'água pela temperatura de condensação. Assim, tem-se:

$$t_{g} = A + Bt_{c} \tag{6}$$

A vazão da solução concentrada que sai do Gerador é calculada a partir de um balanço de energia que resulta em:

$$m_{4} = \frac{Q_{g}}{\left(\frac{X_{4}}{X_{3}} - 1\right)^{*} h_{7} + h_{4} - \frac{X_{4}}{X_{3}}^{*} h_{3}}$$
(7)

onde: Q_g é calor disponível para o Gerador.

A vazão da solução fraca, que sai da bomba, é obtido por uma balanço de massa no Gerador:

$$m_3 = \frac{m_4 X_4}{X_3}$$
(8)

Visto que as vazões da solução forte e fraca foram calculadas, a vazão de vapor (refrigerante) é determinada por:

$$m_7 = m_3 - m_4$$
 (9)

A taxa de Transferência de Calor no Condensador é :

$$Q_{c} = m_{7}(h_{7} - h_{8})$$
(10)

Onde: h_7 é a entalpia de vapor superaquecido quem vem do Gerador e h_8 é a entalpia de água saturada que sai do Condensador.

A Carga Térmica do Evaporador é:

$$Q_{e} = m_{7}(h_{10} - h_{8}) \tag{11}$$

Onde: h₁₀ é a entalpia de vapor saturado a temperatura de evaporação.

A Taxa de Transferência de Calor no Absorvedor é calculada a partir de um balanço global no sistema :

$$Q_a = Q_g + Q_e - Q_c \tag{12}$$

A potência mínima para acionar a bomba, citada por THRELKELD (1978), é dada por:

$$P(hp) = \frac{m_{3}v_{LiBr}(P_{cond} - P_{evap})}{745,7}$$
(13)

onde: $v_{LiBr} = D/v_{H2O}$ é o volume específico da solução a uma determinada concentração; D é a densidade relativa à água a 4°C e obtida do gráfico: densidade x concentração da solução de LiBr (PERRY e CHILTON, 1973), determinada a partir de uma equação polinomial de regressão:

$$D = 2,00222 - 0,051423X - 0,00113333X^2 - 5,9259E - 6X^3$$

Onde: X é a concentração da solução de LiBr.

O Coeficiente de Eficácia do sistema é a razão entre a energia obtida no Evaporador e a energia fornecida ao Gerador pelos produtos de combustão :

$$CDE = \frac{Q_e}{Q_g}$$
(14)

O Coeficiente de Eficácia Ideal (de CARNOT) é determinado em função das temperaturas absolutas do sistema:

$$CDE_{ideal} = \frac{T_e(T_g - T_a)}{T_g(T_c - T_e)}$$
(15)

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas curvas da Figura 2, com relação ao primeiro modelo pôde-se verificar que, a medida que a solução sofre um pré-aquecimento maior antes de chegar ao Gerador, mais elevado é o Coeficiente de Eficácia. As curvas foram obtidas para uma temperatura de evaporação de 7°C, concentração da solução fraca (X₃) de 59% e concentração da solução forte (X₄)de 64%.

No programa de simulação do segundo modelo, vários testes foram realizados afim de se definir os valores mais adequados para os parâmetros de entrada, os quais foram estimados em função de valores práticos e do Coeficiente de Eficácia (CDE). A Figura 4 abaixo mostra que, quando a solução do Absorvedor torna-se mais diluída (mais rica em refrigerante), isto implica em um menor valor para X_3 com o Coeficiente de Eficácia do Sistema tendendo a aumentar.

Isso quer dizer que, quanto menor for a concentração da solução fraca, para uma mesma disponibilidade energética (calor do Gerador), obtém-se um maior calor no Evaporador, ou seja, mais calor será retirado do ambiente a ser refrigerado. Mas, como a Torre de Resfriamento irá resfriar em série o Absorvedor e o Condensador e a vazão da água de resfriamento deverá ser a mesma para os dois trocadores, foi preciso se determinar um valor para X_3 .



Figura 4. Relação entre a concentração da solução fraca de LiBr e o Coeficiente de Eficácia do sistema.

Assim, já que a temperatura do Condensador foi fixada em 35°C, precisava-se determinar um valor para a temperatura de saída da água do Absorvedor, para que a vazão de água de resfriamento seja a mesma para os dois componentes. Então, foi suposto que a temperatura da água que sai do Absorvedor seria a mesma para a água que entra no Condensador ($t_{as} = t_{ce}$).

Para isso, utilizou-se o próprio programa de simulação com a realização de interações, onde variava-se a concentração da solução fraca X_3 (pois esta afeta diretamente a temperatura do Absorvedor) até que os valores das vazões da água de resfriamento do Condensador e Absorvedor convergissem. Assim, a temperatura de entrada da água no Absorvedor, igual à temperatura de saída da água da Torre de Refrigeração, foi considerada igual a 29,5°C.

O valor de concentração encontrado foi $X_3 = 52,5\%$ que corresponde a uma temperatura do Absorvedor de 32,41°C.

Os parâmetros calculados na simulação com o segundo modelo, referentes aos pontos do sistema mostrado na Figura 1, encontram-se na Tabela 1 abaixo.

Pontos	Temperatura (°C)	Pressão (Pa)	Entalpia (kJ/kg)	Concentração (%)	Vazão (kg/s)
1	32,41	1001,45	70,38	52,5	0,03183
2	32,41	5631,77	73,34	52,5	0,03183
3	52,41	5631,77	113,01	52,5	0,03183
4	88,58	5631,77	227,70	64,0	0,02611
5	61,96	1001,45	179,34	64,0	0,02611
6	61,96	5631,77	179,34	64,0	0,02611
7	88,58	5631,77	2664,60	0	0,00572
8	35,00	5631,77	146,54	0	0,00572
9	7,00	1001,45	146,54	0	0,00572
10	7,00	1001,45	2513,48	0	0,00572

Tabela 1. Resultados obtidos na simulação com o segundo modelo.

Assim as Taxas de Transferência de Calor para cada componente do sistema, a Potência da Bomba e os Coeficientes de Eficácia foram determinados :

Qc= 14.400060KW (calor do condensador)

Qe= 13.535860KW (calor do evaporador)

Qa= 16.721800KW (calor do absorvedor)

Qx= 1.262622KW (calor do trocador de calor)

P= 1.262231139170869E-004 hp

CDE= 7.696951E-01

 $CDE_{ideal} = 1.553607$

5. CONCLUSÃO

No primeiro modelo termodinâmico desenvolvido os dados de entrada foram: Calor do Gerador (Q_g), Temperatura do Gerador (t_g), Temperatura do Evaporador (t_e), Concentrações da Solução forte (X4)e fraca (X₃) e diferencial de temperatura no trocador de calor no lado de solução de LiBr (DT). A temperatura do Gerador, como uma das hipóteses, resultava em uma elevada temperatura de condensação, em torno 52°C, bem como em um baixo Coeficiente de Eficácia, em torno de 0,6. Como, na maioria dos catálogos de Torre de Resfriamento, a temperatura de entrada da água é considerada a mesma da saída do Condensador, geralmente igual a 35°C, esse modelo não se adaptava às condições práticas. Desta forma a temperatura de condensação terá que ser em torno de 35°C, pois um aumento excessivo dessa temperatura acarreta uma elevação na temperatura do Gerador (Equação 1) que por sua vez diminui o Coeficiente de Eficácia (Figura 2).

Assim, foi desenvolvido o segundo modelo termodinâmico, seguido do código computacional, que utiliza a temperatura de condensação como uma das hipóteses, no lugar da temperatura do Gerador. Esse modelo apresenta dados condizentes com valores práticos, encontrados tanto na literatura, BOGART (1982) como em catálogos, TRANE (1992) tornando possível o dimensionamento e a seleção dos componentes para a Unidade Piloto de Absorção. Este modelo, que pode ser visto como uma otimização e aprimoramento do primeiro, também fornece um Coeficiente de Eficácia aproximadamente 20% mais elevado, em torno de 0,76.

6. AGRADECIMENTOS

Apresentamos os nossos agradecimentos à FINEP - Financiadora de Estudos e Projetos, pelo suporte financeiro ao presente projeto e ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica PIBIC/UFPB/CNPq.

7. BIBLIOGRAFIA

- AMORIM, GILBERTO B., 1994 "Relatório de Estágio Supervisionado", realizado na TOALIA Indústria Têxtil S/A, Prof^a. Orientadora Celina Maria Ribeiro Varani.
- ASHRAE, 1981 Handbook Fundamentals Volume (American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers), Atlanta/Ga.
- **BOGART, M. J.P**., August/1982 " Lithium Bromite Absorption Refrigeration A Calculator Program", ASRHRAE Journal, pp.23-28.
- **BURGETT L.W., M.D. BYARS, K.SCHULTZ**, 1999 "Absorption Systems: The Future, More Than a Niche?", Proceedings of the International Heat Pump Conference (ISHPC'99), Munich/Germany, March 24-26.

• GORDON VAN WYLEN, RICHARD SONTANG, CLAUS BORGNAKE., 1995-"Fundamentos de Termodinâmica Clássica", Ed. Edgard Blucher Ltda.

• HAHN, B.D., 1997 – "Fortran 90 – For Scientists & Engineers", Arnold - a member of the Hodder Headline Group, London.

- KING, G. R., 1971 " Modern Refrigeration Practice ", McGraw-Hill Book Company.
- McNEELY, L. A., 1979 "Thermodynamic Properties of Aqueous Solutions of Lithium Bromide"ASHRAE Transactions, Part 1, ASHRAE Inc., N.Y., pp. 413-434.
- PERRY, R.H. e CHILTON, C.H., 1973 "Chemical Engineers' Handbook", McGRAW-HILL BOOK COMPANY.

•**THRELKELD, JAMES L.**, 1978 - "Thermal Environmental Engineering", Prentice-Hall, INC.

• TRANE, Catálogo, 1992 - Thermachill Direct-Fired Absorption Chilllers.

•W. F. STOECKER e J. M. SAIZ JABARDO, 1995 - "Refrigeração Industrial", Editora Edgard Blusher.

APLICAÇÃO DA LÓGICA NEBULOSA NO CONTROLE DA TEMPERATURA DE UMA CÂMARA CONVECTIVA FORÇADA PARA SECAGEM DE CERÂMICA.

Duarte, J. C. C.

Belo, F. A. & Santos, C. A. C.**

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, 58051-970, João Pessoa, PB, Brasil. E-mail: <u>jcarlos@les.ufpb.br</u>

Resumo

Apresenta-se o controle de processo térmico de uma câmara de vazão forçada para secagem de produtos cerâmicos. O algoritmo nebuloso é acionado através de um micro computador em comunicação com um CLP (controlador lógico programável). As variáveis de entradas são a temperatura, a derivada temporal da temperatura e a vazão mássica. A variável de saída é a potência elétrica, obtida da seleção de um conjunto de resistências elétricas independentes e de diferentes potências. Descrevem-se o sistema, a lógica implementada e os resultados simulados, como parte de um sistema completo de uma câmara de secagem convectiva de potência térmica razoavelmente alta, da ordem de 10 kW.

Palavras chave: Lógica nebulosa, câmara convectiva, cerâmica

1. INTRODUÇÃO

A lógica nebulosa tem contribuído nos anos recentes para muitas aplicações na automação industrial, Altrock, 1999. O controle PID (proporcional, integral e derivativo) em um processo, trabalha em condições estáveis, e não possui bom desempenho quando acontece forte distúrbio ou parâmetros que variam com o tempo. O controle tradicional e os códigos computacionais são implementados em sistemas absolutos do tipo verdadeiro/falso, sim/não e liga/desliga. A lógica nebulosa emprega um modo mais humano de pensamento sobre um problema que usa descrição de multivalores do controlador e dos parâmetros controlados.

Diferente da lógica clássica, onde uma proposição é completamente verdadeira ou falsa, na lógica nebulosa uma proposição pode assumir um grande número de valores verdadeiros. Devido a poder assumir um grande número de valores verdadeiros, sua modelagem pode ser muito simples, permitindo o uso de modelos aproximados de engenharia. Isto faz com que o sistema nebuloso seja implementado em pouco tempo, levando a uma grande aplicação industrial, diferente das modelagens acadêmicas e/ou científicas que podem levar anos para serem resolvidas. É baseada na teoria dos conjuntos nebulosos e da lógica nebulosa, onde pode ser visto em Klir and Folger (1988), Lee, C.C., 1990.

O estudo da aplicação do controle nebuloso em um forno, um exemplo de controle térmico de convecção natural, é feito por Oliveira e Araújo, 1998. Um algorítmo de controle

PID, com sintonia automática de seus parâmetros para controle de processos térmicos de primeira ordem mais tempo morto é feita por Caon Jr. et all, 2000. Esse controle de temperatura é de baixa potência, da ordem de 70 W. No controle de temperatura com potências elevadas, maiores que 1kW, por exemplo, os blocos de trocadores de calor, juntamente com o fluido utilizado, possuem elevada capacitância térmica. Essas capacitâncias térmicas elevadas levam a grandes atrasos de respostas, dificultando a sintonia dos controladores PID tradicionais. Neste trabalho descreve-se um sistema de controle nebuloso de uma câmara de convecção forçada, e de potência térmica elevada, da ordem de 10 KW, com sua simulação feita através do MATLAB.

2. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

A figura 1 mostra o sistema convectivo implementado para secagem otimizada da cerâmica vermelha. Sua descrição detalhada é feita em Santos e Belo, 2000. Um computador (PC) utiliza duas portas seriais RS-232 para controlar a vazão mássica e a temperatura através do inversor de freqüência e do controlador lógico programável (CLP), respectivamente. A entrada da informação do sistema convectivo para o computador é feita através de uma placa de aquisição de dados, onde se têm as temperaturas de bulbo seco e bulbo úmido a montante da amostra(C) e a jusante da amostra (E), a medida da massa da amostra com o tempo (D) e a medida da vazão mássica pelo medidor deprimogênio (F). A lógica nebulosa é decida pelo computador que aciona os trocadores de calor (resistências elétricas B) através das saídas do CLP.



Figura 1. Desenho esquemático do secador.

A partir da figura 1, tem-se o diagrama do sistema de controle, dado na figura 2. A temperatura de referência T_{ref} é uma temperatura com o tempo pretendida (senóide, rampa ou degrau, por exemplo). No controlador está o conjunto das regras nebulosas para acionar o atuador. O atuador, o CLP, seleciona no tempo os diferentes contactores elétricos, ligados as resistências elétricas de diferentes potências. A função de transferência é determinada pelo modelo de engenharia do trocador de calor. A temperatura ambiente T_a é a temperatura de entrada dos gases na entrada da câmara e T_s é a temperatura na saída do trocador de calor.



Figura 2. Sistema de controle de temperatura da câmara

2.1 A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

O balanço de energia do volume de controle do sistema térmico é dado na figura 3. Admitem-se as hipóteses de perdas de calor para o ar em volta do sistema desprezível, que não há armazenamento de calor no material de isolamento e que o ar no reservatório dentro da superfície de controle esteja perfeitamente misturado de modo que a temperatura do fluido seja uniforme. Em regime permanente tem-se:

$$Pe = G c_{par} \Delta \Theta$$
(1)
Onde: Pe : potência elétrica fornecida pelas resistências (Watts),
G : vazão mássica, kg/s
c_{par} : Calor específico do ar, kcal/kg °C

 $\Delta \Theta = T_s - T_a$: variação da temperatura de saída e entrada do sistema, °C



Figura 3. Volume de controle do trocador de calor

A função de transferência é obtido de maneira semelhante a um modelo de engenharia de um sistema térmico, conforme Ogata, 1998. Suponha-se que a temperatura do ar a montante seja mantida constante e que a taxa de entrada de calor seja variada de H para Q + q_e, onde q_e representa uma pequena variação na taxa de entrada de calor fornecida pela resistência elétrica. A taxa de saída de calor na saída irá variar de Q até Q + q_s, e a temperatura do ar que sai também irá variar de $\Delta\Theta$ até $\Delta\Theta$ + θ . A potência de saída (q_s), capacitância e resistência térmica desse sistema são dadas por:

$$q_s = Gc_{par}\theta \tag{2}$$

$$R = \frac{\theta}{q_s} = \frac{1}{Gc_{par}}$$
(3)

$$C = M_{re} c_{pre} \tag{4}$$

Onde: M_{re} , é a massa da resistência elétricas máxima $c_{pre} = Calor específico das resistências elétricas, kcal/kg °C$

A equação diferencial para este sistema, no caso de regime transiente, é:

$$h_e = \frac{\theta}{R} + C \frac{d\theta}{dt}$$
(5)

Aplicando Laplace, tem-se a função de transferência:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{Q_e(s)} = \frac{R}{1 + RCs}$$
(6)

2.2 CONTROLE NEBULOSO

Pode-se dividir o problema em um número discreto de possíveis decisões, associando funções relacionais de lógica nebulosa com cada entrada e saída. A exatidão da saída depende de quantas funções relacionais se define, quantas regras se implementam e a qualidade das mesmas.

A aplicação de controle de temperatura consiste em regular a potência do trocador de calor de acordo com uma temperatura de referência. As entradas do sistema são a diferença entre a temperatura de referência e temperatura de saída do trocador de calor (delta) e a variação com o tempo dessa diferença de temperatura (velocidade). Isso é feito através do aquecimento ou resfriamento de diferentes resistores elétricos, até sua temperatura alcançar a temperatura de referência. Pode-se inicialmente representar o algoritmo do sistema tomando-se algumas ações básicas, como:

- SE a temperatura de saída está LONGE da temperatura de referência ENTÃO precisa-se selecionar grupos de GRANDE potência para aquecer o resistor,
- SE a temperatura de saída está PERTO da referência ENTÃO precisamos selecionar grupos de potência PEQUENA,
- SE a temperatura de saída é IGUAL à de referência ENTÃO não precisamos aplicar NENHUMA potência.

Usando-se a ferramenta "FUZZY" do "MATLAB" pode-se exibir a aplicação como mostrado na figura 4. As entradas e saídas do sistema são chamadas de variáveis linguísticas.



Figura 4. Variáveis linguísticas de entrada e saída do sistema de controle.

Os conjuntos de condições escolhidas para representarem as variáveis lingüísticas são dadas pelas condições de potência [Pz, Pp, Pm, Pg, Pmg], delta [D-p, Dz, D+p, D+m, D+g e velocidade [V-g, V-p, Vz, V+p, V+g]. Os sub-índices significam: z = zero, p = pequeno, m = médio, g = grande, mg = muito grande, + = variação positiva e - = variação negativa.

3. ANÁLISE DE RESULTADOS

Após alguns ensaios das simulações, foram escolhidos os valores típicos, valores máximos e de mínimos para cada condição das variáveis lingüísticas, conforme as tabelas 1,2 e 3.

Condição	Valor mínimo	Valor típico	Valor máximo
Pz	0	0	0
Рр	-5	15	35
Pm	30	50	70
Pg	65	85	105
Pmg	100	100	100

Tabela 1. Valores de Potência

Tabela 2. Valores de Delta ($\Delta \Theta$)	

Condição	Valor mínimo	valor típico	Valor máximo
D-	<-1	-1	0
Dz	-0,5	-0	0,5
D+p	0,25	1	1,75
D+m	1,5	2	2,5
D+g	2	3	>3

Tabela 3. Valores de Velocidade ($d\Delta\Theta/dt$)

Condição	Valor mínimo	valor típico	Valor máximo
V-g	<-1,5	-1,5	-0,5
V-p	-1	-0,5	0
Vz	-0,5	0	0,5
V+p	0	0,5	1
V+g	0,5	1,5	>1,5

Utilizando a tabela 4 como o conjunto de regras que determinam o valor da potência, através de delta e velocidade, tem-se a resposta da superfície de potência dada na figura 5.

Tabela 4. Conjunto das regras

1. If (Delta is D-) then (Potencia is Pz) (1)
2. If (Delta is Dz) then (Potencia is Pp) (1)
3. If (Delta is D+p) then (Potencia is Pm) (1)
4. If (Delta is D+m) then (Potencia is Pg) (1)
5. If (Delta is D+g) then (Potencia is Pmg) (1)
If (Delta is D+p) and (Velocidade is V-g) then (Potencia is Pp) (1)
If (Delta is D+p) and (Velocidade is V-p) then (Potencia is Pm) (1)
8. If (Delta is D+p) and (Velocidade is V+p) then (Potencia is Pg) (1)
If (Delta is D+p) and (Velocidade is V+g) then (Potencia is Pg) (1)
10. If (Delta is D+m) and (Velocidade is V-g) then (Potencia is Pm) (1)
 If (Delta is D+m) and (Velocidade is V-p) then (Potencia is Pg) (1)
 If (Delta is D+m) and (Velocidade is V+p) then (Potencia is Pmg) (1)
 If (Delta is D+m) and (Velocidade is V+g) then (Potencia is Pmg) (1)



Figura 5. Superfície de potência em função de delta e velocidade

Para análise dinâmica, a vazão mássica do sistema utilizado variou em torno de G = 0,034 Kg/s à 0,101 Kg/s, de acordo com os valores da câmara de secagem. A densidade e o calor específico do ar para as condições de trabalho são dadas por 1,08 kg/m³ e 1,008 J/kg K respectivamente, conforme Incropera, 1999. As figuras 6 e 7 mostram a resposta de dois degraus de amplitudes diferentes, para uma potência máxima de 10kW. Devido a característica do algorítmo nebuloso, as respostas são diferentes , ao contrário do controle tradicional, onde se tem uma constante de tempo invariável. Da figura 7, tem-se que, para vazão do ar alta, da ordem de 3m/s, não se conseguiria obter a temperatura de saída da ordem de 100 °C.



Figura 6. Resposta do sistema à um pequeno degrau de temperatura ($P_e = 10 \text{ kW}$).



Figura 7. Resposta do sistema à um degrau maior de temperatura ($P_e = 10 \text{ kW}$).

Na figura 8 e 9 têm-se a resposta a rampa e senóide para a mesma faixa de potência do exemplo anterior. Tal como o anterior, a medida que se crescia a velocidade, havia o deslocamento da função de referência da função de saída.



Figura 8. Resposta do sistema à rampa com inclinação 0,08 (P_e = 10 kW).



Figura 9. Resposta do sistema a uma entrada senoidal ($P_e = 10 \text{ kW}$).

A figura 10 mostra as respostas à degrau para diferentes potências máximas, utilizando a velocidade de 3 m/s.

Foram comparados os resultados das simulações com medidas da câmara convectiva na secagem de produtos da cerâmica vermelha em diversos tipos de ensaios, ainda sem o CLP. Os resultados foram de encontro os resultados simulados.



Figura 10. Resposta à degrau do sistema com diferentes potências máximas (V = 3m/s).

4.0 CONCLUSÃO

Foi elaborado um modelo simples de engenharia e escolhidas variáveis e regras nebulosas para o dimensionamento de um sistema de secagem de uma câmara de convecção forçada. Os diversos ensaios mostram como trabalhar com os parâmetros de projeto, ou como adequar potência elétrica máxima com a vazão e função resposta pretendida. A simulação implementada mostrou que o controle nebuloso teve um bom desempenho para potências elevadas, acima de 1kW, diferente dos controladores tradicionais, de acordo com a literatura consultada.

5.0 REFERÊNCIAS

- Altrock, C. V., Fuzzy logic merges with bang-bang, PID, InTech, An ISA Publication, May 1999.
- Caon Jr., J. R., Gesualdo, E., Oliveira, V. A., Implementação de controladores PID com sintonia automática por realimentação a relê para plantas térmicas, InTech Brasil, An ISA district 4 Publication, janeiro 2000.
- Incropera, F. P. e Witt, D. P., Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1992.
- Klir, G. J. and Folger, T. A., Fuzzy set, Uncertainty, and information, Prentice-Hall International, U.S.A.
- Lee, C. C., Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controler Systems: Fuzzy Controller Part II, IEEE Transactions on Systems, man and Cybernectics, Vol. 20, No. 2, 1990
- Ogata, Katsuhiko, Engenharia de Controle Moderno, Prentice-Hall do brasil, 1998.
- Oliveira, M. C. e Araújo, E., O., Estudo da aplicação do controle nebuloloso em fornos de calibração de termosensores.
- Santos, C. A. C., e Belo, F. A., Relatório Técnico do projeto "Desenvolvimento de Modelos e Protótipos de Secadores Convectivos Utilizados na Produção Otimizada da Cerâmica Vermelha", Banco do Nordeste do Brasil, 2000.

CÁLCULO DA TAXA DE LIBERAÇÃO DE CALOR DURANTE A COMBUSTÃO EM UM MOTOR DIESEL

José Antonio Velásquez

Dep. Engenharia Mecânica - CCET/PUCPR Dep. Engenharia Industrial Mecânica - CEFET-PR e-mail: velasqz@rla01.pucpr.br

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma metodologia de cálculo da taxa aparente de liberaçao de calor durante o processo de combustão em um motor diesel. No cálculo admite-se que a pressão e a temperatura são uniformes em todo o volume do cilindro e que o combustível injetado se mistura e reage instantaneamente com os gases (ideais) que se encontram na câmara de combustão (modelo de uma zona de combustão). A metodologia foi aplicada no estudo do processo de combustão de um motor diesel KAMAZ, para o qual as curvas de evolução da pressão no cilindro foram obtidas experimentalmente. Os resultados deste estudo são apresentados e discutidos.

Palavras-chave: Motor diesel, Combustão, Análise termodinâmica.

1. INTRODUÇÃO

Os processos que ocorrem nos cilindros dos motores diesel influenciam diretamente as caraterísticas operacionais primárias do motor tais como potência, eficiência e a quantidade de gases poluentes emitidos, daí a importância de se dispor de informações confiáveis sobre estes processos. Os fenômenos envolvidos no ciclo de operação dos motores diesel são de extrema complexidade o que determina que qualquer tentativa de análise que objetive levar em conta todos os detalhes dos fenômenos envolvidos esteja fadada ao fracasso. Daí a necessidade de se utilizar modelos matemáticos.

A utilização de modelos para o estudo dos processos internos ao cilindro do motor, é contemporânea ao surgimento dos primeiros motores no final do século passado. Heywood (Heywood, 1980) atribui a Sir Dugal Clerk (1854–1932) o pioneirismo no uso dos ciclos padrão a ar para comparar eficiências de motores. Com o advento dos computadores digitais, os modelos termodinâmicos que incluem o tempo como uma variável explícita começaram a ser amplamente utilizados. Dentre este grupo de modelos podem ser iden-

tificadas duas categorias — os modelos de uma zona de combustão e os multizonais.

Nos modelos de uma zona de combustão admite-se que a composição, a pressão e a temperatura dos gases são uniformes em todo o volume do cilindro. Além disso, considera-se que o combustível injetado se mistura e reage instantaneamente com os gases (ideais) que se encontram na câmara de combustão (Oppenheim, 1997).

Os modelos multizonais (Desantes, 1989) utilizam sub-modelos fenomenológicos de penetração do ar dentro do jato de combustível juntamente com sub-modelos de combustão. Em cada zona, as propriedades do fluido de trabalho são consideradas espacialmente uniformes, mas variáveis em função do tempo. Os modelos multizonais representam uma tentativa de se levar em conta a influência da geometria da câmara de combustão sobre os índices de desempenho, eficiência e poluição. Estes modelos são particularmente apropriados para se determinar o conteúdo de poluentes nos gases emitidos pelo motor.

Objetivando o estudo dos aspectos relacionados com o desempenho e a eficiência do motor, mediante a realização de análises paramétricas, este trabalho focaliza a utilização do modelo zero dimensional para a determinação do calor liberado durante a combustão em motores diesel.

2. A TAXA DE QUEIMA DE COMBUSTÍVEL

A Primeira Lei da Termodinâmica estabelece que a variação da energia interna no volume de controle (dU) é igual ao calor transferido para o interior deste volume (δQ) , descontado o trabalho produzido pela superfície de controle (δW) e acrescido do fluxo líquido de entalpia de estagnação que atravessa esta superfície $(\sum h_i dm_i)$. Assim, admitindo-se que a entrada e saída de massa ocorrem somente através do bico injetor e das válvulas de admissão e escape, como mostrado na Figura 1, pode-se escrever

$$dU = \delta Q - \delta W + h_f \, dm_f + h_{ad} \, dm_{ad} + h_{ex} \, dm_{ex} \tag{1}$$

$$dU = m \, du + u \, dm \qquad \delta W = p \, dV \qquad dm = dm_f + dm_{ad} + dm_{ex}$$



Figura 1: O volume de controle no cilindro do motor.

Por outro lado, as propriedades do fluido de trabalho ficam determinadas especificando-se a temperatura T, a pressão p e a composição combustível—ar. Assim,

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{\partial u}{\partial T}\frac{dT}{d\theta} + \frac{\partial u}{\partial p}\frac{dp}{d\theta} + \frac{\partial u}{\partial \phi}\frac{d\phi}{d\theta} \qquad \qquad \frac{dR}{d\theta} = \frac{\partial R}{\partial T}\frac{dT}{d\theta} + \frac{\partial R}{\partial p}\frac{dp}{d\theta} + \frac{\partial R}{\partial \phi}\frac{d\phi}{d\theta}$$

onde ϕ é a taxa de equivalência combustível–ar, definida como o quociente da relação combustível–ar presente no cilindro pela relação estequiométrica FA_s . Uma vez que no modelo de uma zona de combustão admite-se que o fluido de trabalho é constituído somente por produtos de combustão, o valor de ϕ se refere a uma mistura capaz de produzir, sob as condições de pressão e temperatura dos gases no cilindro, a mesma massa e a mesma composição desses gases. Esta mistura equivalente é formada por uma massa m_a de ar e uma massa m_c de combustível. Assim, resulta

$$\phi = \frac{1}{FA_s} \frac{m_c}{m_a} \tag{2}$$

A partir da Eq. (1), da equação de estado dos gases ideais e das expressões para $du/d\theta$ e $dR/d\theta$, pode-se obter as seguintes expressões

$$\frac{dp}{d\theta} = p\left(\left[\frac{1}{T} + \frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial T}\right]\frac{dT}{d\theta} + \frac{1}{m}\frac{dm}{d\theta} - \frac{1}{V}\frac{dV}{d\theta} + \frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial\phi}\frac{d\phi}{d\theta}\right)\left(1 - \frac{p}{R}\frac{\partial R}{\partial p}\right)^{-1}$$
(3)

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{\frac{dV}{d\theta} \left(\frac{X}{V} - \frac{p}{m}\right) - \frac{d\phi}{d\theta} \left(\frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{X}{R} \frac{\partial R}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{m} \left[\frac{dQ}{d\theta} + \sum \left(h_i - u - X\right) \frac{dm_i}{d\theta}\right]}{\frac{X}{R} \frac{\partial R}{\partial T}}$$
(4)

$$X = \frac{p \frac{\partial u}{\partial p}}{1 - \frac{p}{R} \frac{\partial R}{\partial p}} \qquad i = f, ad, ex$$

Durante a parte do ciclo quando as válvulas permanecem fechadas a variação de massa no cilindro decorre somente da injeção de combustível. Assim, para esse caso

$$dm = dm_c = dm_f$$
 $dm_a = 0$ $\frac{d\phi}{d\theta} = \frac{1}{m_a F A_s} \frac{dm}{d\theta}$

Com estas considerações, a partir das Eq. (3) e (4) obtém-se a seguinte expressão válida para o período quando as válvulas permanecem fechadas

$$\frac{dm}{d\theta} = \frac{\frac{dQ}{d\theta} - \left(p + \frac{Zm}{V}\right)\frac{dV}{d\theta} - \left(\frac{Zm}{p} - \frac{Zm}{R}\frac{\partial R}{\partial p} + m\frac{\partial u}{\partial p}\right)\frac{dp}{d\theta}}{Ym\frac{\partial u}{\partial \phi} + u - h_f - Z - \frac{ZmY}{R}\frac{\partial R}{\partial \phi}}$$
(5)
$$Y = \frac{1}{m_a FA_s} = cte \qquad \qquad Z = \frac{\frac{\partial u}{\partial T}}{\frac{1}{T} + \frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial T}}$$

Pelas hipóteses do modelo de uma zona de combustão a Eq. (5) expressa a taxa com que se produz a queima de combustível. Para se obter esta taxa é necessário que a curva de evolução da pressão no cilindro e a taxa de transferência de calor sejam especificadas.

3. A TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO CILINDRO

A transferência de calor às paredes do cilindro é um fenômeno complexo, de natureza não estacionária e com características tridimensionais. Isto justifica a prática comumente adotada de utilizar correlações simples, obtidas a partir de dados experimentais, para avaliar a taxa de transferência de calor. A literatura é farta quanto ao número de correlações disponíveis. Dentre tais correlações, aquelas propostas por Annand e por Woschni são as mais frequentemente citadas.

Annand (Annand, 1963) revisou boa parte das correlações existentes até então para o coeficiente pelicular e mostrou que a maioria delas ou são dimensionalmente incorretas ou apresentam termos provenientes de deduções errôneas. Esse autor analisou estatisticamente um grande número de dados experimentais da temperatura das paredes que confinam o gás e propôs a seguinte correlação para o fluxo de calor instantâneo

$$\frac{q}{A} = a \frac{\kappa}{D_c} (Re)^b (T_w - T) + c (T_w^4 - T^4)$$
(6)

onde q é a taxa de transferência de calor; A é a área de transferência de calor; κ é a condutibilidade térmica do fluido; D_c é o diâmetro do cilindro; T é a temperatura do fluido; T_w é a temperatura da parede e a, b, c são constantes de ajuste.

Woschni (Woschni, 1967) realizou uma série de experimentos tanto em bombas de volume constante como em motores diesel. Esse autor concluiu que os dados experimentais de temperatura local das paredes não são apropriados para se determinar o coeficiente pelicular médio no cilindro do motor, uma vez que esses dados são extremamente dispersos. Baseando-se em resultados de balanços térmicos, Woschni obteve a seguinte correlação para o coeficiente de transferência de calor ($h [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$)

$$h = 820 D_c^{-0.2} p^{0.8} \Psi^{0.8} T^{-0.53}$$
(7)

onde p é a pressão no cilcindro, [MPa]; Ψ é a velocidade característica, [m/s]; D_c é o diâmetro do cilindro, [m] e T é a temperatura do fluido, [K].

4. AS PROPRIEDADES DO FLUIDO DE TRABALHO

As propriedades termodinâmicas do fluido de trabalho e as derivadas destas propriedades em relação à temperatura, pressão e relação de equivalência combustível-ar, foram determinadas utilizando-se uma versão modificada das rotinas PER e EQMD propostas por Olikara e Borman (Olikara, 1975). As modificações feitas em estas rotinas permitiram levar em conta que, além de oxigênio e nitrogênio, o dióxido de carbono, o vapor d'água e o argônio também podem estar presentes na composição do ar utilizado na combustão. Adicionalmente, o cálculo da entropia dos componentes e da mistura de gases queimados foi incluída nestas rotinas. Assim, a equação de combustão considerada para o cálculo das propriedades termodinâmicas do fluido de trabalho é a seguinte

$$x_{13} \left[C_n H_m O_l N_k + \frac{n + m/4 - l/2}{\phi} \left(O_2 + \alpha N_2 + \beta C O_2 + \gamma H_2 O + \delta Ar \right) \right]$$

$$\rightarrow x_1 H + x_2 O + x_3 N + x_4 H_2 + x_5 O H + x_6 C O + x_7 N O + x_8 O_2 + x_9 H_2 O + x_{10} C O_2 + x_{11} N_2 + x_{12} Ar$$
(8)

		Ensaio	1	2	2
Taxa de compressão	16	Rotação [rpm]	1200	1800	2400
Comprim. da biela [m]	0.225	Pressão final adm. [bar]	1.2	1.64	1.92
Diâm. do cilindro [m]	0.120	Temp. final da adm. [K]	316	330	344
Curso do pistão [m]	0.120	Rel. equiv. final adm.	0.015	0.014	0.013
Diâm. da câmara [m]	0.066	Consumo combust. [kg/h]	2.80	4.82	5.83
Diâm. válv. adm. [m]	0.055	Consumo ar [kg/h]	62.93	124.13	184.37
Diâm. válv. esc. [m]	0.049	Âng. início da injeção	-14	-18	-20
Âng. final da admissão	-132	Temp. do cabeçote [K]	485	513	533
Âng. início da exaustão	114	Temp. do pistão [K]	563	589	620
Pressão ambiente [bar]	1.013	Temp. da camisa [K]	542	566	588
Temp. ambiente [K]	298	Temp. válv. adm. [K]	555	637	687
Combustível: $C_{14.4}H_{24.9}$		Temp. válv. esc. [K]	806	908	981

Tabela 1: Dados e condições de ensaio.

n,m,l,k	-	número de átomos de C, H, O e N na molécula de combustível;
x_1, \ldots, x_{12}	—	frações molares dos componentes dos produtos da combustão;
x_{13}	—	mols de combustível, necessários para produzir um mol de produtos;
$lpha,eta,\gamma,\delta$	—	número de mols de N_2 , CO_2 , H_2O e Ar , no ar por mol de O_2 .

5. APLICAÇÃO AO CASO DO MOTOR KAMAZ

O modelo descrito foi utilizado para analisar o processo de combustão de um motor diesel monocilíndrico de injeção direta equipado com um dos cabeçotes individuais do motor KAMAZ. O motor foi ensaiado em diferentes condições de operação, mantendo-se em cada caso o ângulo ótimo de avanço da injeção. Os diagramas de pressão no cilindro foram obtidos com o auxílio de um transdutor de pressão pneumático tipo e um sistema de registro gráfico. A Tabela 1 mostra os dados utilizados na modelagem.



Figura 2: Diagrama de pressão obtido experimentalmente.



Figura 3: As curvas de pressão ajustadas.

A Figura 2 mostra um exemplo do gráfico obtido em cada ensaio, onde aparecem as curvas de pressão com e sem combustão. Para se obter a curva de pressão sem combustão, o fornecimento de combustível ao motor era interrompido e o dinamômetro (de corrente continua) passava a funcionar em regime de motor, mantendo a frequência de rotação. Observa-se que na região do pico de pressão os dados são bastante dispersos. Assim, para se obter uma curva representativa da pressão no cilindro, foi traçada uma linha passando no meio do campo ocupado pelos pontos registrados (mostrada com traço contínuo na Figura 2) e esta curva foi ajustada com polinômios obtidos pelo método de mínimos quadrados. Na Figura 3 são mostradas as curvas de pressão ajustadas, para os três casos analisados.

A Figura 4 mostra a taxa aparente de queima de combustível para o Ensaio 2. É



Figura 4: A taxa de queima de combustível — Ensaio 2.

de se esperar que antes do início da combustão, a taxa de queima de combustível seja nula. No entanto, na Figura 4 observa-se que este parâmetro apenas oscila em torno de zero. Isto pode ser atribuído aos erros induzidos pela forma como foi obtida a curva média de pressão, incluindo-se aqui o fato de ter-se admitido que esta curva segue um formato polinomial. Além disso, os erros de medição da pressão, as imprecisões do modelo de transferência de calor e eventuais vazamentos de gases do cilindro, devem também influenciar este resultado. Quando se inicia a injeção de combustível (-18 graus do ângulo de manivela), observa-se que a curva da taxa de queima de combustível se torna negativa. Isto é resultado da evaporação do combustível injetado durante o período de atraso da ignição e também da presença de reações endotérmicas anteriores ao surgimento dos focos de combustão. Estes fenômenos levam a uma diminuição da temperatura dos gases no cilindro, o que é interpretado como uma liberação negativa de energia. No intervalo em



Figura 5: A temperatura dos gases durante a combustão.



Figura 6: A taxa de queima de combustível — Ensaios 1, 2 e 3.

que ocorre o processo de combustão (entre -9 e 62 graus do ângulo de manivela), podem ser claramente distinguidas as fases pré-misturada e difusiva da combustão. A primeira destas fases corresponde ao primeiro máximo da curva e dura (neste caso) até o instante que o pistão atinge o ponto morto superior. A partir desse momento se inicia a fase difusiva, na qual ocorre a maior parte da combustão. As oscilações em torno do valor zero e os valores negativos observados após o final da combustão ocorrem pelos mesmos motivos que causam essas incoerências antes da combustão.

As Figuras 5 e 6 mostram respectivamente a temperatura e a taxa de queima de combustível para os três casos. A curva da taxa de queima de combustível foi integrada no domínio onde ela exibe valores positivos, verificando-se que a massa de combustível queimado neste intervalo corresponde a 95.0, 98.6 e 98.6%, respectivamente, da massa de combustível injetada por ciclo.

6. CONCLUSÕES

Uma metodologia para o cálculo da taxa de liberação de calor durante a combustão foi apresentada. A metodologia está baseada no modelo de uma zona de combustão e requer que a curva de evolução da pressão seja determinada a partir de ensaios experimentais. O modelo foi aplicado para analisar o processo de combustão do motor diesel KAMAZ. Nas partes do ciclo anterior e posterior ao processo de combustão as curvas de liberação de calor, obtidas seguindo esta metodologia, apresentam pequenas distorções em relação ao formato esperado. Isto ocorre em virtude do modelo de transferência de calor adotado e do ajuste polinomial dos dados de pressão. Entretanto, a quantidade de combustível injetado por ciclo é prescrita com boa precisão. Isto evidencia a coerência física do modelo.

7. REFERÊNCIAS

- Annand W. J. D., 1963, "Heat Transfer in Cylinders of Reciprocating Internal Combustion Engines". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 177(36):973–990.
- Borman G. L. and Nishiwaki K., 1987, "Internal Combustion Engine Heat Transfer". Progress in Energy and Combustion Science, 13:1–46.
- Desantes J. M., Lapuerta M., and Tinaut F., 1989, "Combustion Dans les Moteur Diesel Rapides a Injection Directe: Modele Base Sur l'Interaction entre le Jet et le Mouvement de l'Air Dans le Cylindre". Entropie, (148):51-61.
- Heywood J. B., 1980, "Engine Combustion Modeling an Overview". In Mattavi J. S. and Amann C. A., editors, Combustion Modelling in Reciprocating Engines, pages 1–38, New York NY. Plenum Press.
- Olikara C. and Borman G. L. 1975, "A Computer Program for Calculating Properties of Equilibrium Combustion Products with some Aplications to I. C. Engines". SAE paper, (750468).
- Oppenheim A. K., Barton J. E., Kuhl A. L., Johnson W. P., 1997, "Refinement of Heat Release Analysis". SAE paper, (970538).
- Woschni G., 1967, "A Universally Applicable Equation for the Instantaneous Heat Transfer Coefficient in the Internal Combustion Engine. SAE Transactions, (670931):3065– 3082.

ANÁLISE DAS TENSÕES TÉRMICAS EM MATERIAIS CERÂMICOS

Diniz, L.S. Santos, C.A.C. Lima, J.A. Universidade Federal da Paraíba Laboratório de Energia Solar – LES/DTM/CT/UFPB 58059-900 - João Pessoa - PB, Brasil e-mail: cabral@les.ufpb.br

Resumo

As fraturas dos materiais cerâmicos estão diretamente relacionadas às tensões geradas durante os choques térmicos, principalmente pela baixa condutividade térmica dos mesmos. Métodos numéricos e experimentais têm sido propostos para a determinação destas tensões, muitos dos quais não têm considerado a dependência térmica das propriedades do material. O presente trabalho utiliza o método analítico da transformada integral generalizada (GITT) para obtenção do campo de temperatura na amostra e avaliação das tensões térmicas máximas, em função do número de Fourier.

Palavras-chave: Tensões térmicas, Propriedades variáveis, Condução de calor, GITT

1. INTRODUÇÃO

A análise de resistência ao choque térmico de materiais quebradiços, tal como a cerâmica, tem sido por muito tempo realizada apenas através de observações de caráter qualitativo. Recentemente os interesses têm direcionado as avaliações com base quantitativa. Esta mudança de enfoque para a base quantitativa tem sido indicada por análises e experimentos ao demonstrarem que determinados materiais podem apresentar indicativos de melhor qualidade que outros em um tipo de teste e produzir resultados contrários em outros. As razões para este comportamento estão relacionadas a complexidade para com o conhecimento do campo térmico e dos parâmetros envolvendo propriedades térmicas dependentes da temperatura.

As tensões térmicas geradas durante os testes dos choque térmicos estão diretamente relacionadas com as fraturas das cerâmicas; por isso muitos estudos têm sido desenvolvidos para a determinação destas tensões. Entre estes estudos podemos citar os métodos do resfriamento e do aquecimento rápido. No resfriamento rápido, a amostra é imersa em água e a resistência residual é medida para se obter a diferença de temperatura crítica, ΔT_c . No aquecimento rápido, o corpo é submetido a aquecimento produzido por radiação infravermelha, e estima-se o decréscimo de sua resistência. Porém, alguns problemas com estes métodos têm sido apontados, uma vez que a dificuldade de monitorar precisamente as condições de transferência de calor faz com que uma pequena variação no procedimento do
teste cause uma larga variação nos resultados obtidos. Além disto, nestes métodos não se leva em consideração que as propriedades térmicas das cerâmicas (condutividade, difusividade e calor específico), variam significativamente com a temperatura e para cada tipo diferente de cerâmica.

A não consideração da dependência das propriedades térmicas do material afeta consideravelmente a determinação das tensões térmicas. Em trabalhos anteriores, Nishikawa *et al.* (1995) consideraram que a condutividade e a difusividade térmicas variavam com a temperatura e resolveram numericamente pelo método implícito das diferenças finitas. Recentemente, Diniz *et al.* (1999) fizeram a mesma consideração para as propriedades do material e determinaram o campo de temperatura e as tensões térmicas através do uso da Técnica da Transformada Generalizada.

O presente trabalho que visa a determinação da distribuição do campo de temperatura em uma placa infinita de espessura L, no resfriamento e no aquecimento rápido, levando um em consideração a variação das propriedades do material com a temperatura na superfície e no interior do corpo e condição inicial, também determina as tensões relacionadas aos choques térmicos. Para a determinação do campo térmico é utilizado a metodologia própria da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), onde o problema é formulado com uma nova definição para o potencial adimensional de temperatura diferente da apresentada por Nishikawa *et al* (1994). O sistema de equações diferencias ordinárias da temperatura transformada foi resolvido pela subrotina DIVPAG do IMSL (1989), com controle automático de erro. Os resultados são apresentados em forma de gráficos e tabelas onde se discute a convergência da solução e os efeitos da influência dos parâmetros de interesses práticos na engenharia dos materiais como os números de Fourier e de Biot.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

A determinação da distribuição de temperaturas considerando a condução de calor unidimensional para uma placa infinita, no aquecimento e resfriamento rápido em ambas as superfícies, e ainda levando-se em consideração a variação das propriedades do material com a temperatura na superfície e no interior do corpo, condições de contorno e inicial, são escritas como mostrado abaixo.

$$\rho C_{P} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right], \qquad 0 \langle x \langle L, t \rangle 0 \qquad (1.a)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = 0, \qquad x = 0 \qquad (1.b)$$

$$-K(T)\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = h(T(x,t) - T_f), \qquad x = L \qquad (1.c)$$

$$T(x,t) = T_i,$$
 $x = 0 \le x \le, t = 0$ (1.d)

Utilizando os grupos adimensionais abaixo, o problema definido pelas equações (1.a-d) será adimensionalizado.

$$X = \frac{x}{L}$$
 $\tau = \frac{\alpha_0 t}{L^2}$ $\alpha^* = \frac{\alpha(T)}{\alpha_0}$

$$K^* = \frac{K(T)}{K_0}$$
 $\Theta^*(X, \tau) = \frac{T(x, t) - T_f}{T_i - T_f}$ $Bi = \frac{hL}{K_0}$ (2)

Equações adimensionalizadas: Equação principal:

$$\frac{\partial \Theta^*(\mathbf{X}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \left[\alpha^* \frac{\partial \Theta^*(\mathbf{X}, \tau)}{\partial \mathbf{X}} \right], \qquad 0 \langle \mathbf{X} \langle \mathbf{1}, \tau \rangle \mathbf{0} \qquad (3.a)$$

Condições de contorno:

$$\frac{\partial \Theta^*(\mathbf{X}, \tau)}{\partial \mathbf{X}} = 0, \qquad \qquad \mathbf{X} = 0 \tag{3.b}$$

$$K^* \frac{\partial \Theta^*(X,\tau)}{\partial X} + Bi\Theta^*(X,\tau) = 0, \qquad X = 1$$
(3.c)

Condição inicial:

$$\Theta^*(\mathbf{X}, \tau) = 1, \qquad \qquad 0 \le \mathbf{x} \le 1, \ \tau \ \rangle \ 0 \tag{3.d}$$

A condutividade e difusividade térmica adimensionais mostradas nas equações acima são expressas em função da temperatura, que segundo T. Nishikawa *et al.* (1995) são dadas por:

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{1} + \mathbf{A}\Theta^*(\mathbf{X}, \mathbf{\tau}) \tag{4}$$

$$\alpha^* = 1 + B\Theta^*(X, \tau) \tag{5}$$

Os coeficientes A e B das equações (4 e 5) são os coeficientes de dependência da temperatura, denotados como constantes de temperatura.

Seguindo a metodologia empregada pela Técnica da Transformada Integral Generalizada indicada por Cotta (1993), para se resolver analiticamente este problema de transferência de calor, temos que fazer uso do problema auxiliar de autovalor:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\Psi_{i}(\mu_{i},X)}{\mathrm{d}X^{2}} + \mu_{i}^{2}\Psi_{i}(\mu_{i},X) = 0, \qquad 0 \langle X \langle 1, \rangle$$
(6.a)

$$\frac{d\Psi_i(\mu_i, X)}{dX} = 0, \qquad X = 0$$
(6.b)

$$\frac{d\Psi_{i}(\mu_{i}, X)}{dX} + \operatorname{Bi}\Psi_{i}(\mu_{i}, X) = 0, \qquad X = 1$$
(6.c)

O problema auxiliar de autovalor acima tem solução clássica, através do método da separação de variáveis do tipo: $\Psi_i(\mu_i, X) = \cos(\mu_i X)$ com os autovalores obtidos a partir da solução da equação transcendental.

$$\operatorname{Bi}\operatorname{Cos}(\mu_{i}) - \mu_{i}\operatorname{Sen}(\mu_{i}) = 0 \tag{6.d}$$

Onde *i é* a ordem do autovalor e da autofunção.

O par transformada integral definido para este problema é dado por:

$$\bar{f}_{i}(\tau) = \frac{1}{N_{i}^{1/2}} \int_{0}^{1} \Psi_{i}(\mu_{i}, X) \Theta^{*}(X, \tau) dX$$
 Transformada (7.a)

$$\Theta^*(\mathbf{X}, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Psi_i(\mu_i, \mathbf{X}) \bar{\mathbf{f}}_i(\tau)}{N_i^{1/2}}$$
 Inversa (7.b)

Utilizando-se os operadores $\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \Psi_i(\mu_i, X) dX$ no problema principal e

 $\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \Theta^*(X,\tau) dX$ no problema auxiliar, e após as manipulações matemáticas, obtemos a

equação diferencial ordinária na forma transformada da distribuição de temperaturas e a transformada da condição inicial, dadas pelas equações abaixo:

$$\frac{d\bar{f}_{i}(\tau)}{d\tau} = D_{i}\Theta^{*}(l,\tau) - \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}\bar{f}_{j}(\tau) + \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij}\bar{f}_{j}(\tau)$$
(8.a)

onde a condição inicial transformada, e os coeficientes da eq. (8.a) são dados por:

$$\bar{f}_{i}(0) = \frac{Bi\Psi_{i}(\mu_{i}, X)}{\mu_{i}^{2}N_{i}^{1/2}} \qquad D_{i} = \frac{Bi\Psi_{i}(\mu_{i}, 1)\alpha^{*}(1)}{N_{i}^{1/2}K^{*}(1)}$$
(8.b-c)

$$A_{ij} = \int_{0}^{1} \frac{\Psi'_{i}(\mu_{i}, X)\Psi'_{j}(\mu_{j}, X)}{(N_{i}N_{j})^{l/2}} dX \qquad B_{ij} = \int_{0}^{1} \frac{B\Psi'_{i}(\mu_{i}, X)\Psi'_{j}(\mu_{j}, X)\Theta(X, \tau)}{(N_{i}N_{j})^{l/2}} dX \quad (8.d-e)$$

onde o número 1 nas equações acima indica que a função é tomada na parede.

O problema acima foi resolvido utilizando um código computacional na linguagem FORTRAN 90, usando a subrotina para problema de valor inicial DIVPAG (IMSL, 1989).

A tensão térmica adimensional, σ^* , para uma placa infinita unidimensional, segundo Timoshenko & Goodier (1970), é dada por:

$$\sigma^*(\mathbf{X}) = \Theta^*(\tau)_{\text{med}} - \Theta^*(\mathbf{X}, \tau) \tag{9}$$

A temperatura média na placa pode ser calculada a partir da distribuição de temperatura da seguinte forma:

$$\Theta^*(\tau)_{\text{med}} = \int_0^1 \Theta^*(X, \tau) \, dX \tag{10}$$

A tensão σ^* é adimensionalizada na forma $\sigma_f / [\gamma E \Delta T]$, onde σ_f é a resistência à fratura, γ é o coeficiente de expansão térmica, E é o módulo de Young's e ΔT é a diferença de temperatura no teste do choque térmico. A tensão térmica máxima é gerada no centro do corpo no aquecimento rápido e na superfície no resfriamento rápido.

3. RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados são apresentados abaixo e a análise é feita quanto a qualidade obtida em termos de convergência e confiabilidade para uma análise ampliada e com o controle dos parâmetros que influenciam as tensões térmicas. A tabela 1 mostra a convergência dos resultados obtidos para a tensão térmica adimensional nos testes do resfriamento rápido nos quais as propriedades térmicas, condutividade e difusividade, do material foram consideradas constantes (com os coeficientes A = 0 e B = 0), representando uma situação clássica de um problema de condução transiente de calor. Nesta tabela podemos observar que o número de equações necessárias para convergência da solução é menor que o apresentado por Diniz, Silva, *et al.* (1999). Isso ocorre devido ao fato de que o problema auxiliar de autovalor representa melhor o problema principal.

Tabela 1: Convergência da tensão térmica, σ^* , no aquecimento rápido para A = 0 e B = 0, e Biot = 5.

τ	σ*	σ*	σ*	σ*	σ*
	NC=10	NC=20	NC=30	NC=40	NC=50
0.08	0.4380	0.4383	0.4381	0.4382	0.4383
0.10	0.4371	0.4372	0.4372	0.4372	0.4371
0.12	0.4323	0.4324	0.4323	0.4324	0.4324
0.14	0.4251	0.4251	0.4251	0.4251	0.4251
0.16	0.4162	0.4163	0.4163	0.4163	0.4163
0.18	0.4065	0.4065	0.4065	0.4065	0.4065
0.20	0.3962	0.3961	0.3962	0.3962	0.3961

A figura 1 mostra a distribuição de temperatura para diferentes números de Fourier em função do comprimento adimensional, considerando as propriedades do material constantes (A = 0, B = 0). A tensão térmica máxima no resfriamento rápido ocorre quando a diferença entre a temperatura média do corpo e a temperatura na superfície torna-se máxima à medida que se varia o tempo do teste. Neste caso o gradiente máximo é atingido quando t = 5 s e assume o valor de 4.359372922668424E-001.



Figura 1: Distribuição da temperatura adimensional com o comprimento adimensional no resfriamento rápido para diferentes números de Fourier, propriedades térmicas constantes (A = 0, B = 0) e Biot = 4.

A figura 2 mostra a influência do número de Biot na distribuição de temperatura na qual ocorre as tensões térmicas máximas para o caso do resfriamento rápido com as propriedades térmicas, condutividade e difusividade constantes. A medida que o valor do Biot aumenta, o gradiente máximo de temperatura é maior e o tempo para ocorrência deste fenômeno é menor. Este fato pode ser observado através de cada curva, visto que, para uma mesma variação no comprimento adimensional, provoca gradientes térmicos maiores para curvas com números de Biot maior. Além disto, pode-se perceber que, neste caso, a mudança de temperatura na parede é mais brusca para número de Biot mais elevado.

A figura 3 mostra o comportamento das tensões térmicas geradas na superfície da amostra, durante os testes do choque térmico. Neste caso observa-se que o tempo para a ocorrência da tensão máxima diminui com o aumento do coeficiente da difusividade térmica, B = 5, tendo o coeficiente da condutividade menor influência. A situação mais crítica ocorre quando A = 0 e B = 5, uma vez que a onda de calor se dissipa rapidamente apresentando um pico em um menor intervalo de tempo.

Na figura 4 podem ser observadas as tensões térmicas máximas atingidas por uma amostra de material cerâmico quando submetido a um teste de aquecimento em função do número de Fourier e diferentes coeficientes de temperatura A e B. Neste tipo de teste as tensões térmicas máximas σ^*_{max} , são atingidas no centro da amostra. Como pode ser observado pelas curvas obtidas os valores dos gradientes máximos de temperatura são aproximadamente metade do valor determinado no resfriamento, enquanto o intervalo de tempo necessário para atingir a máxima tensão térmica aumenta.



Figura 2: Distribuição de temperatura adimensional no caso do resfriamento rápido para diferentes números de Fourier e Biot.



Figura 3: Variação da tensão térmica com o número de Fourier no resfriamento rápido, para o número de Biot = 5.



Figura 4: Variação da tensão térmica no centro com o número de Fourier no aquecimento rápido, para o número de Biot = 5.

4. CONCLUSÕES

A técnica da transformada integral foi utilizada na análise das tensões térmicas em materiais cerâmicos, levando-se em consideração a variação de suas propriedades térmicas com a temperatura. Resultados de referência são obtidos, uma vez que o método permite a manipulação analítica e oferece soluções explícitas para a distribuição de temperatura com controle automático do erro global. Convergência para quatro algarismos significativo é alcançada para um menor número de termos na série em função da homogeneização da condição de contorno na parede. Em relação á física do processo, observa-se que a tensão gerada no aquecimento rápido é aproximadamente metade da obtida no resfriamento rápido.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cotta, R. M., 1993, Integral transforms in computational heat and flow, CRC Press, Inc., Boca Raton, Flórida.
- IMSL Library, Houston, Texas, 1989.
- T. Nishikawa, T. Gao, M. Hibi & M. Takatsu, 1994, Heat transmission during thermal shock testing of ceramics, Journal of Materials Science, Vol. 29, pp. 213-217.
- T. Nishikawa, T. Mizui, M. Takatsu & Y. Mizutani, 1995, Effect of the temperature dependence of thermal properties on the shock tests of ceramics, Journal of Materials Science, Vol. 30, pp. 5013-5019.
- S. P. Timoshenko & J. N. Goodier, 1970, Theory of Elasticity, Mcgraw Hill, New York.
- Silva, M. G.da; Diniz, L. da S.; Santos, C. A. C.; Belo, F. A.; 1999; Análise das Tensões Térmicas em Cerâmicas via Técnica da Transformada Integral Generalizada; XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica COBEM.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro das agências CNPq/CAPES.

ESTUDO EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO TÉRMICO DE UM TERMOSSIFÃO BIFÁSICO OPERANDO NA VERTICAL

Marco Antonio Wanderley Cavalcanti

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, Laboratório de Energia Solar, Cx. P. 5115, 59051-970, João Pessoa, PB, Brasil. E-mail: cavalcanti@les.ufpb.br

Valérie Sartre

Monique Lallemand

CETHIL - Equipe Energétique et Thermique, UPRES A CNRS 5008, INSA de Lyon, France E-mail: sartre@cethil.insa-lyon.fr e m.lal@cethil.insa-lyon.fr

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo experimental sobre o desempenho térmico de um termossifão bifásico fechado, cilíndrico, em cobre, usando o R113 como fluido de trabalho, com nível de enchimento correspondente a 100% do volume do evaporador e operando na posição vertical. Quatro temperaturas de funcionamento são investigadas (60, 70, 80 e 90 °C) e a potência fornecida ao evaporador varia entre 600 e 2200 W. Visando testar o dispositivo sob condições mais realistas de funcionamento, onde as condições de resfriamento permanecem constante, uma série de experimentos foi realizada para a mesma faixa de potência, fixando-se a vazão de água de resfriamento no condensador. Os desempenhos térmicos do condensador e do evaporador são analisados pela avaliação dos coeficientes de transferência de calor em função da potência térmica. Finalmente, o desempenho global do dispositivo é analisado com base na avaliação da resistência térmica global.

Palavras-chave: termossifão bifásico, condensação, resistência térmica, estudo experimental

1. INTRODUÇÃO

O termossifão bifásico ou tubo de calor assistido por gravidade é um dispositivo de transferência de calor com certas aplicações que concernem o resfriamento de equipamentos elétricos e eletrônicos, aplicações solares, trocadores de calor, em especial aqueles destinados à recuperação de calor, entre outras (Lallemand *et al.*,1991; Behnia e Morrison, 1991; Gross e Hahne, 1985), sendo portanto, de grande importância na utilização racional da energia em processos industriais. Esse dispositivo compõe-se de um recipiente fechado, que confina um fluido em equilíbrio líquido-vapor. Um processo de evaporação-condensação entre uma fonte quente e outra fria permite transferir fluxos térmicos de vários kW/cm² com uma pequena diferença de temperatura e a níveis de temperatura bastante variados. O calor fornecido na parte inferior do tubo (evaporador) provoca a evaporação do líquido. O vapor desloca-se para a parte mais elevada e mais fria do tubo (condensador) onde se condensa. O condensado retorna ao evaporador por gravidade. Três fenômenos físicos estão envolvidos no termossifão: transferência de calor por ebulição no evaporador, condensação em filme no condensador, escoamento anular em contracorrente líquido-vapor na seção adiabática. Quando o termossifão é usado em sistemas embarcados, eles devem operar sob diversos fatores

adversos, especialmente várias inclinações. A inclinação tem influência sobre o desempenho térmico e limites de funcionamento de um termossifão. Uma revisão sobre os estudos concernentes à inclinação é apresentada por Cavalcanti *et al.* (1998) e resultados experimentais do desempenho de um termossifão operando em posição inclinada são fornecidos por Cavalcanti *et al.* (1999).

Este trabalho tem o objetivo de estudar experimentalmente o desempenho térmico de um termossifão bifásico fechado, cilíndrico, do tipo Cu-R113, operando na posição vertical.

2. MONTAGEM E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental, do presente estudo, é um tubo cilíndrico em cobre, fixado em um suporte articulado onde é possível modificar a inclinação entre 8° e 90° em relação à horizontal. Suas características geométricas são apresentadas na tabela 1.

Comprimento do evaporador, l_E (m)	0,20
Comprimento da zona adiabática, l _A (m)	0,33
Comprimento do condensador, l_C (m)	0,37
Diâmetro interno do tubo, d (m)	0,04
Diâmetro externo do tubo, D (m)	0,05
Inclinação, β (grau)	8 a 90

Tabela 1. Características geométricas do termossifão

O calor é fornecido ao evaporador através de duas resistências elétricas de 1250 W cada. A potência elétrica, regulável por um varivolt, varia de 0 a 2500 W, o que corresponde a uma densidade de fluxo máximo de 10 W/cm^2 no evaporador.

A potência térmica transferida para o fluido de trabalho é extraída no condensador pela água de resfriamento que circula num espaço anular formado por uma carcaça envolvente, concêntrica ao condensador. Para assegurar uma distribuição uniforme da água de resfriamento, a entrada da carcaça tem a forma de uma espiral. Um tubo lateral transparente, montado paralelamente ao termossifão, permite medir o nível de enchimento do evaporador. Duas válvulas possibilitam a conexão do termossifão a uma bomba de vácuo e ao dispositivo de enchimento de fluido. O conjunto do termossifão é isolado termicamente.

A instrumentação do dispositivo experimental consiste de várias sondas de medidas, para a determinação do desempenho do termossifão. Um esquema da instrumentação é apresentada na figura 1.

As temperaturas medidas referem-se às paredes do evaporador e do condensador (internas e externas), ao fluido (líquido e vapor) e à água de resfriamento (entrada e saída). No evaporador utilizou-se termopares do tipo J, sendo os demais do tipo K. Os termopares foram aferidos e apresentam uma incerteza de 0,5 °C. A pressão do vapor é medida com um sensor piezo-resistivo, para uma faixa de medidas entre 0 e 6 bar e a sua precisão é de 0,25 %. Um medidor de vazão a turbina, ligado a um registrador através de um conversor de frequência em corrente elétrica, registra a vazão volumétrica de água de resfriamento, numa faixa de 0 a 3,167 x 10⁻⁴ m³/s. O instrumento tem uma precisão de 0,5 %. A medida de potência elétrica fornecida ao evaporador é conhecida através das medidas da intensidade de corrente e da tensão no circuito de alimentação. Dois multímetros são utilizados, com incertezas sobre as medidas, de 1,5 % e 1 % respectivamente. As medidas que concernem a temperatura, a vazão e a pressão são coletadas em um registrador de 32 canais. Antes da montagem do termossifão, todas as peças são limpas seguindo o procedimento recomendado por Chi (1976). Em seguida, as peças são montadas, a vedação é verificada por um teste a nitrogênio, seguido da

utilização de uma bomba de vácuo para atingir uma pressão de 10^{-3} mbar. Finalmente, procede-se ao enchimento do termossifão com o fluido de trabalho. Após o enchimento do tubo, executa-se um processo de degasagem do fluido. O fluido testado é o R113 e o nível de enchimento (a frio) correspondente a 100 % do volume interno do evaporador.



Figura 1 - Esquema do dispositivo experimental e da instrumentação

Cada série de experimento é realizada com o termossifão posicionado verticalmente ($\beta = 90^{\circ}$), à temperatura de funcionamento T_{sat} constante e potência imposta no evaporador com valores compreendidos entre 600 e 2200 W. Para cada T_{sat} , a série é iniciada à potência mais baixa, sendo gradativamente elevada em degraus de 100 W até a potência máxima de teste. A vazão de água de resfriamento é regulada para manter a estabilidade de T_{sat} . Os valores das grandezas que permitem avaliar o desempenho do termossifão são registrados quando o regime permanente é alcançado. A flutuação máxima permitida para a estabilidade de T_{sat} entre um experimento e outro é de ±0,5 °C.

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE

Foram efetuados dois tipos de experimentos com o termossifão posicionado a 90°. O primeiro ocorreu à temperatura de funcionamento constante, onde quatro temperaturas foram estudadas (60 °C, 70 °C, 80 °C e 90 °C). O segundo foi realizado à vazão volumétrica de água de resfriamento constante e igual a 41 cm³/s.

A potência térmica \dot{Q}_c extraída no condensador é calculada a partir das medidas da vazão mássica \dot{m}_e e da diferença de temperatura da água $\Delta T_e = T_{e2} - T_{e1}$ entre a entrada e a saída do trocador de calor de resfriamento:

$$\dot{\mathbf{Q}}_{\mathrm{C}} = \dot{\mathbf{m}}_{\mathrm{e}} \, \mathbf{c}_{\mathrm{pe}} \, \Delta \mathbf{T}_{\mathrm{e}} \tag{1}$$

onde c_{pe} representa o calor específico a pressão constante da água de resfriamento.

Da potência térmica Q_C , da diferença de temperatura média logarítmica ΔT_{in} e da área interna do condensador S_C , deduz-se o coeficiente global de transferência de calor do condensador K_C :

$$K_{c} = \frac{\dot{Q}_{c}}{S_{c} \Delta T_{in}}$$
sendo,
$$\Delta T_{ln} = \Delta T_{e} / ln \left(\frac{(T_{sat} - T_{e1})}{(T_{sat} - T_{e2})} \right).$$
(2)

O coeficiente externo médio de transferência de calor h_e é deduzido do número de Nüsselt Nu_e, do diâmetro hidráulico D_h e da condutividade térmica λ_e pela relação:

$$h_{e} = Nu_{e} \frac{\lambda_{e}}{D_{h}}$$
(3)

Duas correlações para o número de Nüsselt foram identificadas experimentalmente para o protótipo, em função do número de Graetz Gz, sendo $G_{z} = \text{Re Pr} \frac{D_{h}}{2l_{C}}$:

$$Nu_e = 7,494 Gz^{0.243}$$
, para $Gz \le 40$ e $Nu_e = 2,813 Gz^{0.515}$, para $Gz > 40$ (4)

O coeficiente de transferência de calor de condensação h_C é calculado a partir dos valores do coeficiente global de transferência de calor no condensador , do coeficiente externo h_e e da resistência térmica da parede:

$$h_{\rm C} = \left[\frac{1}{K_{\rm C}} - \frac{d}{D h_{\rm e}} - \frac{D \ln(D_{\rm d})}{2 \lambda_{\rm p}}\right]^{-1}$$
(5)

O coeficiente médio de transferência de calor em ebulição h_E é calculado a partir do fluxo de calor imposto no evaporador \dot{q}_E e da diferença entre a temperatura média da parede interna T_{Ep} e a temperatura média do líquido T_{El} no evaporador. As temperaturas médias da parede e do líquido correspondem às médias aritméticas das medidas de temperatura no evaporador (posição dos termopares mostrada na fig. 1). A superfície interna do evaporador S_E é tomada igual à superfície aquecida, ou seja 251,3 cm². O coeficiente h_E é dado por:

$$h_{E} = \frac{\dot{Q}_{E}}{S_{E} (T_{Ep} - T_{El})}$$
(6)

Para caracterizar o desempenho do termossifão, avalia-se a resistência térmica global. Como a potência é imposta no evaporador, esta resistência é avaliada a partir das temperaturas das paredes. Desprezando-se a condução axial na parede e a resistência térmica do vapor, a resistência térmica global R_{th} do termossifão é a soma das resistências térmicas internas do termossifão, cujas principais contribuições são as de ebulição e de condensação:

$$R_{th} = \frac{1}{h_{c} S_{c}} + \frac{1}{h_{E} S_{E}}$$
(7)

Pode-se também, calcular a resistência térmica global a partir da potência térmica e das temperaturas de parede internas no evaporador e no condensador:

$$R_{th} = \frac{\left(T_{Ep} - T_{Cp}\right)}{\dot{Q}}$$
(8)

3.1 Desempenho do condensador

A evolução do coeficiente de transferência de calor de condensação h_C é representada na figura 2, em função da potência, parametrada em valores de T_{sat} . Para todas as temperaturas de funcionamento, as curvas da evolução de h_C apresentam um mínimo. Este mínimo, que corresponde a cerca de 700 W/m².K, desloca-se em direção às fortes potências quando T_{sat} aumenta. Para analisar esse mínimo, foi verificada a evolução do coeficiente de transferência de calor adimensional h^{*}, definido em Collier e Thome (1994), em função do número de Reynolds calculado na base do filme de condensado, parametrada em valores de T_{sat}.



Figura 2- Evolução do coeficiente médio de transferência de calor do filme em função da potência; R113; $\gamma = 1,0$; $\beta = 90^{\circ}$; $T_{sat} = 60 a 90 {}^{\circ}C$.

As curvas apresentaram a mesma forma daquelas da figura 2, sendo o mínimo deslocado em direção a valores mais elevados de Re_C quando T_{sat} aumenta. As curvas são comparáveis com aquelas apresentadas por Collier e Thome (1994), que representam os resultados de Dukler que considerou a influência da turbulência. A existência de um mínimo traduz a mudança do regime de escoamento do filme de condensado que torna-se turbulento para fortes valores do número de Reynolds. Os resultados de Dukler mostram que o mínimo se desloca em direção de números de Reynolds tanto mais elevados quanto menores sejam os números de Prandlt. Em nossos resultados, o aumento da temperatura de saturação tem como consequência a diminuição do número de Prandlt. O mínimo desloca-se em direção aos números de Reynolds mais elevados quando a temperatura de funcionamento aumenta.

A existência de um mínimo também foi observado para a evolução de K_C . Esse mínimo, de aproximadamente 440 W/m².K, desloca-se em direção às fortes potências quando T_{sat} aumenta. O coeficiente externo de transferência de calor h_e aumenta continuamente com a potência, enquanto o coeficiente de transferência de calor de condensação passa por um mínimo. A superposição de dois efeitos opostos, lado externo e lado interno, explica a evolução de K_C , que para potências menores é governado pela preponderância da resistência térmica do filme de condensado.

3.2 Desempenho do evaporador

A influência de T_{sat} sobre o coeficiente médio de transferência de calor em ebulição h_E é apresentada na figura 3. Essas curvas apresentam comportamento similar àquelas apresentadas por Cavalcanti *et al.* (1999) para o termossifão operando inclinado a 45°. À mesma potência, as trocas térmicas no evaporador são melhores para uma pressão de funcionamento elevada, como foi mostrado por Bonjour e Lallemand (1995). O aumento da pressão provoca uma variação nas propriedades do fluido que acarreta uma redução do diâmetro de desprendimento das bolhas, uma ativação dos sítios de menor tamanho e um aumento da frequência de desprendimento das bolhas. A influência da pressão é mais importante em ebulição do que em convecção natural, onde as curvas são mais próximas umas das outras. À pressão constante, o coeficiente h_E aumenta com a elevação da potência.



Figura 3- Evolução do coeficiente médio de transferência de calor em ebulição em função da potência; R113; $\gamma = 1.0$; $\beta = 90^{\circ}$; $T_{sat} = 60$ a 90 °C.

3.3 Desempenho global do termossifão

Para estudar a influência da temperatura de funcionamento no desempenho global do termossifão, avalia-se a resistência térmica global R_{th} . A evolução da resistência térmica global em função de $(T_{Ep}-T_{Cp})$, mostrada na figura 4, parametrada em T_{sat} , apresenta um máximo para temperaturas de saturação elevadas. Quando a temperatura de saturação diminue, esse máximo se desloca em direção a valores menores de $(T_{Ep}-T_{Cp})$. Para explicar esta evolução, analisa-se aquelas das resistências térmicas no condensador R_{thC} e no evaporador R_{thE} . Da evolução do coeficiente médio em ebulição, R_{thE} diminue continuamente com o aumento da potência ou da temperatura de funcionamento. Da evolução do coeficiente de condensação, R_{thC} passa por um máximo, deslocado em direção às potências mais elevadas à medida em que T_{sat} aumenta. Para potências menores, a evolução da resistência global do termossifão é imposta por R_{thC} que é mais elevado do que R_{thE} até a passagem pelo máximo.

3.4 Desempenho do termossifão a vazão constante de água de resfriamento

Com a finalidade de estudar o desempenho do termossifão operando sob condições reais de funcionamento, foi realizada uma série de testes a vazão constante de água de resfriamento. Esta série de testes foi limitada a 1900 W, a fim de não atingir uma temperatura muito elevada nas resistências de aquecimento e a vazão regulada em 41 cm³/s.



Figura 4 - Evolução da resistência térmica global em função da potência; R113; $\gamma = 1.0$; $\beta = 90^{\circ}$; T_{sat} = 60 a 90 °C.

Para esses testes, os coeficientes de transferência de calor no condensador variam pouco com o aumento da potência. O coeficiente h_e não evolue, pois a vazão de água de resfriamento é constante. No evaporador, h_E aumenta com a potência devido ao aumento da pressão de saturação P_{sat} e a temperatura de saturação varia quase linearmente com o aumento da potência. A evolução da resistência térmica global em função de $(T_{Ep}-T_{Cp})$ é apresentada na figura 5. R_{th} diminue continuamente com o aumento da diferença de temperatura de parede entre o evaporador e o condensador. Para esta série de testes a \dot{V}_e constante, o aumento de $(T_{Ep}-T_{Cp})$ é devido à elevação da temperatura de funcionamento com a potência.



Figura 5- Evolução da resistência térmica global em função da diferença de temperatura da parede do evaporador e do condensador;

R113;
$$\gamma = 1,0$$
; $\beta = 90^{\circ}$; $\dot{V}_e = 41 \text{ cm}^3 / \text{ s}$.

3. CONCLUSÃO

O desempenho térmico de um termossifão bifásico fechado, cilíndrico, do tipo Cu-R113, operando na posição vertical, foi investigada experimentalmente, para quatro temperaturas de funcionamento (60, 70, 80 e 90 °C) e potência fornecida ao evaporador variando entre 600 e 2200 W. Também foram realizados testes com o dispositivo funcionando sob condições de

resfriamento constantes. Foram apresentadas curvas das evoluções dos coeficientes de transferência de calor no condensador e no evaporador, em função da potência, assim como aquelas relativas à resistência térmica global do termossifão. Dos resultados obtidos, verificase que a resistência térmica global do termossifão diminue com o aumento da potência ou da temperatura de funcionamento, e que a sua evolução, para potências menores, é imposta por aquela do condensador.

Reconhecimento

Os autores reconhecem o apoio recebido do CNPq, através do Processo Nº 200.480/92-8, que permitiu o desenvolvimento da pesquisa, da qual este trabalho é parte integrante.

3. REFERÊNCIAS

- Behnia, M. & Morrison, G.L., 1991, "An experimental investigation of inclined open thermosyphons", Solar Energy, vol. 47, n. 4, pp. 313-326.
- Bonjour, J. & Lallemand, M., 1995, "Influence de la pression et du confinement sur les transferts thermiques au cours de l'ébullition convective naturelle", Revue Générale de Thermique, Tome 34, N° 407, pp. 667-677.
- Cavalcanti, M. A. W., Sartre, V. & Lallemand, M., 1998, "Determinação da inclinação ótima de um termossifão bifásico - Estudo experimental", Anais do V Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, ABCM, Outubro 27-30, Fortaleza, Brasil, vol. 3, pp. 371-378.
- Cavalcanti, M. A. W., Sartre, V. & Lallemand, M., 1999, "Desempenho de um termossifão bifásico operando em inclinação ótima - Estudo experimental", Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, ABCM, Águas de Lindóia, Brasil, em CD.
- Chi, S. W., 1976, "Heat pipe Theory and practice : A sourcebook". New York : McGraw-Hill Book Company.Series in Thermal and Fluids Engineering. Editors : Hartnett, J.P. et Irvine, T.F.Jr. Washington : Hemisphere Publishing Corporation.
- Collier, J.G. and Thome, J.R., 1994, "Convective boiling and condensation". Oxford : Clarendon Press, ISBN 0-19-856282-9, 596 p.
- Gross, U. & Hahne, E., 1985, "Heat transfer in a two-phase thermosyphon operating with a fluid in the near critical state", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 28, n. 3, pp. 589-601.
- Lallemand, M. Jomard, T. & Sartre, V., 1991, "Refroidissement de composants électroniques de puissance par thermosiphon diphasique", Journée d'Etudes du 27 novembre 1991 sur les Echangeurs à Changement de Phase, Société Française de Thermiciens, 12 p.

ESTUDO HIDRODINÂMICO DE UMA PELÍCULA LÍQUIDA DESCENDENTE EM PLACA PLANA

Padilha, A.; Scalon, V.L. e Scaloppe, J.H¹ Depto. de Engenharia Mecânica, FE-UNESP/Bauru Caixa Postal 473, CEP: 17.033-360, Bauru (SP)

Resumo

Este trabalho estuda o comportamento hidrodinâmico de uma película líquida descendente na região de entrada de uma placa plana para várias inclinações em relação à horizontal. Para a formação da película líquida foi desenvolvido e otimizado um distribuidor de líquido para uma placa plana. Os ensaios com tal equipamento permitiram a obtenção de dados experimentais, sobre o comprimento de entrada hidrodinâmico do filme de líquido, e a comparação destes resultados com resultados teóricos, obtidos a partir de equações empíricas disponíveis na literatura. Com a placa posicionada em várias inclinações em relação à horizontal e o escoamento plenamente desenvolvido, foi inserido, na saída do distribuidor, uma gota de óleo com corante que não se difunde em água. A posição da gota, em relação ao tempo, foi registrada por uma câmara fotográfica na razão de 5 fotos por segundo. Assim, através das fotos, obteve-se as posições da gota em uma escala fixada ao longo do canal e a velocidade média para cada inclinação da placa e, consequentemente, determinado o comprimento de entrada hidrodinâmico experimental. Para cada vazão, com os parâmetros geométricos medidos diretamente na placa, obteve-se o número de Reynolds e o comprimento de entrada teórico.

Palavras-chave: comprimento de entrada, distribuidor de líquido, filme descendente.

1. INTRODUÇÃO

O escoamento de película líquida descendente é freqüentemente empregado em equipamentos industriais tais como paredes úmidas de colunas de destilação, absorvedores de gás, vários tipos de refrigeradores, condensadores e umidificadores, encontrando sua principal aplicação em trocadores de calor e massa. A vantagem desse tipo de dispositivo é a grande superfície de contato do filme de líquido em circulação, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, para uma pequena vazão de líquido. Devido a esta grande utilização tem-se realizado um considerável número de estudos sobre o escoamento de películas líquidas nos últimos anos, todos com aplicações, praticamente diretas, em diferentes tipos de dispositivos, incluindo estudos sobre distintas geometrias e regimes de escoamento.

Desta série de trabalhos publicados destaca-se o trabalho desenvolvido por Bandelier (1997), onde são apresentados recentes desenvolvimentos sobre trocadores de calor compactos, principalmente aqueles utilizando película descendente. Uma série de trabalhos envolvendo película descendente, em geometria cilíndrica, pode ser encontrado tanto na área de simulação numérica (He *et. al.*, 1998), como na área experimental (Alhusseini *et. al.*,

¹ Email dos Autores: padilha@bauru.unesp.br e scalon@bauru.unesp.br

1998). Outra geometria, com significativo número de estudos e objeto deste trabalho, é a película descendente em placas planas. Esta geometria tem aplicação em uma série de dispositivos, inclusive trocadores de calor para coletor solar, como o desenvolvido por Song *et. al.*, (1999).

Este trabalho, por sua vez, visa o estudo do comportamento hidrodinâmico de uma película líquida descendente na região de entrada de uma placa plana para várias inclinações em relação à horizontal. Para a formação da película líquida foi desenvolvido e otimizado um distribuidor de líquido para uma placa plana. Os resultados experimentais obtidos da região de entrada hidrodinâmica, tais como velocidade limite e espessura da película de líquido serão comparados com os resultados teóricos das equações empíricas.

2. SOLUÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA

Como já foi discutido, problemas deste tipo envolvem uma elevada complexidade e a sua caracterização depende de uma série de propriedades físicas e relações expressas através de adimensionais. As propriedades do filme podem depender dos números de Reynolds, Weber e Froude, um adimensional da tensão de cisalhamento na interface e várias relações geométricas. A caracterização do regime de escoamento é melhor representada pelo número de Reynolds que é definido como:

$$\operatorname{Re} = \frac{4 \cdot \Gamma}{\mu},\tag{1}$$

sendo a vazão mássica por unidade de largura do canal (Γ) dada por:

$$\Gamma = \frac{Q \cdot \rho}{w} \tag{2}$$

Alguns autores admitem a definição de ¹/₄ do segundo membro da equação (1). Em geral, como afirmou Fulford (1964), "um fluxo laminar liso ocorre apenas depois da zona de aceleração para pequenos valores de Re, da ordem de 10". O comprimento de entrada desta região, entretanto, é da ordem de poucos centímetros. Para valores de Re, no intervalo de 25 a 1000, pequenas ondas de forma senoidal regular aparecem na superfície livre. A onda senoidal regular é destruída no interior das ondas maiores, que distorcem a frente da onda, e gradualmente passa para região de ondas turbulentas. Na região de ondas turbulentas distúrbios superficiais (tipo gravidade) predominam, mas o filme base é ainda laminar. Há uma tendência da superfície de ondas emergirem e formar uma grande onda secundária chamada de ressalto hidráulico. Dessa maneira, de acordo com o tipo de distribuidor usado, a vazão e o comprimento da placa empregada, podem aparecer diferentes regimes de escoamento. A hidrodinâmica desses diferentes regimes de fluxo tem uma influência marcante na taxa de transferência de calor e massa. Outro tema muito estudado é o fluxo de filme na região de entrada e, principalmente, os diferentes distribuidores de líquidos, tais como: abertura horizontal, por transbordamento, tipo cone com abertura anular, transbordamento livre, abertura de prato paralelo e outros citados anteriormente. Em geral, as duas equações dimensionais para a camada limite são estabelecidas com as condições limite apropriadas. Fulford (1964), apresentou uma equação para o cálculo do comprimento de entrada admensional **Xe***, para um fluxo laminar, dada por:

Xe * = Xe
$$\cdot \left(\frac{g \cdot \operatorname{sen} \beta}{3 \cdot \gamma}\right)^{1/3} = 0.67 \cdot \left(\frac{\Gamma}{\mu}\right)^{4/3}$$
 (3)

O aparecimento de ondas após o comprimento de entrada, ou seja, após atingir o escoamento laminar plenamente desenvolvido, implica no cálculo de um segundo comprimento de entrada (Xe_w^*), que pode ser definido como o comprimento acima do qual ocorre a formação das referidas ondas e $Xe^* < Xe_w^*$. Além disso esses autores mostraram que, em geral, para Re iguais, os comprimentos de entrada são maiores para líquidos menos viscosos devido ao aumento proporcional da taxa de vazão. Entretanto para mesma vazão o comprimento de entrada é menor para líquidos mais viscosos. De uma forma geral, o comprimento de entrada aumenta com o aumento de Re. Para a determinação dos resultados teóricos do comprimento de entrada Xe obtidos neste trabalho, será utilizada a equação (3) rearranjada da seguinte forma:

$$Xe = \frac{0.67 \cdot \left(\Gamma/\mu\right)^{\frac{4}{3}}}{\left(\frac{g \cdot \cos\beta}{3 \cdot \gamma^2}\right)^{\frac{1}{3}}}$$
(4)

Determinado o comprimento de entrada é realizado um balaço de forças sobre um elemento diferencial do filme para a determinação de alguns parâmetros importantes, tais como, a velocidade local no interior do filme, que pode ser obtida admitindo-se um perfil parabólico, em função das condições de contorno e é dada por:

$$V = \frac{\rho \cdot g \cdot \delta^2}{2 \cdot \mu} \cdot \left(1 - \frac{x}{\delta}\right)^2 \tag{5}$$

e a velocidade média do filme, que pode ser obtida a partir da integração da equação (5) resultando em:

$$V_m = \frac{\rho \cdot g \cdot \delta^2 \cdot \cos \beta}{3 \cdot \mu} \tag{6}$$

Dessa maneira pode-se calcular a vazão volumétrica, como sendo:

$$Q = V_m \cdot A = \frac{\rho \cdot g \cdot \delta^2 \cdot \cos \beta}{3 \cdot \mu} \cdot w \cdot \delta$$
(7)

Explicitando a espessura do filme (δ), na equação (7), tem-se:

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q \cdot \mu}{\rho \cdot g \cdot w \cdot \cos \beta}}$$
(8)

A variável Γ , por sua vez, pode ser calculada a partir da equação (6) e é expressa por:

$$\Gamma = \rho \cdot \delta \cdot V_m = \frac{\delta^3 \cdot \rho^2 \cdot g}{3 \cdot \mu} \tag{9}$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

O aparato experimental utilizado nos ensaios, como mostrado na figura (1), constitui-se basicamente por uma placa de vidro de 1,80 m de comprimento, com 2 abas laterais de 3 cm de altura, sobre as quais são fixadas escalas graduadas em milímetros, de maneira a formar o canal central de largura de 15 cm, por onde escoa a película de água em regime laminar. O canal é apoiado em uma estrutura de madeira, articulado na base através de um eixo de aço, de maneira a variar o seu ângulo de inclinação. Um reservatório de 2 litros de capacidade é fixado na extremidade superior da placa, com uma abertura paralela à extremidade superior da placa, para vazão do filme de água. Uma válvula manual controla a vazão d'água desejada no escoamento.

A válvula é aberta para uma determinada vazão e por transbordamento a água escoa pelo canal formando uma película de água na superfície da placa plana. Dessa maneira o nível do reservatório permanece constante e o escoamento entra em regime laminar, com um número de Reynolds variando entre 100 e 1000.

A placa é então colocada na inclinação desejada e uma gota de corante, que não se difunde na água, é injetada na extremidade superior da placa, ao mesmo tempo em que uma câmara fotográfica registrou a posição da gota ao longo da placa, a uma razão de 5 fotos por segundo. A espessura da película de água foi obtida, tomando-se a medida diretamente no escoamento utilizando a haste de profundidade de um paquímetro. Os possíveis erros de paralaxe foram desprezados já que a película de líquido estava em contato direto com a escala. A perturbação no escoamento laminar, devido às pequenas dimensões da haste do paquímetro foi praticamente imperceptível. O ensaio foi repetido para várias vazões e diferentes ângulos de inclinações.



Figura 1. Aparato experimental.

A posição da gota em cada instante foi lida diretamente na escala em cada foto. A câmara fotográfica utilizada, disparou automaticamente 5 fotos por segundo e assim, o intervalo de tempo entre uma foto e outra é de 0,2 segundos. Dessa maneira determinou-se a velocidade média da gota em cada intervalo percorrido, ou seja:

$$V_{gota} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{10}$$

O comprimento de entrada é o espaço percorrido pelo escoamento até que este atinja um perfil de velocidade constante, ou seja, a velocidade limite. A análise das velocidades do escoamento, obtidas a cada intervalo de tempo, permite determinar o referido comprimento de entrada experimental e sua precisão dependeu da velocidade da câmara fotográfica.

4. **RESULTADOS**

Utilizando-se do referido procedimento foram realizados diversos ensaios em diferentes condições de inclinação da placa e fluxo de massa (vazão). O procedimento experimental, como já foi descrito anteriormente, dependeu da sequência de fotos obtidas, as quais permitiram avaliar a evolução da velocidade de uma gotícula de corante ao longo da placa. Uma sequência de fotos obtidas, mostrando escalas métricas fixadas nas abas laterais da placa, é apresentada na figura (2), como um exemplo para as condições do ensaio 1.

Uma série de resultados experimentais obtidos foram comparados aos resultados teóricos. Estes resultados foram resumidos e são mostrados na tabela (1), de acordo com a inclinação da placa e o fluxo de massa.

A boa concordância obtida entre os resultados teóricos e experimentais, dos ensaios (2) a (5), são também comparados graficamente como mostrados nas figuras (3) e (4). A figuras (3) apresenta os valores teóricos e experimentais para o comprimento de entrada na placa, ou seja, o comprimento percorrido pela gotícula de corante até que sua velocidade torne-se constante, ou seja, se desenvolva plenamente. É possível notar, através da análise dos gráficos pequenas discrepâncias entre os resultados e que, nada mais são, do que consequências de erros inerentes a medidas experimentais, já que considerou-se o intervalo de tempo ($\Delta t=0,2s$) ainda muito grande.

1400	Tubelu 1. Resultados correste experimentais dos o ensulos realizados.								
Ensaio	β	Q	W	Γ	Re	Experimental		Teórico	
n°	[°]	[l/s]	[cm]	[kg/m.s]		Xe	δ	Xe	δ
1	3	0,022	15	0,148	665.8	13.21	0,87	10,4	0,92
2	6	0,00212	5	0,042	190,6	3,65	0,3	1,5	0,48
3	6	0,00494	5	0,099	443,9	4,85	0,6	4,73	0,63
4	6	0,0087	5	0,174	781,6	7,2	0,7	10,1	0,77
5	6	0,0147	5	0,294	1321,9	20,2	0,8	20,2	0,91
6	10	0,00494	5	0,099	443,9	2,7	0,4	3,18	0,43

Tabela 1. Resultados teóricos e experimentais dos 6 ensaios realizados.



Figura 2. Sequência de fotos mostrando em detalhes a gota de corante e sua posição ao longo do escoamento para 6 instantes de tempo.



Figura 3. Variação do comprimento de entrada hidrodinâmico teórico e experimental em função do número de Reynolds.



Figura 4. Variação da espessura do filme teórica e experimental em função do número de Reynolds.

Na figura (4) são apresentadas algumas discrepâncias entre os resultados experimentais e teóricos para a espessura do filme de líquido. Este desvio se justifica, da mesma forma que no caso anterior, pelos erros inerentes a medidas. Entretanto, é importante enfatizar que o referido desvio também é devido, em parte, ao aumento do número de Reynolds. Isto se deve ao afastamento das hipóteses originalmente adotadas, ou seja, para o regime laminar, quando da elaboração do modelo teórico.

5. CONCLUSÕES

Este experimento mostrou a viabilidade do procedimento adotado para a obtenção de dados a respeito do desenvolvimento hidrodinâmico de película descendente. Entretanto, a experiência mostrou também que estes resultados podem ainda melhorar, desde que alterados alguns procedimentos. A principal alteração seria, sem dúvida, obter uma maior taxa de fotos por segundo e, consequentemente, um menor intervalo de tempo entre uma foto e outra. Este procedimento, por si só, implicaria a uma maior precisão dos resultados obtidos. Estudos nesta direção já estão sendo realizados.

Q – vazão volumétrica [m ³ /s]	Letras gregas
Re – número de Reynolds	
V – velocidade [m/s]	β - Inclinação da placa em relação à horizon-
<i>Xe</i> – comprimento de entrada [m]	tal
<i>w</i> – largura do canal [m]	δ - espessura do filme de líquido [m].
	γ - peso específico [N/m ³]
	Γ - fluxo mássico por unidade de largura do
Subscritos	canal [kg/m]
m - média	μ - viscosidade dinâmica [kg/m s]
gota – relativo ao corante	ρ - densidade [kg/m ³]

NOMENCLATURA

REFERÊNCIAS

- Alhusseini, A.A., Tuzla, K. e Chen, J.C., 1998, Falling film evaporation of a single component liquids, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, v. 12, p. 1623-132.
- Bandelier, P., 1997, Improvement of multifunctional heat exchangers applied in industrial processes, *Applied Thermal Engineering*, v. 17, pp. 777-788
- Bird, R. B., Stewart, W. E. e Lightfoot, E. N., 1960, *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons, Inc.
- Fulford, G. D., 1964, *Handbook of Heat and Mass Transfer, vol 2: Mass Transfer and Reactor Design*, Editor Nicholas P. Cheremisinoff..
- He, S., Na, P., Li, J. e Jackson, J.D., 1998, Combined heat and mass transfer in a uniformly heated vertical tube with water falling film, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, v. 19, p. 401-417.
- Song, B., Inaba, H., Horibe, A. e Ozaki, K., 1999, Heat, mass and momentum transfer of a water film flowing down a tilted plate exposed to solar irradiation, *Int. J. of Thermal Science*, v. 38, p. 384-397.

PREVISÃO SIMPLIFICADA DO CONSUMO DE ENERGIA DE UM FREEZER COMERCIAL PARA REFRIGERAÇÃO DE ALIMENTOS

Fernando Newton Raimundo Jr. João Manoel Dias Pimenta Ursula Guerra Ferreira

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campus Santa Mônica, Bloco 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: <u>raimundo@mecânica.ufu.br</u>

Resumo

Apresentam-se resultados preliminares de uma metodologia para previsão teórica do consumo energético de um *freezer* comercial para a conservação e exposição de produtos alimentícios (carnes) para venda ao consumidor final. Os cálculos do consumo energético foram efetuados considerando: operação continua/desligamento noturno, estação climática, carga variável/ constante, operação em resfriamento/congelamento, temperatura ambiente, etc. Foram considerados quatro tipos de alimentos para os quais calcularam-se propriedades térmicas, tempo de resfriamento/congelamento, bem como a carga térmica em jogo. Entre os objetivos, pretende-se verificar a influencia do desligamento noturno do *freezer*, sobre o consumo energético global do equipamento.

Palavras-chave: Refrigeração, Alimentos, Energia, Supermercados.

1. INTRODUÇÃO

A motivação inicial do presente trabalho origina-se na solicitação de uma grande industria frigorífica nacional especializada no abate, produção e comercialização de carnes, com relação a questão consumo energético vs. qualidade do alimento. A empresa em questão, tem recebido reclamações freqüentes por parte do consumidor final com relação as condições de conservação inadequadas de certos itens de sua linha de produtos.

Uma investigação prévia por parte da empresa, revelou que o problema situava-se na etapa final da cadeia de frio, mais precisamente nos freezers localizados nos ponto de venda ao consumidor final em supermercados. Com efeito, verificou-se ser prática comum o desligamento tanto dos freezers quanto do sistema de ar condicionado em supermercados durante o período noturno quando o estabelecimento encontra-se fechado, visando reduzir o valor da fatura mensal paga a concessionária de energia elétrica.

Entretanto, ao mesmo tempo que a economia de energia esperada com o desligamento do freezer não foi demonstrada, não comprovando portanto a redução do consumo esperada, reclamações quanto a qualidade do produto resfriado/congelado, como dito antes tornaram-se freqüentes levando a crer que o desligamento do freezer durante a noite é o fator responsável direto pela degradação do produto.

Afim de considerar a questão, estudou-se um modelo típico de freezer comercial vertical do tipo aberto para exposição de produtos congelados e resfriados, implementando-se um programa computacional para a previsão teórica da performance energética do equipamento

em diferentes condições de operação. A figura 1 ilustra de forma bastante simplificada as principais etapas consideradas.



Figura 1: Fluxograma simplificado das etapas para previsão teórica do consumo energético do freezer.

2. CÁLCULO DE PROPRIEDADES TÉRMICAS

As propriedades térmicas dos alimentos devem ser conhecidas quando se deseja realizar cálculos de transferência de calor em equipamentos de refrigeração, e para a determinação dos tempos de refrigeração e congelamento. Uma vez que estas propriedades dependem diretamente da composição do alimento e da temperatura, é praticamente impossível obtê-las tabeladas para todas as condições e composições. Entretanto é possível dispor dos dados de composição dos alimentos através de várias fontes da literatura (ASHRAE, 1993). A tabela 1 apresenta os dados para os alimentos considerados no presente trabalho

	X _{wo}	Xp	X _f	Xc	X _{fb}	Xa	t _{if}	ca	c _b
Bacon	31.6	8.66	57.54	0.09	0.0	2.13	- 2.0	2.09	1.26
Presunto cozido s/ osso	72.6	19.55	7.14	0.0	0.0	1.02	-2.2	2.90	1.46
Salsicha tipo Frankfurt	53.9	11.28	29.15	2.55	0.0	3.15	-1.7	3.60	2.35
Cortes de frango	66.0	18.60	15.06	0.0	0.0	0.79	-2.8	3.31	1.55

Tabela 1. Dados característicos dos produtos considerados.

onde.

Xp

t_{if}

X _{wo}	conteúdo em água do produto (%);
Xn	conteúdo em proteínas (%);

conteúdo em carboidratos (%); Xc

conteúdo em fibras (%): X_{fb} conteúdo em cinzas (%);

conteúdo em gorduras (%); Xf

temperatura de início de congelamento [°C];

calor especifico do produto acima do ponto de congelamento [kJ/kg K]; c_a

calor especifico do produto abaixo do ponto de congelamento [kJ/kg K]; Cb

Com base nessa informação, pode-se empregar equações adequadas ao cálculo das propriedades termofísicas de alimentos. Em seguida são feitos alguns comentários com relação ao cálculo de propriedades termofísicas de alimentos adotados neste trabalho, baseado nos métodos disponíveis na literatura (ASHRAE, 1993)

Xa

Para o cálculo da densidade é necessário o conhecimento da porosidade do alimento, da fração mássica e da densidade de cada constituinte do alimento. Como os produtos em estudo (carnes) não tem a forma granular, a porosidade é considerada nula.

O *calor específico* é importante no cálculo da carga térmica de refrigeração associada ao congelamento ou resfriamento do produto. Acima do ponto de congelamento (alimentos resfriados) o calor específico torna-se um pouco menor quando a temperatura varia de 0° C para 20°C. Abaixo do ponto de congelamento há um grande decréscimo do calor específico quando a temperatura diminui.

O calor específico dos alimentos acima do ponto inicial de congelamento, pode ser obtido pela média dos calores específicos de seus componentes. Abaixo do ponto inicial de congelamento, o calor sensível devido a mudança de temperatura e o calor latente devido a fusão da água devem ser considerados. Como o calor latente não é determinado para uma temperatura constante, mas para uma faixa de temperatura, um calor específico aparente deve ser calculado para caracterizar os efeitos dos dois calores, latente e sensível.

Vários modelos foram desenvolvidos para calcular o calor específico aparente, sendo neste trabalho considerado aquele proposto por Chen (1985).

A mudança de *entalpia* de um alimento permite estimar a energia que deve ser adicionada ou removida para efetuar a mudança de temperatura desejada. Acima do ponto de congelamento, a entalpia consiste apenas do calor sensível, enquanto que abaixo do ponto de congelamento a entalpia engloba os calores sensível e latente. Geralmente a entalpia é obtida da definição do calor específico à pressão constante, que pode ser integrada com respeito à temperatura.

Para produtos acima de seus respectivos pontos iniciais de congelamento, usou-se o método proposto por Chen (1985), enquanto que para produtos congelados (abaixo do ponto inicial de congelamento) utilizou-se método simplificado do mesmo autor.

A *condutividade térmica* de um alimento depende de sua composição, temperatura e estrutura. Existem mais de um método para calcular a condutividade térmica dos alimentos, sendo que o aqui considerado foi o modelo perpendicular, baseado em analogia com a resistência elétrica conforme Choi e Okos (1986).

Os valores usados no cálculo da *difusividade térmica*, como a densidade, a condutividade e o calor específico, são aqueles determinados segundo os métodos descritos anteriormente.

Com relação ao *coeficiente de transferência de calor "h"*, embora não sendo uma propriedade do produto alimentício, seu cálculo é essencial para a análise da transferência de calor convectiva envolvida. Sua determinação baseia-se na conhecida "lei de resfriamento de Newton".

Como se sabe, o valor de "h" entre o produto e o ar no espaço refrigerado depende de parâmetros tais como : velocidade do fluido, geometria, textura, embalagem, etc. A circulação do ar dentro do freezer aumenta o valor de "h", uniformiza a temperatura, e intensifica a evaporação da água do produto, impedindo a elevação da umidade na superfície dos gêneros alimentícios, que criaria condições favoráveis a multiplicação de bactérias.

Na maioria das aplicações "h" é determinado experimentalmente, sendo em geral obtidas correlações do tipo Nu = f(Pr, Re), representando a relação funcional entre os conhecidos números adimensionais de Nusselt (Nu), Prandtl (Pr) e Reynolds (Re). No presente trabalho porém, foram consideradas correlações do tipo Nu = f(Re), disponíveis para cada produto.

3. TEMPOS DE RESFRIAMENTO E CONGELAMENTO

Para que um alimento congele, primeiramente é necessário reduzir a temperatura até o respectivo ponto inicial de congelamento. Até este ponto, somente calor sensível é removido. não havendo mudança de fase nem congelamento do produto. O tempo necessário para atingir o ponto inicial de congelamento, é denominado tempo de resfriamento, sendo influenciado pela razão entre a resistência externa e a resistência interna à transferência de calor, razão esta conhecida como número de Biot.

Diferentes metodologias voltadas para o cálculo do *tempo de resfriamento* encontram-se disponíveis na literatura. No presente trabalho, foi considerado o "Método dos fatores f e j" proposto por Cleland (1990), que baseia-se no fato de que os processos de *resfriamento* exibem um comportamento similar, havendo após uma fase de latência, um decréscimo exponencial da temperatura do centro térmico do alimento. Os fatores f e j foram calculados segundo métodos de Hayakawa, Villalobos (1989).

É ainda necessário, considerar a forma geométrica do alimento através de um fator de forma. Visto que, a maioria dos alimentos possuem formas irregulares, o presente trabalho considera o método proposto por Smith al. (1968), para o caso de Bi $\rightarrow \infty$.

Em linhas gerais, o algoritmo utilizado para a estimativa do tempo de resfriamento, envolveu os seguintes passos :

- 1. Determinação das propriedades térmicas;
- 2. Determinação do coeficiente superficial de troca térmica;
- 3. Determinação do fator de forma;
- 4. Cálculo do número de Biot.
- 5. Cálculo dos fatores f e j;
- 6. Cálculo do tempo de resfriamento.

No caso do cálculo do tempo de *congelamento*, conforme discutido anteriormente, este não é um processo isotérmico, em vez disso, o mesmo ocorre numa determinada faixa de temperatura. A maioria dos métodos desenvolvidos para estimar o tempo de congelamento, o calculam como a soma dos tempos de pré-resfriamento, mudança de fase e subresfriamento. Alguns métodos baseiam-se na equação de Plank, outros numa versão modificada da mesma.

O método de Plank embora bastante difundido, apresenta como inconvenientes o fato de assumir que o congelamento ocorra a uma temperatura constante. Além disso, considera constante a condutividade térmica de alimentos congelados (o que não ocorre na realidade), despreza a remoção de calor sensível até o ponto inicial de congelamento, e é aplicável apenas para geometrias infinitas.

Estudadas estas limitações, Cleland e Earle (1987-a 1987-b) acrescentaram correções para considerar o calor sensível e a variação de temperatura durante o processo de congelamento, propondo equações de regressão para estimativa de parâmetros geométricos para geometrias infinitas. Por sua vez, Hung e Thompson (1983) melhoraram a equação de Plank, desenvolvendo um método alternativo para cálculo do tempo de resfriamento de geometrias tipo "fatias" infinitas, incorporando a mudança de entalpia associada ao processo de congelamento e uma diferença de temperatura relativa ao peso médio.

Em linhas gerais, o algoritmo utilizado para a estimativa do tempo de congelamento adotado considerou os seguintes passos :

- 1. Determinação das propriedades térmicas do alimento;
- 2. Determinação da diferença de entalpia e calores específicos;
- 3. Determinação do coeficiente superficial de troca térmica;
- 4. Determinação da dimensão característica e razões dimensionais;
- 5. Cálculo dos números adimensionais de Biot, Plank e Stefan;
- 6. Cálculo de parâmetros segundo o método de Hung e Thompson;
- 7. Estimar tempo de congelamento (método de Hung e Thompson).

4. CARGA TÉRMICA E BALANÇO ENERGETICO

A carga térmica de cada produto, ou seja, a demanda frigorífica para resfriar ou congelar cada alimento depende das propriedades termofísicas, da temperatura inicial do produto, da temperatura do ar (4°C p/ resfriamento ou -15°C p/ congelamento), da massa total a ser

resfriada, entre outros fatores. Para o cálculo da demanda frigorifica utilizou-se a seguinte equação:

$$Q_p = m c_p \left(T_{ap} - T_{ao} \right) \tag{1}$$

onde,

Q_p	demanda frigorífica da quantidade total de cada produto no freezer	[kJ];
т	massa total do produto	[kg];
c_p	calor específico do produto	[kJ / kg.K];
T_{ap}	temperatura inicial do produto	[°C];
T_{ao}	temperatura do ar no freezer, ou temperatura final desejada do produto	[°C].

Para obter a taxa de calor devido a cada alimento, divide-se o valor dado pela Eq. (1), pelo tempo de resfriamento ou congelamento, o que deve corresponder a demanda frigorífica calculada através do coeficiente superficial de troca térmica "h". A taxa de transferencia de

calor por condução foi desprezada em relação a parcela convectiva, considerando-se :

$$q_p = h A (T_{ap} - T_{ao}) = \frac{m c_p (T_{ap} - T_{ao})}{\theta}$$

$$\tag{2}$$

[s]

sendo,

 q_p taxa de calor a ser retirada de cada produto [kJ/ s = kW] h coeficiente superficial de troca térmica [W/ m².K]

A área de troca térmica, correspondente a área total ocupada pelo produto $[m^2]$

 θ tempo de resfriamento ou congelamento

Para simular a operação do freezer quando a quantidade de produtos (carga em kg) estivesse variando, foram considerados dados de carga e descarga, baseados em valores estatísticos arbitrários de venda diária de cada produto. Assim, pode-se ter em conta a variação da carga de alimentos no interior do freezer.

A velocidade do ar no interior do freezer, foi considerada constante e correspondente a uma vazão volumétrica da ordem de 0,9 m³/s. A variação das propriedades do ar com a temperatura, foi considerada através de expressões adequadas. Para cálculo do numero de Reynolds e subsequente aplicação da relação Nu = f(Re) e cálculo de *h*, tomou-se como dimensão característica do problema a altura da prateleira, uma vez que esta foi considerada completamente ocupada pelo produto.

Dados de performance previamente disponíveis, relacionando potência frigorífica \dot{Q}_{ev} e potência consumida pelo compressor \dot{W}_{cp} em função das temperaturas de condensação T_{cd} e de evaporação T_{ev} , foram usadas no estabelecimento de equações polinomiais do tipo $\dot{W}_{cp} = f(T_{cd}, T_{ev})$ e $\dot{Q}_{ev} = f(T_{cd}, T_{ev})$. Tanto no resfriamento quanto no congelamento, os graus de superaquecimento e subresfriamento foram de 18 K e 8,3 K, respectivamente.

O condensador e o evaporador do freezer são do tipo serpentina aletada, com o refrigerante escoando no interior dos tubos. Dados do fabricante relacionando o coeficiente global de troca térmica do condensador UA_{CD} e do evaporador UA_{EV} com os pontos de operação em resfriamento e congelamento, foram considerados para obtenção de relações polinomiais do tipo $UA_{CD} = f(T_{cd}, T_{ev})$ e $UA_{EV} = f(T_{cd}, T_{ev})$.

O ganho de calor do ambiente (supermercado) através de paredes e abertura do freezer, foi calculado tomando-se um coeficiente global de troca térmica entre o freezer e o ambiente, cujo valor aproximado é de 15 W.K^{-1} .

Quando o sistema de ar condicionado encontra-se em operação, a temperatura ambiente no interior do supermercado é considerada constante. Por outro lado, quando se opta pelo desligamento noturno do sistema de ar condicionado, deve-se considerar o aumento no tempo da temperatura interior da loja devido a troca de calor com o meio exterior, cujos dados meteorológicos locais foram considerados. Com isto, tem-se em conta a quantidade adicional de energia requerida devido à troca térmica entre o espaço refrigerado e o ambiente.

5. SIMULAÇÃO E RESULTADOS OBTIDOS

Deseja-se obter o consumo energético do freezer em condições padrões, e também verificar a influência do desligamento do freezer durante a noite entre outros aspectos.

Para uma implementação preliminar desenvolveu-se um programa especifico utilizando o *software* MATLAB 5.0 (Math Works Inc.,1996). Foram considerados quatro produtos, e propostas as opções operacionais indicadas na Tabela 2, a serem especificadas pelo usuário.

Tabela 2 - Relações das condições operacionais a serem indicadas pelo usuário.

1	Condição de conservação dos produtos: [1] Resfriamento, ou [2] Congelamento;			
2	Estação climática: [1] Verão [2] Outono [3] Inverno [4] Primavera			
3	Condições de operação do refrigerador: [1] Continua (24 horas /dia) ou [2]Desligado no			
	período noturno (das 23:00 às 05:00 horas);			
4	Operação do sistema de ar condicionado local: [1] Continuo (24 horas / dia) ou [2] Desligado			
	no período noturno (das 23:00 às 05:00 horas);			
5	Condições de carregamento diário do refrigerador: [1] Constante, ou [2] Variando hora a			
	hora, durante o horário de funcionamento do estabelecimento;			
6	Temperatura inicial de cada produto (no momento da carga);			
7	Temperatura de resfriamento ou congelamento, desejada para o produto;			
8	Carga inicial [kg] de cada produto.			

Combinando as condições operacionais, indicadas pelo usuário conforme descrito na tabela anterior, o programa desenvolvido, fornece, entre outros, os seguintes resultados principais :

- Carga térmica [kJ];
- Tempo de resfriamento ou congelamento [h];
- Taxa de transferencia de calor [kW] para cada produto no refrigerador;
- Consumo energético total [kW] do refrigerador;
- Custo em unidades monetárias correntes (R\$) da energia consumida pelo refrigerador, com base na tarifa padrão do kWh praticada pela concessionária

Assim, o usuário pode simular diferentes condições operacionais do refrigerador, e então comparar os resultados afim de saber se as medidas adotadas (ou a adotar) podem ou não resultar numa redução efetiva do consumo energético do sistema de refrigeração. Dadas as limitações de espaço, aqui serão apenas apresentados dois exemplos.

Vamos a seguir ilustrar uma das possíveis condições de operação, entre as variações disponíveis conforme se vê pela Tabela 2. Para as condições de operação do freezer, conforme apresentado na Tabela 3, o programa desenvolvido fornece os resultados apresentados na Tabela 4.

Para esta situação especifica de simulação, o custo operacional devido a demanda energética do *freezer* seria de R\$ 30,87/semana, enquanto que para as mesmas condições mas optando-se pelo desligamento do refrigerador entre 23:00 e 05:00 horas, o custo devido ao consumo energético do refrigerador seria de R\$ 32,70/semana.

1	Condição de conservação dos produtos =	[1] Resfriamento
2	Estação Climática =	[1] Verão
3	Condições de operação do refrigerador =	[1] Continuo (24 horas / dia)
4	Operação do sistema de ar condicionado local =	[1] Continuo (24 horas / dia)
5	Condições de Carregamento diário do refrigerador =	[1] Constante
6	Temperatura inicial de cada produto =	25 °C (temperatura ambiente)
7	Temperatura de conservação desejada =	4,0 °C
8	Massa inicial [kg] de cada produto:	Bacon = 100 kg
		Presunto = 150 kg
		Salsicha = 200 kg
		Frango = 180 kg

Tabela 4 - Resultados obtidos para as condições de operação listadas na tabela 3.

Produtos:	Carga Térmica [kJ]	Tempo de Resfriamento	Taxa de Calor por produto
		(horas)	(kW)
Bacon	5635	2.71	0.58
Presunto	11298	2.37	1.32
Salsicha	13214	2.87	1.28
Frango	13037	2.95	1.23
Total	43184		4.41

A figura 2 apresenta um dos gráficos fornecidos pelo programa desenvolvido que representa para o segundo exemplo abordado, curvas de variação da temperatura em função do tempo de resfriamento necessário para que o produto chegue a temperatura de resfriamento de 4 °C, a partir de uma temperatura ambiente inicial de 25 °C.



Figura 2 - Variação da temperatura de cada produto com o tempo de resfriamento.

6. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Considerando-se apenas os dois exemplos apresentados, os resultados da simulação indicam um custo devido ao desligamento do refrigerador no período noturno maior do que quando este encontra-se ligado 24 horas por dia. A diferença obtida foi de R\$7,32/mês no consumo, para os dados considerados na simulação.

Não é no momento possível quantificar a margem de erro implícita nos resultados apresentados, sendo que uma confrontação contra resultados experimentais seria necessária afim de estabelecer tal parâmetro, bem como validar o modelo proposto. Além disso, o presente trabalho consiste numa primeira tentativa de simulação do consumo energético de um freezer comercial, sendo por isso bastante simplificado e, pode-se supor, sujeito a erros consideráveis.

Os dados utilizados, dimensões e capacidade do refrigerador, bem como sua capacidade de armazenamento, utilizados nos dois exemplos apresentados são valores aproximados, que posteriormente poderão ser corrigidos para valores mais próximos à realidade de um supermercado de grande porte, por exemplo.

É portanto necessário analisar passo-a-passo os procedimentos, equações, dados iniciais e simplificações adotados, introduzindo as correções e melhoramentos necessários no programa computacional desenvolvido.

Ainda assim, mesmo com as considerações e aproximações feitas, a metodologia utilizada gerou resultados coerentes. O caso por exemplo da obtenção de um consumo energético menor na operação continua do freezer do que quando este é desativado durante o período noturno, poderia ser justificada pelo acréscimo de demanda frigorifica que ocorre quando o freezer é re-ligado pela manhã e deve operar a níveis de potência elevados até que o *set-point* seja novamente atingido.

Deve-se ressaltar que os dois exemplos apresentados, consideraram apenas o efeito do desligamento do refrigerador durante as 06 horas do período noturno. Muitas outras condições de operação podem ser analisadas. As variações da temperatura de acordo com a estação do ano, as variações de carga durante o período de funcionamento do supermercado, o ligamento e desligamento do ar condicionado, são condições de operação possíveis de serem analisadas através do programa computacional previamente desenvolvido e que no momento não são possíveis de serem abordadas.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores desejam expressar seus agradecimentos à FAPEMIG – Fundação de Amparo a Pesquisa no Estado de Minas Gerais, pelo apoio prestado no âmbito do convênio Fapemig/Fiemg.

8. REFERÊNCIAS

- ASHRAE, 1993, "Fundamentals Handbook", American Society of Heating Ventilation and Air Conditioning Engineers, SI Edition, Altlanta, USA.
- Chen, C.S., "Thermodynamic analysis of the freezing and thwing of foods: Enthalpy and apparent specific heat." Journal of Food Science 50:1158.
- Choi, Y., and Okos, M.R.,1986, "Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods. "Food Engineering and Process Applications." Ed. M. LeMaguer and P. Jelen, 1:93-101. London: Elsevier Applied Science Publishers.
- Cleland, A. C., 1990, "Food refrigeration process: Analysis, design and simulation. London: Elsevier Science Publishers.

- Cleland, D.J. Cleland, A. C. and Earle, R.L., 1987-a, "Prediction of freezing and thawing times for multi-dimensional shapes by simple formulae Part 1: Regular shapes." International Journal of Refrigeration 10(3): 153-164.
- Cleland, D.J. Cleland, A. C. and Earle, R.L., 1987-a, "Prediction of freezing and thawing times for multi-dimensional shapes by simple formulae Part 2: Irregular shapes." International Journal of Refrigeration 10(4): 234-240.
- Hayakawa, K. and Villalobos, G. , 1989. "Formulas for estimating Smith et al. Parameteres to determine the mass average temperature of irregularly shaped bodies." Journal of Food Process Engineering 11(4): 237-256.
- Hung, Y.C. and Thompson, D.R., 1983, "Freezing time prediction for slab shape foodstuffs by na improved analytical method." Journal of foode Science 48(2): 555-560.
- MATLAB 5.0, 1996, The Language of Technical Computing, The Math Works Inc.
- Smith, R. E., Nelson, G.L. and Henrickson, R.L., 1968, "Applications of geometry analysis of anomalous shapes to problems in transient heat transfer." Transactions of the ASAE 11(2): 296-302

POTENTIALITIES OF FUZZY LOGIC CONTROL APPLIED TO SMALL VAPOR COMPRESSION REFRIGERATION SYSTEMS

Oscar S. H. Mendoza Fábio A. Carvajal José A. Tumialán Gustavo Luiz C. M. de Abreu Universidada Faderal de Uberlân

Universidade Federal de Uberlândia, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, 38400-089, Uberlândia, MG, Brasil. E-mails: {oscarhm, fcarvajal, jtumialan e gmanhaes}@mecanica.ufu.br

Abstract

This work shows the potentialities of fuzzy logic blocks built in Matlab[®] packages in control of electronic expansion valves for small refrigeration systems. The control law, developed using Matlab[®] package, was based on conditions and decision rules freely elaborated by authors. The potentialities of this type of control were verified in a 298 watts, vapor compression refrigeration system, using R134a as working fluid. Supply and exhaust temperatures and pressures at the condenser, evaporator, compressor and expansion valve were monitored by means of a A/D interface card, properly adapted in a PC. It was used a commercial expansion valve properly adapted to be operated by stepper motor, and the control law was developed in order to keep the degree of superheating constant (10 °C). Experimental results show good stability, precision, easy implementation and possibilities of use with multiple variables, beside the facility to change time constant. Performance of this type of control show advantages with respect to conventional thermostatic expansion valves, and the facility to implement the control law show a clear path to increment the use of this control methodology.

Keywords: Fuzzy Logic, Control, Refrigeration Systems and Electronic Expansion Valves.

1. INTRODUCTION

One of the main goals in refrigeration systems is to keep cooling capacity in evaporators as high as possible, commercially the simples way to do this is using an on/off compressor control and degree of superheating controlled by expansion valve. These type of controls produces low refrigeration efficiency (Junior *et al.*, 1995) mainly because heat exchangers do not work in optimal conditions (Pederson *et al.*, 1999). Modern control of refrigeration systems deals mainly with control of two parameters "degree of superheating" and "compressor speed". This paper deals with "degree of superheat" control using the development of a fuzzy logic technique, applied on a semi-electronic expansion valve, (EEV) in order to keep degree of superheating as constant as possible and stable (Fredsted, 1999).

2. WHY FUZZY LOGIC CONTROL ?

Most of work found in literature related with fuzzy logic applied to HVAC systems, are at simulation level. Shavit *et al.*, 1999, concentrated in the control loop and performance throughout the HVAC load range, and suggest the use of *PID* control with automatic compensation. One example of this technique is the Adaptive Neural Network *PID* control algorithm developed by Zhou *et al.*, 1999, who made an adaptive control applied to an electronic expansion valve using *PID* control laws, modified in real time to keep degree of superheating constant and concluded that fuzzy logic is highly recommended for real control of EEV used in refrigeration systems.

Our work deals with the operation of a commercial expansion valve properly adapted, using fuzzy logic controls type *PD*, *ID*, with output commands properly *modified* to obtain minimal feedback error (<1 °C) and stable operation within the whole operation range of a small size refrigeration system. The change in signal to valve (actuator) – control output – is based in evaporator gain (EG) change, defined as the relation between the total temperature change, and the change in cooling capacity (CC), the control gain (CG) obtained by change of EG is the signal used to operate the system.



Figure 1. Refrigeration system prototype.

The control was tuned in real time with the refrigeration system in operation, by changing cooling capacity (CC).



Figure 2. Expansion valve actuator.

It was built a refrigeration system prototype shown in Figure 1, totally instrumented, to operate between -5 °C (evaporator temperature) and 60 °C (condensation temperature), using annuli type heat exchangers and a hermetic compressor (298 watts), a commercial expansion valve properly adapted to use a mechanic actuator designed by authors as shown in Figure 2.

The fuzzy logic commands use the Mandani interference strategy graphically shown in Figure 3, this strategy is ready to use in fuzzy Matlab[®] packages.



Figure 3. Mandani inference strategy.

2. BASIC CONCEPTS OF THE CONTROL

The control used to actuate on the steeper motor shown in Figure 2, is schematically shown in Figure 4 and it is composed of three block.



Figure 4. Developed Fuzzy Logic Control.

The block A has two inputs: error e and change of error ce relatives to a reference temperature. The block B has two inputs: accumulated error ea and ce. These two blocks give an output U_A and U_B. The last block (C) is a *modificator* actuating in parallel to the other two blocks using T_{ex} as input and gives a signal output according to function show below:

$$U_{\rm C} = 100.(1,01 - 0,0032.T_{\rm ex} + 0,0226.T_{\rm ex}^2)$$
(1)

Where:

Uc – Signal output from modificator and

 $T_{\rm ex}$ – Output temperature of the water in the evaporator.

The steeper motor (actuator) receives a signal (U_K) , in millivolts, which is a multiplication series of the blocks shown in Figure 4.

$$U_{\rm K} = U_{\rm A} * U_{\rm B} * U_{\rm C} \tag{2}$$

The signal (U_K) denominated control gain (CG), is affected by the water evaporator output temperature, reference temperature and refrigerant compressor input temperature.

2.1 Characteristic of block A

The Block A is a Proportional Derivative (PD) fuzzy controller with two inputs:

$$e(k) = T_{s10} - T_{ev}$$
 (3)

$$ce(k) = e(k-1) - e(k) \tag{4}$$

where:

- T_{s10} reference temperature (evaporation temperature plus 10 °C)
- $T_{\rm ev}$ evaporation temperature
- *k* actual time

k-1 - previous time

This block uses seven triangular membership functions, for each one of the inputs and outputs (*e*, *ce*), defined as shown in Figure 5.



Figure 5. Membership functions used for change of error input (ce).
Where:

NG	-	big negative
NM	-	mean negative
NB	-	low negative
ZO	-	Zero
PB	-	low positive
PM	-	mean positive
PG	-	big positive

2.2 Characteristics of block B

The Block B is a Integral Derivative (ID) fuzzy controller with two inputs:

$$ea(k) = e(k-1) + e(k) \tag{5}$$

$$ce(k) = e(k-1) - e(k) \tag{6}$$

The block B uses two inputs *ea* and *ce*, with seven triangular membership functions for each one of the inputs defined in similar way to those shown in Figure 5 (see Carvajal, 2000) using different universe of discourse, and four membership functions for the output (U_B) as shown in Figure 6.



Figure 6. Membership functions used for output variable U_B .

Where:

ZO : zero B : low M : mean G : big.

3. EXPERIMENTAL RESULTS

One of the main problems to control degree of superheating in refrigeration systems are instabilities mainly at lower refrigerant mass flow rate, this is due to not well established boiling in evaporator, according to Silva *et al.*, 1994, Schmidt, 1999 and Hittle, 1999. For

above reasons it is necessary a good tuning and the first step for a good tuning is to analyze the system behavior operating in open loop under extreme operational conditions.

Initially, our system was tested working in open loop, and the expansion valve was open or closed suddenly in order to analyze the time evolution of temperatures and pressures; when the valve was closed, it was observed a time constant of 60 seconds, with error about 7 $^{\circ}$ C, and degree of superheating about 17 $^{\circ}$ C. When the expansion valve was opened, the time constant was 45 seconds, the error was about 10 $^{\circ}$ C., and the degree of superheating was about 0 $^{\circ}$ C in both cases answer was unstable, the same behavior was registered by Silva, 1994.

In order to control temperature evolution within the range desired, was implemented a fuzzy *PD* control (Carvajal, 2000), operating in closed loop as shown in Figure 7, this fuzzy *PD* control caused a damping effect for high and low refrigerant charge (RC) into the system, and it was observed a high static error about 3° C. When the system charge is high the behavior is very unstable mainly when the RC is above recommended levels. When the system charge is below recommended level, the fuzzy *PD* control works well for the whole range of operation.



Figure 7. Closed Loop Control.

In order to improve the *PD* controllers for low and high RC, it was implemented the non fuzzy *gain modificator*. The system lowered the error in about 1.5 °C, but the time constant was incremented from approximately 100 seconds (*PD*) to 400 seconds (*PD*modificator*) (Carvajal, 2000). In order to decrease the time constant was implemented the fuzzy control *ID*, that avoids big overshoots, bringing the system faster to stability as shown in Figure 8. The time constant observed in Figure 8 for high and low RC was less than 50 seconds.



Figure 8. Temporal evolution of control parameters using *PD*ID*modificator*.

The behavior of the fuzzy control developed in this work (*PD*ID*modificator*) (Carvajal, 2000), is compared with the non fuzzy *PID* control used by Silva *et al.*, 1994 with behavior shown in Figure 9. We can see that the controller developed is faster (<50 seconds), instead of more that 300 seconds needed by non fuzzy *PID* control, it is also observed good stability and error inside of tolerance allowed (<1 °C).



Figure 9. PID control without fuzzy logic.

4. CONCLUSIONS

We can say that the *PD*ID*modificator* fuzzy controller developed in this work, showed good behavior in the sense that keeps error below 1 °C, and presents good stability throughout the full operation range of refrigeration system for low and high system refrigerant charge. It requires initially a good knowledge of the system behavior, in all operating range of the system. It is a new type of controller that is not found in actual literature. We believe that this type of control can be implemented to optimize refrigeration systems performance, using multiples variables and micro-controllers can be developed using this methodology to control refrigeration systems.

5. REFERENCES

- Carvajal, F. A., 2000, "Controle Digital de Válvulas de Expansão Usando Lógica Difusa, Dissertação de Mestrado", Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.
- Fredsted, J. J. de Bernardi, 1999, "Multivariable Control of Vapor Compression Processes", International Congress of Refrigeration (ICR 99). Sydney Australia.
- Hittle, D. C., 1999, "Dynamic response and tunning", ASHRAE journal, April.

- Júnior, V. S., 1995, "Modelagem, Simulação e otimização de um sistema de refrigeração controlado com lógica nebulosa", Tese de Doutorado, Biblioteca Central, Unicamp, SP, Brasil.
- Pederson, P. H.; Poulsen, C. S. and Gouddtoft, S., 1999, "Refrigerator and freezers with variable speed compressor", XX International congress of refrigeration, Sydney, Australia.
- Schmidt, F., 1999, "Optimal control of electronic expansion valves in modern low charge evaporation systems requires fast reacting expansion valves and new controller desing", XX International congress of refrigeration, Sydney, Australia.
- Shavit, G. and Wruck, R. A, 1997, "Understanding the control loop", http://204.7.184.20/journal/pgart5.htm
- Silva, S. A. L., 1994, "Desenvolvimento e uma válvula de expansão comandada por um microcomputador", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia M.G., Brasil, 134p.
- Zhou, X.; Xia, J.; Jin, X. and Zhou, Z, 1999, "Study of fuzzy control of the electronic valve in the air conditioner with inverter", XX International congress of refrigeration, Sydney, Australia.

SIMULAÇÃO DO CICLO DE ADSORÇÃO EM UM REFRIGERADOR SOLAR

André Luiz De Souza Araújo Antonio Pralon Ferreira Leite Francisco Marcondes

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, 58.109-970, Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: pralon@lctf.ufpb.br

Resumo

É realizada uma simulação numérica dos processos referentes ao ciclo de refrigeração solar, baseado na adsorção de metanol em carvão ativado. Trata-se de um sistema que opera de forma intermitente e foi dimensionado para produzir gelo. Os processos de adsorção e de dessorção do ciclo, caracterizados por funções a massa adsorvida constante (isósteras), são analisados a partir de condições meteorológicas locais, que determinam a temperatura da superfície metálica do componente que contém o adsorvente. As variações de pressão que ocorrem durante a condensação e a evaporação também são calculadas instantaneamente, em função dos mesmos parâmetros ambientais. As equações que descrevem o comportamento térmico e mássico no interior do leito adsorvente são estabelecidas na forma conservativa e resolvidas empregando-se o método dos volumes finitos. É considerada a difusão de calor e de massa unidimensional em um sistema de coordenadas cilíndricas. Os resultados obtidos são apresentados em um Diagrama de Clapeyron e comparados àqueles obtidos através de outras técnicas de resolução numérica.

Palavras-chave: Adsorção, Ciclo de Refrigeração, Regeneração Solar

1. INTRODUÇÃO

Processos de adsorção sólida tem sido considerados em aplicações de bombas de calor e refrigeradores, como alternativa aos sistemas convencionais a compressão de vapor, pois a tecnologia utilizada é relativamente simples. Sistemas adsortivos podem operar sem partes móveis e com energia térmica de baixa intensidade, como o calor residual ou a energia solar. Eles permitem a circulação de grandes quantidades de fluido refrigerante por ciclo, o que proporciona elevados rendimentos, em relação a outros sistemas de sorção, como aqueles baseados na absorção líquida. Este trabalho consiste na análise teórica dos processos de sorção em um ciclo de refrigeração, utilizando como par adsortivo Carvão Ativado-Metanol, destinado à produção de gelo. As equações são discretizadas empregando-se o método dos volumes finitos.

2. O PROCESSO DE ADSORÇÃO

A adsorção sólida, ou simplesmente adsorção, é processo de interação entre um fluido e um meio poroso, no qual as forças de ligação entre as moléculas de fluido e o sólido são de origem eletrostática ou de dispersão-repulsão (forças de Van der Waals). É um processo exotérmico, devido à condensação e à formação de uma "fase adsorvida". A energia liberada na adsorção é denominada "calor isostérico", cuja intensidade depende da natureza do par adsorvente-adsorvato.

O equilíbrio termodinâmico de um sistema adsortivo pode ser descrito por diversas funções correlacionando temperatura T, pressão P e concentração da fase adsorvida *a*. Tais funções se caracterizam como equações de estado e são denominadas "isotermas de adsorção".

2.1 Equação de Dubinin-Astakhov

Dubinin e Astakhov (1971) propuseram a seguinte função característica, para processos de adsorção em materiais microporosos com distribuição de dimensões de poro do tipo polimodal, como o carvão ativado:

$$a = W_o \rho_1(T) \exp\left\{-D\left[T \ln\left(P_s / P\right)\right]^n\right\}$$
(1)

onde *a* é a massa adsorvida por unidade de massa de adsorvente, W_0 é a capacidade máxima de adsorção (volume de adsorvato/massa de adsorvente), ρ_l é a massa específica do adsorvato líquido, *D* é o "coeficiente de afinidade" e *n* um parâmetro característico do par adsorvente-adsorvato.

2.2 Calor Isostérico de Adsorção

Uma função denominada *isóstera* (a = constante) pode ser obtida a partir da derivação parcial da isoterma de Gibbs na forma integrada, em relação à temperatura:

$$\left(\frac{\partial \ln P}{\partial T}\right)_a = -\frac{q_{st}}{R T^2} \tag{2}$$

conhecida como a *fórmula de Clausius-Clapeyron*, onde q_{st} é o calor isostérico liberado no processo de adsorção.

Aplicando-se esta equação à condição de saturação ($P = P_s$), obtém-se o calor latente de mudança de fase *L*:

$$L = -RT^{2} \left(\frac{\partial \ln P_{s}}{\partial T}\right)_{a}$$
(3)

A derivação da equação de Dubinin-Astakhov resulta,

$$\frac{\partial \ln P}{\partial T} = \frac{\partial \ln P_s}{\partial T} + \ln \left(P_s / P \right) \left\{ T^{-1} + \frac{\alpha}{n D} \left[T \ln \left(P_s / P \right) \right]^{-n} \right\}$$
(4)

com

$$\alpha = W_o \frac{\partial \ln(\rho_l / a)}{\partial T}$$

onde α representa o coeficiente de expansão térmica do adsorvato líquido.

Multiplicando cada termo da equação diferencial por (RT^2) , obtém-se:

$$q_{st} = L + R T \ln \left(P_s / P \right) + \left[\frac{\alpha R T}{n D} \right] \left[T \ln \left(P_s / P \right) \right]^{(1-n)}$$
(5)

3. CICLO DE ADSORÇÃO E COMPONENTES DO SISTEMA

O refrigerador solar considerado baseia-se em um ciclo de adsorção intermitente, composto de duas etapas: uma caracterizada pelo processo de adsorção, quando ocorre a evaporação do fluido de trabalho (o adsorvato); e outra, de regeneração do meio poroso (o adsorvente), mediante a conversão térmica de energia solar, onde o adsorvato é condensado. O ciclo termodinâmico ideal é formado por duas isósteras (AB e CD) e duas isotermas, dispostas intercaladamente, conforme mostrado no diagrama da figura 1. Detalhes sobre o princípio de funcionamento da máquina podem ser encontrados em Leite (1998).



Figura 1. Representação do ciclo teórico de refrigeração por adsorção.

O sistema é constituído basicamente pelos seguintes componentes: um reator acoplado a um coletor solar plano, um condensador, um evaporador e um compartimento isolado onde é depositado o recipiente com a água a congelar.

O reator consiste de uma série de tubos de cobre, posicionados lado a lado, cuja parte superior constitui a superfície absorvedora do coletor solar, o qual é coberto com um material isolante transparente - TIM em forma de colméia. O leito adsorvente ocupa o espaço anular entre esta superfície e a de uma tela metálica tubular concêntrica, por onde escoa o adsorvato (Fig. 2).



Figura 2. Esquema do reator multitubular proposto.

O par considerado é o carvão ativado-metanol, devido às suas características adequadas às condições de operação do refrigerador: temperatura de regeneração fornecida pelo coletor solar, temperatura e calor latente de evaporação e dimensões das moléculas do adsorvato. O tipo de carvão ativado considerado é o AC-35, de fabricação francesa, cujas propriedades foram levantadas por Pons e Grenier (1986).

4. MODELO MATEMÁTICO

4.1 Principais hipóteses

- a) Equilíbrio termodinâmico em todos os pontos do leito adsorvente;
- b) Pressão do reator uniforme;
- c) Condução de calor no leito adsorvente unidimensional radial;
- d) Leito adsortivo homogêneo para efeito da condução térmica;
- e) Convecção no interior do reator desprezível;

4.2 Equação da energia

Os termos de condução de calor no leito adsorvente são descritos na forma conservativa, obtendo-se a seguinte equação:

$$\left[\rho_1(C_1 + aC_2) + \frac{b\rho_1 q_{st}^2}{RT^2}\right] \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r}\right) + b\rho_1 q_{st} \frac{dlnP}{dt}$$
(6)

onde *C* é o calor específico (os índices 1 e 2 referem-se ao adsorvente e ao adsorvato, respectivamente), ρ_1 é a massa específica do adsorvente e *k* a condutividade térmica do leito adsortivo.

O termo da/dt é obtido a partir da diferenciação total de a em relação ao tempo

$$\frac{da}{dt} = \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_{lnP} \frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial a}{\partial lnP}\right)_{T} \frac{d\ln P}{dt}$$
(7)

Após algumas operações algébricas e considerando as Eqs. (1) e (5), obtém-se

$$\frac{da}{dt} = b \left[\frac{dlnP}{dt} - \frac{q_{st}}{RT^2} \frac{dT}{dt} \right]$$
(8)

com

$$b = a \ n \ D \ T^n \left(\ln \frac{P_s}{P} \right)^{n-1}$$

onde *n* e *D* são parâmetros da equação de Dubinin-Astakhov.

Integrando a Eq. (7) no tempo e no volume de controle, conforme indicado na Fig. 3, obtém-se a seguinte expressão,

$$\int_{t}^{t+} \int_{r_{w}}^{r_{e}} \left[\rho_{1}(C_{1} + aC_{2}) + \frac{b \rho_{1} q_{st}^{2}}{RT^{2}} \right] \frac{\partial T}{\partial t} dt r dr = \int_{t}^{t+} \int_{r_{w}}^{t} \frac{\partial \sigma}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) dt r dr +$$

$$\int_{t}^{t+} \int_{r_{w}}^{t} b \rho_{1} q_{st} \frac{dlnP}{dt} dt r dr$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$($$

Figura 3. Volume de controle.

Substituindo por conveniência $t+\Delta t$ por n+1 e t por n pode-se escrever a seguinte equação para a distribuição de temperatura no leito

$$\begin{bmatrix} \rho_{I}(C_{I}+aC_{2})+\frac{b\rho_{I}q_{st}^{2}}{RT^{2}} \end{bmatrix}_{P}^{n+1} \left(T_{P}^{n+1}-T_{P}^{n}\right)r_{P}\Delta r = kr\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{e}^{n+1}\Delta t - kr\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{w}^{n+1}\Delta t + \begin{bmatrix} b\rho_{I}q_{st}\frac{dlnP}{dt} \end{bmatrix}_{P}^{n+1}\Delta t r_{P}\Delta r$$
(10)

O termo $d\ln P/dt$ para os processos de adsorção e dessorção (Leite e Daguenet, 1998) pode ser escrito como

$$\frac{d\ln P}{dt} = \frac{\iint b(a,T,P) \frac{q_{st}}{RT^2} \frac{dT}{dt} r dr dz}{\iint b(a,T,P) r dr dz} \approx \frac{\sum_{i=2}^{N+1} \left(b \frac{q_{st}}{RT^2}\right)^{n+1} \left(\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t}\right) r_i}{\sum_{i=2}^{N+1} b^{n+1} r_i}$$
(11)

onde *N* é o número total de volumes.

Usando aproximação em diferenças centrais para avaliar os fluxos difusivos nas faces w e e, e substituindo-se a Eq. (11) na Eq. (10) obtém-se a seguinte equação para o cálculo da temperatura no ponto P

$$A_p T_P^{n+1} = A_e T_E^{n+1} + A_w T_W^{n+1} + b_P$$
(12)

onde

$$A_{w} = \frac{k r_{w}}{\Delta r_{p}}$$

$$A_{e} = \frac{k r_{e}}{\Delta r_{p}}$$

$$A_{p} = A_{w} + A_{e} + \left[\rho_{1}(c_{1} + ac_{2}) + \frac{b\rho_{1} q_{st}^{2}}{RT^{2}}\right]_{p}^{n+1} \frac{r_{p} \Delta r}{\Delta t}$$

$$b_{p} = \left[\rho_{1}(c_{1} + ac_{2}) + \frac{b\rho_{1} q_{st}^{2}}{RT^{2}}\right]_{p}^{n+1} \frac{r_{p} \Delta r}{\Delta t} T_{p}^{n} + \left(\frac{\sum_{i=2}^{N+1} \left(b \frac{q_{st}}{RT^{2}}\right)^{n+1} \left(\frac{T_{i}^{n+1} - T_{i}^{n}}{\Delta t}\right)r_{i}}{\sum_{i=2}^{N+1} b^{n+1} r_{i}}\right)^{n+1} (b \rho_{1} q_{st})^{n+1}$$
(13)

Para uma descrição completa do problema foram consideradas as seguintes condições de contorno:

a) Condução de calor na interface placa absorvedora/leito poroso (r=r₁):

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r1} = h\left(T_p - T_n\right) \tag{14}$$

onde *h* é a condutância térmica da interface, T_p a temperatura da placa metálica e T_n a temperatura do leito próxima à parede.

b) Interface leito poroso/duto de difusão do adsorvato ($r = r_o$), adiabática:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=ro} = 0 \tag{15}$$

As condições iniciais foram estabelecidas em função da temperatura do ar ambiente e das propriedades do par adsorvente-adsorvato considerado: $P(r,t=0) = P_o$, $T(r,t=0) = T_o$ Os valores de P_o e T_o são fixados com base nas curvas de equilíbrio (isósteras) do par carvão ativado AC-35/metanol, levantadas experimentalmente por Pons e Grenier (1986). Estes valores correspondem a uma concentração inicial da fase adsorvida de 0,3 kg/kg de adsorvente. Foi elaborado um programa computacional em C++, que calcula diuturnamente a distribuição de temperatura e a pressão no reator.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações foram realizadas para os seis meses mais quentes em João Pessoa (Outubro a Março), em função de dados meteorológicos locais. O erro percentual máximo obtido no levantamento da isóstera correspondente ao aquecimento do reator (A-B) variou, no período considerado, de 0,7 a 1,7 %. No caso da isóstera referente ao resfriamento do adsorvente (C-D), este erro oscilou entre 2,3 e 4,8 %, no semestre considerado. O erro percentual foi calculado de acordo com a Eq. (6.1).

$$E = 100 x \frac{a_m^{A(D)} - a_m^{B(C)}}{a_m^{A(D)}}$$
(16)

A Fig. 4 mostra o ciclo termodinâmico obtido para o mês de Dezembro, onde os erros percentuais na determinação das isósteras foram de 1,7 % (A-B) e de 4,4% (C-D). Esta diferença entre o processo teórico e aquele obtido numericamente pode ser atribuída à avaliação do termo transiente da equação, como também àquela do termo fonte. O termo transiente da equação do leito está escrita na forma não conservativa e, conforme foi discretizado, contribui tanto para o coeficiente A_p quanto para o b_p , como pode ser observado na Eq. (13). Quanto ao termo fonte, o erro pode ser atribuído à sua não linearização, que é extremamente complicada, devido aos somatórios envolvendo a temperatura. Deve ser enfatizado que um estudo de refinamento de malha foi realizado, mas os resultados mantiveram-se invariáveis com o aumento do número de nós, como também, independentes do passo de tempo.



Figura 4. Ciclo termodinâmico obtido da simulação (Dezembro).

6. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos apresentaram ciclos com desvios das isósteras teóricas bastante razoáveis, tanto no processo aquecimento, quanto no processo de resfriamento do reator. A diferença entre o desvio máximo na isóstera da etapa de regeneração e aquele correspondente à isóstera de menor concentração deve-se aos respectivos níveis de temperatura do reator. Enquanto a temperatura máxima correspondente à primeira isóstera foi de 43°C, a temperatura mínima referente à segunda foi de 72°C.

Com base nos fundamentos apresentados neste trabalho, foi implementado programa computacional que simula globalmente o comportamento de uma máquina adsortiva de fazer gelo a partir da conversão térmica de energia solar. Os desempenhos calculados foram compatíveis com aqueles obtidos de outros trabalhos teóricos e experimentais encontrados na literatura.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Dubinin , M.N. e Astakhov, V.A., 1971, "Molecular-Sieve Zeolithes-II", American Chemical Society, Washington.
- Leite, A.P.F., 1998, "Thermodynamic Analysis and Modeling of an Adsorption-Cycle System for Refrigeration from Low-Grade Energy Sources", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas Vol. 20, Nº 3, pp. 301-324.
- Leite A.P.F, Daguenet, M., 1998, "Simulation of a new adsorptive solar ice maker using activated carbon-methanol pair", International Journal of Ambient Energy, Vol. 19, N° 2, pp. 59-68.
- Pons, M. e Grenier, Ph., 1986, "A phenomenological Adsorption Equilibrium Law Extracted from Experimental and Theoretical Considerations Applied to the Activated Carbon and Methanol Adsorption Pair", *Carbon*, 24, pp. 615-625.

LUMPED-DIFFERENTIAL FORMULATIONS IN HYPERBOLIC HEAT CONDUCTION

MARCOS CLEISON LEMOS DOS REIS EMANUEL NEGRÃO MACÊDO Mechanical Engineering Department – CT/UFPA Campus Universitário do Guamá – 66075-900 – Belém – PA – Brazil

JOÃO NAZARENO NONATO QUARESMA

Chemical Engineering Department – CT/UFPA Campus Universitário do Guamá – 66075-900 – Belém – PA – Brazil

ABSTRACT

The present work aims at applying of the ideas on the so-called Coupled Integral Equations Approach (CIEA) to one-dimensional thermal wave propagation problem in a finite solid medium, offering an improved lumped-differential formulations. The non-stationary heat conduction problem is studied by assuming values of the thermal relaxation time for the solid medium, and boundary conditions of the prescribed heat flux and convection heat transfer are used to illustrate the powerful of this approach. The employment of the CIEA in the hyperbolic heat conduction equation results in a system of two or three ordinary differential equations for the average temperature, surface temperature and a combination of the surface temperature with time surface temperature derivative, respectively. The Runge-Kuta methods, from DIVPRK routine of the IMSL (1987), is used to obtain results for the average temperature in the medium as function of the thermal relaxation time and of the boundary conditions adopted.

Keywords: Lumped analysis, Improved Differential Formulations, Hyperbolic heat conduction.

1. - INTRODUCTION

The classical theory of heat conduction is based on Fourier's law: $\mathbf{q} = -k\nabla \mathbf{T}$. This constitutive equation relates the heat flux to the temperature gradient. In accord to this law, heat propagates with an infinite speed within a conducting medium. In despite such an unacceptable physical mechanism notion of energy transport in solids, Fourier's Law is accurate in describing heat conduction in most engineering situations encountered in daily life. To circumvent the known deficiencies of Fourier's law to describe of problems involving a high rate of temperature change, the concept of heat transmission by waves has been introduced (Cattaneo, 1958; Joseph and Prezioasi, 1989, 1990; Özisik and Tzou, 1994; Kronberg et al., 1998). However, there are practical situations in which the effects of the finite speed on heat propagation becomes important. For such situations, a constitutive equation which allows a time lag between the heat flux vector and the temperatures gradients is given by:

$$\mathbf{q} + \tau_{\mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\mathbf{k} \nabla \mathbf{T}$$
(1)

where τ is the relaxation time, an intrinsic property of medium. This equation, combined with the energy equation

$$\rho c_{p} \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla q \tag{2}$$

gives a hyperbolic heat conduction equation, which assuming constant physical properties as follow:

$$\tau_{\rm r} \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} = \alpha \nabla^2 \mathbf{T}$$
(3)

this equation describes the heat propagation in solids with a finite speed $v = (\alpha / \tau_r)^{1/2}$, where α is the thermal diffusivity.

The hyperbolic heat conduction equation has also been applied for heat transfer in materials with non-homogeneous inner structures, such as suspensions, pastes and meat products (Brazhnikov et al. 1975; Kaminski's, 1990). The values of the relaxation time τ_r for homogeneous materials have been showed by Sieniutycz (1977) to range from 10^{-8} to 10^{-10} sec for gases, and from 10^{-10} to 10^{-12} sec for liquids and dielectrics solids. For materials with non-homogeneous inner structure, Brazhnikov et al. (1975) report $\tau_r = 20$ to 30 sec for meat products and experimental results of Kaminski's (1990) show $\tau_r = 20$ sec for sand and $\tau_r = 29$ sec for NaCCO₃. According to Barletta (1995) in most experimental studies relating the phenomenon of finite-speed propagation of thermal signals, often called second sound, have been performed at low temperatures. For instance, this phenomenon has been observed in NaF at ≈ 10 K (Jackson and Walker, 1971), while it has been shown that the speed of second sound in Bismute at ≈ 3.4 K is 780 m s⁻¹ (Narayanamurti and Dynes, 1972). Further experimental validations of the hyperbolic heat conduction equation could be based on the comparison between solutions of the equation and measurements of the temperature field performed by suitable experimental apparatuses. Then, values of the thermal relaxation time could be obtained using parameter estimation method. In this context, Orlande and Ozisik (1994) have developed an inverse analysis for simultaneous estimation of thermal diffusivity and relaxation time associated with a hyperbolic heat conduction equation, by using simulated temperature recordings taken in a semi-infinite medium subjected to a heat flux boundary condition.

In the literature, many others works, experimental and theoretical, have been carried in years. For example, Bartella and Zanchini (1996) developed an analysis of the compatibility of Cattaneo-Vernotte's constitutive equation for the heat flux density vector with the hypothesis of local thermodynamic equilibrium, this compatibility is checked out by determining the entropy production rate per unit volume. Antaki (1997) have obtained a solution for a semi-infinite slab with surface convection for the cases of heating and cooling of a slab. Liao (1997) has applied the general boundary element method to solve 2D unsteady non-linear heat transfer problems of inhomogeneous materials, governed by the so-called hyperbolic heat conduction equation.

The solution of multidimensional heat conduction problems presents difficulties associated with a marked analytical involvement and also requires a considerable computational effort. Considering these facts, it becomes of interest engineering practice, to propose simpler formulations of the original partial differential systems, through a reduction of the number of independent variables in the multidimensional problems, by integration of the original partial differential system in one or more space variables, but retaining some information in the direction, whereas integration was performed, provided by the related boundary conditions (Cotta and Mikhailov, 1997; Correa and Cotta, 1999). Different levels of approximation in such mixed lumped-differential formulations can be used, starting from the plain and classical lumped system analysis, towards improved formulations obtained through Hermite-type approximations for integrals (Hermite, 1878). In this work, the so-called coupled integral equations approach (CIEA) (Cotta and Mikhailov, 1997; Correa and Cotta, 1999) is employed to improve lumped-differential formulations in a problem of the hyperbolic heat conduction by considering a slab subject to the boundary conditions of prescribed heat flux and convection heat transfer in the boundaries.

In the present work, we consider the following three approximations for integrals (Hermite, 1878):

H_{0,0} Approximation (Trapezoidal Rule)

$$\int_{0}^{h} f(x) dx \simeq \frac{h}{2} (f(0) + f(h))$$
(4.a)

H_{1,1} Approximation (Corrected Trapezoidal Rule)

$$\int_{0}^{h} f(x) dx \simeq \frac{h}{2} \left(f(0) + f(h) \right) + \frac{h^{2}}{12} \left(f'(0) - f'(h) \right)$$
(4.b)

H_{0,1} Approximation

$$\int_{0}^{h} f(x) dx \approx \frac{h}{3} (f(0) + 2f(h)) - \frac{h^{2}}{6} f'(h)$$
(4.c)

2. - ANALYSIS

For illustration of the proposed approach, we consider a hyperbolic heat conduction in a slab of thickness L, initially at the uniform temperature T_0 , subject to a prescribed heat flux at boundary x = 0 and dissipating heat by convection from the boundary surface at x = L into a fluid maintained at a constant temperature, T_{∞} , and with a heat transfer coefficient h. Assuming constant thermophysical properties k and α , and no internal generation, this transient formulation in dimensionless form is written as:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \tilde{\tau}_{r} \frac{\partial^{2} \theta}{\partial \theta^{2}} = \frac{\partial^{2} \theta}{\partial \eta^{2}}, \qquad \qquad 0 < \eta < 1, \quad \tau > 0$$
(5.a)

$$\theta(\eta, \tau = 0) = 1, \qquad \frac{\partial \theta(\eta, 0)}{\partial \tau} = 0, \qquad 0 \le \eta \le 1$$
(5.b, c)

$$\frac{\partial(\eta = 0, \tau)}{\partial \eta} = -F(\tau), \qquad \tau > 0$$
(5.d)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \operatorname{Bi} \theta + \operatorname{Bi} \tilde{\tau}_{\mathrm{r}} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0, \qquad \eta = 1, \quad \tau > 0 \qquad (5.e)$$

where the various dimensionless groups are given by:

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}}; \quad \eta = \frac{x}{L}; \quad \tau = \frac{\alpha t}{L^2}; \quad \text{Bi} = \frac{hL}{k}; \quad \tilde{\tau}_r = \frac{\alpha \tau_r}{L^2}; \quad Q(\tau) = \frac{Lq(t)}{k(T_0 - T_{\infty})}$$
(6.a-f)

and the function F in right side of the eq. (5.d) is

$$F(\tau) = Q(\tau) + \tilde{\tau}_r Q'(\tau)$$
⁽⁷⁾

2.1 – The Classical Lumped System Analysis

We seek now for a simplified formulation for the partial differential system (5), through elimination of the spatial dependence, i.e., by integration out the independent variable η over the

domain $0 \le \eta \le 1$, in eq. (5.a), so that a system of ordinary differential equations is obtained for the average and surface temperatures, $\overline{\theta}(\tau)$ and $\theta(1,\tau) \equiv \theta_1(\tau)$, respectively. From the definition of $\overline{\theta}(\tau)$, given bellow:

$$\overline{\theta}(\tau) = \int_0^1 \theta(\eta, \tau) d\eta \tag{8}$$

eq. (5.a) is operated on with $\int_0^1 d\eta$, to yield, after, invoking the boundary conditions (5.d,e):

$$\widetilde{\tau}_{r} \frac{d^{2}\overline{\theta}(\tau)}{d\tau^{2}} + \frac{d\overline{\theta}(\tau)}{d\tau} + \operatorname{BiG}(\tau) = F(\tau), \quad \tau > 0$$
(9.a)

$$\overline{\theta}(0) = 1; \quad \frac{\mathrm{d}\theta(0)}{\mathrm{d}\tau} = 0$$
(9.b,c)

where

$$G(\tau) \equiv \theta_1(\tau) + \overline{\tau}_r \, \frac{d\theta_1(\tau)}{d\tau} \tag{10}$$

Making the usual assumption in the classical lumped system analysis that the surface temperature at $\eta = 1$ is essential equal to the average value, or

$$\theta_1(\tau) \cong \theta(\tau) \tag{11}$$

which provides the approximate classical formulation

$$\tilde{\tau}_{r} \frac{d^{2}\overline{\theta}(\tau)}{d\tau^{2}} + \left(1 + \operatorname{Bi}\tilde{\tau}_{r}\right)\frac{d\overline{\theta}(\tau)}{d\tau} + \operatorname{Bi}\overline{\theta}(\tau) = F(\tau); \quad \tau > 0$$
(12.a)

$$\overline{\theta}(0) = 1; \quad \frac{d\overline{\theta}(0)}{d\tau} = 0$$
 (12.b,c)

Eqs. (12. b, c) were obtained by the same process, i.e., eqs. (5. b, c) were also operated with $\int_0^1 d\eta$ operator. The approximation in eq. (11) imposes very strict applicability limits, reflected in terms of the Biot number value. As a rule of thumb the classical lumping approach is in general restricted to problems with Bi < 0.1.

2.2 – Improved Lumped-Differential Formulations

Now, the objective is to retain more information about the physical phenomenon in the direction to be eliminated through the application of lumping procedures. Thus, the basic idea behind the improved approach is finding a relation

$$\theta_1(\tau) = f\left[\overline{\theta}(\tau)\right] \text{ or } \frac{d\theta_1(\tau)}{d\tau} = f\left[\overline{\theta}(\tau), \theta_1(\tau)\right]$$
(13)

developed after applying the Hermite approximations, $H_{\alpha,\beta}$, given by eqs. (4), on the integrals that define the average temperature and heat flux in the spatial coordinate to be eliminated. Depending on the problem formulation, different levels of approximation can be achieved with increasing analytical involvement.

H_{0,0} / H_{0,0} Approximation

Considering the $H_{0,0}$ - approximation, eq. (4.a), one finds the approximate relations below for the auxiliary averaged temperature and heat flux, respectively:

$$\overline{\theta}(\tau) = \int_0^1 \theta(\eta, \tau) d\eta \cong \theta(1, \tau) - \theta(0, \tau) \quad ; \quad \int_0^1 \frac{\partial \theta(\eta, \tau)}{\partial \eta} d\eta \cong \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \eta} \right]$$
(14.a, b)

making use of the boundary conditions (5.d, e) and $\theta(1,\tau) \equiv \theta_1(\tau)$, and after substituting in eq. (9.a), we obtain the following ordinary differential system for the average and surface temperatures, respectively.

$$\widetilde{\tau}_{r} \frac{d^{2}\overline{\theta}(\tau)}{d\tau^{2}} + \frac{d\overline{\theta}(\tau)}{d\tau} = F(\tau) - \operatorname{BiG}(\tau), \qquad \tau > 0$$
(15.a)

$$\operatorname{Bi}\widetilde{\tau}_{r} \frac{\mathrm{d}\theta_{1}(\tau)}{\mathrm{d}\tau} + (4 + \operatorname{Bi})\theta_{1}(\tau) = 4\overline{\theta}(\tau) - F(\tau), \qquad \tau > 0$$
(15.b)

$$\overline{\theta}(0) = 1; \quad \theta_1(0) = 1, \quad \frac{d\overline{\theta}(0)}{d\tau} = 0$$
(15.c, d)

where $G(\tau)$ is defined by eq. (10).

H_{0,0} / H_{1,1} Approximation

In this formulation, the heat flux is approximated through the corrected trapezoidal rule, eq. (4.b), taking into account the temperature derivatives at the boundaries

$$\int_{0}^{1} \frac{\partial \theta(\eta, \tau)}{\partial \eta} d\eta \cong \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \eta} \right] + \frac{1}{12} \left[\frac{\partial^{2} \theta(0, \tau)}{\partial \eta^{2}} - \frac{\partial^{2} \theta(1, \tau)}{\partial \eta^{2}} \right]$$
(16)

using the PDE (5.a) in the limit when $\eta \to 0$ and $\eta \to 1$, respectively, to obtain $\partial^2 \theta / \partial \eta^2$ at the boundaries and by making use of eq. (13.a) together with boundary conditions (5.d,e), we obtain the following equations for $\theta_1(\tau)$ beyond of eq. (9.a) for $\overline{\theta}(\tau)$:

$$\tilde{\tau}_{r} \frac{d^{2}\theta_{1}(\tau)}{d\tau^{2}} + (1 + 4Bi\tilde{\tau}_{r})\frac{d\theta_{1}(\tau)}{d\tau} + (12 + 4Bi)\theta_{1}(\tau) = 12\overline{\theta}(\tau) - 2F(\tau), \quad \tau > 0$$
(17.a)

$$\overline{\theta}(0) = 1; \quad \frac{d\overline{\theta}(0)}{d\tau} = 0; \quad \theta_1(0) = 1; \quad \frac{d\theta_1(0)}{d\tau} = 0$$
 (17.b-e)

H_{1,1} / H_{0,0} Approximation

In this case, the average temperature is approximated through the corrected trapezoidal rule, eq. (4.b), to yield:

$$\int_{0}^{1} \theta(\eta, \tau) d\eta \cong \frac{1}{2} \left[\theta(1, \tau) + \theta(0, \tau) \right] + \frac{1}{12} \left[\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial \eta} \right]$$
(18)

and by making use of eq. (14.b) together with boundary conditions (5.d,e), we obtain the following additional equation for θ_1 :

$$\operatorname{Bi}\widetilde{\tau}_{r} \frac{\mathrm{d}\theta_{1}(\tau)}{\mathrm{d}\tau} + (3+4\operatorname{Bi})\theta_{1}(\tau) = 3\overline{\theta}(\tau) - \frac{F(\tau)}{2}, \qquad \tau > 0$$
(19.a)

$$\overline{\theta}(0) = 1; \quad \frac{d\theta(0)}{d\tau} = 0; \quad \theta_1(0) = 1,$$
(19.b-d)

H_{1,1} / H_{1,1} Approximation

_

Now, the average temperature and heat flux are approximated through the corrected trapezoidal rule, eq. (4.b), and given by eq. (16) for the heat flux, and eq.(18) for average temperature. Combining these two equations with boundary conditions, we obtain the following additional equations for $\theta_1(\tau) \in G(\tau)$:

$$\widetilde{\tau}_{r} \frac{d^{2}G(\tau)}{d\tau^{2}} + 13 \frac{dG(\tau)}{d\tau} = -36 \left(F(\tau) + BiG(\tau) \right) - 144 \left(\theta_{1}(\tau) - \overline{\theta}(\tau) \right) + \\ - \left(\frac{dF(\tau)}{d\tau} + \overline{\tau}_{r} \frac{d^{2}F(\tau)}{d\tau^{2}} \right) \qquad , \quad \tau > 0$$
(20.a)

$$\tilde{\tau}_r \frac{d\theta_1(\tau)}{d\tau} + \theta_1(\tau) + = G(\tau), \qquad \tau > 0 \qquad (20.b)$$

$$\overline{\theta}(0) = 1; \quad \frac{d\theta(0)}{d\tau} = 0; \quad \theta_1(0) = 1; \quad G(0) = 1; \quad \frac{dG(0)}{d\tau} = 0$$
 (20.c-g)

H_{0,1} / H_{0,0} Approximation

In this case, the average temperature is approximated through eq. (4.c):

$$\int_{0}^{1} \theta(\eta, \tau) d\eta \cong \frac{1}{3} \left[2\theta(1, \tau) + \theta(0, \tau) \right] - \frac{1}{6} \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial \eta}$$
(21)

by making use of eq. (14.b) and of boundary conditions (5.d,e), we obtain the following additional equation for $\theta_1(\tau)$

$$2\mathrm{Bi}\tilde{\tau}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\theta_{1}(\tau)}{\mathrm{d}\tau} + (6+2\mathrm{Bi})\theta_{1}(\tau) = 6\overline{\theta}(\tau) - F(\tau), \qquad \tau > 0$$
(22.a)

$$\overline{\theta}(0) = 1;$$
 $\frac{d\overline{\theta}(0)}{d\tau} = 0;$ $\theta_1(0) = 1$ (22.b-d)

H_{0,1} / H_{1,1} Approximation

~

Applying the approximation given by eq. (4.c) in average temperature (see eq. (21)), and by making use of boundary conditions, the following additional equations for $\theta_1(\tau)$ e $G(\tau)$, are obtained:

$$\operatorname{Bi}\widetilde{\tau}_{r} \frac{d^{2}G(\tau)}{d\tau^{2}} + \left(6 + \operatorname{Bi}\right) \frac{dG(\tau)}{d\tau} + 30\operatorname{Bi}G(\tau) = 72\left(\overline{\theta}(\tau) - \theta_{1}(\tau)\right) - 6F(\tau), \quad \tau > 0$$
(23.a)

$$\tilde{\tau}_r \frac{d\theta_1(\tau)}{d\tau} + \theta_1(\tau) + = G(\tau), \qquad \tau > 0 \qquad (23.b)$$

$$\overline{\theta}(0) = 1;$$
 $\frac{d\overline{\theta}(0)}{d\tau} = 0;$ $\theta_1(0) = 1;$ $G(0) = 1;$ $\frac{dG(0)}{d\tau} = 0$ (23.c-g)

3. - RESULTS AND DISCUSSION

Numerical results for average temperature were computed for different values of Biot number (Bi), dimensionless relaxation time ($\tilde{\tau}_r$) and several wave pulse form for Q(τ). The ordinary differential equations systems showed above are solved by routine DIVPRK from IMSL Library (IMSL LIBRARY, 1987) with a relative error target of 10⁻⁴ prescribed by the user, for all potential of the system.

Table 1. - Comparison of the approximate formulations, for $Q(\tau) = 0$ and $\tilde{\tau}_r < 10^{-6}$, against the exact solution for $Q(\tau) = 0$ and $\tilde{\tau}_r = 0$.

Bi = 0.1									
τ	Classical	H _{0,0} /H _{0,0}	H _{0,0} /H _{1,1}	H _{1,1} /H _{0,0}	H _{1,1} /H _{1,1}	H _{0,1} /H _{0,0}	H _{0,1} /H _{1,1}	Exact	
0.01	0.9990	0.9990	0.9990	0.9990	0.9990	0.9990	0.9990	0.9990	
0.10	0.9900	0.9903	0.9901	0.9904	0.9902	0.9904	0.9902	0.9902	
0.50	0.9512	0.9524	0.9522	0.9528	0.9525	0.9528	0.9525	0.9526	
1.00	0.9048	0.9070	0.9069	0.9078	0.9075	0.9078	0.9075	0.9076	
2.00	0.8187	0.8227	0.8226	0.8240	0.8238	0.8240	0.8238	0.8239	
3.00	0.7408	0.7463	0.7461	0.7480	0.7479	0.7480	0.7478	0.7479	
Bi = 1.0									
0.01	0.9900	0.9920	0.9902	0.9925	0.9902	0.9925	0.9902	0.9907	
0.10	0.9048	0.9231	0.9138	0.9277	0.9157	0.9277	0.9150	0.9196	
0.50	0.6065	0.6703	0.6641	0.6873	0.6779	0.6873	0.6759	0.6811	
1.00	0.3679	0.4493	0.4477	0.4724	0.4680	0.4724	0.4660	0.4704	
2.00	0.1353	0.2019	0.2034	0.2231	0.2231	0.2231	0.2215	0.2244	
3.00	0.0498	0.0907	0.0924	0.1054	0.1063	0.1054	0.1053	0.1070	
Bi = 5.0									
0.01	0.9512	0.9780	0.9546	0.9814	0.9541	0.9814	0.9532	0.9640	
0.10	0.6065	0.8007	0.7363	0.8290	0.7320	0.8290	0.7056	0.7814	
0.50	0.0821	0.3292	0.3285	0.3916	0.3591	0.3916	0.3314	0.3852	
1.00	0.0067	0.1084	0.1208	0.1533	0.1506	0.1533	0.1362	0.1625	
2.00	4.55E-5	0.0117	0.0163	0.0235	0.0265	0.0235	0.0230	0.0289	
3.00	3.23E-7	0.0013	0.0022	0.0036	0.0047	0.0036	0.0039	0.0051	



Fig. 1 - Wave pulses for $Q(\tau)$.

In order to the validate the numerical code developed here, it is showed in Table 1 a comparison of results for the average temperature obtained with improved formulations against those computed from an analytical solution for the case $Q(\tau) = 0$ and $\tilde{\tau}_r = 0$. In Table 1 it is observed that for the range of Bi < 0.1, all the approximate formulations show good agreement against exact solution, and can be accepted as sufficiently accurate for most engineering purposes. However, when

Biot number is increased, the classical approximation is already markedly inaccurate, especially for increasing values of the dimensionless time, while the $H_{1,1}/H_{0,0}$, $H_{1,1}/H_{1,1}$, $H_{0,1}/H_{0,0}$ and $H_{0,1}/H_{1,1}$ formulations are still quite reasonable.

In order to verify powerfulness of these improved formulations, two types of wave pulse for $Q(\tau)$ were studied, i. e., square and triangular wave pulses. Figure 1 shows the square and triangular wave pulses adopted here in the range $0 \le \tau \le 3$ for the dimensionless time. In Figure 2 and 3 it is analyzed the influence of the relaxation time and Biot number in the average temperature for $Q(\tau)$ given by a square wave pulse, respectively.



Fig. 2 - Average Temperature for Square Wave pulse and Bi = 0.01.

Fig. 3 - Average Temperature for Square Wave pulse and Bi = 5.

More specifically, in the Fig. 2 it is noticed that for Bi = 0.01 the Classical formulation is in good agreement with all other approximate formulations for the three dimensionless relaxation time adopted. It can also be observed that as the dimensionless relaxation time increases there is a decrease in the value of the average temperature for $\tau = 3$. This fact can be explained by the low speed of propagation of thermal signal, and because for square wave pulse the function $F(\tau) = Q(\tau)$ due to $Q'(\tau) = 0$ (see eq. (7)). In Fig. 3 for the case of Bi = 5, a higher discrepancy among the results of the classical formulation and those from other approximations can be observed. The temperature decreases until the beginning of the perturbing wave ($\tau = 1$), then it start to increase, due to an input of energy flux at $\eta = 0$, until the dimensionless time $\tau = 2$. The temperature begins to decrease again after the end of perturbing wave. The influence of the perturbing wave on amplitude of the average temperature is less important for great values of the dimensionless relaxation time.



Similar analysis can be done for Figures 4 and 5. However, in Fig. 4, for the case of Bi =0.01 it is verified that as the dimensionless relaxation time increases the average temperature also increase. Specially at the dimensionless relation time $\overline{\tau}_r = 1$ the average temperature increases according to a rate of approximately 0.7, until to reach the dimensionless time $\tau = 3$, because for the case of a triangular wave pulse there is a linear dependence between the function $F(\tau)$ and $\overline{\tau}_r$, i.e., $F(\tau) = Q(\tau) + \overline{\tau}_r$ due to $Q'(\tau) = 1$. For the case of Bi = 5 and $\overline{\tau}_r \leq 0.1$ (see Fig. 5) the shape of the average temperature curve suffers a direct influence of the triangular wave pulse prescribed at the boundary $\eta = 0$. For small relaxation time this effect is caused by the immediate response of the material to the perturbation on its boundary (approximately Fourie's law) and for higher dimensionless relaxation time the influence of the perturbation is dumped as can be seen in figures above.

4. - CONCLUSIONS

The hyperbolic heat conduction in a slab, subject to boundary conditions of the prescribed heat flux and convection heat transfer has been analyzed by employing the ideas in the so-called Coupled Integral Equations Approach (CIEA), offering reliable results for the average temperature in range of Biot numbers and dimensionless relaxation times analyzed. Results were computed for two different wave pulses demonstrating that the average temperature predicted with hyperbolic heat conduction equation can be significantly different form those of the Fourier equation for higher values of the relaxation time.

5. - REFERENCES

- ANTAKI, P. J., Analysis of Hyperbolic Heat Conduction in a Semi-Finite Slab With Surface Convection, Int. J. Heat Mass Transfer, v. 40, n. 13, pp. 3247-3250, 1997.
- BRAZHNIKOV, A. M., KARPYCHEV, V. A. & LUIKOV, A. V., One Engineering method of Calculating Heat Conduction Processes, Inhenerno Fizicheskij Zhurnal, v.28, pp. 677-680, 1975.
- BARLETTA, A., Hyperbolic Propagation of an Axisymmetric Thermal Signal in a Infinite Solid Medium, Int. J. Heat Mass Transfer, v. 39, n. 15, pp. 3261-3271, 1996.
- BARLETTA, A. & ZANCHINI E., *Hyperbolic Heat Conduction and Local Equilibrium: A Second Law Analysis,* Int. J. Heat Mass Transfer, v. 40, n. 5, pp. 1007-1016, 1997.
- CATTANEO, C., A Form of Heat Conduction Equation which Eliminates the Paradox of Instantaneous Propagation, Compte Rendus, v. 247, pp. 431-433, 1958.
- COTTA, R. M.& MIKHAILOV, M. D., Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Manipulation, John Wiley & Sons, 1997.
- CORREA, E. J. & COTTA, R. M., Enhanced Lumped-Differential formulations of Diffusion Problems, Appl. Math Modeling, 1999.
- HERMITE, M. Ch. Sur la Formulae d'Interpolation de Lagrange, J. Crelle, v. 39, 1878.
- IMSL LIBRARY, Math/Lib, Houston, Texas, 1987.
- JACKSON, H. E. & WALKER, C. T., Thermal Conductivity, Second Sound and Phonon-Phonon Interactions in NaF, Phys. Rev., v. 3, pp. 1428-1439, 1971
- JOSEPH, D. D. & PREZIOSI, L., Heat Waves, Reviews of Modern Physics, v. 61, pp. 41-73, 1989.
- JOSEPH, D. D. & PREZIOSI, L., Addendum to the paper 'Heat Waves', Reviews of Modern Physics, v. 62, pp. 375-391, 1990.
- KAMINSKI, W., *Hyperbolic Heat Conduction Equation for Materials with a non Homogeneous Inner Structures*, J. Heat Transfer, v. 112, pp. 555-560, 1990.
- KRONBERG, A. E., BENNEKER, A. H. & WESTERTERP, K. R., Notes on Wave Theory in Heat Conduction: A New Boundary Condition, Int. J. Heat Mass Transfer, v. 41, pp. 127-137, 1998.
- LIAO, S., General Boundary Element Method for Non-Linear Heat Transfer Problems Governed by Hyperbolic Heat Conduction Equation, Computational Mechanics, v. 20, pp. 397-406, 1997.
- NARAYANAMURTI, V. & DYNES, R. C., *Observation of Second Sound in Bismuth*, Phys. Ver. Lett., v. 28, pp. 1461-1465, 1972.
- ÖZISIK, M. N. & TZOU, D. Y., On the Wave theory in Heat Conduction, ASME Journal of Heat Transfer, v. 116, pp. 526-535, 1994.
- ÖZISIK, M. N., Finite Difference Methods in Heat Transfer, CRC Press, Boca Raton, 1994.
- ORLANDE, H. R. B. & ÖZISIK, M. N., *Simultaneous Estimations of Thermal Diffusivity and Relation Time With a Hyperbolic Heat Conduction Model*, Proceedings on The Tenth International Heat transfer Conference, v. 6, pp. 403-408, Bringhton UK, 1994.
- SIENIUTYCZ, S., The Variational Principle of Classical Type for Non-Coupled Non-Stationary Irreversible Transport Processes with Convective Motion and Relaxation, Int. J. Heat Mass Transfer, v. 20, pp. 1221-1231, 1997.

INJEÇÃO DIRETA DE COMBUSTÍVEL EM MOTORES DE IGNIÇÃO POR CENTELHA

Rodrigo Fernando Estella dos Santos Leônidas Hildebrand Júnior Luís Carlos Passarini Antônio Moreira dos Santos Adriano Carlos Nogueira Bezerra Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Dr. Carlos Botelho, 1465 – 13560.030 – São Carlos, SP, Brasil. E-mail: santosrf@sc.usp.br

Resumo

Desde a criação dos motores de ignição por centelha (ICE), ou ciclo Otto, extensivos estudos têm sido realizados afim de se alcançar alto desempenho, baixa emissão de gases poluentes e boa economia de combustível, simultaneamente. Recentemente, indústrias automobilísticas, após retomarem suas pesquisas, começaram a produzir motores com sistemas de injeção eletrônica direta de combustível. Essa tecnologia apresenta características que contribuem de forma positiva na busca dos objetivos citados acima. Este artigo apresenta o estado da arte da injeção eletrônica direta de combustível em motores do ciclo Otto, a tecnologia atual para viabilizar sua realização, as características dos motores que utilizam este sistema, uma comparação com os sistemas que utilizam a injeção indireta de combustível, os resultados obtidos em experimentos de laboratório realizados em um motor com injeção direta e indireta de combustível e conclusões.

Palavras-chave: Injeção direta de combustível, Mistura, Motores de ignição por centelha.

1. INTRODUÇÃO

A história da injeção direta de combustível em motores do ciclo Otto é tão antiga quanto o próprio motor. Experiências nesta área têm sido realizadas desde antes da Segunda Guerra Mundial, utilizando para isto instalações do tipo das empregadas nos motores diesel (HILDEBRAND JR., 1998).

Antes da invenção de carburadores sofisticados, alguns dos motores aeronáuticos adaptaram sistemas de injeção direta usando a tecnologia de motores de ignição por compressão. Esta tecnologia desapareceu com o progresso dos carburadores. Durante este período de pesquisas, os motores com injeção direta adaptaram a estratégia de injeção antecipada, isto é, o combustível era injetado durante o curso de admissão para preparar a mistura ar-combustível (A/C) homogênea. Devido a isto, não era possível obter-se uma boa economia de combustível (IWAMOTO et al., 1997).

Segundo GLÖECKLER et al. (1981), em 1930, o Instituto Alemão de Pesquisas de Aviação iniciou um concentrado programa de desenvolvimento em injeção direta de

combustível na câmara de combustão, utilizando um injetor de motor diesel. A meta era realizar um completo enchimento do cilindro, resultando em máxima potência do motor. Este experimento teve como resultado um aumento na potência da ordem de 4%.

Em 1931, TAYLOR et al. realizaram testes com injeção direta em um motor do ciclo Otto afim de comparar os resultados com os obtidos utilizando o sistema de carburador. Tiveram como resultado um aumento de 7 a 11% na potência máxima e uma melhora significativa no consumo específico de combustível.

Em 1935, ROTHROCK e WALDRON, da National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), fizeram testes com injeção direta a fim de analisar os efeitos do avanço do ângulo de injeção do combustível, temperatura do motor e velocidade de combustão.

Durante a Segunda Guerra Mundial, os alemães utilizaram extensivamente a injeção direta nos motores de seus aviões (HILDEBRAND JR., 1998).

Em 1957, DOLZA et al., num motor monocilíndrico, realizaram ensaios com injeção direta com o intuito de comparar este sistema com o de carburador convencional nas diferentes condições de velocidade, carga e temperatura do motor.

DAVIS et al. (1961), da Texaco Research Center - Beacon, utilizaram um sistema de injeção direta dentro do cilindro com o objetivo de desenvolver um motor com alta eficiência térmica associada com combustão de misturas pobres (economia). Este processo, chamado TCP (Texaco Combustion Process), tinha como principal característica a rotação da mistura ar-combustível na câmara de combustão. Essa rotação (Figura 1), ocorria devido ao ângulo existente entre o bico injetor e a parede do cilindro. Os objetivos destas pesquisas foram alcançados, porém a produção de motores que utilizassem este processo não foi adiante devido ao alto custo de fabricação.

Em 1963, HUSSMANN et al. testaram um sistema de injeção direta para analisar o comportamento do motor durante a operação com carga estratificada e o efeito da variação do intervalo de tempo entre injeção de combustível e ignição da mistura.

De 1965 até o final dos anos 80, outros motores com este sistema foram desenvolvidos, como o MAN-FM em 1968, o Ford-PROCO em 1971, o Daimler-Benz OCC em 1976 e o IRVW-Futura, da Volkswagen, em 1989 (QUEIROZ & TOMANIK, 1997). Segundo IWAMOTO et al. (1997), neste período extensivos estudos continuaram sendo realizados com o sistema de injeção direta a fim de se alcançar uma alta economia de combustível. Concluiu-se que o motor com este sistema deveria ser operado em uma condição extremamente pobre, estratificando a carga e preparando uma mistura levemente rica ao redor da vela de ignição. Em função disso, vários conceitos de combustão em carga estratificada foram propostos neste período.



Figura 1: Rotação da mistura A/C na câmara de combustão (OBERT, 1971).

Estes conceitos adotaram uma configuração na qual a vela está localizada bem próxima ao jato de combustível. Embora tenha sido confirmado que pode ser realizada uma combustão estável com esta configuração, os seguintes problemas impediram que estes conceitos fossem desenvolvidos para produção em massa:

Emissão de hidrocarbonetos: grande quantidade de hidrocarbonetos foi emitida devido à dificuldade de se completar a combustão.

Incrustação na vela de ignição: com o jato de combustível próximo à vela, formava-se fuligem em seus eletrodos.

Baixo desempenho: a variação do tempo de injeção realizada pelo equipamento mecânico de injeção de combustível empregado neste período era limitado, e a mudança da injeção atrasada para a antecipada não era possível. Consequentemente, esses motores deveriam ser operados com a mistura estratificada uniforme em altas cargas. Afim de se prevenir a emissão de fuligem, a taxa de excesso de ar deveria ser mantida alta, resultando em baixo desempenho.

Diluição do óleo lubrificante: era difícil impedir que as gotas de gasolina chocassem-se com as paredes do cilindro ou com a superfície do pistão. Neste contato a gasolina diluía o óleo lubrificante.

Acúmulo de sedimentos na câmara de combustão: com este sistema de injeção, formavase uma camada de combustível líquido sobre o pistão causando o acúmulo de sedimentos na câmara de combustão.

Após 1990, a economia de combustível continuou sendo o principal objetivo da indústria automobilística, pois este é o fator chave para a economia de energia e redução de CO, um dos gases mais nocivos à camada de ozônio. Para alcançar este objetivo, pesquisas na área energética começaram estabelecer as tecnologias de injeção direta que realmente podem ser aplicadas nos motores atualmente produzidos (IWAMOTO et al., 1997).

Segundo GETTING (1997), as principais indústrias automobilísticas, como a Mitsubishi, Toyota, Audi, Chrysler e Mercedes-Benz, já trabalham com seus respectivos motores com IEDC.

A Mitsubishi lançou seu motor com injeção direta (GDI - Gasoline Direct Injection) no mercado japonês em agosto de 1996. A injeção direta de gasolina permite ao motor (4 cilindros em linha, 1800 cilindradas e 16 válvulas) operar com misturas muito pobres, da ordem de 35:1, para condições de cruzeiro, o que ajuda a melhorar a economia de combustível em mais de 30% em carga parcial. Um aumento na eficiência volumétrica permite que a taxa de compressão aumente de 10,5:1, da versão convencional do motor, para 12:1 no GDI. Este aumento na taxa de compressão ajuda o motor obter um aumento de 10% no torque e na potência.

O motor da Toyota (denominado D4), com 4 cilindros em linha, 16 válvulas e 2000 cilindradas, é um pouco mais evoluído que o da Mitsubishi. O D4 possui dois dutos de admissão separados para cada cilindro, sendo que em um deles existe uma válvula do tipo borboleta que é controlada eletronicamente e no outro encontra-se um dispositivo gerador de vórtices do tipo helicoidal. Deste modo, quando o motor está operando em regime de carga estratificada, a válvula borboleta é fechada e o ar é introduzido no motor pelo duto que possui o gerador de vórtices. Isto faz com que o ar entre no cilindro com auto grau de redemoinhos (QUEIROZ & TOMANIK, 1997).

O D4 emprega três modos diferentes de injeção, possibilitando ao motor operar com diferentes razões A/C. Para cargas parciais e trafego com até 100 km/h, é usado o sistema de recirculação de gases de exaustão (EGR), o motor trabalha com carga estratificada com a injeção de combustível ocorrendo no tempo de compressão. A razão A/C neste caso encontrase entre 25 e 50:1. Para plena carga ou acelerações rápidas, quando se deseja obter altas potências, o motor trabalha com mistura estequiométrica, com razão A/C em torno de 12 a

15:1 e, nesta situação, a injeção de combustível ocorre no tempo de admissão. Entretanto, entre as regiões de carga estratificada, mistura homogênea e estequiométrica, existe uma zona de combustão que compreende misturas homogêneas pobres, com razão A/C entre 15 e 23:1 (HILDEBRAND JR., 1997).

A Audi também lançou seu motor com injeção direta recentemente. Trata-se do AL2, um motor de 1200 cilindradas, com 3 cilindros, cada um possuindo 5 válvulas. O AL2 produz 75 CV a 5500 rpm, 11,7 kgfm de torque e tem uma economia de combustível entre 15 e 20% em relação ao motor similar convencional da montadora, chegando a fazer mais de 33 km/l.

Outros fatores que têm contribuído para o avanço dos estudos nesta área são os progressos obtidos nas tecnologias de tratamento de gases provenientes da combustão e o aperfeiçoamento dos sistemas de controle do motor e de sistemas de injeção eletrônica de combustível. Para reforçar a necessidade de se continuar aperfeiçoando este sistema, há ainda leis que regulamentam as emissões dos gases de escape dos motores.

2. O SISTEMA DE INJEÇÃO DIRETA

A injeção eletrônica direta de combustível (IEDC) na câmara de combustão dos cilindros de um motor do ciclo Otto, é um conceito que oferece muitas vantagens sobre os mais sofisticados motores com sistema de injeção indireta (IEIC). O potencial termodinâmico para reduzir o consumo específico de combustível, juntamente com as vantagens da partida rápida, melhoraram a resposta em regime transiente do motor e possibilitaram uma maior precisão no controle da mistura A/C (ZHAO et al., 1997). Uma comparação ilustrativa entre os sistemas IEDC e IEIC é apresentada na "Figura 2".



Figura 2: Comparação entre os sistemas IEDC e IEIC (ZHAO et al., 1997).

Para HARADA et al. (1997), o motor ICE à gasolina com sistema de injeção direta é o mais eficiente tanto na economia de combustível quanto no alto desempenho. Este sistema apresenta as seguintes vantagens:

- alta resposta de aceleração e ótima dirigibilidade em condições de baixa temperatura devido a injeção ser direta na câmara de combustão do cilindro;

- alta eficiência volumétrica e características anti-detonantes devido a baixa temperatura da carga de ar.

KOWALEWICZ (1984), cita outras vantagens:

- menor índice de emissões;

- maior economia, principalmente em cargas parciais;
- possibilidade de queimar combustíveis de baixa octanagem.

Entretanto, é importante salientar que para se obter as vantagens acima citadas, é necessário que o combustível seja injetado com pressões da ordem de 10 a 50 MPa (LENZ, 1992).

3. ENSAIOS COM O SISTEMA DE INJEÇÃO DIRETA

Ensaios comparativos entre os sistema IEDC e IEIC foram realizados em laboratório. Foi utilizado para os testes, um motor ICE, de 4 cilindros em linha, 1588 cc, taxa de compressão de 13,7:1, com sistema de injeção indireta. Um sistema de injeção direta foi adaptado a este motor posteriormente para obtenção de dados comparativos de torque, potência reduzida, consumo específico e rendimento global. Os resultados obtidos são mostrados nos gráficos à seguir.



Figura 3: Torque em função da rotação para os sistemas de injeção direta e indireta.



Figura 4: Potência reduzida em função da rotação para os sistemas de injeção direta e indireta.



Figura 5: Consumo específico em função da rotação para os sistemas de injeção direta e indireta.



Figura 6: Rendimento global em função da rotação para os sistemas de injeção direta e indireta.

O sistema operando com injeção direta, controlado por um gerador de pulsos analógico, apresentou uma queda de potência e torque entre 1000 e 1200 rpm em relação à injeção indireta. Foi observado que houve pouco uso da energia fornecida pelo combustível em 1000, 1200 e 2000 rpm com a injeção direta. Entretanto, utilizando o sistema de injeção indireta, a potência, o torque e o rendimento global foram menores em 1400, 1600 e 1800 rpm.

Como a combustão depende da homogeneidade da mistura A/C, a queda na potência e no torque, o baixo rendimento global e alto consumo específico, em 1000 e 1200 rpm, podem ser atribuídos ao excesso de líquido injetado dentro do cilindro. O gerador de pulsos, responsável pela ativação dos bicos injetores, causava um fornecimento de uma mistura extremamente rica nestas rotações. Em 2000 rpm, a mesma situação foi observada, devido ao fato de a injeção de combustível ocorrer a baixas pressões, o que proporciona gotas de diâmetro grande, e ao pequeno tempo que o sistema de injeção direta teve para formação e homogeneização da mistura A/C.

4. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou o estado da arte e o funcionamento básico do sistema de injeção direta de combustível. Testes foram realizados utilizando-se os sistemas de injeção direta e indireta. Mesmo com o uso de um gerador de pulsos analógico para ativar os injetores e com a baixa pressão de injeção, foi possível obter um pequeno ganho de potência em 1400, 1600 e 1800 rpm e de torque em 1600 e 1800 rpm.

Para as condições onde houve queda de torque e potência, o uso de melhores injetores e bomba elétrica de combustível, combinados com um controlador eletrônico para os injetores, poderia melhorar a formação e homogeneização da mistura A/C, melhorando o rendimento global, torque e a potência.

Em baixas pressões, o sistema de injeção direta poderia apresentar vantagens combinadas com um menor custo, comparado com a injeção indireta.

5. REFERÊNCIAS

- Automotive Engineering, 1997, Getting more direct, vol.105, n.12, pp.80-85.
- Davis, C. W. et. al., 1961, Fuel injection and positive ignition a basis for improved efficiency and economy, SAE Transactions, vol.69, pp.120-134.
- Dolza, J. et. al., 1957, The General Motors fuel injection system, SAE Transactions, vol.65, pp.739-746.
- Glöckler, O. et. al., 1981, Gasoline fuel injection: an overview, Automotive Engineers, vol.89, n.1, pp.66-74.
- Harada, et. al., 1997, Development of direct injection gasoline engine, SAE Technical Paper Series, n.970540.
- Hussmann, A. W. et. al., 1963, Charge stratification by fuel injection into swirling air, SAE Transactions, vol.71, pp.421-444.
- Iwamoto, et. al., 1997, Development of gasoline direct injection engine, SAE Technical Paper Series, n.970541.
- Kowalewicz, A., 1984, Combustion systems of high-speed piston I. C. engines, Warszawa, Elsevier.
- Lenz, H. P., 1992, Misture formation in spark-ignition engine, New York, Springer-Verlag-Wien/SAE.
- Queiroz, C. & Tomanik, E., 1997, Gasoline direct injection engines a bibliographical review, SAE Technical Paper Series, n.973113.
- Rothrock, A. M. & Waldron, C. D., 1935, Some effects of injection advance angle, enginejacket temperature, and speed on combustion in a compression-ignition engine, NACA, n. 525, pp.343-35
- Taylor, et. al., 1931, Fuel injection with spark ignition in a Otto-cicle engine, SAE Transactions, vol. 26, pp.346-351.
- Yamaguchi, J., 1997, Toyota readies direct-injection gasoline engine for production, Automotive Engineering, vol.105, n.12, pp.110-112.
- Zhao, F. et. al., 1997, A review of mixture preparation and combustion control strategies for spark-ignited direct-injection gasoline engines, SAE Technical Paper Series, n.970627.

USO DEL GAS NATURAL COMO COMBUSTIBLE COMPLEMETARIO EN SISTEMAS BIG GT PARA LA COGENERACIÓN EN EL SECTOR DE AZÚCAR Y ALCOHOL

Felipe Raúl Ponce Arrieta Electo Silva Lora

Escola Federal de Engenharia de Itajubá (EFEI), Núcleo de Estudos de Sistemas Térmicos (NEST), Av. BPS, 1303 Cx. P. 50, 37500-000, Itajubá-MG-Brasil. E-mail: <u>aponce@iem.efei.br</u>

Resumen

A partir del análisis de la integración de bloques de sistemas BIG GT (*Biomass Integrated Gasifier Gas Turbine*) a centrales azucareros de 150, 300, y 800 tc/h de capacidad de molida usando diferentes razones de gas natural y bagazo, se calculan las cantidades de energía eléctrica generada y su costo, mostrándose que los costos más bajos de generación eléctrica se tienen cuando no se realizan inversiones para reducir el consumo de vapor del proceso. Al final se realizan algunas consideraciones de carácter medioambiental, alertándose sobre el impacto que pudiera tener sobre el costo de generación de la electricidad el uso de combustibles fósiles, cuando se aplican penalidades mediante una eco-tasa de 100 US\$/tcarbono emitido. La aplicación de eco-tasas para reducir la emisión de carbono a la atmósfera puede hacer inviable proyectos de generación de energía eléctrica con combustibles fósiles.

Palabras claves: Cogeneration, BIG GT, Sugarcane Industry, Natural gas, Economy.

1. INTRODUCCIÓN

La construcción de centrales termoeléctricas utilizando gas natural como combustible incrementarán en 9,4 mil MW la capacidad de generación de energía eléctrica para todo Brasil hasta el año 2003 (EFEI Energy News, 2000). Esto permite apreciar el contexto favorable en que se encuentra estudiar las posibilidades de explotación de diferentes recursos energéticos para la generación de electricidad. Más, cuando estos tienen un origen renovable.

Con la distribución comercial del gas natural traído desde Bolivia se pueden generar cantidades considerables de energía eléctrica para distribución en el sector energético brasileño; y en particular en el Estado de São Paulo, una vez que se emplee como combustible complementario para la generación de energía eléctrica en plantas BIG GT integradas a centrales azucareros.

A continuación se presenta un estudio donde, a partir del análisis de la integración de bloques de sistemas BIG GT a centrales azucareros de 150, 300, y 800 tc/h de capacidad de molida usando diferentes razones de gas natural y bagazo, se calculan las cantidades de energía eléctrica generada y su costo. Al final se realizan algunas consideraciones de carácter medio ambiental, alertándose sobre el impacto que pudiera tener sobre el costo de generación de la electricidad el uso de combustibles fósiles, cuando se aplican penalidades mediante eco-tasas.

2. INTEGRACIÓN DEL SISTEMA BIG GT CON EL CENTRAL AZUCARERO

Dos criterios deben seguirse para la implementación de sistemas BIG GT en el sector de azúcar y alcohol: (i) reducción del consumo de vapor en el proceso de fabricación de azúcar, con la intención de que el consumo de vapor que pueda ser entregado por el sistema BIG GT sea suficiente para cubrir la demanda de calor del proceso, (ii) operar la planta un alto número de horas por año para reducir los costos y mejorar la viabilidad financiera de la implementación de estos sistemas. El segundo criterio está relacionado con la disponibilidad de biomasa en el central. Con el uso del gas natural como combustible complementario se evita la importación de biomasa de otras fábricas de azúcar y se disminuyen los costos específicos de inversión por concepto de economía de escala (los sistemas de manipulación y secado del bagazo, gasificación y limpieza de gases pueden ser de un tamaño menor). Una vez que se mezclan el gas natural y el gas obtenido de la gasificación de la biomasa, se aumenta el poder calorífico (con relación al gas (TG), lo que disminuye (en flujo másico) el consumo de combustible. Las partes del sistema BIG GT que presentan una reducción de su costo específico son las enmarcadas en el volumen de control "A" de la figura 1.





3. SUPOSICIONES

Para el sector de azúcar y alcohol del Estado de São Paulo tres capacidades de molida promedio: 150, 300 y 800 tc/h respectivamente, fueron sugeridas por COPERSUCAR para estudios de cogeneración (Lamónica, 1998).

Adicionalmente fueron considerados para los sistemas existentes: (i) reducción en el consumo de vapor de proceso desde 500 kgv/tc hasta 340 kgv/tc y 280 kgv/tc; (ii) 30 % de bagazo en caña, (iii) 18 kWh/tc de consumo de potencia en accionamientos mecánicos con un 45 % de eficiencia; (iv) 78 % de eficiencia en las calderas (a 2,1 MPa y 320 °C) y 100 °C en la temperatura del agua de alimentación; (v) 75 % de eficiencia isentrópica en la expansión de la turbina de vapor con 95 % de eficiencia en el generador eléctrico y (vi) el consumo de vapor saturado en el proceso se realiza a una presión de 0,15 MPa manométricos.

La integración pretende maximizar la generación de energía eléctrica en cada una de las capacidades señaladas. Diferentes números de bloques de sistemas BIG GT son instalados según sea la capacidad de molida: uno para 150 tc/h, dos para 300 tc/h y tres para 800 tc/h. La concepción de varios bloques de 25 - 30 MW para obtener una generación de electricidad de 60 y 90 MW respectivamente, brinda una mayor flexibilidad y confiabilidad en la operación global del sistema al evitar una parada en la operación del mismo por problemas en algunos de los bloques independientes. Las suposiciones adoptadas para cada bloque son las que siguen:

- Fue considerado solamente el sistema BIG GT basado en la gasificación atmosférica con aire;
- Los resultados de la gasificación (composición del gas a la salida del gasificador y su temperatura) son basados en la simulación realizada por Souza-Santos (1999), suponiendo al bagazo de caña como el combustible alimentado;
- Para la limpieza del gas fue asumido un sistema de baja temperatura compuesto por filtros de manga y lavadores de gas (scrubers);
- Antes del lavado del gas, una serie de intercambiadores de calor, es usada para recuperar parte de la energía sensible del gas crudo (o sucio); calentando el gas limpio (hasta 450 °C) antes de su inyección en la cámara de combustión de la TG.

En la tabla 1 son presentados el análisis elemental del bagazo, la composición del gas de síntesis sucio y limpio (Caso I), del gas natural y de la mezcla de ambos en distintas proporciones. La mezcla del Caso II sigue el criterio de alcanzar un valor mínimo tal, en el poder calorífico del combustible de la TG, que evite modificaciones en el diseño de la misma. El valor del Poder Calorífico Inferior (PCI) utilizado en el Caso III pretende verificar tendencias tanto en el comportamiento de la máquina como del bloque BIG GT.

Bagazo % en peso – base seca			Composición volumétrica (% mol)							
			Gas de síntesis			Razón de mezcla				
		Flemento			Gas	kg _{gas limpio} /kg _{gas natural}				
		Liemento	Sucio ^(a)	Limpio ^(a)	Natural ^(b)	0,21	0,52			
				Caso I		Caso II	Caso III			
Carbono	44,8	H_2	9,898	11,251	0,000	8,520	6,280			
Oxígeno	39,5	СО	14,476	16,456	0,000	12,470	9,920			
Hidrógeno	5,4	CO ₂	14,791	16,814	0,800	12,930	9,740			
Nitrógeno	0,4	CH_4	3,314	8,314	91,800	28,320	44,840			
Azufre	0,0	CH _x	0,563	0,640	6,700	2,090	3,290			
Ceniza	9,8	H ₂ O	14,779	3,215	0,000	2,430	1,790			
PCI _{base seca} , MJ/kg	16,7	N_2	38,100	43,310	1,420	32,240	24,870			
		Otros	0,079	-	-	-	-			
PCI _{50% humedad} , MJ/kg 8,0		PCI, kJ/kg		5839	47996	13067	20110			

Tabla 1. Análisis elemental del bagazo, composición del gas de síntesis sucio y limpio, gas natural y
ambos últimos mezclados en distintas proporciones.

(a) Las composiciones del gas sucio y limpio fueron tomadas de Souza-Santos (1999).

(b) Tomado de COMGAS (2000).

Cada bloque está compuesto por una TG ABBGT10, máquina industrial capaz de producir 24,6 MWe de potencia cuando es quemado gas natural en las condiciones ISO. Para predecir la operación de la TG a 25 °C (temperatura que se puede considerar como media anual para el Estado de São Paulo) un procedimiento *off-design* es requerido. Un código computacional es usado para este propósito, usando la solución correspondiente a la operación de la TG con gas natural como referencia.

El gas de escape de la TG es usado para la generación de vapor en una caldera recuperadora de calor (CRC). La temperatura del vapor es función tanto de la temperatura del gas de escape de la TG como del *approach* de temperatura especificado (25 K) para la CRC. La generación de vapor es maximizada por la restricción impuesta de un pinch point límite de 15 K.

Los costos de inversión son evaluados a partir de la información presentada por Faaij et al., (1997) para una planta BIG GT de capacidad similar. El costo de inversión instalado, una vez que ya existen "n" plantas, fue estimado en 1703 US\$(1997)/kW. La reducción de los costos de inversión por disminución de la capacidad en los sistema de manipulación y secado del bagazo, gasificación y limpieza de gases; fue estimada utilizando un coeficiente de escala de 0,7. Los costos de inversión por auxiliares, instalación, ingeniería, contingencias, etc., llegan al monto de 21,7 MMUS\$ (1997).

Los costos de inversión para reducir los consumos de vapor en proceso fueron estimados por la ecuación (1), obtenida a partir de datos de Ogden et al., (1990) y COPERSUCAR, (1998):

$$US\$ = 0,3004(tc/h)^{2} - 402,87(tc/h) + 103439$$
(1)

El costo de la electricidad generada es calculado por la ecuación 2 (Horlock, 1997):

$$Ce = \beta C + M + (OM) \tag{2}$$

Donde $\beta = 0,127$ es el factor de capitalización, calculado para una tasa de interés del 12 % y una vida útil de 25 años; C es el costo de inversión (US\$); M es el costo anual por consumo de combustible y OM es el costo anual de operación y mantenimiento. El precio del bagazo fue considerado cero al ser un residuo del propio central, al que además, se le entrega gratis tanto el calor como la electricidad necesarios para el proceso de fabricación de azúcar. Para el gas natural se tomó un precio de 0,02 US\$/kg, equivalente a 1,94 US\$/MBtu. Los costos anuales en operación y mantenimiento fueron calculados a partir de la electricidad producida a razón de 8 US\$/kWh.

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

El comportamiento de la TG al usar un gas de bajo poder calorífico se caracteriza por la operación del compresor a una relación de presiones (RP) mayor que la del punto de proyecto (Tabla 2, Caso I). Cuando en la simulación se trata de alcanzar una temperatura de entrada a la turbina (TIT) igual a la que se tiene cuando se opera con gas natural en las condiciones ISO; para una rotación constante en el eje de la máquina, se reducirá el flujo de aire en el compresor, elevando la RP según el mapa de operación compresor. En la simulación se restringe el aumento de la RP hasta un 90 % de la RP de surge. Por esto último la TIT con gas de bajo PCI es menor que con gas natural en las condiciones ISO, en la medida que se aumenta el PCI del gas la TIT, RP, la temperatura de salida (TOT) y el flujo de gases que salen de la máquina tienden a alcanzar los valores reportados por los fabricantes. El comportamiento de la TG incide en la generación de potencia que se puede tener en el ciclo a vapor, y a su vez en la potencia neta entregada por cada bloque BIG GT y la eficiencia térmica del mismo. La eficiencia de la TG disminuye cuando aumenta el valor del PCI del combustible (Tabla 2).

	Caso I	Caso II	Caso III				
Flujos de combustible:							
Biomasa (con 50 % de humedad), kg/s	8,56	5,58	1,97				
Biomasa (con 20 % de humedad), kg/s	5,35	2,24	1,23				
Gas de síntesis sucio, kg/s	11,11	4,64	2,55				
Gas de síntesis limpio, kg/s	10,99	4,10	2,13				
Gas natural, kg/s	0,00	0,86	1,11				
Razón Gas Natural/Bagazo, kg _{gas natural} /kg _{bagazo}	0,00	0,21	0,52				
Operación de la turbina a gas:		•	•				
Flujo de gas combustible, kg/s	10,99	5,07	3,23				
PCI, kJ/kg	5,84	13,07	20,11				
Relación de presión	15,07	14,20	13,88				
Temeperatura de entrada a la turbina (TIT), K	1370,00	1440,33	1441,19				
Temperatura de salida de la turbina (TOT), K	763,83	802,46	802,43				
Potencia electrica neta generada, MW	24,82	23,65	22,41				
Flujo de gas combustible a la salida, kg/s	85,42	79,51	77,67				
Eficiencia neta, %	38,68	35,67	34,52				
Operación del ciclo a vapor ^(a) :							
Flujo de vapor generado (a 6,7 MPa), kg/s	11,86	11,83	11,62				
Temperatura de salida del vapor, K	738,83	777,46	777,43				
Potencia bruta del ciclo sin extración, MW	9,99	9,70	9,40				
Extracción de vapor (a 0,25 MPa y 400 K), kg/s	11,45	11,43	11,22				
Potencia bruta del ciclo con extración, MW	6,09	5,82	5,63				
Operación de la planta BIG GT CC en modo de cogeneración ^(b) :							
Potencia eléctrica bruta, MW	30,91	29,47	28,05				
Consumo de potencia auxiliar, MW	5,26	2,59	1,72				
Potencia eléctrica neta, MW	25,65	26,88	26,33				
Potencia térmica, MW	28,95	28,88	28,36				
Razón de potencia térmica Gas natural/Bagazo ^(c)	0,00	1,24	3,08				
Eficiencia (I Ley, base PCI, Bagazo–Gas natural)	67,47	74,89	73,94				
Eficiencia (I Ley, base PCS, Bagazo–Gas natural)	79,56	85,29	83,15				
Operación de la planta BIG GT CC sin cogeneración:							
Potencia eléctrica bruta, MW	34,80	33,35	31,86				
Potencia eléctrica neta, MW	29,54	30,76	30,15				
Potencia térmica, MW	0,00	0,00	0,00				
Eficiencia (I Ley, base PCI, Bagazo–Gas natural)	36,51	41,32	40,76				
Eficiencia (I Ley, base PCS, Bagazo–Gas natural)	43,05	47,06	45,84				

 Tabla 2. Resultados generales de la simulación por bloque BIG GT CC operando tanto sin uso

 de gas natural como con éste en diferentes proporciones de mezcla con el gas de síntesis obtenido a

 partir de la gasificación del bagazo de caña.

(a) Los gases a la salida de la caldera recuperadora se encuentran en todos los casos a una temperatural del orden de los 475 \pm 2 K.

(b) Se interpreta modo de cogeneración cuando se realiza una extración de vapor en la turbina a vapor para ceder calor en el proceso de fabricación de azúcar. En todos los casos se consideró un máximo del 95 % del vapor que entra a la máquina.(c) Se refiere a la cantidad de energía (base PCI) que entra a la planta tanto con el gas natural como con el bagazo.

La potencia neta del bloque al operarse la TG con un gas de PCI 13,07 MJ/kg aumenta por que la TOT es mayor y aumenta la temperatura del vapor generado en la caldera y a su vez la potencia generada en el ciclo de vapor. Sin contar que adicionalmente hay una notable reducción en el consumo de potencia de los auxiliares del bloque generador con tecnología BIG GT. Al aumentar el PCI (20,11 MJ/kg), como TOT permanece prácticamente constante y hay una reducción en el flujo de gas que sale de la TG, se genera menos vapor que con 13 MJ/kg; con una menor potencia de salida de la planta pues la disminución en la potencia generada en el ciclo a vapor y en la TG son mayores que la disminución en los consumos de potencia de los auxiliares.

En la tabla 3 se presentan los resultados generales de la integración de bloques BIG GT con centrales azucareros de distintas capacidades para varios consumos específicos de vapor en proceso y con diferentes razones de potencia térmica gas natural / bagazo. En la figura 2 se presenta la variación del costo de la electricidad generada para distintas capacidades según el consumo de vapor que se tenga en el proceso. Las conclusiones que se obtienen son las siguientes:

• Los menores costos de generación de electricidad se tienen cuando no se reduce el consumo de vapor de proceso y se consume más cantidad de gas natural.

• Para un determinado consumo de vapor en proceso los costos son menores cuando aumenta la capacidad de molida del central (mayor números de bloques generadores BIG GT y más electricidad generada) y cuando aumenta el consumo de gas natural.



• Los costos hasta aquí son competitivos dentro del contexto actual del sector eléctrico brasileño.

Figura 2. Variación del costo de la electricidad generada para distintas capacidades según el consumo de vapor que se tenga en el proceso.

5. CONSIDERACIONES DE CARÁCTER MEDIOAMBIENTAL.

Actualmente se estudia la aplicación de eco-tasas para reducir las emisiones de carbono a la atmósfera. Según lo que se ha propuesto en varios modelos, estas se encuentran entre 100 y 400 US\$/tcarbono emitido (Hinostroza, 1996). En la figura 3 se puede apreciar el incremento en el costo de la electricidad generada por el concepto de penalización a través de eco-tasas en la generación de electricidad con combustibles fósiles, en particular, con gas natural.

						-			
Capacidad de molida, tc/h	150	150	150	300	300	300	800	800	800
Consumo específico de vapor en proceso, kg _v /tc	500	340	280	500	340	280	500	340	280
Caso I – Razón de potencia térmica Gas natural/Bagazo = 0,00									
Horas de operación de la planta BIG GT CC usando bagazo y/o gas natural, h/año	5021	6617	7192	5021	6633	7238	6554	7446	7446
Horas de operación de la planta BIG GT CC usando solo gas natural, h/año	2425	829	254	2425	813	208	892	0	0
Consumo de bagazo en la planta BIG GT CC fuera de zafra, t/año	-595	48588	66331	-1190	98189	135458	139991	222430	222430
Potencia eléctrica a la red distribuidora en zafra, MW	21,99	20,33	19,70	44,0	40,7	39,4	64,1	63,1	64,1
Potencia eléctrica a la red distribuidora fuera zafra, MW	29,54	29,54	29,54	59,1	59,1	59,1	88,6	88,6	88,6
Potencia eléctrica a la red distribuidora fuera zafra solo con gas natural, MW	32,41	32,41	32,41	64,8	64,8	64,8	97,2	0,00	0,00
Costo por combustible (considerando bagazo con costo cero), MMUS\$/año	0,21	0,07	0,02	0,42	0,14	0,04	0,23	0,00	0,00
Costo de inversión para reducir el consumo de vapor en proceso, MMUS\$	0,00	1,73	3,17	0,00	3,45	6,35	0,00	9,20	16,92
Costo de inversión total en la planta BIG GT CC, MMUS\$	56,40	56,40	56,40	90,99	90,99	90,99	125,60	125,60	125,60
Costo de la electricidad, US\$/MWh	47,18	51,54	54,52	39,82	42,64	44,40	37,86	40,36	41,89
Caso II – Razón de potencia térmica Gas natural/Bagazo = 1,24									
Horas de operación de la planta BIG GT CC usando bagazo y/o gas natural, h/año	7446	7446	7446	7446	7446	7446	7446	7446	7446
Horas de operación de la planta BIG GT CC usando solo gas natural, h/año	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Consumo de bagazo en la planta BIG GT CC fuera de zafra, t/año	48332	48332	48332	62017	62017	62017	93026	93026	93026
Potencia eléctrica a la red distribuidora en zafra, MW	23,38	23,95	24,14	49,5	50,7	51,2	81,9	84,9	85,9
Potencia eléctrica a la red distribuidora fuera zafra, MW	30,76	30,76	30,76	61,5	61,5	61,5	92,3	92,3	92,3
Potencia eléctrica a la red distribuidora fuera zafra solo con gas natural, MW	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Costo por combustible (considerando bagazo con costo cero), MMUS\$/año	0,38	0,38	0,38	0,76	0,76	0,76	1,14	1,14	1,14
Costo de inversión para reducir el consumo de vapor en proceso, MMUS\$	0,00	1,73	3,17	0,00	3,45	6,35	0,00	9,20	16,92
Costo de inversión total en la planta BIG GT CC, MMUS\$	49,81	49,81	49,81	72,26	72,26	72,26	99,73	99,73	99,73
Costo de la electricidad, US\$/MWh	43,10	44,71	46,47	33,08	33,80	34,57	29,77	31,03	32,32
Caso III – Razón de potencia térmica Gas natural/Bagazo = 3,08									
Horas de operación de la planta BIG GT CC usando bagazo y/o gas natural, h/año	7446	7446	7446	7446	7446	7446	7446	7446	7446
Horas de operación de la planta BIG GT CC usando solo gas natural, h/año	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Consumo de bagazo en la planta BIG GT CC fuera de zafra, t/año	17063	17063	17063	34127	34127	34127	51190	51190	51190
Potencia eléctrica a la red distribuidora en zafra, MW	27,12	27,70	27,90	54,2	55,4	55,9	86,3	89,5	90,7
Potencia eléctrica a la red distribuidora fuera zafra, MW	30,15	30,15	30,15	60,3	60,3	60,3	90,5	90,5	90,5
Potencia eléctrica a la red distribuidora fuera zafra solo con gas natural, MW	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Costo por combustible (considerando bagazo con costo cero), MMUS\$/año	0,49	0,49	0,49	0,98	0,98	0,98	1,48	1,48	1,48
Costo de inversión para reducir el consumo de vapor en proceso, MMUS\$	0,00	1,73	3,17	0,00	3,45	6,35	0,00	9,20	16,92
Costo de inversión total en la planta BIG GT CC, MMUS\$	40,06	40,06	40,06	64,64	64,64	64,64	89,22	89,22	89,22
Costo de la electricidad, US\$/MWh	34,77	36,44	38,17	30,05	30,78	31,52	27,69	28,97	30,25

Tabla 3. Resultados de la integración de la planta BIG GT CC con centrales azucareros de distintas capacidades, para varios consumos específicos de vaporen proceso y con diferentes razones Gas natural/Bagazo de potencia térmica (todos los dólares son referenciados para el año 1997).
Los valores de incremento en el costo de la electricidad generada con la aplicación de eco-tasas fueron obtenidos con un coeficiente de emisión de CO_2 de 49,7 tcarbono/TJ, reportado por Hinostroza (1996) para gas natural; a partir las relaciones de consumo de combustible que se presentan para cada caso en la tabla 1. Los resultados presentados en la figura 3 corresponden a un consumo de vapor en proceso de 280 kgv/tc y una eco-tasa de 100 US\$/tcarbono emitido.



Figura 3. Incremento en el costo de la electricidad generada por el concepto de penalización a través de eco-tasas en la generación de electricidad con combustibles fósiles.

Estos resultados alertan que se pueden inviavilizar proyectos de generación de energía eléctrica cuando eco-tasas de altos valores son aplicadas para evitar la emisión de carbono por el uso de combustibles fósiles. Aspecto que se observa con mayor sensibilidad en centrales azucareros de baja capacidad.

6. AGRADECIMIENTOS.

Los autores, bolsistas del programa de Ingeniería de Energía y del Petróleo, agradecen a la Agencia Nacional del Petróleo (ANP) de Brasil por el apoyo brindado. A Ricardo Carrasco Carpio por disponibilizar la ecuación obtenida para estimar el costo de inversión para reducir el consumo de vapor en el proceso. Al profesor de la Universidad Estatal de Campinas UNICAMP, Brasil, Arnaldo Cesar da Silva Walter por la modelación de la TG ABBGT10.

7. REFERENCIAS

• COMGAS, 2000, http://www.comgas.com.br/gascom.htm.

• COPERSUCAR, 1998, "Projeto BRA/96/G31: Geração de energia por biomassa; bagaço de cana de açúcar e resíduos", Informativo do Centro de Tecnologia COPERSUCAR, junho.

• EFEI Energy News, 2000 "Térmicas somarão 9,4 GW até 2003", Ano 1, N 42, edição 000103, Janeiro.

• Hinostroza, M. S., 1996, "Avaliação dos impactos macroeconômicos quanto a implementação de uma eco-tax no Brasil", Disertação de Mestrado, UNICAMP, julho.

• Horlock, J. H., 1997, "Cogeneration – Combined Heat and Power (CHP)", Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, USA.

• Lamónica, H. M., 1998, Comunicación personal, Centro de Tecnología COPERSUCAR, julio.

• Ogden J. M., Hochgreb, S. and Hylton, M., 1990, "Steam economy and cogeneration in sugar cane factories", International Sugar Journal, Vol. 92, No. 1099, pp. 131-140.

• Souza-Santos, M. L., 1999, "A feasibility study of an alternative power generation system based on biomass gasification/gas turbine concept", Fuel, No 78, pp. 529-538.

ANALYSIS OF ERROR IN THE SURFACE TEMPERATURE MEASUREMENT OF SEMI-INFINITE BODY

Valdir Araújo de Souza Edson Luiz Zaparoli

CTA – ITA – Departamento de Energia Pça Mal. Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias CEP: 12228-900 – São José dos Campos – SP – Brasil email:zaparoli@mec.ita.cta.br

Abstract

The measurement of surface temperature by a thermocouple is subject to electrical, metallurgical and conduction errors. In this work the parameters which affect the conduction error were theoretically analysed considering a steady-state two-dimensional conduction through the semi-infinite body and the thermocouple wires. Firstly the equation and the boundary conditions of the mathematical model are numerically solved employing the finite element method, and a comparison was made with the analytical results provided by Jacob (1957). At the end of this paper it is analysed some way to minimise the conduction error in the surface temperature measurement.

Key words: Conduction error, Surface temperature measurement, Thermocouple.

1. INTRODUCTION

In many applications the surface temperature measurement must be very accurate as for instance in determining local heat-transfer rates like in an exhaust-gas air heater or along an airfoil surface and in experimental heat transfer. The error analysis due to the conduction is extremely important not only to estimate the error but also to find ways to reduce it. Among the causes of conduction error the most significant are: the low thermal conductivity of the body, the thermocouple diameter, the heat loss from the thermocouple to ambient, the way of attachment, the imperfect contact between the thermocouple and the surface and thermal inertia of the thermocouple. A number of methods and simplifying assumptions have been utilized either for transient or steady-state situation and it is essential to mention the study developed by Jacob (1957) whose the analytical solution is utilized in this paper.

Hennecke and Sparrow (1969) investigated the thermal processes associated with the presence of a local heat sink (or source) on the convectively cooled surface of a solid. The sink is due to the presence of a surface-mounted thermocouple, a pin fin or other surface-mounted conductors .The heat transfer results and temperature distributions for the solid are determined without reference to specific applications. The results are then applied to the case of the surface-mounted thermocouple, and the error in the measured temperature owing to the presence of the thermocouple is evaluated. Beck and Keltner (1983) developed mathematical

models for the response of the surface mounted thermocouples on a thick wall. These models account for the significant causes of errors in both the transient and steady-state response to changes in the wall temperature. In many cases, closed form analytical expressions are not obtainable.

In this work the error introduced by the thermocouple presence was investigated numerically considering the thermocouple as a single semi-infinite cylinder of homogeneous material and a perfect thermal contact between the thermocouple and the body is assumed, that is, without any thermal resistance. Moreover the body surface is perfectly insulated except at one small circle where the thermocouple is placed. The conduction error was evaluated in two arrangements, in the Figure 1(a) the thermocouple is attached directly to the semi-infinite body whereas in the Figure 1(b) a copper disk is placed between the surface of the body and the junction in order to reduce the conduction error.

The results presented in this work will cover either free and forced convection for the configuration presented in Figure 1(a).



Figure 1 a. Direct attachment of the thermocouple.

Figure 1 b. Thermocouple attached to the copper disk.

2. MATHEMATICAL STATEMENT OF THE PROBLEM

Before going into the equations or even the mathematical models it is shown the steps and assumptions taken to consider the thermocouple wire as a single long-infinite cylinder of homogeneous material with equivalent thermal properties.

2.1 Thermocouple equivalent wire

Taking a careful look at the Figure 1 (a) it is possible to note that two thermocouple wires are attached on the surface of the semi-infinite body and in order to state the two-dimensional mathematical model it is necessary to make some assumptions.

In Figure 2 the two thermocouple wires of radii r_1 and r_2 shown in Figure 1 (a) are replaced by one cylinder with equivalent thermal conductivity k_w and equivalent radius r_w . The temperature indicated by the thermocouple is the temperature of the junction T_o and T_f is the fluid temperature which is assumed to be uniform over the thermocouple length (*L*). In adition, the body which is also shown in Figure 2 has the thickness E_b and radius R_b .

The dotted lines in Figure 3 represent the equivalent cylinder area (A_e) whose frontal area is obtained adding the areas of the wires according to expression (1) assuming the same radius $r_1=r_2$, for both wires as it follows:

$$\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = \pi r_w^2 \to 2r_1^2 = r_w^2 \to r_w = r_1 \sqrt{2}$$
(1)



Figure2. Body with equivalent cylinder.

Figure 3. Equivalent area.

Figure 4. Equivalent heat loss.

Once the equivalent radius (r_w) is obtained from equation (1), the equivalent convective heat transfer coefficient (h_e) is obtained from the heat loss by the equivalent wire (δQ_e) of length (δL) which is the sum of the heat loss by each individual wire $(\delta Q_{w1}$ and $\delta Q_{w2})$, according to Figure 4 and it follows that:

$$2\pi r_w \delta Lh_e(T_w - T_f) = 2\pi r_1 \delta Lh_f(T_w - T_f) + 2\pi r_2 \delta Lh_f(T_w - T_f)$$
⁽²⁾

where h_e is the equivalent convective heat transfer coefficient and h_f is the convective heat transfer coefficient over each wire and T_w represents the surface temperature of the thermocouple resulting on the following relation for h_e .

$$h_e = h_f \sqrt{2} \tag{3}$$

To determine the equivalent thermal conductivity (k_w) it is necessary to get the long fin equation given by Ozisik, 1985 for the heat flow rate through the fin as:

$$Q = \theta_o \sqrt{PhkA} \tag{4}$$

Summing up the two wires heat losses $(Q_{wl}+Q_{w2})$ and equalizing to the equivalent heat loss (Q_e) gives:

$$\theta_o \sqrt{P_e h_e k_w A_e} = \theta_o \sqrt{P_1 h_f k_{w1} A_{w1}} + \theta_o \sqrt{P_2 h_f k_{w2} A_{w2}}$$
(5)

where: $P_{e_i} P_{I_i} P_2$ are the perimeters of the equivalent wire and of each thermocouple wire; k_{w_i} , k_{w_i} are the equivalent thermal conductivity and thermal conductivity of each wire and $\theta_o = (T_o - T_f)$

Then the equivalent thermal conductivity becomes:

$$\sqrt{k_w} = (\sqrt{k_{w1}} + \sqrt{k_{w2}})/2 \tag{6}$$

2.2 Energy equation

The semi-infinite body is approximated by a finite body with large dimensions and from now it is possible according to the Figure 2 express the governing equations in a cylindrical coordinate system for the two-dimensional steady-state heat conduction with constant thermal conductivity without heat generation, as presented by Ozisik (1985):

$$\frac{1\partial}{r\partial r} \left(k \frac{r\partial T}{\partial r} \right) + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$
(7)

where k is the thermal conductivity ($k=k_w$ in the equivalent thermocouple wire and $k=k_b$ in the solid region) and T the temperature in any region.

2.3 Boundary conditions

The boundary conditions associated to the heat conduction equation and the heat flux for the domain represented in Figure 2 are given by:

For $r=0 \rightarrow \partial T / \partial n = 0$	(8)	For $r = 0 \rightarrow \partial T / \partial n = 0$	(11)
For $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\mathbf{w}} \rightarrow -k_{w} \partial T / \partial n = h_{e} (T - T_{f})$	(9)	For $z=L \rightarrow \partial T / \partial n = 0$	(12)
For $r=r_b \rightarrow \partial T / \partial n = 0$	(10)	For $z=L+E_b \rightarrow T=T_b$	(13)

where n represents the normal unit vector outward to the domain surface.

2.4 Surface temperature measurement error

The error (*E*) in surface temperature measurement is defined as the difference between the temperature read by the thermocouple or even the temperature of the junction (T_o) and the temperature of the body (T_b) which is given by equation (14) whereas (T_o) is numerically determined by equation (15), as it follows:

$$E = T_b - T_o \tag{14}$$

$$T_{o} = \frac{2}{r_{w}^{2}} \int_{0}^{r_{w}} T_{(r)} . r dr$$
(15)

3. NUMERICAL SOLUTION

This problem was numerically solved employing a program based upon the Galerkin finite element method. This program uses a quadratic interpolation polynomial to convert continuous partial differential equations into discrete nodal equations. The program works with a triangular non structured adaptive mesh with six nodes per element. The mesh refinement is automatically processed and presented more intense refinement in regions which have large curvature, geometrically small and subjected to high temperature gradient. The algebraic equations system has been solved through the iterative conjugate-gradient method, using the incomplete Cholesky decomposition as described in Macsyma Inc. (1996).

4. ANALYTICAL MODEL

The temperature measurement error in the arrangement shown in Figure 1 (a) was analysed by Jakob (1957) using one-dimensional approach in which the thermocouple was treated as a pin fin and consequently the heat flow (Q_e) from a surface at temperature T_0 into an infinitely long cylinder or wire is:

$$Q_{e} = \theta_{o} \sqrt{k_{w} h_{e} A_{e} P_{e}} = \pi \sqrt{2k_{w} h_{e} r_{w}^{3}} (T_{0} - T_{f})$$
(16)

This amount of heat will be carried away from the semi-infinite body according to the equation given by Groeber (1921):

$$q_0 = 4r_w k_b (T_b - T_o)$$
(17)

Comparing equations (16) e (17) gives the final equation for the error determination :

$$E = T_{b} - T_{o} = \frac{\pi \sqrt{\frac{k_{w} h_{e} r_{w}}{8k_{b}^{2}}} (T_{b} - T_{f})}{\left[1 + \pi \sqrt{\frac{k_{w} h_{e} r_{w}}{8k_{b}^{2}}}\right]}$$
(18)

4.1 Free convection

The Nusselt number depends on Grashof and Prandtl numbers then according to Jakob (1957), when the product of Grashof number (*Gr*) and Prandtl number (*Pr*) is less than 10^{-5} the Nusselt number approaches to a constant value equals to 0.4 as it follows :

$$h_e(2r_w)/k_g \approx 0.4\tag{19}$$

where k_g is the fluid thermal conductivity :

Substituting equation (19) in equation (18) results in :

$$E = \pi \sqrt{\frac{k_w k_g}{k_b^2 40}} (T_b - T_f) / [1 + \pi \sqrt{\frac{k_w k_g}{k_b^2 40}}]$$
(20)

It is essential to pay closer attention for the natural convection in this specific range of $(Gr \ Pr)$ because the error estimated does not depend on the wire diameter but in the dimensionless group $k_w k_g / k_b^2$, so that the error can not be reduced by employing thinner thermocouple wires.

4.2 Forced convection

For forced convection it will be extremely important to know the Reynolds number and the range in which the flow will be studied. It is observed that the term inside the square root $k_w h_e r_w / k_b^2$ of equation (18) can be correlated with dimensionless parameters of convective heat transfer as Reynolds, Nusselt and Prandtl. According to Ozisik, (1985) it is possible to correlate the Nusselt with the Reynolds number, as it follows:

$$Nu = h_e 2r_w / k_g = (0.4 \,\mathrm{Re}^{0.5} + 0.06 \,\mathrm{Re}^{2/3}) \,\mathrm{Pr}^{0.4}$$
(21)

This correlation agrees with the experimental data within ± 25 % in the range of variables $40 < \text{Re} < 10^5$ and 67 < Pr < 300, where: Re=Reynolds number $= u_{\infty} 2r_0 / v$; u_{∞} fluid free stream velocity; v=cinematic viscosity.

Substituting equation (21) in the term $k_w h_e r_w / k_b^2$ of equation (18) it results that the surface temperature measurement error depends on the $k_w k_g / k_b^2$ parameter, the Reynolds number and the Prandtl number. Analysing the equations it is possible to note that unlike the free convection, in forced convection the diameter of the wire does interfere in the estimated error value of the surface temperature measurement.

5. RESULTS

In this work, the following numerical values are employed: $T_f = 273.15$ K, $T_b = 373.15$ K, $k_w = 381$ W/m.K, $r_w = 5.08 \ 10^4$ m, $k_g = 0.0277$ W/mK(air), $P_r = 0.7$. Concerning the body properties two kinds of materials were analysed such as concrete and diatomaceous earth with the thermal conductivities $k_b = 0.81$ W/m.K and $k_b = 0.086$ W/m.K respectively.

5.1 Free and forced convection

The numerical results are based on geometry and boundary conditions of finite body. When the body dimensions are not much larger than the thermocouple radius (r_w), there is a difference between the results from this two-dimensional numerical analysis of this work with the semi-infinite body one-dimensional analytical data of Jakob (1957).

Figure 5 shows the influence of the body thickness in the error on surface temperature measurement and it is observed that for body thickness less than $E_b/r_w=8$ the disturbance caused by the thermocouple is more pronounced affecting the temperature distribution on the other side of the body as shown in Figure 6 (a) for $E_b/r_w=2$. Figure 6 (b) shows that the thermocouple attachment do not disturb the temperature near the other surface in the case $E_b/r_w=50$. When $E_b/r_w>8$ (diatomaceous earth) and $E_b/r_w>16$ (concrete) the finite body behaves as a semi-infinite body according to Figure 5.

Figure 7 also shows that when the body radius R_b is small, there is an increase in error due to a disturbance in the isothermal lines as a result of the finite body dimensions.

Figure 8 indicates that when the thermocouple length is really small the two-dimensional results are very different from the analytical ones because of the two-dimensional heat conduction near the thermocouple root.

For forced convection, keeping the term $k_w k_g / k_b^2$ constant and varying Reynolds and consequently the Nusselt number it is verified in Figure 9 that the higher the Reynolds number the higher is the convective heat transfer (h_e) then raising the error on the surface temperature measurement.

Moreover, the numerical results for $(E_b/r_w=50, R_b=200 \text{ r}_w, L=750 \text{ r}_w)$ behaves in the same way as the analytical ones indicating a small difference for high Reynolds numbers.







Figure 6. Isothermal lines for short (a) and large (b) body thickness ($L=750 \ r_w$ and $R_b=200 \ r_w$).



6. REDUCING THE ERROR IN SURFACE TEMPERATURE MEASUREMENT

Among many ways to reduce the error in surface temperature measurement it is important to mention the result obtained when the arrangement of Figure 1 (b) is used, that is, a copper disk is placed between the thermocouple tip and the body surface. Table 1 shows a comparison of the numerical results employing the arrangement in Figure 1 (a) and (b). These results were obtained using the following numerical values: k_w =51.92 W/mK, k_g =0.0276 W/mK, r_w =5.08 10⁻⁴m, E_b/r_w =50, L=750 r_w , R_b =200 r_w , T_b =373.15 K, T_f =273.15 K. This analysis were taken for three dissimilar bodies materials such as copper, steel and diatomaceous earth with their respective thermal conductivity equal to: 346.1; 51.92 and 0.086. Furthermore the copper disk placed between the thermocouple and the body has the following properties and dimensions: thermal conductivity k=346.1, radius r=50 r_w and thickness 8.10⁻⁴m. According to Table 1 it is noticed that the lower the thermal conductivity of the body material whose temperature is to be measured the higher is the error in the

measurement. When the body conductivity is high the effect of the copper disk is small, but in the case of diatomaceous earth there is a sharp reduction in the temperature measurement.



Figure 9. Reynolds number variation

Table 1. Error from the numerical analysis $(T_b - T_o)$.

Material	Thermal conductivity (W/mK)	Figure 1 (a)	Figure 1 (b)
Copper	346	0.170	0.170
Steel	51.92	1.107	0.254
Diatomaceous earth	0.086	87.350	8.249

7. CONCLUSIONS

The results presented show that the analytical approach is applied for limiting conditions as for instance for body with large dimensions. On the other hand the numerical approach indicates which dimensions both approaches are compatible and shows that for bodies with really small dimensions the errors are larger than the values from the one-dimensional analytical approach.

8. ACKNOWLEDGEMENTS

The first author is grateful for the support provided by CNPq grant # 131262/98-0.

9. REFERENCES

- Beck, J.V. and Keltner, N. R., 1983, "Surface Temperature Measurement Errors", • Transactions of the ASME, vol. 105, pp. 312-318.
- 1921. "Die Grundgezetze der Warmeleitung • Groeber. Н.. und des Warmeuberganges", Julius Springer, Berlin.
- Hennecke, D.K. and Sparrow, E.M., 1969, "Local Heat Sink on a Convectively • Cooled Surface-Application to Temperature Measurement Error", Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 13, pp. 287-304.
- •
- Jakob, M., 1957, "Heat Transfer", vol. II, John Wiley & Sons. Macsyma Inc., 1996, "PDEase2DTM 3.0 Reference Manual", 3rd Ed.. •
- Ozisik, M.N., 1985, "Heat Transfer A Basic Approach", McGraw-Hill.

APPLICATION OF A LOCALLY-COUPLED NUMERICAL METHOD TO BUOYANT SWIRLING FLOW IN A VERTICAL CILINDRICAL CHAMBER

Marcelo J.S. de Lemos

Departamento de Energia - IEME Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA 12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: *delemos@mec.ita.br*

Abstract

This work reports numerical results for the case of incompressible laminar heated flow with a swirl in a vertical cylindrical chamber. Computations are obtained with a point-wise block-implicit scheme. Flow governing equations are written in terms of the so-called primitive variables and are recast into a general form. The discretized momentum equations are applied to each cell face and then, together with the mass-continuity, tangential velocity and energy equations, are solved directly in each computational node. The effects of Rayleigh, Reynolds and Swirl numbers on the temperature field are discussed upon. Flow pattern and scalar residual history are reported. Further, it is expected that more advanced parallel computer architectures can benefit from the error smoothing operator here described.

Keywords: Model Furnace, Numerical Methods, Implicit Solution, Coupled Solution, Buoyancy

1. INTRODUCTION

Today, new technologies for efficient energy production are based on the so-called lean and low-NOx combustion. Accordingly, an ascending stream with an induced swirling motion characterizes most flow fields in such systems. Swirling induces flame stabilization allowing peak temperature reduction, ultimately reducing pollutant formation rates.

In such cases, the buoyancy term together with the centripetal and Coriollis accelerations make the system of governing equations of a high degree of coupling. Linearization of governing equations followed by the use of iterative solvers is the common route found in the literature for solving such nonlinear problems.

Segregated methods, in which one individual flow variable is relaxed while holding the others still, are known to be rather sensitive when handling strong physical coupling. For that, the so-called *coupled* solvers, where all dependent variables are relaxed in the same domain location, have received much attention lately.

For buoyancy-driven laminar flows, benchmark solutions for the field in a square cavity have been presented [1]. Multi-grid solution for this problem has also been published [2]. In the great majority of those works a segregated method is generally employed with the repetitive solution of a pressure or pressure-correction equation, followed by subsequent updates of the velocity and scalar fields. This strategy forms the basis of the SIMPLE family of algorithms [3]. Coupled line solvers for the temperature and velocity fields have shown improvements in computer time requirements for natural convection flows with large Rayleigh numbers [4]. The work in [4] is an indication of the advantage of coupled schemes for solving algebraic equations set with a high degree of interlinkage among the variables. Recently, the block implicit technique has also been applied to calculation of buoyant flows in a partially-coupled manner [5].

For swirling flows, most solutions found in the literature are also based on segregated relaxation procedures [6-8]. In the present context, a fully-implicit treatment is associated with the idea of simultaneously updating flow and scalar fields at each step within the error smoothing operator. To the best of the author's knowledge, in all published work, neither temperature nor tangential velocity fields, seen here as *scalars*, are treated in a fully implicit manner.

Following the aforementioned and based on Vanka's SGCS method [9, 10], simulated liddriven cavity fluid motion through a cylindrical tank using a block-implicit numerical scheme was presented in [11]. Later, the technique was extended to buoyancy-driven streams [12], including vertical [13] and inclined cavities [14] in addition to calculation of swirling flows in model combustor [15]. In those papers, a fully-implicit treatment for the scalar (temperature or tangential velocity) was made use of.

The objective of this paper is to further extend the technique presented in [12, 13] for temperature and in [15] for the azimuthal velocity, combining now the solution of both scalars into a single fully-implicit numerical treatment. To this end, computations are presented for a model furnace comprising incompressible laminar flow simultaneously heated and subjected to an incoming flow with swirl. Effects of Reynolds, Rayleigh number and swirling strength on temperature patterns and convergence rates are reported.

2. GOVERNING EQUATIONS AND NUMERICAL METHOD

Geometry. The geometry here considered is schematically shown in Figure 1. A typical furnace combustion zone is approximated by a model consisting of a circular chamber of constant radius R and height H. At inlet, the mixture air+fuel enters through a circular slot of clearance r_1 - r_2 . At one diameter downstream the entrance, combustion gases are able to exit through an annulus of thickness r_3 - r_4 . The temperature level is prescribed over the entire lateral wall and on the bottom and top lids, except at the exit area where a null temperature gradient is assumed to be established by the outward motion of the fluid.

Although it is recognized that the geometry of Figure 1 might be an oversimplification of state-ofthe-art industrial furnaces, essential elements, namely *swirl*, *buoyancy* and *recirculating zones* provide a good test case for the numerical method here discussed.

Compact notation. The conservation equations for mass, momentum and energy here analyzed can be written in a compact form if the existing analogies among the processes of accumulation, transport, convection and generation/destruction of those quantities are observed. This generic equation is commonly known in the literature as the *general transport equation* and can be written in its <u>conservative</u> two-dimensional laminar for *axi-symmetric* cases as:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\rho W \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] = S_{\phi}$$
(1)

In equation (1) ϕ can represent any quantity of vectorial or scalar nature (velocity or temperature), ρ is the fluid density, U and W are the velocity components in the *r*- and *z*-directions, respectively, Γ_{ϕ} is the transport coefficient for diffusion and S_{ϕ} is the source term. Table 1 identifies correspondent terms for the different equations represented by (1). In both Table 1 and equation (1) gravity acts in the z-direction, μ is the fluid viscosity, Pr the Prandtl number, *T* the temperature and *V* the tangential velocity component.

Computational grid and finite-difference formulation. In this work, the set of equations for mass, momentum and energy above is *differentiated* by means of the widely-used control-volume approach of Patankar, 1980 [3]. The differential equations are integrated over each volume yielding a set of algebraic equations. Internodal variation for the dependent variables can be of different kind corresponding to different *finite-difference* formulations. In the present work, for simplicity, the *Upwind Differencing Scheme* is used to model convective fluxes across volume faces. However, the formulation below is presented in such way that no difficulties arise if another differencing scheme is employed.

Discretized Equations. The block-implicit arrangement below for the flow and continuity equations, as mentioned, was first presented by Vanka [9,10]. For the sake of completeness when extending it to buoyant and swirling problems, the flow equations are here also included. Integrating then the continuity equation around point (ij) (see notation in Figure 1) following standard practices in numerical differentiation, one has [3]:

$$F_i^1 U_{i+1/2,j} - F_i^2 U_{i-1/2,j} + F_j^1 W_{i,j+1/2} - F_j^2 W_{i,j-1/2} = 0$$
⁽²⁾

where the geometric coefficients *F*'s make computations convenient and efficient and can be interpreted as (area of flow)/(volume of computational node). For the radial momentum equation the final form for the $U_{i-1/2,j}$ component contains coefficients representing influences by convection and diffusion mechanisms in addition to all sources and pressure gradient terms. For application in the numerical algorithm below, the equation can be written in such a way that [15]:

$$U_{i-\frac{1}{2},j} = \hat{U}_{i-\frac{1}{2},j} + \hat{d}_{i-\frac{1}{2}} \Big[P_{i-1,j} - P_{i,j} \Big] + \hat{e}_{i-\frac{1}{2}} V_{i,j}$$
(3)

In (3), P is the pressure and the last term on the right hand side represents the influence of V on the radial velocity U and entails a linearization of the *centripetal* acceleration [15]. All sources term, except the pressure gradient and the contribution due to the tangential velocity, are compacted in the first term on the right hand side. For the coupled treatment here presented, the explicit contribution of V in the source term of U is necessary, as it will be seen below.

A similar equation for the axial velocity component $W_{i,j-1/2}$ is given by:

$$W_{i,j-\frac{1}{2}} = \hat{W}_{i,j-\frac{1}{2}} + \hat{d}_{j-\frac{1}{2}} \left[P_{i,j-1} - P_{i,j} \right] + \hat{g}_{j-\frac{1}{2}} \Theta_{i,j}$$
(4)

For natural convection flows oriented as in Figure 1, the non-dimensional temperature Θ appearing in (4) is defined as $\Theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$ and is based on the maximum temperature drop across the computational domain $\Delta T = (T_1 - T_0)$. Accordingly, here again it is important to notice that the source term in (4) explicitly shows the contribution of T (or Θ) on W. For the coupled treatment here presented, this explicit arrangement is also as shown later.

Following then a similar procedure for the Θ and V equations, final finite-difference equations can be assembled in the following form:

$$a_{ij}^{\Theta} \Theta_{i,j} = b_{ij}^{\Theta} \Theta_{i+1,j} + c_{ij}^{\Theta} \Theta_{i-1,j} + d_{ij}^{\Theta} \Theta_{i,j+1} + e_{ij}^{\Theta} \Theta_{i,j-1}$$

$$\tag{5}$$

$$a_{ij}^{V}V_{i,j} = b_{ij}^{V}V_{i+1,j} + c_{ij}^{V}V_{i-1,j} + d_{ij}^{V}V_{i,j+1} + e_{ij}^{V}V_{i,j-1} + f_{ij}^{V} + g_{ij}^{V}U_{i,j}$$

$$\tag{6}$$

It is interesting to observe that the last term in (6) comes from discretization of the *Coriollis* acceleration in the *V*-equation and represents the feedback effect of the cross-flow on the tangential velocity (see Table 1). In this work, however, this term is not treated implicitly and, when solving for V, it is compacted in the explicitly-treated source term. The *centripetal* acceleration, however (see Table 1 and equation 3), is here implicitly handled. The explicit treatment is also employed when discretizing the *convection* terms in the T and V equations since no particular terms with U's or W's are shown in (5)-(6).

For simplicity, equations (5)-(6) can be rearranged such that

$$\Theta_{i,j} = \Theta_{i,j}; \quad V_{i,j} = \mathring{V}_{i,j}$$
(7)

where,

$$\stackrel{\wedge}{\Theta}_{i,j} = \left\{ b^{\Theta}_{i,j} \Theta_{i+1,j} + c^{\Theta}_{i,j} \Theta_{i-1,j} + d^{\Theta}_{i,j} \Theta_{i,j+1} + e^{\Theta}_{i,j} \Theta_{i,j-1} \right\} / a^{\Theta}_{i,j}$$

$$\hat{V}_{i,j} = \left\{ b_{i,j}^{V} V_{i+1,j} + c_{i,j}^{V} V_{i-1,j} + d_{i,j}^{V} V_{i,j+1} + e_{i,j}^{V} V_{i,j-1} + f_{i,j}^{V} + g_{i,j}^{V} U_{i,j} \right\} / a_{i,j}^{V}$$

$$(8)$$

Numerical Strategy. In order smooth out errors due to initial guessed fields, *corrections* are defined as differences between *exact* and *not-yet-converged* variables. Residuals for momentum transport at each control volume face, continuity of mass and ϕ equations are obtained by applying the just defined *approximate* values into (3)-(4)-(7). After some manipulation (details in 12,15) a system connecting the residuals and corrections can be written into matrix form as,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \hat{d}_{i-\frac{1}{2},j} & 0 & \hat{e}_{i-\frac{1}{2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\hat{d}_{i-\frac{1}{2},j} & 0 & \hat{e}_{i-\frac{1}{2}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \hat{d}_{i,j-\frac{1}{2}} & \hat{g}_{j-\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\hat{d}_{i-\frac{1}{2},j} & \hat{g}_{j+\frac{1}{2}} & 0 \\ -F_i^1 & F_i^2 & -F_j^1 & F_j^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{i-\frac{1}{2},j} \\ U_{i+\frac{1}{2},j} \\ W_{i,j+\frac{1}{2}} \\ P_{i,j} \\ \Theta_{i,j} \\ V_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{i-\frac{1}{2},j} \\ R_{i,j-\frac{1}{2}} \\ R_{i,j+\frac{1}{2}} \\ R_{i,j} \\ R_{i,j} \\ R_{i,j} \\ R_{i,j} \end{bmatrix}$$
(9)

where the subscript identify locations in the grid, the superscript ' distinguishes corrections and the l.h.s. represents the residue vector calculated at previous iteration.

In (9) the influence of Θ on the flow field is directly accounted for by the *e*-terms. Similarly, the influence of *V* on *U* is implicitly considered by the *g*-terms. For the radial and axial directions, the *g*- and *e*-terms are of null value, respectively. As mentioned before, the reverse effect, or say the cross-flow influence on the Θ and *V* fields is here not treated implicitly. The solution of system (9) is then easily obtained by finding first corrections for Θ and *V*, calculating later the pressure *P* and velocity components *U* and *W*. Essentially, the method consists of finding the corrective values for *U*, *V* and *P*, such that the balance equations are correctly satisfied.

Boundary conditions. Boundary conditions used for all velocity components were given value at the flow inlet and non-slip condition at chamber walls. For cells facing the outlet plane, overall mass-conservation balance at each computational cell was used to calculate the control-volume outgoing axial velocity (at the top lid). Initial null values were set for all velocities.

For temperature, a linear profile along the vertical direction was assumed to prevail over the lateral wall (see Figure 1). Except in the opened areas, at the bottom and at the top, the non-dimensional temperature took the values +1 and -1, respectively. Through the inlet and outlet areas, the applied boundary conditions for the temperature were $\Theta = 0$ and $\partial \Theta / \partial z = 0$, respectively.

Numerical implementation of boundary conditions was achieved by maintaining the constant initial values at the boundaries, where applicable, or by updating them at each iteration, as in the cases of outlet surfaces or symmetry line.

All computations below used a 18x36 **single** grid equally distributed in the domain of calculation. An essential characteristic of Vanka's work, the *multigrid* artifice, has <u>not</u> been used in the present work due to the relatively modest grid here analyzed. Multigrid techniques are known to perform well with mid-size to large grids, but are rather ineffective when applied to small size problems. For this reason, no multigrid or any other large grid accelerating scheme was implemented.

Computational Parameters. The same relaxation parameters (α =0.55 for *U*, *W*, *P*, *V* and Θ) were used in all calculations. The swirling strength, *S*, Reynolds number, *Re*, and Rayleigh number, *Ra*, are defined as,

$$S = \frac{V}{W} \Big|_{in}; \text{ Re} = \frac{W_{in} 2R}{\mu}; \text{ Ra} = \frac{Pr\rho^2 \beta g_z \Delta T R^3}{\mu^2}$$
(10)

These three parameters were varied in the range $1 < S < 10^3$, $2 < Re < 10^3$ and $10^2 < Ra < 10^5$. The incoming axial velocity at inlet, W_{in} , was such that the Reynolds number, in most of the cases run, took the value in the range 2-200. This relatively small input value for W_{in} indicates that although the flow comes inside the chamber with appreciable rotation (S up to 10^3), it carries almost no momentum in the axial direction. This incoming velocity level was found to be consistent with the weak currents driven in a thermally-driven flow. With that, cases with balanced *natural* and *forced* convection mechanisms could be analyzed.

Partially Segregated Scheme. The algebraic equations for the velocity field were solved, in addition to the fully-coupled scheme here described, by performing outer iterations for the components Θ and *V* while keeping *U-W-P* from the previous iteration. A *line-by-line* smoothing operator, fully described elsewhere (e.g. [3]), was used to relax Θ and *V*, being the secondary flow field (*U*,*W*) calculated by the locally-coupled method seen above. This *partially segregated* solution was set in such a way that the same number of sweeps throughout the scalar (Θ ,*V*) and cross-flow fields (*U*,*W*,*P*) was obtained. Since in the coupled scheme every sweep for *U-W-P* also implies in smoothing out Θ -*V* errors, this procedure was found to be a reasonable way to fairly compare the two methods. In all partially segregated computations, a total of four sweeps per scalar per outer iteration was performed.

The reason for recalling this second procedure a *partial* rather than a *full* segregated scheme lies in the fact that in full segregated methods all variables, including U, W and P, are solved independently and in sequence along the entire algorithm. In the case here presented for comparison, only Θ and V are excluded from the implicit treatment implied by eqn. (9).

3. RESULTS AND DISCUSSION

Temperature Field. Figure 2 shows results for the temperature field when subjected to an increase in the incoming mass flow rate (increase in Re, see eqn. 10). The Figure indicates that the core of the flow becomes homogenized as more fluid comes into the chamber due to higher recirculating motion in the r-z plane. Outlet temperatures are correctly increased when the higher axial mass flow rate sweeps hot fluid from bottom layers through the exit (see Figure 1 for geometry details). Increase of the central recirculating bubble is also clearly detected by the downward wash of isolines at the centerline.

Figure 3 shows calculations for the temperature field done with different values for Ra spanning from 10^2 to 10^4 . Distortion of the temperature profiles also indicates strength of convective ascending currents close to the wall with corresponding downward motion at the central region. Interesting to note is the increase in temperature gradients close to the center, at the bottom lid, due to the just mentioned downward stream. When analyzing real equipment, not subjected to the imposed b.c.'s here used, steep gradients of temperature close to walls might be an indication of possible temperature raise at some particular locations. Design engineers may then use this sort of information to overcome potential material damage when performing preliminary thermal design.

Figure 4 presents the temperature pattern for different values of S. Interesting to note is the small effect on T, even though S changes by such a large factor of 10^3 . Considering the assumed axisymmetry of the flow, a strong rotation will carry fluid tangentially, essentially through zones of equal temperature. On the other hand, an increase in Re or Ra, shown in Figures 2 and 3, substantially distort the temperature by increasing the ascending cross-flow currents. One should mention that in a real fully three-dimensional flows in industrial equipment ascending currents are quite strong, playing certainly a definite role in establishing the temperature pattern inside such domains. For the simplified flow and geometry here analyzed, however, no such effect was expected.

Residue History. Normalized residues were defined as the norm of the cell residue for mass, energy and tangential velocity equations as,

$$R_{abs} = \left\{ \sum_{ij} \left(R_{ij} \right)^2 / (N \cdot M) \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(11)

where ϕ in (11) refers to the general transport variable as defined in Table 1, *N* and *M* are the number of cells in the *r*- and *z*-directions, respectively. For continuity equation, R_{ij} can be seen as the difference, for every cell, between the cell <u>outgoing</u> mass flux, F_{out} , and the <u>incoming</u> mass flux, F_{in} . A *relative* mass residue can then be defined as,

$$R_{rel} = \left\{ \sum_{ij} \left(\frac{F_{out} - F_{in}}{F_{out} + F_{in}} \right)^2 / (N \cdot M) \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(12)

A discussion on the advantages in simultaneously monitoring R_{rel} in addition to R_{abs} is presented in de Lemos 1990, 1992 [11,12] and it is based on the small range of the former (0,+1).

The three parameters here investigated, namely *Re*, *Ra* and *S*, were analyzed in terms of their influence on the overall convergence rates. Results are shown in Figures 5, 6 and 7, respectively. The iteration counter refers to the total number of sweeps over the domain, that is, the product of the outer counter times the number of inner sweeps. Here, a quick word on the numbers of iterations to convergence seems timely. Other schemes presented in the literature may indicate residue history as a function of outer iteration counters only. Some, use the so-called pseudo-transient approach and plot time steps instead. Each outer iteration, in turn, may consider a great number of internal sweeps, usually controlled by a specified residue reduction rate. Here, in this work, a fixed number of internal sweeps was considered. The relatively large number of necessary iterations seen in the figures below could be associated with the use of a single grid, the tightness of the relaxation parameters and the strong coupling among all variables involved.

Interesting to note is the better convergence performance for the higher Reynolds number (see Figure 5), possibly reflecting the fact that, as *Re* increases, the flow becomes more *forced-convection* dominated decreasing the *UW-T* coupling in relation to the *UW-P* connection. This, in turn, facilitates the solution of the energy equation once the velocity field is calculated. This idea is supported when Figure 6 is inspected, showing worse convergence rates for a higher *Ra*. There, the higher degree of coupling between temperature and cross-flow fields makes computation more demanding, reflecting the increase in physical coupling among the flow variables and temperature.

On the other hand, when S is varied, Figure 7 shows a weak dependency of R_T on the swirling strength. According to Figure 4, no substantial change on temperature patterns was detected when inlet rotation increases (except for $S=10^3$). For such small inlet mass flow rates (Re=2), viscous shear driven by the incoming swirling motion enhances the cross-flow field which, in turn, distorts isothermal lines. Such an indirect or second-order relationship between V and **T** is apparently also reflected on the residue histories shown in Figure 7.

Finally, the Figures seems to indicate also that the cross-flow field can quickly adjust itself to changes in the scalar profiles, and that, in the segregated case, those changes are too slowly transferred back to Θ -V. The coupled solution, however, quickly transmits back to Θ and V-equations changes in the cross-flow pattern, more realistic simulating the strong interaction among the variables involved.

4. CONCLUDING REMARKS

This paper detailed a fully-coupled technique for numerical prediction of ascending heated swirling flows in a cylindrical chamber. An extension of the numerical method in Vanka, 1986 [9,10] towards a fully implicit solution of the energy, tangential and cross-flow equations was reported. Outlining of the numerical method showed the necessary steps for setting up the residuals and the methodology used to calculate the corrections for all dependent variables. Comparison of partiallysegregated and fully-coupled treatments for the energy and tangential velocity shows a lower computer effort when the latter method was used. The approach herein is promising regarding numerical stability of the entire equation set since inherent coupling among the variables is implicitly handled. Further, it is also expected that more advanced computer architectures can benefit from the point wise error smoothing operator here described.

5. ACKNOWLEDGMENTS

The author is thakfull to CNPq, Brazil, for their financial support during the preparation of this work.

6. **REFERENCES**

- 1. de Vahl Davis, G. Natural Convention Of Air In A Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- 2. M. Hortmann, M. Periç and G. Scheider, Finite Volume Multigrid Predictions of Laminar Natural Convection: Benchmark solutions, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 11, pp. 189-207, 1990.
- 3. Patankar, SV. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Mc-Graw Hill:New York, 1980.
- 4. P. F. Galpin and G. D. Raithby, Numerical Solution of Problems in Incompressible Flow: Temperature of the temperature Velocity Coupling, *Num. Heat Transfer* 1986, **9**(1):105-129.
- 5. L. Tang and Y. K. Joshi, Application of Block Implicit Multigrid Approach to Three-dimensional Heat transfer Problems Involving Discrete Heating, *Num. Heat Transfer Prt. A*, vol. 35, pp. 717-734, 1999.
- 6. Hogg, S., Leschiziner, MA. Second-moment-closure calculation of strongly swirling confined flow wit large density gradients, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 1989, **10**(1):16-27.
- Hogg, S., Leschiziner, MA. Computation of Highly Swirling Confined Flow with as Reynolds Stress Turbulence Model, AIAA J. 1989, 27(1):57-63.
- 8. Nikjook, M., Mongia, HC. A second-order modeling study of confined swirling flows, , *Int. J. Heat and Fluid Flow* 1991, **12**(1):12-19.
- 9. Vanka SP. A Calculation Procedure for Three-Dimensional Steady Recirculating Flows Using Multigrid Methods, *Comp. Meth. App. Mech. Eng.* 1986, **55**:321-338.
- 10. Vanka SP. Block- Implicit Multigrid Solution of Navier- Stokes Equations in Primitive Variables, *J. Comp. Phys* 1986, **65**:138-158.
- 11. de Lemos, MJS. Computation of Laminar Axi-Symmetric Recirculating Flows Using Primitive Variables and a Block-Implicit Scheme, *Proc. of ENCIT90 3rd Braz. Therm. Sci. Meeting* 1990, **1**:375-380, Itapema, SC, Brazil, December 10-12.
- 12. de Lemos, MJS. Computation of Buoyancy-Driven Flows Using a Block-Implicit Numerical Scheme, *Proc. of the 28th Nat. Heat Transfer Conf.* 1992, HTD-**194**:83-89, San Diego, CA, USA, August 9-12.
- 13. de Lemos, MJS. Locally-Coupled Numerical Solution of Thermally-Driven Cavity Flows, *Proc. of COBEM97- 14th Braz. Congr. Mech. Eng.* 1997, Bauru, SP, Brazil, December 8-12.
- 14. de Lemos, MJS. Cell-Implicit Numerical Computation of Flow Field And Heat Transfer in Inclined Cavities, Proc. of COBEM97-14th Braz. Congr. Mech. Eng. 1997 (in CD-ROM), Bauru, SP, Brazil, December 8-12.
- 15. de Lemos, MJS. Simulation of Swirling Flow in A Model Combustor Using A Locally-Coupled Numerical Method, *Proc. of Winter Annual Meeting of the ASME* 1992, HTD-**226**:79-84, Anaheim, CA, USA, November 8-13

			<u> </u>
	¢	Γ_{ϕ}	S_{ϕ}
Continuity	1	0	0
Axial Momentum	W	μ	$-\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_0 g_z \beta \left(T - T_0 \right)$
Radial Momentum	U	μ	$-\left(\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\mu U}{r^2} - \frac{\rho \mu V^2}{r}\right)$
Azimuthal Momentum	V	μ	$-\left(\frac{\mu V}{r^2} + \frac{\rho U V}{r}\right)$
Energy	Т	μ/Pr	0

Table 1 - Terms in the general transport



Figure 1 - Vertical cylindrical chamber



Figure 2 - Effect of Re on temperature field, S=1, $Ra=10^2$.



Figure 3 - Effect of *Ra* on temperature field, *Re*=2, *S*=1.



Figure 5 - Influence of *Re* on convergence rate of *T*-equation.







Figure 7 – Effect of swirling strength S on $R_{\rm T}$.



Figure 4 – Effect of swirling strength on temperature, $Ra=10^4$, Re=2.

DISSIMILARITIES BETWEEN NUSSELT NUMBER AND TURBULENT KINETIC ENERGY IN DUCTS OF VARYING CROSS SECTION

Edimilson J. Braga Marcelo J.S. de Lemos Departamento de Energia - IEME Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA 12228-900 – São José dos Campos, SP, Brasil - E-mail: delemos@mec.ita.br

Abstract

This paper presents numerical simulation for turbulent flow in ducts of varying cross section. Dissimilarities between Nusselt number and turbulent kinetic energy are investigated. A marching-forward numerical integration technique is used to sweep the computational domain. Cases of gradual enlargements or contractions in ducts with sinusoidal walls are calculated. Turbulence is handled with the standard isotropic k- ε model. Results show that, within contractions, turbulence is damped whereas, in diffusers, the valued of k is increased also, in contracting ducts, while turbulence is damped, the turbulent Nusselt number increases. Along enlargements, overall turbulent heat transfer is damped.

Keywords: Turbulent, Heat Transfer, Convergent-Divergent Channel

1. INTRODUCTION

Flow passages with contractions and enlargements are commonly found in a number of engineering equipment. Accurate determination of turbulent kinetic energy values and heat transfer rates in such devices contributes to efficiency increase, optimal design parameters and, ultimately, reduction of cost-benefit relationship. Experimental work published on turbulent flows deals, in its majority, with sudden expansion flow into a stagnant surrounding (Buresti *et al*, 1998) or within a confining duct (Park and Chen, 1989. In all of the above, recirculating flow due to abrupt expansion precludes the use of the mathematical treatment below, which in contrast, is based on a marching-forward technique (Patankar, 1988). The compilation work of Spencer *et al*, 1995, seems to be the only available experimental data from 11 institutions around the world, taken for flow of air and water in contraction and diffuser, were compared with each other and with computational results using commercial CFD codes. The authors conclude that, "numerical simulation of turbulent flow through simple pipe components cannot be achieved with the commercial programs available".



Figure 1 - Notation for general conical ducts with diverging (H>0) and converging (H<0) walls of sinusoidal shape.

Table 1 – Input data for geometry of Figure 1

	Div	Conv	
Maximum H/D	+0.4	-0.4	
X _L /D	100		
X _C /D	25		

As a consequence, the use of numerical tools for quick analysis of simple engineering flows, instead of using memory demanding CFD codes, has motivated many research efforts recently. If no back flow is in order, marching-forward techniques, implemented along with isotropic turbulence models, provide an economical means for engineering analysis with PC-based workstations.

Following this path, the work of Matsumoto and de Lemos, 1990, presented results for the developing *time-averaged* and *turbulent* fields in a coaxial jet along a circular duct of constant area. Later, de Lemos and Milan, 1997, extended their calculations to flow in long ducts through varying cross sections. De Lemos and Braga (1998) further considered coaxial jets with *higher* $(U_e > U_i)$ and *lower* $(U_e < U_i)$ annular velocity in *diverging* (H > 0) and *converging* (H < 0) ducts of the shape shown in Figure 1. Similar results for ducts with plane walls have also been documented (Braga and de Lemos, 1999a). Experimentally observed turbulence damping in contractions and corresponding enhancement in diffusers, reported in detail by Spencer *et al*, 1995, was correctly simulated.

Heat transfer analysis followed with the work of de Lemos and Braga, 1999b, who reported Nusselt numbers and turbulent kinetic energy in planar diffusers and contractions therein, flow and heat transfer properties of coaxial jets, with higher inner velocity $(U_i > U_e)$ and temperature $(T_i > T_e)$, were predicted. Interesting dissimilarity between Nusselt number and turbulent kinetic energy was calculated and discussed upon. While turbulence was damped along accelerating flows (contractions), heat transfer was increased by a fair amount.

This opposing behavior is herein further investigated. The present contribution discuss the problem of dissimilarities between Nusselt number and turbulent kinetic energy in ducts of sinusoidal walls with an increase of up to 40% of the initial cross-sectional area (see Fig. 1).

2. ANALYSIS AND NUMERICS

2.1 Governing equations

The equations of continuity of mass, *x*-momentum and energy for a two-dimensional, source-free, low speed, planar/axi-symmetric turbulent mixing layer can be written as,

$$\frac{\partial (y^{\eta} \rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (y^{\eta} \rho v)}{\partial y} = 0$$
(1)

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{y^{\eta}} \frac{\partial}{\partial y} \left[y^{\eta} \ \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y} \right]$$
(2)

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{y^{\eta}} \frac{\partial}{\partial y} \left[y^{\eta} \Gamma_{\text{eff}}^{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right]$$
(3)

In (1)-(2)-(3) *u*, *v* are the velocity components in the axial and transverse direction, respectively, *T* is the temperature, ρ the fluid density, *P* the static pressure, and μ_{eff} , Γ_{eff}^{T} the coefficients of turbulent exchange given as $\mu_{eff} = \mu_t + \mu$ and $\Gamma_{eff}^{T} = \mu_t / \sigma_T + \mu / Pr$, respectively. Also, μ is the molecular viscosity, Pr the fluid Prandtl number and μ_t and σ_T the turbulent viscosity and the Prandtl/Schmidt number, respectively. As usual, equations (1)-(2)-(3) are written in a compact notation embracing planar (η =0) and axi-symmetric (η =1) cases.

2.2 Turbulence model

The turbulence model k- ε of Jones and Launder, 1972, has been used in the literature in a number of publications. In this approach, the turbulent viscosity mentioned above is calculated as $\mu_t = \rho_{c\mu} k^2 / \varepsilon$ where c_{μ} is a constant. Here, as done in de Lemos and Braga, 1999b, only the case involving flow regions of high local Reynolds numbers are considered (Launder and Spalding, 1974). With this, transport equations for *k* and ε can be written as,

$$\rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{y^{\eta}} \frac{\partial}{\partial y} \left[y^{\eta} \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + S_{\phi}$$
(4)

In (4) ϕ stands for *k* or ε . The diffusion coefficients are given by $\Gamma_{\text{eff}}^{k} = \mu + \mu_{t}/\sigma_{k}$ and $\Gamma_{\text{eff}}^{\varepsilon} = \mu + \mu_{t}/\sigma_{\varepsilon}$ where the σ 's are the turbulent Prandtl/Schmidt numbers for *k* and ε , respectively. The last terms in (4) are known as "source" terms and are given by $S_{k} = \rho (P_{k} - \varepsilon)$ and $S_{\varepsilon} = \rho \frac{\varepsilon}{k} (c_{1} P_{k} - c_{2} \varepsilon)$, being $c_{1}=1.47$, $c_{2}=1.92$ and $c_{\mu}=0.09$. The production term reads $P_{k} = \mu_{t}/\rho (\partial U/\partial y)^{2}$.

2.3 Boundary conditions and Computational Details.

The numerical approach adopted here and in de Lemos and Braga, 1999b, is the parabolic solver technique of Patankar (1972, 1988). For clarity, it is reviewed below.

Inlet flows are given a uniform distribution. For temperature, constant value of *T* prevails over the inlet. Also, the values of *k* and ε at entrance were given by $k_{in} = 10^{-3} U_m$ and $\varepsilon_{in} = k_{in}^{3/2} / \text{Ky'}$ where U_m is the overall mean velocity, K is the von Kármán constant (K=0.4) and y' the distance to the wall. For the centerline (y=0) the symmetry condition is implemented for all dependent variables $\phi = U$, *T*, *k* and ε as $\partial \phi / \partial y$)_{y=0} = 0. Wall proximity is handled with the **Wall Function** approach (Launder and Spalding, 1972, 1974), giving for the wall shear stress,

$$\tau_{\rm w} = \left(U_{\rm N} \, \rho \, c_{\mu}^{\frac{1}{4}} \, k_{\rm N}^{\frac{1}{2}} \right) / \frac{1}{\rm K} \ln \left[E \, y_{\rm N} \, \frac{\rho (c_{\mu}^{\frac{1}{2}} \, k_{\rm N})^{\frac{1}{2}}}{\mu} \right] \tag{5}$$



Figure 2 – Development of k/U^{*2} close to the wall for contractions and enlargements

Figure 3 – Development of k/U^{*2} at the duct centerline for contractions and enlargements

Where *E* is a constant. In (5) the subscript "*N*" identifies the grid point closest to the wall. In that region, the use of the **Wall Function** associated with the assumption of "local equilibrium" for turbulence ($P_k = \varepsilon$) gives $k_N = \tau_w / (\rho c_\mu)^{\frac{1}{2}}$ and $\varepsilon_N = k_N^{\frac{3}{2}}/K y_N$. Rewriting (5) in the form $\tau_w = \lambda \mu (\partial U/\partial y)$ gives further,

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{for laminar flow} \\ \frac{K y_N \frac{\rho(c_{\mu}^{\frac{1}{2}} k_N)^{\frac{1}{2}}}{\mu}}{\ln\left[E y_N \frac{\rho(c_{\mu}^{\frac{1}{2}} k_N)^{\frac{1}{2}}}{\mu}\right]} & \text{for turbulent flow} \end{cases}$$
(6)

For temperature, the **Wall Law** is given by,

$$T^{+} = (T_{N} - T_{w})\rho c_{p} c_{\mu}^{\frac{1}{4}} k_{N}^{\frac{1}{2}} / q_{w} = \frac{Pr_{t}}{K} ln \left[E y_{N} \frac{\mu (c_{\mu}^{\frac{1}{2}} k_{N})^{\frac{1}{2}}}{\rho} \right] + 12.5 Pr^{\frac{2}{3}} + 2.12 Pr - c_{q}$$
(7)

where the last term in (7) fits experimental data and has been proposed by Kader and Yaglom, 1972. It reads $c_q = 5.3$ for Pr<0.5 and $c_q = 1.5$ for Pr ≥ 0.5 . Either case, constant T_w or constant q_w , is analyzed with (7). The wall heat flux can be further given after rearranging (7) in the form $q_w = -\lambda_T \frac{\mu c_p}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y}$ where;

$$\lambda_{\rm T} = \begin{cases} 1 & \text{for laminar flow} \\ \frac{K y_{\rm N} \frac{\rho(c_{\mu}^{\frac{1}{2}} k_{\rm N})^{\frac{1}{2}}}{\mu} Pr}{\left(\sigma_{\rm T} \ln\left[E y_{\rm N} \frac{\rho(c_{\mu}^{\frac{1}{2}} k_{\rm N})^{\frac{1}{2}}}{\mu}\right] + c_{\rm q}^{*} K\right)} \text{for turbulent flow}$$

$$(8)$$

with $c_q^* = 12.5 Pr^{\frac{2}{3}} + 2.12 Pr - c_q$.



Determination of the unknown pressure gradient is handled as explained in Patankar (1988). That approach consists in finding the zero of a function representing the discrepancy, at the downstream position, between the *calculated* and *real* duct area. All transport equations for the mean and turbulent fields were solved by means of the marching-forward method of Patankar, 1988.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The flow field in the duct shown in Figure 1 was calculated for a long inlet region followed by a converging/diverging duct before another long outlet sector. The objective of this case was to investigate the changes in fully developed profiles occurring past an area change section without the simultaneous hydrodynamic and thermal boundary-layer development at the wall. Then, changes in the mean and turbulent quantities, solely due to duct area variation, could be isolated for analysis. Data used in all cases are summarized in Table 1.

Calculations for the hydrodynamic turbulent field along ducts with varying cross section were discussed in de de Lemos and Milan, 1997, and de Lemos and Braga, 1998, for ducts with sinusoidal and plane walls, respectively. Figures 2-3 summarizes major results therein and shows the behavior of turbulence passing over a variation of area occurring in a duct in the range 100 < x/D < 125 (see Figure 1 and Table 1). The figures present the non-dimensional turbulent kinetic energy along a sinusoidal wall duct and at two radial positions, one close to the wall (y/R=0.85) and the other at the centerline (y/R=0.0). It is interesting to note that, within enlargements, Figures 2-3 indicate that an increase in k/U^{*2} takes place across the entire cross section. Even though the mean flow is decelerating, enhancement of turbulent transfer due to steep velocity gradients across the flow indicates that a greater portion of mean kinetic energy is feeding turbulence. An opposite trend, for contracting ducts, is also shown in the figures.

Accelerating flow tend to flatten velocity profiles decreasing turbulence production rates leading, eventually, to relaminarization phenomenon. Ultimately, in a contraction, the mean field acquires more kinetic energy but a lower fraction is made available for generating turbulence. These results are in complete agreement with measurements compiled by Spencer *et al*, 1995.

Corresponding results for the thermal field, calculated with data of Table 1, are shown in Figures 4 and 5 for q_w and T_w constant, respectively. The Nusselt number is calculated finding first the bulk temperature T_b , the film coefficient *h* and then *Nu* with the help of the



Figure 6 - Effect of contractions/expansions on Nusselt number for plane and sinusoidal duct shape

expressions,

$$T_{b} = \frac{1}{\dot{m}} \int_{A} \rho u T dA; \quad h = q_{w} (T_{w} - T_{b}); \quad Nu = hD / k$$
(9)

Both Figures show that within contractions, accelerated flow induces a higher *Re* causing an enhancement on the magnitude of turbulent heat transfer through the wall. On the other hand, for duct enlargements, lower speed flow reduces Nusselt numbers being both trends in coherence with the overall correlation of the form $Nu = Re^{n} Pr^{m}$.

When comparing Figures 2-3 with Figures 4 and 5 *dissimilarity* between Nusselt number and turbulent kinetic energy seems apparent. In the first case (Figures 2-3), acceleration on the flow damps turbulence but, on the other hand, it enhances Nusselt number (Figures 4-5).

Likewise, for flow within duct expansions, there seems to be an enhancement of turbulent momentum transfer whereas heat crosses the wall layers at a lower rate. Therefore, along contractions, while turbulence quantities are decreasing, the heat transfer coefficient increases. Figure 6 summarizes the changes in Nu calculated at the exit of the long duct cases (x/D=150). Plane wall values are taken from de Lemos and Braga, 1999b, and show a slight dependence on wall duct geometry and nearly no influence of applied boundary condition, as expected.

These results are interesting since, usually, the two flow properties presenting a **dissimilar** behavior, namely the overall levels of turbulent kinetic energy and turbulent Nusselt number are, at a first glance, expected to be **similar**. Finally, one should mention that computations herein are intended to contribute to the preliminary design phase of enginering equipment.

4. CONCLUDING REMARKS

This paper presented computations with the standard k- ε model for simulation of confined isothermal flow in ducts of varying cross-section. Diverging and converging ducts were calculated showing different or *dissimilar* behavior for Nusselt number and turbulent kinetic energy. In general, accelerated flows in a convergent duct reduce turbulence level even though *Nu* increases by a fairly amount. The opposing trend is observed in expanding passages (decelerating flow). The results herein are expected to contribute to the design and analysis of engineering equipment involving concentric turbulent jets. Potential application of this study may include heat exchanger design and analysis.

5. ACKNOWLEDGMENTS

The authors are thankful to CNPq, Brazil, for their financial support during the course of this research.

6. REFERENCES

Braga, E.J., de Lemos, M.J.S., 1999a, NUMERICAL ANALYSIS OF COAXIAL TURBULENT JETS IN DIFFUSERS AND CONTRACTIONS, *COBEM99 - 13th Braz. Cong. Mech Eng.*, Águas de Lindóia, São Paulo, Brazil, Nov. 22-26.

Buresti, G.; Petagna, P.; Talamelli, 1998, A., EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON THE TURBULENT NEAR-FIELD OF COAXIAL JETS, *Exp. Th. Fluid Sci.*, v 17, n. 1-2, p. 18-26.

de Lemos, M.J.S., Braga, E.J., 1998, NUMERICAL INVESTIGATION OF TURBULENT DUCT FLOW THROUGH GRADUAL ENLARGEMENTS AND CONTRACTIONS, ASME-FED-vol.245, ISBN: 0-7918-1950-7, *Proc. of FEDSM99* Washington, D.C., USA, June 21-25.

de Lemos, M.J.S., Braga, E.J., 1999b, CHARACTERISTICS OF TURBULENT HEAT TRANSFER IN COAXIAL JETS THROUGH GRADUAL ENLARGEMENTS AND CONTRACTIONS, Paper NHTC-0165, *33rd National Heat Transfer Conference*, Albuquerque, New Mexico, USA, August 15-17.

de Lemos, M.J.S., Milan, A., 1997, MIXING OF CONFINED COAXIAL TURBULENT JETS IN DUCTS OF VARYING CROSS SECTION, *CD-ROM of COBEM97 – 12^{th.} Braz. Cong. Mech. Eng.*, Bauru, São Paulo, Brazil, Dec. 8-12.

Jones, W.P., Launder, B.E., 1972, THE PREDICTION OF LAMINARIZATION WITH A TWO-EQUATION MODEL OF TURBULENCE, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol. 15, pp. 301-314.

Kader, B.A., Yaglom, A.M., 1972, HEAT AND MASS TRANSFER LAWS FOR FULLY TURBULENT WALL FLOWS, *Int. J. Heat & Mass Transf.*, vol. 15, pp. 2329-2351.

Launder, B.E., Spalding, D.B., 1972, LECTURES IN MATHEMATICAL MODELS OF TURBULENCE, Academic Press, New York.

Launder, B.E., Spalding, D.B., 1974, THE NUMERICAL COMPUTATION OF TURBULENT FLOWS, *Comp. Math. App. Mech. Eng.*, vol. 3, pp. 269-289

Matsumoto, E., de Lemos, M.J.S., 1990, M.J.S., DEVELOPMENT OF AN AXI-SYMMETRIC MIXING LAYER IN A DUCT OF CONSTANT CROSS SECTION, *Proc. of* 3rd Braz. Therm. Sci. Meet., vol. I, pp. 381-385, Itapema, Brazil, Dec. 10-12.

Park, C.J.; Chen, L.D., 1989, EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF CONFINED TURBULENT JETS. PART I. SINGLE-PHASE DATA, *AIAA Journal*, v. 27, n. 11 p. 1506-1510.

Patankar, S.V., 1980, NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW, Mc-Graw Hill.

Patankar, S.V., 1988, PARABOLIC SYSTEMS, Chapter 2 of HANDBOOK OF NUMERICAL HEAT TRANSFER, Rohsenow ed., John Wiley & Sons, New York.

Patankar, S.V., Spalding, D.B., 1972, A CALCULATION PROCEDURE FOR HEAT, MASS AND MOMENTUM TRANSFER IN THREE-DIMENSIONAL PARABOLIC FLOWS, *Int. J. Heat & Mass Transf.*, vol. 15, pp. 1787-1806.

Sellars, J.R., Tribus, M., Klein, J.S., 1956, *Journal of Heat Transfer - Trans ASME*, vol. 78, pp. 441-448.

Spencer, E.A., Heitor, M.V., Castro, I.P., 1995, INTERCOMPARISON OF MEASUREMENTS AND COMPUTATIONS OF FLOW THROUGH A CONTRACTION AND A DIFFUSER, *Flow Meas. and Instr.*, v. 6, n. 1, p. 3-14.

TEMPERATURE INFLUENCE IN DEWATERING OPERATIONS IN A RISER

Angela O. Nieckele Luis Fernando A. Azevedo Arthur M. Braga

Departamento Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 22453-900 Rio de Janeiro - RJ – BRASIL nieckele@mec.puc-rio.br; lfaa@mec.puc-rio.br; abraga@mec.puc-rio.br

Abstract

Simulation of the dynamics of pig through non-isothermal flow in a riser is presented. The differential mass, linear momentum and energy equations were numerically solved by a finite difference numerical scheme, for compressible flow through pipelines. The fluid flow equations were combined with an equation representing a force balance on the pig. Pressure forces developed due to flow through by-pass holes in the pig, pig acceleration and pig/pipe contact forces were considered. A stick/slip model was developed to account for the distinct friction regimes that prevail depending on whether the pig is at rest or in motion. An adaptive grid technique was employed to account for the moving pig. A heat loss to the ambient plays a important hole in the temperature distribution. The temperature directly affects the fluid properties and as a consequence the pig dynamics. However, a significant effect is only felt for extreme pressure/temperature variations.

Keywords: Pipeline Pigging, Numerical Simulation, Compressible Non-Isothermal Flow

1. INTRODUCTION

Pigs are normally utilized in different stages of the pipeline life to perform operations such as, dewatering, cleaning, or internal inspection for damage or corrosion spots. In general terms, a pig is a solid cylindrical plug driven through the pipeline by the flowing fluid. Contact forces between the pig and the pipe wall are developed due to the oversize of the pig and should be overcome by the driving pressure provided by the flow.

The use of pigs has become a standard industry procedure. This expanding demand has driven manufacturers to produce a great variety of pig models. Yet, a difficulty often faced by the engineer when designing a pigging operation is the lack of reliable tools for the prediction of the many variables related to the motion of the pig through the pipeline. Most of the available knowledge is based on field experience. Hence, selecting the best pig, estimating its speed, required driving pressure and the amount of back and forward bypass of fluid, often involves some guesswork and, consequently, a high degree of uncertainty.

Figure 1 illustrates a typical type of pig, employed for cleaning operation. It is assembled from flat disk cups, usually made from polyurethane elastomer, attached to a cylindrical body. The cups can also have a conical shape. Polyurethane foam pigs, cast in cylindrical shapes, are also ordinarily used in cleaning operations. Fluid pumped upstream of the pig provides the necessary pressure difference to overcome the contact force at the



Figure 1. Schematic View of a Cleaning Pig.

wall, to remove the deposits and to accelerate the pig. In order to produce efficient cleaning and sealing, pigs have normally nominal diameters larger than the pipe diameter. Some pigs present passages in the cup or in the body to allow some fluid flow through the pig. Bypass is used to control the pig velocity and to avoid that deposits removed in a cleaning operation accumulate downstream of the pig, forcing it to stall.

A literature survey reveals very few papers dealing with the motion of pigs in pipelines. Most of the available work is based on field experience, being of limited scope. Haun (1986) and Burt & MacDonald (1997) treat the dynamics of simplified pigs in gas lines. General guidelines for the design of pigs are presented by Cordell (1986). Modeling of the pig-pipe contact forces is presented by Gomes (1994). Short (1994) conducted an experimental research program aimed at the understanding of the fundamental problems related to pipeline pigging. A simple model to predict the pig motion driven by incompressible fluids under steady state conditions was presented by Azevedo et al. (1995). Recently, Azevedo et al. (1997), analyzed the by-pass flow and contact forces in pigs. Santos et al. (1997), modeled the pig dynamics for pig-lift applications. Vianes Campo & Rachid (1997), studied the dynamics of pigs through pipelines using the method of characteristics.

At the present work the influence of the temperature distribution in the flow field and in pig dynamics is investigated. Since the pipeline can pass through different types of terrain, different ambient temperature and overall heat transfer coefficient can be specified along the pipeline. The temperature distribution affects directly the fluid properties and as a consequence the pig dynamics.

2. FLUID FLOW MODELING AND PIG DYNAMICS

The motion of a pig inside a pipe can be obtained by the solution of the fluid flow problem, coupled with a model to predict the pig motion. At the present work, the fluid flowing in the pipeline is considered to be Newtonian. Thus, the flow problem is governed by the conservation of mass, the linear momentum, and the energy equations.

It is assumed that the flow is one-dimensional, however, the centerline of the duct can be inclined with the horizontal at an angle α . Pipe deformation effects due to pressure variations along the fluid are considered. The mass conservation equation can be written as (Wylie and Streeter, 1978)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\rho a^2}{\xi} \left[\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\beta}{c_p} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] = 0$$
(1)

where V, p, h are the velocity, pressure and enthalpy, respectively. The fluid properties are: density ρ , speed of sound a, specific heat at constant pressure c_p , coefficient of thermal expansion β . A is the cross section area. ξ is given by $\xi = 1 + \rho a^2 2 C_D (D/D_{ref})$ where D and D_{ref} are the pipeline diameter and the reference diameter determined at atmospheric pressure p_{atm} . The pipe deformation due to pressure is accounted by the coefficient C_D , given by $C_D = (1-\mu^2) D_{ref} / (2 e E)$, where e is the pipe wall thickness, E the Young's modulus of elasticity of the pipe material, and μ the Poisson's ratio.

The linear momentum equation can be written as

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f}{2} \frac{|V|V}{D} - g \sin \alpha$$
⁽²⁾

where g is gravity and f the hydrodynamic friction coefficient factor, which depends on the Reynolds number $\text{Re} = \rho |V| D/\mu_f$, where μ_f is the absolute viscosity. In the turbulent regime the friction factor is also a function of the relative pipe roughness ϵ/D . It can be approximated

by its fully developed expression. For a laminar regime, Re < 2300, it is specified as f= 64/Re. For the turbulent regime, Re > 2300, the friction factor is approximated by Miller's correlation (Fox and McDonald, 1995), f = 0.25 { $\log [(\epsilon/D)/3.7+5.74/Re^{0.9}]$ }⁻².

The energy conservation equation can be written as

$$\frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{f}{2} \frac{V^2 |V|}{D} + \frac{1}{\rho A} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kA}{c_p} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] - \frac{4 U_G}{\rho c_p D} (h - h_\infty)$$
(3)

where k is the thermal conductivity and U_G is the global heat transfer coefficient between the fluid inside the pipe and the ambient, which is considered at a temperature T_{∞} , and h_{∞} is the corresponding ambient enthalpy.

The coupling of the pig motion with the fluid flow in the pipeline is obtained through a balance of forces acting on the pig (Azevedo et al., 1997), which can be written as

$$m dV_p / dt = (p_1 - p_2) A - m g \sin \alpha - F_{at} (V_p)$$
 (4)

where, V_p is the pig velocity, m the pig mass, p_1 and p_2 the pressure on the upstream and downstream faces of the pig, α is the angle of the pipe axis with the horizontal.

The pressure drop across the pig is modeled as a localized pressure drop in order to take into account the possibility of the presence of bypass holes. Thus $p_1 - p_2 = K\rho V_h^2/2$, where K is the localized pressure drop coefficient and V_h is the fluid velocity at the bypass hole, measured relatively to the moving pig. Assuming the flow to be locally incompressible, a mass conservation equation can be written for a control volume moving with the pig. Thus, $Q_h = Q - V_p A$, where Q_h is the volume flow rate through the bypass hole, Q is the flow rate through the pipe upstream of the pig, Vp is the pig velocity and A the pipe area. The pressure drop across the pig, can then be written as (Azevedo et al., 1995)

$$p_1 - p_2 = (\rho K/2) (A/A_h)^2 (Q/A - V_p)^2$$
(5)

where A_h is the hole cross sectional area. Note that Q/A is the average fluid velocity approaching the pig.

The term $F_{at}(V_p)$ in equation 3 represents the contact force between the pig and the pipe wall. When the pig is not in motion, the contact force varies from zero to the maximum static force, F_{stat} in order to balance the pressure force due to the fluid flow. In case the pressure gradient is negative, this maximum force is F_{stat}^{neg} . If the pressure gradient is positive, the maximum force is F_{stat}^{pos} . These two values of forces are not necessarily equal since the pig may resist differently to being pushed forward or backward.

Once the pig is set in motion by the flow, the contact force assumes the constant value, F_{dyn} , representing the dynamic friction force that is generally different from the static force. As in the previous situation, two different values for the dynamic contact force are allowed, F_{dyn}^{neg} and F_{dyn}^{pos} , depending on the direction of the pig motion.

The contact force depends on x_p , the pig axial coordinate, indicating that it can vary along the pipe length. The values assumed by the contact force can be summarized as follows,

$$F_{at}(V_p) = \begin{cases} -F_{din}^{neg}(x_p) & \text{if } V_p < 0 \\ F(x_p) & \text{if } V_p = 0 & \text{where} - F_{stat}^{neg}(x_p) \le F(x_p) \le F_{stat}^{pos}(x_p) \\ F_{din}^{pos}(x_p) & \text{if } V_p > 0 \end{cases}$$
(6)

2.1 Fluid properties

The gas is considered to behave as an ideal gas, therefore the density ρ , the isothermal speed of sound a, the isoentropic speed of sound c and thermal expansion coefficient β are obtained by

$$\rho = p / a^2$$
; $a^2 = R_{gas} T$; $c = \sqrt{\gamma R_{gas} T}$; $\beta = 1/T$ (7)

where R_{gas} is the gas constant and $\gamma = c_p/c_v$ is the specific heat ratio, where c_p and c_v are the specific heat at constant pressure and constant volume, respectively.

Constant speed of sound a, and thermal expansion coefficient β are assumed for liquids, while the density is obtained by

$$\rho = \rho_{ref} [1 - \beta (T - T_{ref})] + (p - p_{ref})/a^2$$
(8)

where ρ_{ref} is the reference density evaluated the reference pressure p_{ref} and reference temperature T_{ref} .

For both liquids and gases, the fluid absolute viscosity can vary linearly with pressure and temperature, according to

$$\mu_{f} = \mu_{ref} + c_{\mu T} (T - T_{ref}) + c_{\mu p} (p - p_{ref})$$
(9)

while the specific heat at constant pressure c_p , specific heat ratio γ , and thermal conductivity k are considered constant.

3. NUMERICAL METHOD

To better account for the motion of the pig in the pipeline the governing equations were re-written in terms of a coordinate system that stretches and contracts in the pipe, depending of the pig position.

The set formed by equations (1) to (6), together with the appropriate boundary and initial conditions, require a numerical method to obtain the desired time-dependent pressure and velocity fields. These equations were discretized by a finite difference method. A staggered mesh distribution, was selected to avoid unrealistic oscillatory solutions, as recommended by Patankar, 1980. The equations where integrated in time, using a totally implicit method. The space derivatives where approximated by the central difference method around the mesh point. The resulting coefficient matrix is hepta-diagonal, and can be easily solved by a direct hepta-diagonal algorithm.

The total number of grid points inside the pipe, was maintained constant in the numerical calculations of the flow field upstream and downstream of the pig, and of the pig dynamics itself. However, as the pig moves along the pipe, an adaptive mesh technique was employed to rearrange the node distribution. The number of grid points upstream and downstream of the pig was made proportional to the length of the pipe at each side of the pig. Further, the mesh was concentrated near the pig to better resolve the steeper gradients of the flow properties in this region.

4. ANALYSIS

At the present work, the problem investigated, consists on a dewatering operation in a riser configuration typically encountered in sub-sea oil production lines is studied. The riser is initially filled with water and nitrogen is injected to displace the water out of the pipe. A sealing pig separates the two fluids.

The reference fluid properties were $P_{ref} = 1$ atm; $T_{ref} = 25$ C. The properties were: (i) Nitrogen: Rgas = 296.9 J /(kg K); $\gamma = 1.4$; $\mu_{ref} = 1.88 \ 10^{-5} \ N \ s/m^2$; $c_{\mu T} = 2.255 \ 10^{-8} \ N \ s/(m^2 K)$; $c_{\mu p} = 0$; $c_p = 1.042 \ 10^3 \ J/(kg K)$; $k = 2.2 \ 10^{-2} \ W/(m K)$. (ii) water: $\rho_{ref} = 1000 \ kg/m^3$, $a = 1200 \ m/s$; $\mu_{ref} = 7.58 \ 10^{-4} \ N \ s/m^2$, $c_{\mu T} = -4.5 \ 10^{-5} \ N \ s/(m^2 K)$; $c_{\mu p} = 0$, $c_p = 4.18 \ 10^3 \ J/(kg K)$; $k = 0,6 \ W/(m K)$.

Figure 2 shows the simplified riser geometry adopted. Gas is pumped at the inlet with the objective of displacing the liquid initially filling the pipe. The inlet and outlet are at sea level, thus the ambient temperature are 25 C, and the overall heat transfer coefficient is 50 W/(m² K). From point 1 to 7, the pipeline is under water, and the global heat transfer coefficient is 500 W/(m² K). The ambient temperature drops 1 C every 30 m, reaching the value of 4 C in the bottom (stations 3 to 5). As will be seen in the results to be presented, the change in elevation of the riser is responsible for an interesting pig dynamic behavior.

8 F					
Position	x (m)	y(m)	Position	x(m)	y(m)
Inlet	0	0	Point 5:	250	-600
Point 1	50	0	Point 6:	250	-300
Point 2	50	-300	Point 7:	250	0
Point 3	50	-600	Outlet:	300	0
Point 4	150	-600			

Table 1. Riser geometric parameters



Figure 2. Riser geometry

The total length of the riser is equal to 1500 m. The results to be presented are referenced to the seven stations marked in the figure. In the simulations, the following pipe characteristics were used: diameter: D = 10 in, wall thickness: e = 6 mm, relative roughness: $e/D = 1.8 \ 10^{-4}$, Young's modulus of elasticity: $E = 2 \ 10^5$ MPa, Poisson's coefficient: $\mu = 0.3$.

A 3-kg pig was used in the dewatering process. The positive and negative static force values were taken as equal to 4982 N, the same value adopted for the positive and negative dynamic forces.

Initially the fluid was at rest, with the same temperature distribution as the ambient and with a hydrostatic pressure distribution was prescribed. The outlet pressure was kept constant and equal to 10 atm. The inlet gas mass flow rate varied linearly with time during 10 seconds, reaching the value of 3 kg/s, being kept constant after that. Initially the pig had zero velocity, and was positioned at the pipe entrance section.

The time variation of pressure is shown in Figure 3, while the gas and liquid mass flow rate are shown in Figure 4 and 5. The temperature distribution can be seen in Figure 6. The pig dynamics are shown in Figures 7 and 8, for the present non isothermal situation, and for

an isothermal one, with the fluid kept at 25 C. Reference to Figure 8 can help identify the pig position each time. The isothermal problem has been investigated by Azevedo el al, 1998. The pressure and mass flow rate distribution for the isothermal and non isothermal situations is almost coincident and only one situation is represented.

It can be seen in Figure 3 that, while the outlet pressure is kept constant, the inlet pressure increases with time, until the pig reaches point 3 at the base of the riser. This behavior can be justified by noting that, as the pig moves downwards through the riser, the hydrostatic pressure to be overcome increases. As the pig moves from station 3 to 5, the inlet pressure is almost constant, because the hydrostatic column is also





constant. After that, the inlet pressure decays sharply, as the pig starts its ascending motion, decreasing the hydrostatic column to be displaced. The pig velocity increases sharply. In order to maintain these high flow rate levels, the fluid pressure also increases sharply until the pig reaches station 6, when, as with all other points, the pressure decreases.

The time variation of the gas mass flow rate is shown in Figure 4, for four positions in the riser. The inlet mass flow rate attains a constant value very rapidly. At station 2, the gas mass flow rate is zero until the pig reaches that position. Then, it gradually increases, reaching a constant value similar to the inlet mass flow rate, while the pig moves from 3 to 5. A similar behavior is also observed for station 3. Note that when the pig reaches point 5 (time approximately equal to 1100 s) and starts its ascending motion, the pig velocity increases sharply because of the smaller water column to be overcome. Consequently, the mass flow rate at the stations located upstream of the pig also increase sharply.

The time variation of the liquid mass flow rate through the riser is shown in Figure 5. With the exception of the exit section, all other stations present a similar mass flow variation, but shifted in time. Initially, the mass flow rate increases as the pig is accelerated and start displacing the water. As the pig passes through a particular station, that position is exposed to the gas and the liquid mass flow rate immediately drops to zero. This happens for point 2 at 260 seconds, for point 3 at 820 s, and for point 5 at 1100 s. At the exit station, the liquid mass flow rate follows, initially, the same behavior as the other stations. However, as the pig accelerates in the vertical section of the riser, a sharp increase in the mass flow rate is produced. In practical applications the liquid receiving facilities at the platform would have to be designed to handle these very high flow rates produced by the accelerated, upward-moving pig.

Figure 6 illustrates the time variation of temperature at the different stations. At the inlet, nitrogen is continuously injected at 25 C. After just a few seconds, the pig has passed by station 1. From the inlet to station 1, the ambient temperature is constant and equal to the ambient. The temperature shows an increase due to the pressure increase, followed by slow decrease until the pig reaches the bottom of the riser. While the pig moves from station 3 to 5, both pressure and temperature are approximately constant. At station 2, the water is initially at 15 C. Until the pig reaches this station (≈ 200 s), the water pressure is approximately constant, and its temperature increases with the incoming warmer water. After the pig passes by station 2, the hydrostatic pressure that it has to overcome is higher and the pressure increases at its back. A sharp drop in the temperature is observed after the passage of the pig, when the fluid at the station changes from water to nitrogen, since the latter has a much lower specific heat. The temperature is maintained constant until the pig passes by station 5 when a sharp drop in temperature and pressure are observed due to the substantial pig velocity increase. A similar temperature behavior is observed at stations (3), (4) and (5). At station (6), colder water is



Figure 6. Temperature variation with time

pushed by the pig, resulting in a decrease of temperature. However, since the temperature increases in the downstream stations, the heat transfer from the ambient increases the water temperature at this station. Once again, there is a sharp drop on pressure and temperature when the pig reaches station 5 and its velocity increases substantially. A similar behavior is observed at station (7), which presents the same temperature distribution as the outlet section.

Figure 7 presents the pig velocity as a function of its position along the riser. The results presented show that the pig is initially accelerated sharply as it goes from the inlet to station 1, as a consequence of the small hydrostatic pressure ahead of the pig. As the pig moves down along the left leg of the riser, the velocity decreases as the hydrostatic column increases. The pig velocity is approximately constant along the initial portion of the horizontal part of the riser. However, as the pig approaches the end of the horizontal leg (station 5), it is accelerated due to the decreasing resistance offered by the liquid flow that is being progressively driven out of the pipe. After the pig passes station 5 and begins to ascend in the riser, its velocity continues to increase due to the decreasing hydrostatic pressure. The velocity levels attained by the pig in the simulations are similar to those verified in field operations. These high velocity levels should be avoided at the risk of causing damage to the platform facilities. Note that, although the temperature variation is larger in the water than for the nitrogen, its influence in the water flow is quite small and it is slightly higher in the nitrogen flow. Its effect is only felt, when high velocities and strong pressure gradients are encountered.

Figure 8 presents the pig position along the riser as a function of time. The two horizontal lines plotted in the figure represent the position of stations 3 and 5, and were included to



Figure 7. Pig velocity versus pig position.

Figure 8. Pig position with time.

facilitate the analysis of the pig motion. The temperature distribution has a very small effect on the flow field and consequently in the pig dynamics. Due to the temperature gradient there is a slightly delay of the pig arrival at station 5, when it then shoots off.

5. CONCLUSION

The present paper presented a simulation of the fluid flow/heat transfer and pig dynamics of a dewatering operation in a riser. The basic equations governing conservation of mass, linear momentum and energy were numerically solved. Although the heat loss to the ambient and heat transfer within the pipeline is significant, a very small effect in the fluid flow was observed. In both isothermal and non-isothermal cases simulated, the pig attained very high velocities at the end of the operation. These are potentially dangerous situations that should be avoided by proper pig design.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the support awarded to this research by the following companies: Petrobras, Ancap, Norsk Hydro, Statoil, Saga Petroleum, Pipetronix, Halliburton, Exxon P. R., Texaco, and Ecopetrol.

7. REFERENCES

- Azevedo, L.F.A. Braga, A.M.B., Nieckele, A.O., Naccache, M.F and Gomes, M.G.F., 1995, "Simple hydrodynamic models for the prediction of pig motion in pipelines", Proceedings of the Pipeline Pigging Conference, Houston, USA.
- Azevedo, L.F.A., Braga, A.M.B. and Gomes M.G.F.M., 1997, "Experimental Validation of Analytical Numerical Models for By-pass Flow and Contact Forces in Pig Cups", The Pipeline Pigging Conference, Houston, USA.
- Azevedo, L.F.A. Braga, A.M.B., Nieckele, A.O., 1998, "Simulation Of Fluid Flow And Pig Dynamics In Dewatering Operations In Pipelines", 1998 ENCIT, Encontro Nacional De Ciências Térmicas, Rio De Janeiro, RJ, Brasil, V. 2, pp.1025-1030.
- Burt, E. G.C. & MacDonald, R., 1997, "Pig Signaling, Location and Tracking", The Pipeline Pigging Conference, Houston, USA.
- Cordell, J.L., 1986, "Design of Pigs for Subsea Systems", Proceedings of the 1986 Conference on Subsea pigging, Haugesund, Norway, Pipes & Pipelines International.
- Fox, R. W. and McDonald, A. T., "Introdução à Mecânica dos Fluidos", Ed. Guanabara, 1995.
- Gomes, M.G.F.M., "Finite Element Analysis of Pig Cups for Pipeline Cleaning", 1994, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, Federal University of Rio de Janeiro (in Portuguese).
- Haun, R., 1986, "Analysis and Modeling of Pipeline Dewatering and Startup, Part 1", Pipeline Industry, February, pp.37-41.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow"; Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Santos, O. G., Alhanati, J.S. & Bordalo, S. N., 1997, "Modeling and Performance of Pig-Lift", XIV COBEM, SP, Brasil, COB260, CD-ROM.
- Short, G.C., 1994, "The Pigging Technology Project: The First Three Years", Pipes & Pipelines International, Vol. 39-4, pp.23-27.
- Vianes Campo, E. & Rachid, F.B., 1997, "Modeling of Pig Motion Under Transient Fluid Flow", XIV COBEM, SP, Brasil.
- Wylie & Streeter, 1978, "Compressible Flow in Pipes", McGraw Hill.

TRANSIENTE EM TÚNEL DE VENTO TRANSÔNICO PELO USO COMBINADO DO SISTEMA DE INJEÇÃO COM O COMPRESSOR PRINCIPAL

João Batista Pessoa Falcão Filho Luís Carlos Sandoval Góes Marcos Aurélio Ortega

Centro Técnico Aeroespacial (CTA), Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), Divisão de Sistemas Aeronáuticos – Subdivisão de Aerodinâmica (ASA-L) Pça. Marechal Eduardo Gomes, 50 12.228-904, São José dos Campos, São Paulo, E-mail: joaobpff@uol.com.br

Resumo

O trabalho descreve um modelo matemático, baseado na técnica de parâmetros concentrados, aplicado ao circuito aerodinâmico de um túnel de vento transônico, para análise do seu comportamento transiente. O modelo matemático é construído de maneira a permitir implementar os principais sistemas de controle da pressão de estagnação, temperatura de estagnação e número de Mach relativos às condições na seção de testes e o sistema de controle da injeção de massa. Esses sistemas foram discretizados pelo método de diferenças finitas, para acoplamento com as equações obtidas para o circuito aerodinâmico do túnel. O modelo foi utilizado na investigação do comportamento transiente do túnel de vento transônico em projeto pelo CTA (Centro Técnico Aeroespacial – São José dos Campos – SP), às solicitações dos diversos sistemas e na análise da estabilidade de operação, dando especial atenção ao sistema de injeção, por representar uma inovação tecnológica do projeto.

Palavras-chave: Túnel Transônico, Parâmetros Concentrados, Sistema de Controle, Injeção

INTRODUÇÃO

Desde 1986 o CTA (Centro Técnico Aeroespacial - São José dos Campos - SP) tem envidado esforços para prover o país com um túnel de vento transônico de alta qualidade, uma vez que sua única instalação industrial para ensaios de modelos aeronáuticos é o Túnel Subsônico do CTA, construído na década de 50. O projeto do Túnel Transônico foi criado com o propósito de dar suporte ao atual estágio de desenvolvimento da aeronáutica no país, incorporando os principais avanços na área de construção de túneis, refletindo o "estado da arte". Dentro da realidade de escassez de recursos do país, foi adotada uma solução de otimização que combina o uso do sistema convencional de potência por compressor principal (contínuo) com a injeção de ar comprimido a alta velocidade (intermitente) para ampliar o envelope de operação, sem aumento da potência do compressor principal. A Tabela 1 mostra as principais características do túnel e a Fig. 1 o seu envelope de operação relativo às condições na seção de testes, na qual está destacada a região da injeção. O envelope é a região fechada na figura e indica a capacidade de desempenho do túnel em termos de uma potência limite. A região de injeção é obtida a partir de uma condição de escoamento estacionário, na qual, operando com o compressor principal na condição de potência máxima (curva tracejada na Fig. 1) e, nessas circunstâncias, a injeção de massa a alta entalpia de estagnação é acionada. Há um aumento da energia total do fluxo que se refletirá num aumento da pressão e

do número de Mach, resultando num aumento do número de Reynolds na seção de testes. O uso da injeção como fonte de potência em túneis de vento é bem conhecido (Long, 1984), entretanto, seu uso combinado com o compressor convencional, representa uma novidade tecnológica que justifica uma análise cuidadosa, razão da presente pesquisa. O objetivo principal, então, é o de conhecer a resposta dinâmica do túnel às perturbações advindas das ações dos diversos controles, para avaliar sua estabilidade e estabelecer ações de controle mais efetivas para cada modo de operação do túnel.

Tabela 1. Características	Principais do	Túnel Tr	ansônico do	CTA
---------------------------	---------------	----------	-------------	-----

Área da Seção de Testes (A _{ST})	$2,0 \ge 2,4 \text{ m}^2$
Número de Mach	de 0,2 a 1,3
Pressurização do circuito	de 0,5 a 3,0 atm

• Operação contínua por compressor axial de 34 MW de potência;

• Operação intermitente com uso de injeção por 30 segundos (mínimo);

- Circuito fechado, seção de testes com paredes fendidas.
- Primeira garganta móvel, segunda garganta e flapes;



Figura 1. Envelope de Operação do Túnel (Re - número de Reynolds).

Os fenômenos presentes no escoamento em um túnel transônico só são corretamente representados a partir de modelos tridimensionais de parâmetros distribuídos, entretanto, a solução das equações diferenciais fundamentais seria de enorme dificuldade de implementação numérica. Além disso, para a resposta dinâmica e em aplicações de controle, a necessidade de uma solução rápida de razoável precisão preponderam sobre as soluções de
alta precisão em regime permanente. Como exemplos de pesquisas em túneis de vento, para análises de alta precisão em regime permanente tem-se Fico (1991), Jackson (1976) e Stich (1985), enquanto para aplicações de controle tem-se ETW (1980), Krosel (1986), Long (1984) e NTF (1982).

Sob esse enfoque é que se fez uso do modelo zero-dimensional com a técnica de parâmetros concentrados. A primeira aplicação sistemática da técnica empregada a um túnel de vento é a devida a Krosel *et al* (1986), na qual o túnel subsônico do AWT (*Altitude Wind Tunnel*) do complexo do *Lewis Research Center* da NASA (*National Aeronautical and Space Administration*) foi modelado. O presente trabalho representa um avanço em relação aos casos citados, porque o túnel a ser tratado é transônico e, sobretudo, introduz-se no modelo o sistema de injeção.

As simulações em computador são de grande importância na área de túneis de vento pois representam meios baratos e seguros para projetos e previsões de desempenho de grandes instalações de testes aerodinâmicos. As simulações do comportamento transiente podem ser usadas para descobrir alternativas de procedimentos de controle e cenários operativos, assegurando uma operação estável das instalações reais. Além disso elas permitem a familiarização e o treinamento para operadores.

A Figura 2 mostra os principais sistemas de controle do túnel e onde eles atuam.



Figura 2. Localização dos sistemas de controle do túnel.

MODELO MATEMÁTICO

O modelo resolve as equações básicas da continuidade, energia e quantidade de movimento nas suas formas integrais, sujeitas às hipóteses de: ar como gás perfeito, desprezadas as forças de campo, as gerações internas de calor, e o circuito do túnel é considerado adiabático, exceto no trocador de calor e no compressor axial. As variáveis das equações são a densidade, a energia interna e o fluxo de massa. O modelo é construído de modo a permitir ações de controle a partir das seguintes variáveis de controle relativas às condições da seção de testes: número de Mach, pressão de estagnação e temperatura de estagnação.

A injeção contribui aumentando a quantidade de movimento do escoamento principal, recuperando parte das perdas de carga do circuito, causadas pelos vários processos irreversíveis presentes. O efeito final desejado é o aumento do número de Mach na seção de testes. O sistema consiste em 10 injetores distribuídos nas paredes inferior e superior da seção após a segunda garganta, na entrada do difusor (ver Fig. 2). Os injetores estão imersos num escoamento principal com velocidade máxima aproximada de número de Mach 0,5 e operam em condição de entupimento aerodinâmico com número de Mach 1,8 na sua saída.

De um modo particularizado, descrito com detalhes em Falcão (1996), o método divide o circuito fechado do túnel em um certo número de regiões chamadas de 'elementos concentrados' (cada uma abrangendo um comprimento determinado do circuito do túnel) para as quais todas as propriedades são consideradas constantes num determinado instante. O elemento concentrado é concebido com área transversal constante para permitir o emprego da equação da quantidade de movimento. Como os elementos concentrados são seqüenciais, as metades dos volumes de dois elementos adjacentes são combinados para definir um 'volume de controle', para emprego das equações da continuidade e da energia. A utilização de volumes de controle e elementos concentrados é feita de forma casada e, convenientemente, parâmetros físicos são "trocados" entre as duas geometrias representativas. As equações, da forma como são empregadas no modelo, são:

$$\dot{\rho}_{i} = \frac{1}{V_{i}} \left[\sum_{entrada} \dot{m}_{i} - \sum_{saida} \dot{m}_{i} \right], \tag{1}$$

$$\dot{E}_{o_i} = \left[\sum_{entrada} \dot{m}_i T_{o_i} - \sum_{saida} \dot{m}_i T_{o_i}\right] + \dot{Q} - \dot{W}_e \quad ,$$
⁽²⁾

$$\ddot{m}_{i} = \frac{\overline{A}_{i}}{L_{i}} \left\{ \left(1 - \frac{A_{inj}}{\overline{A}_{i}}\right) \left(P_{i} - P_{i+1}\right) + \frac{A_{inj}}{\overline{A}_{i}} P_{inj} + \frac{\dot{m}_{i}}{\overline{A}_{i}} \left(V_{i} - V_{i+1}\right) + \frac{\dot{m}_{inj}}{\overline{A}_{i}} V_{inj} - f_{i} \frac{L_{i}}{\overline{D}_{i}} \rho_{i} \frac{V_{i}^{2}}{2} \right\}, \quad (3)$$

onde $\dot{\rho}_i$, \dot{m}_i , $\dot{E}o_i$, To_i , \dot{Q} , \dot{W}_s e V_i são a taxa de variação da densidade, o fluxo de massa, a taxa de variação da energia total, a temperatura de estagnação, o fluxo de calor, a taxa de variação do trabalho de eixo e o volume relativos ao volume de controle i; \ddot{m}_i , \overline{A}_i , L_i , P_i , V_i e \overline{D}_i são a taxa de variação do fluxo de massa, a área transversal, o comprimento, a pressão estática na entrada, a velocidade na entrada e o diâmetro equivalente relativos ao elemento concentrado i; \dot{m}_{inj} , A_{inj} , V_{inj} e P_{inj} são o fluxo de massa, a área, a velocidade e a pressão estática na saída dos injetores; e, finalmente, f_i é o coeficiente de atrito na forma convencional como definido em Shapiro (1953).

O modelo usa dados experimentais da operação do túnel em regime permanente e/ou previsões teóricas a partir de programas que calculam as perdas de carga em circuitos de túneis de vento para a determinação do coeficiente de atrito "*f*" para cada elemento concentrado. Neste caso os coeficientes de atrito empregados foram os obtidos a partir do programa de cálculo de perda de carga desenvolvido para a elaboração do projeto conceptual do túnel, desenvolvido em parceria com a firma norte americana Sverdrup Technology Inc. (Sverdrup, 1988). O comportamento do compressor é implementado pela discretização de seu envelope de operação. Seus parâmetros são interpolados para atender os requisitos de perda de carga momentâneo no circuito do túnel.

As Equações (1), (2) e (3) modelam o circuito aerodinâmico do túnel e foram discretizadas a partir do método de Runge-Kutta de quarta ordem (ver Cormick, 1971).

SISTEMAS DE CONTROLE

Para poder-se repetir determinadas condições de ensaio em túnel, é necessário o completo controle dos parâmetros de escoamento na seção de testes, que é obtido pelo uso de sistemas de controle automático. A Tabela 2 mostra os parâmetros e as ações de controle para cada sistema. A pressão no túnel é controlada a partir do fluxo de massa que é admitido ou extraído do túnel por meio de compressores auxiliares. A temperatura é controlada pelo fluxo de massa da água que passa pelo trocador de calor (tipo ar-água), instalado na região de baixa velocidade. O número de Mach é controlado primordialmente pela rotação do compressor principal e por vários outros meios de menor grandeza (ajuste fino). O sistema de injeção é subdividido em dois outros tendo duas funções bem distintas: a de controlar a pressão de estagnação nos injetores e a de extrair a massa de ar admitida no túnel para manter o balanço de massa no túnel, esta última executado pelo chamado sistema *blow-off*.

Parâmetro a ser controlado		Ação	
Pressão de estagnação	\rightarrow	Fluxo de massa do sistema de pressurização	
Temperatura de estagnação	\rightarrow	Fluxo de água de refrigeração	
Número de Mach	\rightarrow	Rotação do compressor principal	
Número de Mach com a Injeção	\rightarrow	Pressão de estagnação nos injetores/blow-off	

Table 2. Parâmetros de Controle (relativos à seção de testes)

Para cada sistema de controle as funções de transferência foram discretizadas por diferenças finitas a montante para obter as equações a serem empregadas em conjunto com as equações discretizadas obtidas a partir das Eqs. (1), (2) e (3), que descrevem o circuito aerodinâmico do túnel. Em cada sistema de controle o sinal de erro é processado por um controlador 'proporcional + integral' (PI) para poder atingir erro nulo de estado estacionário. Como exemplificação do procedimento empregado, o sistema de injeção/blow-off será apresentado em detalhe (apenas a parte da injeção). A Figura 3 mostra o diagrama de blocos do sistema, com o modelo para a válvula de controle obtida a partir de Buckley (1964). A variável de controle para o sistema de injeção é a pressão de estagnação nos injetores que determina o fluxo de massa pela condição de entupimento, para uma velocidade de saída de número de Mach 1,8 (Zucker, 1977). O sinal de pressão é comparado com o sinal de ajuste e a diferença é processada por um controlador tipo 'proporcional+integral' para a obtenção do ajuste apropriado da válvula de controle (ver Fig. 3). Os parâmetros da válvula com os parâmetros do reservatório de ar comprimido determinam o fluxo de massa e a perturbação na pressão que realimenta o diagrama. As Eqs. (4), (5) e (6) são as formas discretas das funções de transferência do diagrama de blocos. Quanto à outra parte da injeção que é o sistema blowoff, convém salientar que o fluxo de massa da injeção é o parâmetro de ajuste do sistema blow-off, e apresenta um diagrama de blocos semelhante ao da injeção. Os símbolos usados nas equações são os de uso comum em teoria de controle (Ogata, 1987). Outros detalhes e definições desses e dos demais sistemas são encontrados em Falção (1996).



Figura 3. Diagrama de blocos do sistema de controle da injeção.

$$\begin{split} E[kT] &= \left(p_{o,inj}\right)_{SP}[kT] - \left(\overline{p}_{o,inj}[kT] + p'_{o,inj}[kT]\right), \end{split}$$
(4)
$$\begin{aligned} X_{V}[kT] &= \frac{3 + 4\zeta_{v}\omega_{v}T + \omega_{v}^{2}T^{2}}{1 + 2\zeta_{v}\omega_{v}T + \omega_{v}^{2}T^{2}} X_{V}[(k-1)T] - \frac{3 + 2\zeta_{v}\omega_{v}T}{1 + 2\zeta_{v}\omega_{v}T + \omega_{v}^{2}T^{2}} X_{V}[(k-2)T] \\ &+ \frac{1}{1 + 2\zeta_{v}\omega_{v}T + \omega_{v}^{2}T^{2}} X_{V}[(k-3)T] + \frac{K_{v}K_{inj}\omega_{v}^{2}T^{2}(1 + \omega_{inj}T)}{1 + 2\zeta_{v}\omega_{v}T + \omega_{v}^{2}T^{2}} E[kT] \\ &- \frac{K_{v}K_{inj}\omega_{v}^{2}T^{2}}{1 + 2\zeta_{v}\omega_{v}T + \omega_{v}^{2}T^{2}} E[(k-1)T], \end{split}$$

(5)

$$p'_{o,inj}[kT] = K_5 K_6 K_3 \left(p_{o,res}[kT] - \overline{p}_{o,res}[kT] \right) + K_5 K_6 K_2 \left(X_V[kT] - \overline{X}_V[kT] \right) + K_5 K_6 K_4 p'_{o,inj}[kT]$$
(6)

RESULTADOS

Inicialmente, para fins de validação, o presente modelo foi empregado para obtenção da resposta do túnel AWT (*Altitude Wind Tunnel*), da Nasa, comparando com os resultados de Krosel *et al* (1986), sendo bem sucedido.

Depois o modelo foi empregado para representar o Túnel Transônico do CTA. O emprego da técnica de parâmetros concentrados para o circuito aerodinâmico em conjunto com os modelos discretos dos diversos sistemas de controle serviu para demonstrar que as condições de operação do túnel se dão de uma forma estável. Foram realizadas exaustivas simulações de alteração do comando de 10% do valor de regime da temperatura de estagnação, da pressão de estagnação e do número de Mach, individualmente e combinados, para levantar as respostas do sistema como um todo. Os parâmetros de saída foram a temperatura de estagnação, a pressão de estagnação e o número de Mach relativos à seção de testes, a taxa de compressão, o fluxo de massa, a eficiência e a rotação relativos ao compressor principal, o fluxo de massa no sistema de controle de temperatura (trocador de calor) e o fluxo de massa no sistema de pressurização do túnel. Falcão (1996) apresenta inúmeros desses resultados.

Finalmente, foi simulado o processo de injeção tanto com todos os sistemas de controle ativos como quando o sistema de pressurização e do controle do número de Mach foram mantidos inativos, para definição da estratégia de ação de controle em relação ao sistema de injeção. A Figura 4 mostra a resposta do número de Mach na seção de testes para uma ação típica de atuação da injeção onde, neste caso, os demais sistemas de controle foram mantidos inativos, exceto o do controle de temperatura. Observa-se uma estabilização no valor por cerca de 20 segundos, tempo este suficiente para a aquisição de dados no túnel. O sistema de controle da temperatura possui grande inércia, sendo muito pouco sensível às alterações provenientes do processo de injeção.



Figura 4. Influência da injeção sobre o número de Mach na seção de testes.

A Figura 5 mostra o envelope de operação do compressor da forma como foi discretizado para uso no modelo. Nela vê-se o impacto sofrido pelo compressor com o uso da injeção. A injeção proporciona ao circuito do túnel um ganho em termos de pressão de estagnação. Devido à inércia do compressor principal, sua rotação mantida constante (controle inativo), ele "sente" o circuito requerendo uma taxa de compressão menor e, para esta condição de rotação, ocorre um aumento no fluxo de massa pelo mesmo e em todo o circuito do túnel, o que acarretará num aumento do número de Mach na seção de testes. Como os valores de fluxo e rotação normalizados a partir dos valores de temperatura e pressão na entrada do compressor e condições do ambiente não diferem muito para este processo, a linha de evolução praticamente acompanha a curva de rotação constante.

Razão de compressão $\mbox{,}\ \lambda_{\rm C}=p_{\rm 0,CS}\,/\,p_{\rm 0,CE}$



Figura 5. Influência da injeção sobre o envelope operacional do compressor.

As Figuras 6 a 8 mostram o resultado dos parâmetros principais da seção de testes quando a injeção é feita com os demais controles ativos. A Figura 6 mostra a resposta do número de Mach, donde conclui-se ser imprópria essa utilização, por não ser possível obter um patamar com número de Mach constante na seção de testes, impossibilitando uma adequada aquisição de dados. Mais evidente ainda é a Figura 7, onde vê-se que o sistema de controle da pressão do túnel age de forma a instabilizar a operação durante a injeção. Na Figura 8 observa-se também uma variação grande no valor da temperatura durante a injeção, entretanto, como o sistema de controle de temperatura é de grande inércia, a variação da temperatura advém das bruscas variações da pressão e da oscilação no ponto de operação do compressor principal.



Figura 6. Influência da injeção sobre o número de Mach na seção de testes.



Figura 7. Influência da injeção sobre a pressão de estagnação na seção de testes.



Figura 8. Influência da injeção sobre a temperatura de estagnação na seção de testes.

CONCLUSÕES

A boa concordância com os resultados obtidos no túnel do AWT (*Altitude Wind Tunnel*), permitiu que o modelo desenvolvido fosse empregado com certa confiança para o Túnel Transônico do CTA e os resultados foram bastante consistentes. Pode-se constatar que ações rápidas, estáveis e efetivas, foram obtidas a partir dos parâmetros determinados para os diversos sistemas de controle. Foi também possível levantar as características dinâmicas do túnel e seus subsistemas e, principalmente, estabelecer um procedimento de operação adequado para o uso da injeção combinada no túnel. Constatou-se que, neste caso, é necessário que os demais sistemas de controle automáticos estejam inativos para obtenção de condições satisfatórias para a aquisição de dados – os sistemas ativos reagem de forma a instabilizar o processo de injeção, não sendo possível estabelecer um intervalo de tempo suficiente em regime permanente para a aquisição de dados.

REFERÊNCIAS

- Buckley, P. S, 1964, *Techniques of Process Control*, John Wiley & Sons, Inc. New York.
- ETW European Transonic WindTunnel, 1980, "Simplified Model of ETW," ADERSA-GERBIOS/SVERDRUP, Internal Publication.

• Falcão, J.B.P., 1996, "Modelo Transiente do Circuito Aerodinâmico de Túnel de Vento Transônico," Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

• Fico, N.G.R.C., Jr., 1991, "Simulação do Escoamento na Região do Flape de Reentrada de um Túnel de Vento Transônico," (Tese de Doutorado – ITA).

• Jackson, F.M., 1976, "A Methodology for Evaluating Ducting Pressure Losses in Aeroespace Test Facilities," AEDC-CW-01-6-76.

• Krosel, S. M., Cole, G. L., Bruton, W. M. and Szuch, J. R., 1986, "A Lumped Parameter Mathematical Model for Simulation of Subsonic Wind Tunnels," NASA TM-87324.

• Long, D. F. and Gladen, K. S., 1984, "Development of a Control System for An Injector Powered Transonic Wind Tunnel," AIAA.

- NTF Reference Notebook, 1982, Collection of papers, unpublished.
- Ogata, K., 1987, Discrete Modern Control, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Shapiro, A.H., 1953, *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, Vol I, The Ronald Press Company, New York.

• Stich, P.B., 1985, "Mathematical Modeling of the AEDC Propulsion Wind Tunnel (16T)," AEDC-TR-84-32.

• SVERDRUP Technology Inc., 1989, "Brazilian Transonic Wind Tunnel Concept Definition Study," (Relatório Final do Projeto Conceptual do Túnel Transônico do CTA).

• Zucker, R. D., 1977, *Fundamentals of Gas Dynamics*, Matrix Publishers, Inc., Beaverton, Oregon - USA.

Abstract

This work describes a lumped parameter mathematical model and its application in an aerodynamic circuit of a transonic wind tunnel used to analyze its transient behavior, allowing the implementation of control actions for the tunnel. It was conceived in such a way to allow representation of the main automatic control systems which perform the setting of the stagnation pressure, stagnation temperature and Mach number related to the test section conditions. The lumped parameter model was successfully used in the investigation of the transient behavior of the transonic wind tunnel being designed by CTA (Center of Technology of Aeronautics – São José dos Campos – SP), when the tunnel is subjected to various disturbances from its automatic control systems. Stability was checked, specially during injection system operations.

INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE SWIRL NA EMISSÃO DE NO_x EM UMA FORNALHA DE 110kW QUEIMANDO DIESEL

Pedro Teixeira Lacava

Amilcar Porto Pimenta

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Aeronáutica, Departamento de Propulsão, Pça. Mal. Eduardo Gomes, 50, São José dos Campos, SP, Brasil, 12228-900 lacava@aer.ita.cta.br, amilcar@aer.ita.cta.br

João Andrade de Carvalho Jr.

Universidade Estadual Paulista, Campus de Guaratinguetá, Departamento de Energia, Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratinguetá, SP, Brasil, 12500-000 Joao@feg.unesp.br

Marco Aurélio Ferreira

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Laboratório Associado de Combustão e Propulsão, Rod. Presidente Dutra, km 40, Cachoeira Paulista, SP, Brasil, 12700-000

Resumo

Um dos meios para minimizar a emissão de poluentes é controlar o processo de queima pelo formato da chama. No entanto, para queima de combustíveis líquidos este controle torna-se bem mais complexo do que para o caso de combustíveis gasosos, em função das interações entre os processos de atomização e vaporização com a taxa de mistura do combustível e oxidante. Desta forma, o presente trabalho apresenta resultados experimentais sobre a influência da estrutura da zona de recirculação próxima à região da chama, quantificada pelo número de *swirl*, na emissão NO_x em uma fornalha de paredes refratárias operando a uma potência de 110kW e diesel como combustível. Os resultados apontam que a alteração do número de *swirl* pode contribuir significativamente para minimizar a emissão de NO_x.

Palavras-chave: combustão industrial, emissão de NO_x, número de swirl.

1. INTRODUÇÃO

A alta temperatura de operação das câmaras de combustão industrial e de sistemas propulsivos e a utilização de combustíveis com alto teor de nitrogênio são fatores convenientes para a formação de NO_x (soma de NO e NO_2) que, além de, como o SO_2 , provocar chuva ácida, é um componente importante das reações fotoquímicas que levam à formação do ozônio (O_3). Além dos fatores ambientais, o NO_x é responsável direto por diversos problemas de saúde, com a metaemoglobina ou cianose, edemas pulmorares e alteração das características hereditárias.

A formação deste poluente é atribuída à dois processos distintos: (a) NO_x do Combustível, formado a partir da quebra das ligações do nitrogênio presente no combustível e reação com oxigênio; (b) NO_x Atmosférico, formado a partir da oxidação do N_2 do ar atmosférico, seguindo dois mecanismos de formação, o NO_x Térmico, formado na região de pós-chama, e o NO_x *Prompt*, formado na região de frente de chama. Em geral, quando não há presença de nitrogênio no combustível, o principal mecanismo de formação do NO_x é o Térmico, que possui dependência exponencial com a temperatura (Glarborg, 1993). Desta forma, algumas das técnicas utilizadas para minimizar a emissão deste poluente envolvem a redução da temperatura ou a não formação de regiões com pico de temperatura na chama. Entre elas destacam-se: combustão estagiada, injeção de água ou vapor, recirculação dos gases de saída da câmara e controle do formato da chama. O presente trabalho enfoca a minimização da emissão de NO_x através do controle no formato da chama por modificações na estrutura da zona de recirculação interna (ZRI) a jusante da saída do queimador. As alterações na ZRI provocam modificações na taxa de mistura entre o ar oxidante e o combustível vaporizado (para o caso da combustão de líquido), consequentemente, também alterando a temperatura e a concentração de oxigênio (razão de equivalência) na região de chama (Ballester e Dopazo, 1994).

2. MONTAGEM EXPERIMENTAL

Os ensaios foram realizados em uma câmara de combustão vertical, com parede refratária, sem refrigeração externa e com o volume total de 1000 litros. A Figura 1a apresenta o esquema da câmara. Para obtenção da distribuição de temperatura ao longo da câmara, foram previstos termopares nas posições: 0,18, 0,70, 1,05, 1,40, 1,75, 2,50, 3,00 e 4,20m a jusante do queimador.

O queimador utilizado possui um *swirler* com o ângulo entre pás variável, permitindo alterar a estrutura da zona de recirculação formada a frente do queimador. Através do controle do ângulo entre pás foi possível variar o número de *swirl*, parâmetro utilizado nesse trabalho para quantificar a intensidade da zona de recirculação. Para atomização do combustível foi usado um injetor do tipo "Y-Jet". A Figura 1b apresenta um esquema do queimador com o injetor acoplado.



Figura 1. Montagem experimental. (a) Esquema da câmara de combustão. (b) Queimador.

Em todos ensaios, as vazões de diesel e ar de atomização foram mantidas constantes em 2,50 e 0,45g/s, respectivamente. Desta forma, o potência gerada pela queima de diesel foi fixada em 110kW. A vazão de ar de combustão também foi mantida fixa em 47,7g/s, que somada com a vazão do ar de atomização, representam um excesso de ar de 29% ou 5% de O_2 na saída da câmara (em base seca). As vazões de diesel e ar de atomização foram medidas utilizando rotâmetros e a vazão de ar de combustão um medidor de vazão volumétrica tipo turbina.

As amostragens de gases foram feitas por duas sondas refrigeradas posicionadas em dois pontos da câmara: na região próxima ao final da chama, correspondendo ao volume 227 litros, e a 30cm da saída da câmara, correspondendo ao volume de 994 litros. Os gases de amostragem passam por filtros e condensadores antes de chegarem aos analisadores de CO (infravermelho), CO_2 (infravermelho), O_2 (termomagnético) e NO_x (quimiluminescente). As leituras dos analisadores, juntamente com as dos termopares, foram feitas em um sistema de aquisição de dados HP6554.

3. CÁLCULO DO NÚMERO DE SWIRL

A relação adimensional que caracteriza a intensidade do *swirl*, utilizado aqui para quantificar a intensidade da zona de recirculação, é dada pelo número de *swirl S'*, que corresponde a razão entre a componente axial do fluxo da quantidade de movimento angular e a componente axial do fluxo da quantidade de movimento linear. O modelo utilizado para cálculo do número de *swirl* é basicamente o apresentado por Lawn (1987), com as considerações de coeficiente de bloqueio feitas por Couto et al. (1995). A Figura 2 apresenta o esquema genérico de um *swirler* axial e os raios característicos.



Figura 2 . Esquema genérico de um swirler axial

O número de *swirl* pode ser definido baseando-se na distribuição de velocidade no próprio swirler (Lawn, 1987), que, para o caso onde apenas o escoamento secundário externo passa pelo *swirler* (ar de combustão), pode ser escrito como (Couto et al., 1995):

$$S' = \frac{S_s'}{(1+Mr)} \qquad , \tag{1}$$

onde S_s ' é o número de *swirl* do escoamento secundário e Mr a razão entre as componentes axiais dos fluxos da quantidade de movimento linear dos escoamentos primário interno (combustível) e secundário externo (ar de combustão). S_s 'e Mr podem ser calculados como:

$$S_{S}' = \frac{G_{\phi}}{(R_{3} - R_{H}).G_{x}'} , \qquad (2)$$

$$Mr = \frac{(\rho / m^2)_S (m^2 / \rho)_{P.} (R_3^2 - R_H^2)}{R_I^2} , \qquad (3)$$

sendo ρ a massa específica, *m* a vazão mássica, R_I o raio do orifício do injetor de combustível e os subscritos *p* e *s* são referentes aos escoamentos primário e secundário, respectivamente. A razão entre as componentes axiais do fluxo da quantidade de movimento angular e fluxo da quantidade de movimento linear é dada por:

$$\frac{G_{\phi}}{G_{x'}} = \frac{2.(CB).tan\,g\alpha.(R_{s}^{3} - R_{H}^{3})}{3.(R_{3}^{2} - R_{H}^{2})} \qquad , \tag{4}$$

onde α é ângulo entre pás do *swirler* e *CB* é o coeficiente de bloqueio devido a espessura finita das pás direcionais. O cálculo do coeficiente de bloqueio foi feito seguindo a metodologia apresentada por Couto et al. (1995), que considera a situação de pás direcionais com espessura finita e a influência do número de Reynolds como pequena. Assim, o coeficiente de bloqueio depende apenas das dimensões geométricas das pás direcionais na seção reta perpendicular ao eixo do duto, sendo verificado que:

$$CB = \frac{1}{(1-\sigma)} \qquad , \tag{5}$$

onde σ o fator de bloqueio dado por:

$$\sigma = \frac{\left(A_{S} - A_{ef}\right)}{\left(A_{3a} - A_{S}\right)} \qquad , \tag{6}$$

sendo: A_{3a} a área anular entre o *swirler* e a parede do tubo, A_s a área da coroa circular do *swirler* e A_{ef} a área efetiva de escoamento no próprio *swirler*, que é determinada geometricamente por:

$$A_{ef} = 2.(R_S - R_H).(K - 2T).\cos\alpha \qquad , \tag{7}$$

onde *K* é dado por:

$$K = \cos(\pi / 2.Z) \cdot \left[R_s \cdot \sin(\pi / Z) + R_H \cdot \tan(\pi / Z) \right] \qquad (8)$$

sendo Z o número de pás do *swirler* e T a espessura das mesmas. As dimensões geométricas do *swirler* são: $R_3 = 79$ mm, $R_S = 79$ mm, $R_H = 21$ mm, $R_I = 0,875$ mm, $\alpha = 0 - 70^\circ$, Z = 8 e T = 2mm. Como para o queimador utilizado $R_S = R_3$, os ensaios foram realizados na condição de máximo bloqueio para um determinado ângulo de inclinação α .

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 3 apresenta o comportamento da emissão de NO_x em função do número de *swirl* para as amostragens de gases feitas em 994 e 227 litros. As curvas da figura mostram comportamentos qualitativos e quantitativos bastante semelhantes para as emissões de NO_x em ambos pontos de amostragem, indicando que a maior parte do NO_x é formado na região de chama e não ao longo da câmara. Isso deve-se principalmente à queda de temperatura dos gases de combustão em função da transferência de calor para a parede da câmara após a região de chama. A temperatura obtida na saída da fornalha foi em torno de 850°C, com o tempo de residência de aproximadamente 5 segundos.



Figura 3. Comportamento da emissão de NO_x (base seca) em função do número de *swirl*: (a) amostragem dos gases feita a 994 litros e (b) amostragem dos gases feita a 227 litros.

O comportamento da emissão de NO_x observado na Figura 3 está atrelado às interações existentes entre o processo de vaporização das gotas do spray com a estrutura da zona de recirculação. Basicamente, a combustão de sprays com a presença de uma zona de recirculação interna (ZRI), gerada pela presença do *swirler* no escoamento do ar oxidante, segue as observações experimentais feitas por Ballester e Dopazo (1994). O spray é injetado diretamente na ZRI, com as gotas mantendo-se concentradas ao longo do cone formado pelo spray. As gotas passam a set aquecidas pela radiação proveniente da chama e das paredes da câmara, além de uma combinação de convecção e condução devido aos gases quentes retornados da chama que são carreados para ZRI. Desta forma, as gotas evaporam e são desaceleradas ao longo de suas trajetórias a uma taxa que depende do tamanho da cada uma. Gotas de menores diâmetros tendem a seguir o escoamento reverso e evaporam quase instantaneamente, suprindo as condições de ignição e ancorando a chama próxima ao queimador. Por outro lado, as gotas maiores possuem quantidade de movimento suficiente para atravessar o escoamento reverso e terão a vaporização completa a jusante da ZRI. No entanto, parte da vaporização ocorre ainda na ZRI, resultando em uma região de alta geração de vapor e apenas uma limitada quantidade de oxigênio é suprida do escoamento de ar ao redor do spray, caracterizando uma região de combustão rica com alta concentração de hidrocarbonetos não queimados e CO. A medida que fortalece-se a região de recirculação, aumentando-se S' grande parte da vaporização das gotas é confinada nessa região (Barreiros et al., 1993).

A Figura 4 apresenta um esquema da região de queima e fotografias do primeiro visor da câmara (centro do visor a 18cm do queimador) para chamas em três condições diferentes de número de *swirl*. Para S' = 0,264 ($\alpha = 15^{\circ}$) não é possível visualizar a influência da ZRI na estrutura da chama. No entanto, sua atuação se faz presente, visto que para S' inferiores a esse valor não foi possível estabilizar a chama. As fotografias ainda mostram que a medida que S' aumenta a tendência da chama é de concentrar-se mais próxima ao queimador. Isto também pode ser comprovado pelo comportamento da temperatura medida pelo termopar 1 posicionado 18cm a jusante do queimador (Figura 5a). O aumento da temperatura com o incremento do número de *swirl*, comprova que há uma maior liberação de energia por umidade de volume nas proximidades do queimador.



Figura 4. Esquema da região de queima e fotografias a 18cm do queimador.



Figura 5. (a) Comportamento da temperatura medida pelo termopar posicionado a 18cm do queimador, com a variação do número de *swirl*. (b) Comportamento da porcentagem de CO com *S*'. Amostragem dos gases de combustão feita para o volume da câmara de 227 litros.

Apesar do aumento da temperatura na região próxima ao queimador, devido a redução do comprimento da chama e confinamento da vaporização das gotas na ZRI, quando S' aumenta a combustão acaba acontecendo sob condição rica e os gases de combustão apresentam alto teor de hidrocarbonetos não queimados e CO. A Figura 5b mostra o aumento da porcentagem de CO nos gases de combustão logo após a região de chama. No entanto, a jusante da ZRI tais compostos de oxidação parcial vão reagindo com o oxigênio presente em alta concentração. Na saída da câmara a porcentagem de CO nos gases de combustão manteve-se em zero para qualquer valor de S', demostrando que o tempo de residência em torno de 5 segundos foi suficiente para mistura dos gases provenientes das reações da ZRI com o oxigênio remanescente e que as reações de oxidação foram finalizadas.

Comparando as curvas (a) e (b) da Figura 3 percebe-se que a maior parte do NO_x é formado na região de chama. Sabe-se que a formação de NO por meio do mecanismo reacional térmico ou de Zeldovich é predominantemente na região de pós–chama, em virtude das reações de tal mecanismo serem lentas quando comparadas com as reações de oxidação dos hidrocarbonetos. Além disso, o mecanismo Térmico é extremamente dependente de elevada temperatura, acima de 1500°C, em função da alta energia de ativação das reações envolvidas. A dependência da taxa de formação de NO com a temperatura e com as concentrações de O_2 e N_2 está representada na equação (9) (Glarborg, 1993).

$$\frac{d[NO]}{dt} = 1,3.10^5 . exp(-67650/T) . [O_2]^{1/2} . [N_2] \quad .$$
(9)

Em função das observações feitas para a Figura 3 é bastante razoável considerar que a que uma boa parte do NO é formado através do mecanismo *Prompt NO_x*, onde a formação de NO envolve radicais intermediários do mecanismo reacional de oxidação dos

hidrocarbonetos. Em chamas de hidrocarbonetos em condições de combustão rica, considerase que a principal fonte de NO é a fixação do nitrogênio atmosférico (N_2) por hidrocarbonetos fragmentados, em reações como (Syska, 1993):

$$CH + N_2 = HCN + N$$
, (10)
 $CH_2 + N2 = HCN + NH$. (11)

O nitrogênio proveniente da reação (10) pode participar da reação rápida:

$$N + OH = NO + H \qquad (12)$$

Contudo, os outros produtos, HCN e NH, serão parcialmente convertidos em N_2 em temperaturas acima de 1100°C. Ainda para o caso de chamas ricas, o NO pode ser convertido em N_2 através da reação intermediária (13), que converte o NO em HCN, sendo este último finalmente reduzido a N_2 . Spliethoff et al. (1996) também relataram para queima de carvão pulverizado, que o aumento da temperatura em regiões ricas acelera as taxas de decomposição dos compostos nitrogenados, diminuindo a emissão de NO_x .

$$CH + NO = HCN + O \quad . \tag{13}$$

A interpretação para o comportamento do NO_x pode ser dada como segue: segundo a fotografia (b) da Figura 4, para S' baixo, o jato cruza a fraca região de recirculação e as gotas acabam vaporizando em regiões com alta concentração de oxigênio, o que é fundamental para formação de NO_x . Aumentando-se S', fortalece-se a ZRI, confinando a vaporização das gotas na região rica. Isto resulta em uma progressiva redução na conversão do nitrogênio para NO_x .

Apesar dos comentários feitos sobre redução do NO formado pelo mecanismo *Prompt*, não se pode descartar que flutuações locais de temperatura (que não podem ser detectadas pelos termopares utilizados) e concentrações de superequlíbrio de O e OH em algumas regiões da chama, possam acelerar a taxa de reação das reações (14) e (15) do mecanismo de Zeldovich.

$$N_2 + O = NO + N$$
(14)

$$N + OH \Leftrightarrow NO + H$$
(15)

Assim, o aumento da temperatura na região próxima ao queimador pode favorecer a formação do NO_x térmico, explicando o fato de que a medida que *S*' vai aumentando a sua eficiência na redução da emissão de NO_x vai diminuindo. Ou seja, a medida que *S*' aumenta a vaporização das gotas em regiões ricas diminui a formação do NO_x *Prompt*, por outro lado eleva a temperatura na região próxima ao queimador, podendo favorecer a formação do NO_x térmico. Os valores de temperatura apresentados na Figura 5a estão longe de representar a distribuição de temperatura na chama, mas indicam a tendência da mesma.

O comportamento para o NO_x em função de *S*' relatado no presente trabalho está de acordo com os resultados experimentais observados por Barreiros et al.(1993), em experimentos de queima de óleo pesado. Para os números de *swirl* 0,6, 0,9, e 1,3 a emissão de NO_x foi de 400, 150 e 100ppm, respectivamente. Também observaram que a eficiência na redução da emissão de NO_x também diminui com aumento de S' e que temperatura também aumentou na região de chama. Para o caso da queima de óleo pesado, também está presente a formação de NO devido ao nitrogênio contido no combustível. No entanto, Barreiros et al. observaram que o comportamento do NO proveniente do combustível, frente a presença da ZRI, é o mesmo observado para o NO_x *Prompt*.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou os resultados da investigação experimental sobre o comportamento da emissão de NO_x com número de *swirl*, em uma fornalha laboratorial operando a 110kW e utilizando diesel como combustível. Os resultados apontam que o aumento do número de *swirl* causa uma redução na emissão de NO_x . Aumentando-se S' fortalece-se a zona de recirculação interna, confinando a vaporização das gotas nessa região onde a penetração de oxigênio é reduzida. Assim, cria-se uma região de combustão extremamente rica a jusante do queimador e os compostos de oxidação parcial formados nessa região, como por exemplo CO e hidrocarbonetos não queimados, são oxidados na região póschama, onde há oxigênio presente em alta concentração. Além disso, para caso de chamas de hidrocarbonetos ricas, os compostos nitrogenados HCN e NH são preferencialmente convertidos para N₂ e o NO formado pode ser convertido para N₂ através da reação com o radical CH, dependendo da razão de equivalência e da temperatura.

Apesar da utilização de zonas de recirculação fortes a jusante do queimador mostrar ser conveniente para a redução da emissão de NO_x , é preciso prever um tempo de residência suficiente para oxidação completa dos compostos intermediários (como CO e hidrocarbonetos não queimados). Desta forma, em câmaras de combustão com baixo tempo de residência o controle da emissão de NO_x por meio da intensificação da zona de recirculação, pode aumentar a emissão de CO e diminuir a eficiência de combustão.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores desse trabalho agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP pelo suporte dado através do projeto 95/4167-7 e ao Laboratório Associado de Combustão e Propulsão do INPE por disponibilizar sua estrutura e equipamentos.

7. REFERÊNCIAS

- Ballester, J.M., Dopazo, C., 1994,"Experimental Study of the Influence of Atomization Characteristic on Combustion of Heavy Oil, Comb. Sci. and Tech., vol. 103, pp. 235-263.
- Barreiros, A., Carvalho, M.G., Costa, M., Lockwood, F.C., 1993,"Predictions of Near Burner Region and Mensuraments of NO_x and Particulate Emissions in Heavy Fuel Oil Spray Flames", Combustion and Flame, vol. 92, pp. 231-240
- Couto, H.S., Muniz, W.F., Bastos-Netto, 1995,"Geometrical Parameters for Flows Across Axial Swirlers", 3rd Asian-Pacific International Symposium on Combustion and Energy Utilization, Hong Kong, pp.255-260.
- Glarborg, P., 1993,"NOx Chemistry in Pulse Combustion", Workshop in Pulsating Combustion and Its Applications, keynote Lecture C, Lund Institute of Technology, Sweden, August 2-5.
- Lawn, C.J., 1987,"Principles of Combustion Engineering for Boilers, New York, Academic, 628p.
- Splithoff, H., Greul, U., Rudiger, H., Hein, K.R.G., 1996, "Basic Effects on NO_x Emissions in Air Staging and Reburning at a Bench-Scale Test Facility", Fuel, vol. 75, n^o5, pp.560-564.
- Syska, A., 1993, "Low NO_x Staged Air Recirculation Burner Undergoing Field Trials After Excellent Test Performance", Industrial Heating, september, pp. 40-43.

ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DE TUBOS DE CALOR ROTATIVOS

Humberto Araujo Machado

Universidade do Vale do Paraíba, UNIVAP - IP&D, Av Shishima Hifume, 2911, 12244-000 São José dos Campos, SP, E-mail: machado@univap.br

Ricardo Fortes de Miranda

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: rfmiranda@mecanica.ufu.br

Resumo

Os tubos de calor quando empregados na refrigeração de equipamentos rotativos apresentam vantagens sobre os sistemas convencionais e pode transportar continuamente o calor, sem que haja a secagem da região porosa, desde que a passagem do escoamento não seja bloqueada e seja mantida uma pressão de capilaridade suficiente. O efeito da rotação é bastante intenso, influenciando a eficiência do processo, podendo bloquear o processo de troca, impedindo a condensação e eliminando o efeito de refrigeração, e é de difícil previsão por meio empírico ou usando os modelos simplificados atualmente empregados. Neste trabalho, é apresentada uma curva que limita a região de bloqueio do tubo em função da rotação e de outros parâmetros. São apresentados resultados computacionais para as caracterísiticas de tubos de calor rotativos em regime permanente, em vários graus de bloqueio do tubo, obtidos com acoplamento entre as regiões porosa e de vapor.

Palavras-chave: Tubos de calor, Tubos rotativos, Mudança de fase, Volumes finitos

1. INTRODUÇÃO

O uso de tubos de calor na refrigeração de equipamentos rotativos, como motores elétricos e turbinas (normalmente montados no eixo da máquina), apresenta diversas vantagens em relação aos sistemas convencionais. A quantidade de calor transportada é normalmente muito maior do que em um sistema convencional, via calor sensível. Daí a sua capacidade de retirar grande quantidade de calor em um sistema de pequenas dimensões. Dentre as vantagens de se utilizar tubos de calor estão simplicidade na construção, excepcional flexibilidade, controle, habilidade de transportar altas taxas de calor sobre consideráveis distâncias com baixíssimas quedas nas temperaturas, não necessitar de nenhum elemento externo de bombeamento. Devido a essas características, os tubos de calor tem sido empregados na refrigeração de equipamentos rotativos, como motores elétricos, turbinas, entre outros, com vantagens sobre os sistemas convencionais.

Esses equipamentos podem transportar continuamente o calor, desde que não haja a secagem da região porosa, o que pode ser mantido enquanto a passagem do escoamento não seja bloqueada e desde que seja mantida uma pressão de capilaridade suficiente. No entanto, o efeito da rotação sobre a capacidade de troca do tubo é bastante intenso, influenciando a eficiência do processo devido à força centrífuga, que em geral atua no sentido de dificultar a injeção da superfície porosa, na região do evaporador, em tubos montados axialmente. Esse efeito pode vir a bloquear o processo de troca, impedindo a evaporação e eliminando o efeito

de refrigeração, e é de difícil previsão por meio empírico ou usando os modelos simplificados, como nos trabalhos de Daniels e Al-Jumaily (1973) e Daniels e Willians (1978, 1979).

Ismail e Miranda (1988) apresentaram um modelo bidimensional para tubos rotativos cilíndricos, mostrando resultados para rotações de até 3600 rpm, que indicavam a presença de uma rotação crítica, acima da qual o tubos poderia entrar em colapso.

Faghri et al. (1993) investigou tubos com Número de Reynolds radial de 0.01 à 0.20, e rotação de até 2800 rpm, onde foi confirmada a presença de escoamento reverso acima de uma certa rotação. Harley e Faghri (1995) apresentaram um modelo bidimensional para tubos rotativos de geometria cônica.

Ismail e Miranda (1997) apresentaram um modelo 2-D para tubo de calor cilíndrico rotativo com estrutura porosa, que foi complementado por Miranda (1998), onde são explorados com mais detalhes os efeitos do fluxo de calor na velocidade de injeção e sobre os escoamento, para vários diâmetros e rotação, na tentativa de encontrar um ponto ótimo de operação. Neste trabalho, o modelo de Miranda (1998) é estendido à região porosa, e são analisados os efeitos do aumento do fluxo de calor e rotação na capacidade de troca térmica do tubo. Uma curva de Re_{radial} x Re_{axial} é apresentada como um dos limites de operação.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Seja um tubo cilíndrico com rotação constante Ω operando em regime permanente, submetido a uma taxa de transferência de calor Q na metade da superfície a partir de uma das bases e –Q na outra metade (Figura 1).



Figura 1. Tubo de calor rotativo: representação esquemática.

O sistema de equações representando o sistema físico em geometria axisimétrica é dado por:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{r}} + \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\rho\left(V\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V^2}{r} + U\frac{\partial V}{\partial z}\right) = -\varepsilon\frac{\partial P}{\partial r} + \mu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)$$
(2)

$$-\frac{\mu\epsilon}{K}V + 2\rho\Omega W + \rho\Omega^2 r$$

$$\rho \left(V \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W^2}{r} + U \frac{\partial W}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W}{r} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu \varepsilon}{K} W + 2\rho \Omega V$$
(3)

$$\rho\left(U\frac{\partial U}{\partial r} + U\frac{\partial U}{\partial z}\right) = -\varepsilon\frac{\partial P}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right) - \frac{\mu\varepsilon}{K}U + \rho gz$$
(4)

$$V\frac{\partial T}{\partial r} + U\frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{e} \left(\frac{\partial^{2} T}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^{2} T}{\partial z^{2}} \right)$$
(5)

Na região de vapor, a porosidade é considerada $\epsilon = 1$ e a permeabilidade $K \rightarrow \infty$. As condições de contorno são:

$$V_{r} = V_{\theta} = V_{z} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \ z = 1, \quad V_{r} = V_{\theta} = 0; \quad \frac{\partial V_{z}}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \ \text{em } r = 0,$$
$$V_{r} = V_{i}(z); \quad V_{\theta} = V_{z} = 0; \quad T = T_{sat} \ \text{em } r = r_{i}, \quad V_{r} = V_{\theta} = V_{z} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \pm Q \ \text{em } r = r_{e} \quad (5.a-d)$$

onde $V_i(z)$ é a velocidade de injeção, que é o fator de acoplamento entre as regiões porosa e de vapor.

3. RESULTADOS E ANÁLISE

A solução das equações foi obtida através do método dos volumes finitos, aplicado à uma malha co-localizada de 202 x 82 pontos. O acoplamento pressão velocidade foi feito via algorítmo SIMPLE, e os casos foram executados num computador PC Pentium 200 MHz. As simulações foram feitas considerando água como fluido de trabalho. O tubo possui raio de 0.02 m e comprimento de 1 m. A região porosa tinha raio interno de 0.0127 m, e foram usadas as propriedades do cobre sinterizado, com permeabilidade de 0.358 x 10^{-8} e porosidade de 0.446. Os resultados foram obtidos para $\Omega = 0, 5, 10, 30$ e 60 rpm, usando fluxos de calor de $10^2, 5 \times 10^2, 10^3, 5 \times 10^3, 10^4, 5 \times 10^4$ e 10^5 .

A presença de rotação implica que o fluido deve vencer a força centrífuga para escoar em direção ao condensador. Se a energia do fluido não for suficiente, atinge-se a condição crítica, ou seja, o escoamento é bloqueado, provocando colapso do tubo de calor (Miranda, 1998). Nesse sentido, qualquer fator que induza perdas no escoamento, como recirculações e instabilidades, podem ser vistos como causas de redução da eficiência do tubo.

Os resultados mostrados a seguir são relativos à rotação de $\Omega = 60$ rpm, o caso mais extremo estudado, onde é possível observar claramente os efeitos da rotação em cada variável estudada. Na Figura 2, podem ser observadas as linhas de corrente para diversos valores de Q. É possível observar que, para um fluxo muito baixo, forma-se uma recirculação na região do evaporador, para equilibrar a resistência devida à rotação (a), o que indica que a velocidade de injeção decresce bruscamente nessa região. A medida que o fluxo aumenta, o escoamento se normaliza (b), até que se atinge o limite superior, quando a resistência da rotação provoca instabilidades no escoamento, provocando uma região de recirculação na extremidade do condensador (c), nesse caso, o fluido sofre uma grande aceleração no evaporador, devendo ser desacelerado no condensador, pois sua energia é mais do que suficiente para vencer a resistência da força centrífuga. Com o aumento do fluxo, forma-se mais um centro de circulação (d). É lícito esperar que ambas as recirculações tendam para instabilidades à medida que se atingem os extremos máximo e mínimo do fluxo de calor. A partir daí, maior parcela da energia será gasta para manter o escoamento, implicando na redução da eficiência da troca de calor. Em todos os casos, pode-se notar que o escoamento no meio poroso é perfeitamente regular e se adapta às condições impostas

A Figura 3 mostra a variação da pressão com o fluxo de calor. Como já foi mencionado, o comportamento dessa variável na região porosa é bastante suave e regular (a), não apresentando modificações com o aumento de Q. Na região do vapor, observa-se que, para o valor mais alto de Q, a pressão está condicionada ao escoamento na direção axial, com uma pequena perturbação na região das recirculações (b): a distribuição da pressão está

basicamente condicionada à variação da velocidade axial, já que nesse caso o fluido tem energia suficiente para vencer a resistência imposta pela rotação . A medida que o fluxo de calor se reduz, o nível de pressão vai se reduzindo, e a diferença ao longo da coordenada radial vai aumentando, primeiro a partir de um ponto próximo ao centro (c), depois ao longo de toda a extensão do tubo na direção axial (d,e), até que os gradientes na direção axial sejam desprezíveis em comparação com aqueles na direção radial (f), o que significa que o escoamento naquela direção passa a absorver uma quantidade maior de energia, em função do aumento da influência da força centrífuga.



O comportamento das velocidades reflete os fenômenos já descritos. Nas Figuras 4 e 5, são mostrados dois casos extremos. Para $Q = 10^5$ (4.b, 5.b), o perfil é bastante regular, exceto na extremidade do condensador, onde se localizam as recirculação. Nestes pontos, são observadas oscilações da velocidade radial, além de um pico na velocidade, que normalmente ocorre devido à desaceleração axial do fluido e o efeitode rotação. Quando $Q = 10^2$ (4.a, 5.a), os dois campos apresentam fortes ondulações na região de recirculação do evaporador, e a ordem de grandeza dessas oscilações é mais próxima do que no caso anterior, o que evidencia a perda de energia do processo.



Figura 3. Campos de pressão, $\Omega = 60$: (a) vapor e líquido; (b), (c), (d), (e) e (f) vapor.



Figura 4. Campos da velocidade axial - U, $\Omega = 60$.



Figura 5. Campos da velocidade radial - V, $\Omega = 60$.





Para efeito de comparação, são mostrados na Figura 6 os perfis de velocidade de um tubo de calor sem rotação, para um fluxo de calor $Q = 10^4$. É notória a simetria dos campos, em decorrência da ausência de rotação.

Um fator de importância para a limitação do fluxo é a temperatura atingida pelo fluido na região do evaporador. O funcionamento perfeito do tubo de calor pressupõe a inexistência de ebulição nucleada, o que se convenciona ocorrer por volta de 10 % acima da temperatura de saturação (considerada aqui 100° C). A figura 7 mostra os perfis de temperatura no interior do tubo, num caso extremo, em que a temperatura no evaporador ultrapassou em muito o limite de funcionamento, e onde se encontra próxima à esse limite. Além do aumento do nível de temperatura, o único outro fator observado foi uma variação mais suave da temperatura no meio poroso (a), ocorrendo uma queda menos abrupta na passagem do evaporador para condensador (b). Nota-se também que a região de vapor se mantém à temperatura de saturação, com variações desprezíveis em toda a sua extensão. A figura 8 mostra a variação da temperatura máxima na região porosa em função do fluxo de calor, que é independente da rotação.





Figura 8. Temperatura máxima da região porosa em função do fluxo de calor.



Finalmente, os resultados apresentados por Miranda (1998) para o limite inferior de aplicação são estendidos para uma uma curva generalizada do Número de Reynolds angular (Re_{angular} = $\Omega r_i/v_{vapor}$) em função do número de Reynolds de injeção (Re_{injeção} = V_i*L/v_{vapor}), apresentada na Figura 9. V_i* é a velocidade de injeção teórica do fluido na interface, dada por $V_i* = Q/(\rho_{vapor} H)$, onde H é o calor latente de vaporização. É possível notar que essa planilha relaciona diretamente o fluxo de calor e a rotação.

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram mostrados os efeitos da rotação no processo de troca de calor em tubos de calor rotativos. Evidenciou-se a presença de recirculações nos dois casos extremos, quando o fluxo é muito alto ou quando é pequeno demais para compensar a resistência ao escoamento da força centrífuga. O limite inferior de operação é função do crescimento das recirculações, até o colapso do tubo. O limite superior, entretanto, é ditado pela temperatura do fluido da região porosa, que independe da rotação. É apresentada uma planilha demarcando o limite inferior de forma genérica.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à FAPEMIG pelo suporte financeiro durante a realização deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Daniels, T. C., Al-Jumaily, F. K., Investigations of the Factor Affecting the Performance of a Rotanting Heat Pipe, Int. J. Heat & Mass Transfer, 18, pp 691-973.
- Daniels, T. C., Willians, R. J., 1978, Experimental Temperature Distribution and Heat Load Characteristics of Rotating Heat Pipes, Int. J. Heat & Mass Transfer, 21, pp 193-201.
- Daniels, T. C., Willians, R. J., 1979, The Effect of External Boundary Conditions on Condensation Heat Transfer in Rotating Heat Pipes, Int. J. Heat & Mass Transfer, 22, pp 1237-1241.
- Faghri, A., Gogineni, S., Thomas, S., 1993, Vapour Flow Analysis of Axially Rotating Heat Pipe, Int. J. Heat & Mass Transfer, 36(9), pp 2293-2303.
- Harley, C., Faghri, A., 1995, Two-dimensional Rotanting Heat Pipe Analysis, Trans. ASME J. Heat Transfer, 117, pp 202-208.
- Ismail, K. A. R., Miranda, R. F., 1988, Theoretical Analysis of a Rotating Heat Pipe, IHSP, Tsukuba, Japão, pp 157-162.
- Ismail, K. A. R., Miranda, R. F., 1997, Two-dimensional Axisymetrical Model for a Rotating Porous Wicked Heat Pipe, Applied thermal Engineering 17(2), pp 135-155.
- Miranda, R. F., 1998, Desempenho de Tubos de Calor Rotativos com Distribuição Qualquer de Calor no Evaporador, Congresso Norte-Nordeste de Engenharia Mecânica, Fortaleza, CE, pp 103-110.

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS CARACTERÍSTICAS DE UM FEIXE INFRAVERMELHO

Luís Mauro Moura

Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Laboratório de Sistemas Térmicos, Rua Imaculada Conceição, 1155, 80215-901, Curitiba/PR, Brasil. E-mail: lmoura@ccet.pucpr.br

Dominique Doermann-Baillis

Jean-François Sacadura

Centre de Thermique de Lyon, ESA CNRS 5008, INSA de Lyon 20, Avenue Albert Einstein, F69621 Villeurbanne Cedex, França

Resumo

Apresenta-se neste trabalho a determinação experimental das características de um feixe infravermelho de um dispositivo espectrométrico comercial (BIO-RAD FTS 60A). Este equipamento é utilizado para a identificação de propriedades radiativas de materiais semitransparentes. As medidas realizadas visam a determinação da homogeneidade espacial do campo de intensidade radiativa e do ângulo de divergência do feixe.

Palavras-chave: Espectrometria, Radiação térmica, Determinação de propriedades radiativas

1. INTRODUÇÃO

A determinação experimental das propriedades radiativas de materiais semitransparentes e difusores (espessura ótica, albedo e função de fase) nem sempre é realizada de maneira direta, isto é, geralmente é necessário um modelo baseado na equação da transferência de calor por radiação considerando situações experimentais como condições de contorno do problema analítico/numérico. Na maioria dos casos da literatura, considera-se um feixe Infravermelho (IR) incidindo sobre a superfície da amostra de maneira uniforme, segundo uma hipótese de geometria unidimensional, exemplos são os trabalhos de Silva Neto e Özisik (1992), Glicksman. et al. (1987), Uny (1986), Nicolau (1994), Doermann (1995) e Henry et al. (1997). Entretanto, a condição de uniformidade da intensidade do feixe sobre a amostra nem sempre é facilmente obtida em função das características de construção dos equipamentos disponíveis comercialmente. Existem dois tipos básicos de equipamentos. O primeiro baseia-se no princípio da dispersão de um feixe IR proveniente de um corpo negro (policromático) por um prisma, ou rede de dispersão, sendo a leitura do sinal realizada passo a passo para cada comprimento de onda. O segundo tipo, são os espectrômetros a transformada de Fourier (FTIR) (Griffiths, 1975) que, segundo seu princípio de funcionamento baseado na interferômetria, realizam a medição de toda a banda espectral IR simultaneamente. Além de possibilitar uma medição num tempo muito maior, a utilização de um FTIR fornece um sinal com maior intensidade e também mais uniforme.

Para a determinação das propriedades radiativas de materiais semitransparentes difusores,

como lã de vidro ou espuma de carbono, o Laboratório CETHIL (Centre de Thermique de Lyon, França) dispõe de um FTIR de fabricação BIORAD, modelo FTS60A. Neste trabalho apresenta-se a técnica de medição adotada na determinação das características do feixe IR.

2. DESCRIÇÃO DO DISPOSITIVO

O equipamento BioRad FTS60A baseia-se no princípio do interferômetro de Michelson. Sua banda de medição situa-se entre 1,5 e 25 μ m. O espectrômetro é composto por: uma fonte de radiação constituída de um filamento de cerâmica aquecida a 1300°C (emissão tipo corpo cinzento); uma lâmina separadora de KBr onde o processo de interferência é realizado; um sensor HgCdTe (também chamado MCT) de banda larga. O sensor dispõe de um sistema de pré-amplificação linearizado eletronicamente pelo próprio fabricante. Existe ainda a possibilidade de utilizar uma segunda fonte (lâmpada halogênea), contudo faz-se necessário substituir a lâmina separadora de KBr por outra em Quartzo (1,0 a 2,5 μ m), este conjunto permite um alinhamento fácil pois pode-se visualizar o trajeto ótico do feixe. Na Fig. 1 vê-se o esquema da montagem com o espectrômetro FTIR e, ao lado, o goniômetro onde é posicionado a amostra para medições BRDF/BTDF (*Bidirectional Reflectance or Transmittance Distribution Function*) (Nicolau, 1994).



espectrômetro FTIR

Montagem BRDF/BTDF

Figura 1. Montagem com o espectrômetro FTIR

O feixe IR, após partir da fonte cerâmica, é refletido pelo espelho MS1, formando uma imagem sobre um diafragma. A fonte IR de 7 mm de diâmetro está localizada a uma distância de duas vezes a focal, f_{MS1} , do espelho MS1. O diafragma é um disco no qual existem 4 furos de diâmetros diferentes, que condicionam o ângulo de divergência do feixe incidente sobre a amostra. O diafragma encontra-se na posição focal do espelho esférico MS2. Desta maneira, o feixe torna-se quasi-paralelo (ângulo de divergência muito pequeno), com um semi-ângulo de divergência θ_o . A equação relacionando o valor de θ_o com a distância focal, f_{MS2} , do espelho MS2 e do raio do diafragma R₂ é (Nicolau, 1994):

$$\theta_{\rm o} = \arctan \frac{{\rm R}_2}{f_{\rm MS2}} \tag{1}$$

A Tabela 1 indica os valores dos semi-ângulos de divergência θ_o para cada resolução, ou diâmetro, do diafragma do equipamento FTS 60A. A relação entre diâmetro do diafragma e resolução do aparelho é devido ao fato que para uma boa resolução, deve-se limitar o ângulo de divergência do feixe (Griffiths, 1975).

O feixe IR quando chega na lâmina separadora é dividido em dois onde são em seguida refletidos pelos espelhos (fixo e móvel) e novamente recombinados na lâmina separadora. Desta maneira, provoca-se um processo de interferência devido as diferenças de trajetória dos dois feixes. Esta sinal, chamado interferograma, é medido pelo sensor MCT em função da posição do espelho móvel (sinal modulado). Aplicando-se uma FFT (Transformada rápida de Fourier) sobre o interferôgrama obtém-se o espectro de emissão da fonte IR. Na Fig. 2 vê-se uma curva de emissão típica obtida, bem como seu nível de ruído.

Após passar pela lâmina separadora, o feixe IR é enviado para o exterior por um espelho, onde situa-se o dispositivo goniométrico que suporta a amostra e o sensor IR, por uma janela situada na lateral do aparelho. Para efetuar esta tarefa pode-se empregar um espelho plano ou um esférico. Nicolau (1994) utilizou inicialmente um espelho esférico (focal=500 mm) com o intuito de reduzir ligeiramente o ângulo de divergência do feixe IR, concentrando-o sobre a amostra.

Resolução	Diâmetro [mm]	θ
Open	7,0	2,23°
2 cm ⁻¹	4,0	1,27°
1 cm ⁻¹	2,7	0,86°
0,5 cm ⁻¹	1,25	0,40°

Tabela 1. Resolução, diâmetro do diafragma e semi-ângulo de divergência θ_0

As medições de intensidades radiativas são efetuadas pelo conjunto sensor MCT/espelho esférico, MS4, situado no braço do goniômetro. Este sistema, com a ajuda de uma unidade de rotação acionada por motor de passo, realiza medições para diferentes direções, e não somente na direção de incidência. Outra possibilidade do sistema é de rotacionar a amostra em relação ao feixe incidente, eliminando-se a hipótese de simetria azimutal (Moura, 1998). O espelho esférico MS4 ($f_{MS4}=150 \text{ mm}$) tem a função de limitar o ângulo de detecção, conforme a seguinte equação:

$$\theta_{\rm d} = \arctan \frac{R_d}{f_{MS4}} \tag{2}$$

onde R_d é o raio da área sensível de detecção do sensor ($R_d = 0.5$ mm), sendo o sensor posicionado na focal do espelho esférico. O valor obtido nesta montagem é de 0.19°, resultando numa boa resolução angular, quando comparado aos ângulos de incidência da Tabela 1.

O espectrômetro FTS 60A dispõe ainda de um laser He-Ne (632,8 µm) com a função de realizar o alinhamento dinâmico do conjunto ótico, bem como de servir de referência para o posicionamento do espelho móvel. Este laser dispõe de uma lente divergente que aumenta o seu diâmetro para aproximadamente 10 mm. O laser encontra-se atrás do espelho MS2 o qual possui um furo no seu centro deixando passar o feixe He-Ne. O feixe laser e IR realizam o mesmo trajeto ótico, até o espelho MP2, o qual possui também um furo no centro, permitindo desta forma a saída do feixe de alinhamento, incidindo finalmente sobre três diodos laser

dispostos de forma triangular. A presença deste furo, embora necessária, provoca heterogeneidades no feixe IR que serão demonstrados a seguir.

Em condições ideais o feixe IR incidente sobre a amostra deve ter um ângulo de divergência muito reduzido, para possuir características próximas a de um feixe paralelo. Entretanto, sabese quanto menor sua divergência, menor será a quantidade de energia disponível a ser medida pelo sensor. O fluxo de radiação espectral é expresso pela equação:

$$\mathbf{q}_{\mathrm{r}\lambda} = \mathbf{I}_{\lambda} d\omega_{\mathrm{o}} \cos\theta_{\mathrm{I}} \tag{3}$$

onde I_{λ} é a intensidade radiativa espectral, $d\omega_{b}$ é o ângulo sólido de divergência do feixe e θ_{l} é o ângulo de incidência do feixe sobre a amostra (no caso de simetria azimutal $\theta_{l} = 0^{\circ}$).



Figura 2. Distribuição de energia e o nível de ruído para o espectro de base, em função do comprimento de onda

3. ENSAIOS REALIZADOS

Além de um ângulo de divergência reduzido o fluxo radiativo sobre a superfície da amostra deve ser constante, garantindo a hipótese de problema unidimensional. Um dos objetivos desta avaliação é comparar as características obtidas, seja utilizando um espelho plano na janela de saída do espectrômetro (MP3), seja utilizando um espelho esférico nesta posição (MS3). Descreve-se a seguir a caracterização experimental do feixe IR.

3.1 Determinação da uniformidade do feixe IR

Para determinar a uniformidade do feixe IR sobre a amostra, utilizou-se o sensor MCT posicionado no plano normalmente ocupado pela amostra, recebendo diretamente o feixe IR, sem a utilização de algum espelho de concentração. Um suporte permite deslocar o sensor nos dois eixos ortogonais a direção de incidência. Como a área do sensor MCT (diâmetro de 1 mm) é muito menor que a área do feixe incidente, obtém-se uma boa resolução espacial. Mede-se o sinal máximo detectado pelo interferograma (em Volt), antes da aplicação da transformada de Fourier.

As Figs. 3 a 5 apresentam as medições realizadas com o espelho plano para as aberturas de *open*, 2 cm⁻¹ e 0,5 cm⁻¹. A posição (X=0 cm e Y=0 cm) é eixo ótico obtido através do alinhamento, para uma abertura de 2 cm⁻¹. As curvas do sinal são representadas em dois formatos, uma indica a iluminação obtida sobre uma folha de papel quando se utiliza a lâmina separadora de quartzo para materializar o caminho ótico do feixe. O segundo formato é o gráfico 3-D do sinal medido, indicando melhor a forma do feixe.

Os resultados obtidos para a posição *open* mostram que o feixe é mais intenso na sua porção inferior. Isto é devido à existência de um gradiente térmico na fonte cerâmica. Visualmente observa-se que a resistência cerâmica (na forma de 3 espiras) têm seções com temperaturas diferentes. Com a redução do diâmetro do diafragma, este efeito é menos visível e a intensidade máxima do feixe encontra-se próxima do eixo de alinhamento. Entretanto, reduzindo-se o diâmetro do diafragma, o feixe torna-se menos uniforme.

A Fig. 5 mostra claramente a influência dos furos existentes nos espelhos MS2 e MP2. Para uma abertura menor (0,5 cm⁻¹) a superfície iluminada do espelho MS2 é menor, Fig. 1, e esta influência torna-se mais importante.

As Figs. 6 a 8 mostram as mesmas medições que as anteriores, mas agora utilizando um espelho esférico. Na Fig. 6 pode-se observar a imagem do três filamentos da fonte IR (uma imagem da fonte é formada a 230 mm do espelho esférico, sendo que o porta amostra encontra-se a 500 mm). Reduzindo o diafragma o feixe torna-se muito concentrado.

3.2 Determinação do ângulo de divergência

O ângulo de divergência do feixe IR é um parâmetro importante na definição da quadratura utilizada (Moura, 1998). Em princípio, este ângulo é definido pelo raio do diafragma e pela focal do espelho MS2, equação 1. Entretanto, pode-se obter o ângulo de divergência de maneira experimental, medindo-se as intensidade radiativas do feixe, rotacionando-se o braço do sistema de detecção. Este sistema integra a energia recebida das intensidades radiativas dentro do ângulo de detecção θ_d , equação 2. Em princípio os valores deveriam ser constantes para $0^{\circ} \le \theta \le \theta_o - \theta_d$.



Figura 3. Espelho plano com o diafragma na posição open

Para o cálculo do ângulo de detecção, equação 2, o sensor deve ser posicionado na posição focal do espelho esférico MS4. Contudo, o procedimento de alinhamento utilizado por Nicolau (1994) e Doermann (1995) baseava-se no deslocamento do sensor de alguns milímetros de maneira a obter-se um sinal de maior intensidade.

A utilização de uma lâmina em quartzo para efetuar o alinhamento permitiu a visualização dos pontos de concentração do feixe sobre o sensor. Utilizando o espelho plano MP3, obtémse uma imagem do diafragma a 160 mm do espelho MS4 com um diâmetro de 7 mm para a posição *open*. As espirais da fonte IR são novamente visíveis e como a superfície de detecção é menor que a imagem, tende-se a regular o espelho MS4 de maneira a posicionar a superfície de detecção é detecção na espiral de maior intensidade. A uma posição de 170 mm do espelho MS4 aparece uma imagem do espelho MS2, sendo visível o orifício deste espelho (região não iluminada). A análise com o espelho esférico MS3 é similar, mas a imagem da fonte é formada a uma distância de 195 mm. Isto explica a necessidade de afastar o sensor de sua posição focal para obter-se um ganho de sinal.



Figura 4. Espelho plano com o diafragma na posição 2 cm⁻¹



Figura 5. Espelho plano com o diafragma na posição 0,5 cm⁻¹



Figura 6. Espelho esférico com o diafragma na posição open



Figura 7. Espelho esférico com o diafragma na posição 2 cm⁻¹



1.75

30

Na Fig. 9, vê-se as medidas realizadas para os quatro diferentes diafragmas, para o espelho plano MP3. O sensor não localiza-se no plano focal do espelho MS4 mas sim na posição de imagem da fonte (160 mm). O ângulo de divergência do feixe obtido experimentalmente está em concordância com os listados na Tabela 1. Na Fig. 10, observa-se que com a utilização do espelho esférico MS3 a divergência do feixe aumenta. Nesta configuração o sensor localiza-se a uma distância de 195 mm de MS4, sobre a imagem da fonte.

As Figs. 11 e 12 mostram o efeito da posição do sensor na determinação experimental do ângulo de divergência para uma resolução de 2 cm⁻¹. Para o espelho plano MP3, a posição 0 mm (sobre o plano imagem da fonte) não é a posição aonde o sinal é mais elevado. Um deslocamento na direção do espelho MS4 (direção positiva) reduz a intensidade do sinal. Na direção negativa, o sinal aumenta e para as posições mais distantes aparece a formação de um orifício. Para a Fig.12 nota-se o mesmo efeito, agora utilizando o espelho MS3. Novamente observa-se que a posição 0 mm não é a posição onde ocorre o máximo do sinal, mas o deslocamento do sensor não demonstrou a existência de um orifício. Neste caso, provavelmente o sensor esta situado numa posição inferior à região do furo, pois caso contrário, o sinal medido seria muito fraco.



Figura 9. Ângulos de divergência para o espelho MP3 para diferentes aberturas do diafragma



Figura 10. Ângulos de divergência para o espelho MS3 para diferentes aberturas do diafragma



Figura 11. Divergência do feixe para uma resolução de 2 cm⁻¹ e utilizando o espelho MP3



Figura 12. Divergência do feixe para uma resolução de 2 cm⁻¹ e utilizando o espelho MS3

4. CONCLUSÃO

Esta análise realizada sobre a ótica do feixe IR do BioRad FTS 60A permitiu verificar a influência da abertura do diafragma e do tipo de espelho utilizado na janela de saída deste espectrômetro. Verificou-se nos ensaios que embora o espelho esférico forneça uma maior quantidade de energia difusa, em contrapartida ele ocasiona um aumento do ângulo de divergência. Conclui-se então que o espelho plano é mais próximo das condições idealizadas no modelo 1-D.

Na seqüência deste trabalho faz-se necessário um estudo de sensibilidade na identificação de parâmetros. Um outro ponto necessário é o desenvolvimento de um código em geometria cilíndrica bidimensional para calcular os erros devido a não-uniformidade do feixe incidente.

5. REFERENCIAS

- Doermann, D., 1995, "Modélisation des transferts thermiques dans des matériaux semitransparents de type mousse à pores ouverts et prédiction des propriétés radiatives". Thèse de doctorat n° 95ISAL0010, INSA, Lyon. 271p.
- Glicksman, L., Schuetz, M., Sinofsky, M., 1987, "Radiation heat transfer in foam insulation". Int. J. Heat Mass Transfer, 30, pp. 187-197
- Griffiths, P.R., 1975, "Chemical infrared Fourier transform spectroscopy", New York : John Wiley and Sons- 337p.
- Henry, J.F., Bissieux, C., Marquie, S., Gillet, Y., 1997, "One-dimensional modelling and parameter estimation in scattering media. High temperatures-High Pressures", 29, pp. 159-164
- Moura, L.M., 1998, "Identification des propriétés radiatives des matériaux semitransparents diffusants en situation de non-symétrie azimutale du champ radiatif". Thèse de doctorat 98ISAL0059. INSA, Lyon.- 210p.
- Nicolau, V.P., 1994, "Identification des Propriétés Radiatives des Matériaux Semi-Transparents Diffusants". Thèse de doctorat n° 94ISAL0001. INSA, Lyon. - 234p
- Silva Neto, A.J., Özisik, M.N., 1992, "An inverse analysis of simultaneously estimating phase function, albedo and optical thickness". ASME-HTD- Developments in Radiative Heat Transfer, 203, pp. 23-30
- Uny, G., 1986, "Modélisation du transfert couplé rayonnement-convection au sein de matériaux poreux et identification de leurs propriétés radiatives: application aux laines de verre". Thèse de Doctorat n° 86 ISAL 0007, INSA, Lyon. 130p.

A FINITE ELEMENT FORMULATION FOR THE MOMENTUM AND ENERGY TRANSFER IN POROUS MEDIA USING A STABILIZED METHODOLOGY

Maria Laura Martins-Costa

Laboratory of Theoretical and Applied Mechanics (LMTA), Department of Mechanical Engineering - Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria, 156 – 24210-240 Niterói/RJ, Brazil, E-mail: laura@mec.uff.br

Sérgio Frey

Thermal Sciences and Energy Systems Group (GESTE), Department of Mechanical Engineering - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rua Sarmento Leite, 425 – 90050-170 Porto Alegre/RS, Brazil, E-mail: frey@mecanica.ufrgs.br

Rogério M. Saldanha da Gama

Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC/CNPq), Rua Getúlio Vargas, 333 – 25651-070 Petrópolis/RJ, Brazil, E-mail: rsgama@domain.com.br

Abstract

A mixture theory approach has been employed to study the heat convection in a flow through a saturated rigid porous medium, generating a system of coupled partial equations. The employed method is built in order to remain stable and accurate even for very high advective regimen. Taking advantage of appropriated upwind strategies, the numerical method employed has generated stable and accurate approximations for fluid constituent velocity and pressure fields as well as for both solid and fluid constituents' temperatures even for very high Péclet flows. Some two-dimensional simulations of a nonisothermal flow of a Newtonian incompressible fluid through a porous channel bounded by two impermeable flat plates have been performed.

Keywords: Porous media, mixture theory, forced convection, finite element approximations, mixed formulations, GLS method.

1. INTRODUCTION

Transport phenomena in porous media present countless relevant applications among which: geomechanics, petroleum and mining industries, sintering technologies, biomechanics, not to mention problems that impact the energy self-sufficiency and the environmental state. In this article, the momentum and energy transport in a saturated flow through a rigid porous medium has been studied by employing a local model based on a *Continuum Theory of Mixtures* (Atkin and Craine, 1976; Bedford and Drumheller,1983). The mixture is a superposition of continuous constituents (each of them occupying its whole volume) standing for the fluid and the porous medium; the fluid constituent is assumed Newtonian and incompressible, while the solid constituent, representing the porous medium, is supposed rigid, homogeneous, isotropic and at rest (Martins-Costa et al., 1992; Costa-Mattos etal., 1995). The mixture theory leads to an apparent thermomechanical independence, requiring momentum and energy generation terms to account for the thermomechanical coupling among the constituents in the balance equations. Since the solid constituent is rigid and at rest it suffices to solve mass and momentum conservation equations for the fluid constituent of the mixture, while the energy equation must be solved for both constituents. These equations, combined with constitutive assumptions satisfying the material objectivity and the Second Law of Thermodynamics, describe the heat convection in a porous medium.

Numerical simulations of incompressible flows suffer from two major difficulties: finite elements need to compatibilize velocity and pressure subspaces satisfying the Babuška-Brezzi mathematical condition and the instability inherent to central discretization schemes - either by Galerkin formulation or by central difference stencil - to approximate high advective dominated flows. Most of Galerkin method limitations may be overcome by the so called stabilized methods (Hughes and Franca, 1987 and references therein), which consists of adding mesh-dependent terms to the usual Galerkin formulation, which are functions of the residuals of the Euler-Lagrange equations evaluated elementwise. Since these residuals are satisfied by the exact solutions, consistency is preserved in these methods. The perturbation terms are designed to enhance stability of the original Galerkin formulation without upsetting consistency.

In this paper a stabilized finite element method - built in to inherit the good stability features shown by the stabilized methods already proposed for the Stokes problem (see, for instance, Franca et al., 1992; Sampaio, 1991) - has been introduced to simulate forced convection in porous media. Taking advantage of an improved design of the stability parameters (Franca et al., 1992), the method remains stable even for very high advective flows (Franca and Frey, 1992); thereby there is no need to satisfy the above mentioned Babuška-Brezzi condition.

2. MIXTURE THEORY MODELING

Since the solid constituent is rigid and at rest it suffices to solve mass and momentum conservation equations for the fluid constituent of the mixture. Therefore, the local form of the mass and momentum conservation may be stated as (Atkin and Craine, 1976)

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + (\nabla \rho_f) \mathbf{u}_f + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0 \tag{1}$$

$$\rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u}_f) \mathbf{u}_f \right] = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f + \mathbf{m}_f + \rho_f \mathbf{f}_f$$
(2)

in which \mathbf{u}_f represents the fluid constituent velocity and ρ_f its mass density, so that $\rho_f = \rho \varphi$; where φ is the fluid fraction, coincident with the porosity, for saturated flows and ρ is the actual fluid mass density, measured in a continuum mechanics viewpoint. The momentum source, which accounts for the mechanical coupling between both constituents is represented by the interaction force \mathbf{m}_f applied on the fluid constituent by the solid one, $\boldsymbol{\sigma}_f$ is the partial stress tensor acting on the fluid constituent and \mathbf{f}_f the body force acting on it.

The mixture theory viewpoint requires constitutive assumptions for the partial stress tensor and the intraction force applied on the fluid constituent (Williams, 1978; Martins-Costa et al., 1992)

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -\varphi p \mathbf{I} + 2\lambda \varphi^2 \mu \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_f) \tag{3}$$

$$\mathbf{m}_f = -\frac{\varphi^2 \mu}{K} \mathbf{u}_f \tag{4}$$

where μ is the actual fluid viscosity and K is actual the specific permeability of the porous medium, both regarded from a continuum mechanics viewpoint, λ is a scalar parameter depending on the porous matrix microstructure, p is the pressure acting on the mixture and $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_f)$ is the symmetrical part of the fluid constituent velocity gradient.

The local form of the energy equation for each constituent is given by (Atkin and Craine, 1976)

$$\rho_{\alpha} \left[\frac{\partial e_{\alpha}}{\partial t} + (\nabla e_{\alpha}) \mathbf{u}_{\alpha} \right] = \rho_{\alpha} r_{\alpha} - \nabla \cdot \mathbf{q}_{\alpha} + \psi_{\alpha} + \boldsymbol{\sigma}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_{\alpha}) \qquad \alpha = s, f$$
(5)

in which e_{α} represent each constituent internal energy, r_{α} its energy generation per unit mass and \mathbf{q}_{α} the partial heat flux per unit time and unit area associated to the α -th constituent. The energy generation function, ψ_{α} , which is an internal contribution, represents the energy supply - per unit time and unit volume - to a given constituent, arising from its thermal interaction with the remaining constituents of the mixture (Martins-Costa et al., 1993).

Constitutive assumptions for the partial heat fluxes and energy generation function for the solid (\mathbf{q}_s and ψ_s) and the fluid (\mathbf{q}_f and ψ_f) constituents may be stated as (Martins-Costa et al., 1992)

$$\mathbf{q}_s = -\Lambda k_S (1 - \varphi) \nabla \theta_s \tag{6}$$

$$\mathbf{q}_f = -\Lambda k_F \varphi \nabla \theta_f \tag{7}$$

$$-\psi_s = \psi_f = R(\theta_s - \theta_f) \tag{8}$$

where θ_s and θ_f represent the solid and the fluid constituents' temperatures, Λ an always positive parameter which may depend on both the internal structure and the kinematics of the mixture, k_S and k_F are the actual thermal conductivity of the solid and the fluid and R is a positive-valued parameter depending on both constituents' thermal properties and on the mixture internal structure.

3. FINITE ELEMENT MODELING

Substituting the constitutive eqs. (3), (4), (6)-(8) into the conservation eqs.(2) and (5), assuming low velocities and steady-state Stokes flow, we obtain the following boundary-value problem for incompressible flows through saturated porous media: Given functions $\mathbf{f}_f: \overline{\Omega} \to \mathbf{R}^3, r_f: \overline{\Omega} \to \mathbf{R}$ and $r_s: \overline{\Omega} \to \mathbf{R}$, find the unknown fields
$\mathbf{u}_f: \overline{\Omega} \to \mathbf{R}^3, p: \overline{\Omega} \to \mathbf{R}, \theta_f: \overline{\Omega} \to \mathbf{R} \text{ and } \theta_s: \overline{\Omega} \to \mathbf{R}, \text{ such that}$

$$-2\lambda\varphi\mu\nabla\cdot\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_{f})+\nabla p+\frac{\varphi\mu}{K}\mathbf{u}_{f}=\mathbf{f}_{f} \quad \text{in } \Omega$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u}_{f}=0 \quad \text{in } \Omega$$

$$\mathbf{u}_{f}\cdot\nabla\theta_{f}-\kappa_{f}\Delta\theta_{f}+\beta(\theta_{f}-\theta_{s})=r_{f} \quad \text{in } \Omega$$

$$\kappa_{s}\Delta\theta_{s}+(\theta_{s}-\theta_{f})=r_{s} \quad \text{in } \Omega$$

$$\mathbf{u}_{f}=\mathbf{u}_{g} \quad \text{on } \Gamma_{g}$$

$$\theta_{f}=\theta_{f_{g}} \quad \text{on } \Gamma_{g}$$

$$\theta_{s}=\theta_{s_{g}} \quad \text{on } \Gamma_{g}$$

$$\sigma_{f}\mathbf{n}=\sigma_{h} \quad \text{on } \Gamma_{h}$$

$$-\Lambda k_{f}\varphi\nabla\theta_{f}\cdot\mathbf{n}=q_{f_{h}} \quad \text{on } \Gamma_{h}$$

with the thermal porous diffusivities κ_f and κ_s and coefficient β being defined, respectively, by

$$\kappa_f = \frac{\Lambda k_f \varphi}{\rho_f c_f} \quad ; \quad \beta = \frac{R}{\rho_f c_f} \quad ; \quad \kappa_s = \frac{\Lambda k_s (1 - \varphi)}{R} \tag{10}$$

and prescribed energy supplies r_f and r_s redefined as

$$r_f := \frac{r_f}{\rho_f c_f} \quad ; \quad r_s := \frac{r_s}{R} \tag{11}$$

3.1 Stabilized formulations

The finite element approximation of eqs.(9) is based on the following finite dimension subspaces,

$$W_h = \{ \phi \in H^1_0(\Omega) \mid \phi_{|\mathbf{K}} \in P_m(K), \ K \in \mathcal{C}_h \}$$

$$(12)$$

$$\mathbf{V}_{h} = \{ \mathbf{v} \in H_{0}^{1}(\Omega)^{N} \mid \mathbf{v}_{\mid K} \in P_{k}(K)^{N}, \ K \in \mathcal{C}_{h} \}$$
(13)

$$P_h = \{ p \in \mathcal{C}^0(\Omega) \cap L^2_0(\Omega) \mid p_{\mid K} \in P_l(K), \ K \in \mathcal{C}_h \}$$

$$(14)$$

$$W_h^g = \{ \phi \in H^1(\Omega) \mid \phi_{\mid K} \in P_m(K), \ K \in \mathcal{C}_h, \ \phi = \theta_{i_g} \text{ on } \Gamma_{\mathbf{g}} \} \qquad i = f, s$$
(15)

$$\mathbf{V}_{h}^{g} = \{ \mathbf{v} \in H^{1}(\Omega)^{N} \mid \mathbf{v}_{\mid K} \in P_{k}(K)^{N}, \ K \in \mathcal{C}_{h}, \ \mathbf{v} = \mathbf{u}_{g} \text{ on } \Gamma_{\mathbf{g}} \}$$
(16)

where P_k , P_l and P_m denote, respectively, polynomial spaces of degrees k, l and m.

The following stabilized method may be introduced to represent the system (9), employing the definitions (10)-(11): Find $(\mathbf{u}_h, p_h, \theta_{fh}, \theta_{sh}) \in \mathbf{V}_h^g \times P_h \times W_h^g \times W_h^g$ such that

$$B(\mathbf{u}_{fh}, p_h, \theta_{fh}, \theta_{sh}; \mathbf{v}, q, \phi_f, \phi_s) = F(\mathbf{v}, q, \phi_f, \phi_s),$$

$$(\mathbf{v}, q, \phi_f, \phi_s) \in \mathbf{V}_h \times P_h \times W_h \times W_h$$
(17)

with

$$B(\mathbf{u}_{f}, p, \theta_{fh}, \theta_{sh}; \mathbf{v}, q, \phi_{f}, \phi_{s}) = (2\lambda\varphi\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_{f}), \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})) - (\nabla \cdot \mathbf{v}, p) - (\nabla \cdot \mathbf{u}_{f}, q) - (\frac{\varphi\mu}{\mathbf{K}}\mathbf{u}_{f}, \mathbf{v}) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_{f}, \delta\nabla \cdot \mathbf{v}) + (\mathbf{u}_{f} \cdot \nabla\theta_{f}, \phi_{f}) + (\kappa_{f}\nabla\theta_{f}, \nabla\phi_{f}) + (\beta(\theta_{f} - \theta_{s}), \phi_{f}) + (\kappa_{s}\nabla\theta_{s}, \nabla\phi_{s}) + ((\theta_{s} - \theta_{f}), \phi_{s})$$
(18)
$$+ \sum_{K \in \mathcal{C}_{h}} \left(\nabla p + \frac{\varphi\mu}{\mathbf{K}}\mathbf{u}_{f} - 2\lambda\varphi\mu\nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_{f}), \tau_{\mathbf{v}}(\operatorname{Re}_{K})(-\nabla q - 2\lambda\varphi\mu\nabla \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}))\right)_{K} + \sum_{K \in \mathcal{C}_{h}} (\mathbf{u}_{f} \cdot \nabla\theta_{f} - \kappa_{f}\Delta\theta_{f} + \beta(\theta_{f} - \theta_{s}), \tau_{\phi}(\operatorname{Pe}_{K})(\mathbf{u}_{f} \cdot \nabla\phi_{f} - \kappa_{f}\Delta\phi_{f}))_{K}$$

and

$$F(\mathbf{v}, q, \phi_f, \phi_s) = (\mathbf{f}_f, \mathbf{v}) + (\boldsymbol{\sigma}_h, \mathbf{v})_{\Gamma_h} + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \left(\mathbf{f}_f, \tau_{\mathbf{v}}(\operatorname{Re}_K)(-\nabla q - 2\lambda\varphi\mu\nabla\cdot\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})) \right)_K + (r_f, \phi_f) + (q_{fh}, \phi_f)_{\Gamma_h} + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} (r_f, \tau_{\phi}(\operatorname{Pe}_K)(\mathbf{u}_f \cdot \nabla\phi_f - \kappa_f\Delta\phi_f))_K + (r_s, \phi_s)$$

$$(19)$$

with the stability parameters $\tau_{\mathbf{v}}$, τ_{ϕ} and δ defined by (Franca et al., 1992; Franca and Frey, 1992)

$$\tau_i(X_i) = \frac{h_K}{2|\mathbf{u}_f|_p} \xi(X_i) \quad , \quad \text{with} \quad i = \mathbf{v}, \phi \quad X_{\mathbf{v}} = \operatorname{Re}_K \; , \; X_{\phi} = \operatorname{Pe}_K \tag{20}$$

$$\xi(X_i) = \begin{cases} X_i & , \ 0 \le X_i < 1\\ 1 & , \ X_i \ge 1 \end{cases}$$
(21)

$$\operatorname{Re}_{K} = \frac{m_{k} |\mathbf{u}_{f}|_{p} h_{K}}{4\lambda\varphi\mu} \quad , \quad \operatorname{Pe}_{K} = \frac{m_{k} |\mathbf{u}_{f}|_{p} h_{K}}{2\kappa_{f}}$$
(22)

$$m_k^i = \min\left\{\frac{1}{3}, \ 2\mathbf{C}_k^i\right\} \quad , \quad \text{with} \quad i = \mathbf{v}, \phi$$

$$(23)$$

with $|\mathbf{u}_f(\mathbf{x})|_p$ representing the *p*-norm on \mathbf{R}^n , the constants \mathcal{C}_k^{ϕ} and $\mathcal{C}_k^{\mathbf{v}}$ defined as in Franca et al. (1992) and the δ -parameter defined as in Franca and Frey (1992).

Remarks

- 1. When the stability parameters τ_v , τ_{ϕ} and δ are made equal to zero in eqs.(17)-(19), classical Galerkin formulation for the problem defined in eqs.(9) is obtained.
- 2. The usual Reynolds and Péclet grid numbers (Gresho and Chan, 1990) were modified by including the parameter m_k in eqs.(23), to account for the degree of interpolation employed. As a consequence advective-dominated flow regions are characterized by Re_K , $\operatorname{Pe}_K > 1$ and diffusive-dominated ones by Re_K , $\operatorname{Pe}_K < 1$, regardless the element considered.

4. NUMERICAL RESULTS

In this section numerical simulations of non-isothermal modified Stokes flow - defined by eqs. (9) and employing the stabilized formulation introduced in eqs. (17)-(19) are presented. Biquadratic *Serendipity* (Q2S) interpolations have been employed to approximate the fluid constituent velocity, the pressure and the fluid and the solid constituents' temperatures.



Figure 1. Fluid constituent velocity profiles: (a) for $Da = 4 \times 10^{-6}$; (b) for $Da = 4 \times 10^{-4}$.

A very simple geometry is now being considered: the Newtonian fluid flows through a horizontal porous channel limited by impermeable and isothermal flat plates. A flat porous channel of aspect ratio L/H = 2 (with L denoting its length and H its width), thermal porous diffusivities $\kappa_f = 10^0$, 10^{-3} and 10^{-7} for the fluid constituent and $\kappa_s = 10^1$ for the solid one and the β -coefficient assuming the value $\beta = 10^{-2}$ has been simulated.

The following boundary condition have been employed in the simulation



Figure 2. Galerkin method with Dirichlet conditions at the outlet

An almost flat velocity profile was obtained from the numerical approximation of the hydrodynamical problem, considering the classical no-slip condition on the impermeable

flat plates, the classical fully developed flow boundary condition at the inlet and free traction at the outlet, as shown in Figure 1. This profile presented a very good agreement with the analytical result presented in Martins-Costa et al. (1992) besides approaching the classical Darcy's law velocity expression (Bejan, 1987) as the channel width $H \rightarrow \infty$.

Taking the centerline velocity as the characteristic flow velocity and fixing the channel width as H = 0.5, we have the following porous Péclet numbers: for $\kappa_F = 1$, $\overline{\text{Pe}}^I = u_F(0)H/\kappa_F = 5 \times 10^{-1}$; for $\kappa_F = 10^{-3}$, $\overline{\text{Pe}}^{II} = 5 \times 10^2$; for $\kappa_F = 10^{-7}$, $\overline{\text{Pe}}^{III} = 5 \times 10^6$.

Figures 2 and 3 illustrate the finite element approximation employing the stabilized method defined by eqs.(17)-(24) considering a fixed channel geometry, namely L/H = 2 and employing a uniform quadrilateral mesh. Elevation plots for $\kappa_F = 10^{-3}$ are shown employing the Galerkin and the stabilized method described in this paper with Dirichlet outflow boundary condition. Since the flow is parallel to the mesh one might conjecture that the Galerkin formulation might work, which was not confirmed here, while the stabilized one points out an excellent pattern with only small oscilations near the channel exit. The poor performance of Galerkin is due to the outflow condition employed that creates an outflow boundary layer which contaminates the Galerkin solution.



Figure 3. Stabilized method with Dirichlet conditions at the outlet

This methodology has also been tested for Neumann boundary conditions for a diffusive dominated flow (porous thermal diffusivity $\kappa_F = 1$), a high advective dominated flow ($\kappa_F = 10^{-3}$) and a very high advective dominated one, ($\kappa_F = 10^{-7}$). In all situations the finite element method has computed stable θ_f and θ_s -surfaces, indicating that the numerical method employed was capable to generate stable and accurate temperature approximations even for high Péclet flows, $10^3 \leq \overline{\text{Pe}}_K \leq 10^7$.

4.1 Acknowledgements

The authors M.L. Martins-Costa, S. Frey and R.M. Saldanha da Gama gratefully acknowledge the financial support provided, respectively, by the agencies CNPq through grants No. 300404/91-3, and No. 350747/93-8 and FAPERJ through grant No. E-26/171.112/96.

5. REFERENCES

• Atkin, R.J. and Craine, R.E., 1976, "Continuum theories of mixtures. Basic theory and historical development", Quart. J. Mech. Appl. Math. Vol. 29, pp. 209-244.

- Bedford, A. and Drumheller, D.S., 1983, "Theories of Immiscible and Structured Mixtures", Int. J. Engng. Sciences, Vol. 21/8, pp. 863-960.
- Bejan, A., 1987, "Convective heat transfer in porous media" Handbook of singlephase convective heat transfer, ed. Karaç, Shah and Aung; Wiley.
- Ciarlet, P.G., 1978, "The Finite Element Method for Elliptic Problems", North-Holland, Amsterdam.
- Costa Mattos, H., Martins-Costa, M.L and Saldanha da Gama, R.M., "On the Modelling of Momentum and Energy Transfer in Incompressible Mixtures", Int. J. Non-linear Mechanics, Vol. 30/4, pp. 419-431.
- Franca, L.P. and Frey, S., 1992, "Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 99, pp. 209-233.
- Franca, L.P., Frey, S. and Hughes, T.J.R., 1992, "Stabilized finite element methods: I. Application to the advective-diffusive model", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 95 pp. 253-276.
- Franca, L.P., Frey, S. and Madureira, A., 1994, "Two- and three-dimensional simulations of the incompressible Navier-Stokes equations based on stabilized methods". Proc. First European Computational Fluid Dynamics Conference, pp.121-128, Brussels, Belgium.
- Gresho, P.M. and Chan, S.T., 1990, "On the Theory of Semi-Implicit Projection for Viscous Incompressible Flow and its Implementation via a Finite Element Method that also Introduces a nearly Consistent Mass Matrix", Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 11, pp. 621-659.
- Hughes, T.J.R. and Franca, L.P., 1987, "A new finite element formulation for computational fluid dynamics: VII. The Stokes problem with various well-posed boundary conditions", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 65 pp. 85-96.
- Hughes, T.J.R., Franca L.P. and Balestra, M., 1986, "A new finite element formulation for computational fluid dynamics: V. Circumventing the Babuška-Brezzi condition: A stable Petrov-Galerkin formulation of the Stokes problem accomodating equal-order interpolations", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 59 pp. 85-99.
- Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1992, "Modelling and simulation of energy transfer in a saturated flow through a porous medium", Appl. Math. Modelling, Vol. 16/11 pp. 589-597.
- Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1993, "On the energy balance for continuous mixtures", Mech. Research Comm., Vol. 16/11 pp. 589-597.
- Sampaio, P.A.B., 1991, "A Petrov-Galerkin formulation for the incompressible Navier-Stokes equations using equal-order interpolation for velocity and pressure", Int. J. Numer. Meth. Engrg., Vol. 31 pp. 1135-1149.
- Williams, W.O., 1978, "Constitutive equations for a flow of an incompressible viscous fluid through a porous medium", Quart. Appl. Math., Vol. 36 pp. 255-267.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA ATRAVÉS DE ESTRUTURAS POROSAS SOB CLIMAS QUENTES E ÚMIDOS

Nathan Mendes

Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR/CCET) Laboratório de Sistemas Térmicos Rua Imaculada Conceição, 1155 Curitiba – PR, 80.215-901 - Brasil e-mail: nmendes@ccet.pucpr.br

Resumo

Estuda-se, neste artigo, a influência da umidade na transferência de calor através de estruturas porosas de edificações submetidas a condições de chuva, radiação solar, convecção e mudança de fase. Analisa-se a dependência com o tempo dos perfis de conteúdo de umidade e de temperatura e das cargas de resfriamento em paredes de diferentes materiais numa semana de verão em Florianópolis (quente/úmido). Investiga-se, também, a influência de dias chuvosos e com forte radiação solar após um período de chuva em cargas térmicas e conteúdos de umidade.

Palavras-chave: Transferência de Calor e Massa, Meios Porosos, Simulação.

1. INTRODUÇÃO

Em análise termoenergética de ambientes, normalmente, avalia-se condução de calor através de paredes desprezando-se o armazenamento e o transporte de umidade na estrutura porosa das paredes. Além do efeito no fluxo de calor, a umidade apresenta outras implicações, especialmente em climas quentes e úmidos onde é fato que a umidade pode causar danos à estruturas de edificações e pode promover o crescimento de fungos, afetando a saúde dos ocupantes.

Burch e Thomas (1991) desenvolveram o código MOIST para estudar paredes compostas sob condições não-isotérmicas. A condutividade térmica foi considerada constante e o programa é limitado a baixos conteúdos de umidade. Liesen (1994) usou a teoria de evaporação-condensação e o método do fator de resposta para desenvolver e implementar um modelo de transferência de calor e de massa no programa de simulação termoenergética IBLAST (Integrated Building Loads Analysis and System Thermodynamics). Os coeficientes de transporte desse programa foram todos considerados constantes.

Para análise do transporte de calor e umidade para altos conteúdos de umidade, utilizouse um modelo dinâmico que evita restrições quanto ao conteúdo de umidade. Considerou-se, para as paredes, convecção, radiação solar e mudança de fase vapor/líquido. Nesse modelo, quantidades físicas como coeficientes de transporte de massa, condutividade térmica e calor específico, são variáveis e dependem da temperatura da parede e do conteúdo de umidade.

Este trabalho analisa cargas de resfriamento para três materiais diferentes: concreto celular aerado, tijolo e argamassa. A análise é realizada na semana de verão mais crítica do

clima de Florianopólis. Analisa-se, também, a influência em cargas de resfriamento e em níveis de umidade de parede para dois tipos de condições de chuva: chuva seguida por uma semana de céu limpo e chuva seguida por uma semana de céu encoberto.

2. MODELO MATEMÁTICO

As equações diferenciais governantes para modelar o fenômeno de transferência de calor e umidade através de um elemento poroso vertical são apresentadas pelas equações (1) a (4) que foram derivadas através de balanços de energia e de massa em um volume de controle de material poroso.

Equação da conservação da massa

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T}{\partial x} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)$$
(1)

Equação da conservação da energia

$$\rho_0 c_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + L \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{TV} \frac{\partial T}{\partial x} + D_{\theta V} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)$$
(2)

O parâmetro c_m é o calor específico que é função do conteúdo de umidade volumétrico θ . A variável λ é a condutividade térmica do meio na ausência de mudança de fase que normalmente depende muito de θ e pouco da temperatura *T*. Os coeficientes de transporte de umidade total (vapor e água) D_T , D_{θ} , e de vapor D_{TV} , $D_{\theta V}$, associados tanto a gradientes de temperatura como de conteúdo de umidade, são responsáveis pela transferência de umidade no interior do material poroso, segundo o modelo de Philip e De Vries (1957).

A superfície externa da parede é exposta à radiação solar, convecção de calor e mudança de fase. As equações de conservação associadas são as seguintes:

Conservação da massa na superfície externa (x=0)

$$-(D_{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial x} + D_{T}\frac{\partial T}{\partial x})_{x=0} = \frac{h_{m,ext}}{\rho_{1}}(\rho_{v,ext} - \rho_{x=0})$$
(3)

Conservação da energia na superfície externa (x=0)

$$-\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} - L\rho_{I}\left(D_{TV}\frac{\partial T}{\partial x} + D_{\theta V}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{x=0} = h_{ext}(T_{ext} - T_{x=0}) + \alpha q_{r} + Lh_{m,ext}(\rho_{v,ext} - \rho_{v,x=0})$$
(4)

onde: $h_{ext}(T_{ext} - T(0)) = \text{convecção}$ de calor; $\alpha q_r = \text{radiação}$ solar absorvida; $h_{m,ext}(\rho_{v,ext} - \rho_{v,x=0}) = \text{energia}$ de mudança de fase, ρ_l a massa específica da água na fase líquida e *L*, o calor latente de vaporização da água.

Para a face interna, derivam-se equações semelhantes omitindo apenas o termo de radiação solar.

3. PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO

As equações acima foram resolvidas com o método de volumes finitos, utilizando como dados de entrada, o arquivo climático horário TRY (Test Reference Year) da cidade de Florianópolis – SC. O ambiente interno foi considerado condicionado a 23°C e 60% de umidade relativa durante as horas de trabalho. Assume-se, ao desligar o condicionador de ar

às 5 pm, que as condições internas igualam-se às externas linearmente em cinco horas. Ao religar o condicionador de ar às 8 am, assume-se que o recinto atinge as condições de conforto em 2 horas. Esta hipótese, reduz mudanças bruscas no fluxo de calor, introduzindo um caracter mais realístico na simulação.

As propriedades dos materiais para o concreto celular aerado (CCA) foram obtidas de Cunha Neto (1992). Já para o tijolo (TIJ) e argamassa (ARG) obteve-se de Perrin (1985). Os dados disponíveis desses materiais permitem que todos os coeficientes de transporte sejam modelados como uma função do conteúdo de umidade. As propriedades básicas dos materiais usadas na simulação são apresentadas na Tabela 1. Para se ter maior precisão, adotou-se um passo de tempo de 30 segundos para calcular os campos de temperatura e de conteúdo de umidade em 50 nós de uma parede de 10 cm de espessura. O programa foi executado para simular sete semanas antes do período de análise, para evitar efeitos das condições iniciais. Nas simulações, as paredes são compostas de um único material, sem pintura ou qualquer outra barreira ao vapor.

Propriedade	CCA	TIJ	ARG
densidade [kg/m ³]	385	1900	2050
porosidade	0.25	0.29	0.18
Condutividade térmica [W/m-K].	0.085	0.985	1.92
Calor específico [J/kg-K]	1000	950	932

Tabela 1: Propriedades básicas dos materiais (estado seco).

De acordo com Bogle et al. (1984), dependendo da intensidade da chuva, um conteúdo médio de umidade de até 20% em volume tem sido registrado para paredes de tijolo. Adota-se esse conteúdo de umidade como conteúdo inicial para representar o efeito de chuva ocorrida nas semanas precedentes a semana de análise. Esse conteúdo de 20% é assumido igualmente para todos os materiais. Na verdade, essa simulação representa um processo semi-natural de secagem após uma forte chuva. Não poderia ser chamado de natural devido à presença de condicionadores de ar que forçam a secagem do lado interno da parede.

4. RESULTADOS

Neste trabalho, designa-se simulação considerando a presença da umidade na parede como simulação "úmida", com absorção de chuva como "chuvosa" e sem umidade na parede como "seca". Os casos com e sem radiação solar são indicados por "ensolarado" e "nublado", respectivamente. Para o caso "ensolarado", assume-se a fachada sul para a parede, representando uma situação mais crítica do ponto de vista migração de umidade em Florianópolis (latitude -27.5°).

Dependência do material da parede

A Figura 1 mostra perfis simulados de conteúdo de umidade (simulação "úmida") para paredes com os três diferentes materiais às 6am e 6pm em 20 de fevereiro. Aqui, o nó 1 está na superfície externa da parede e o nó 50 na interna. Observa-se uma variação significativa no conteúdo de umidade com o tempo para uma profundidade de aproximadamente 1.5 cm de cada face da parede, mas há pouca variação para os nós mais internos.

O alto conteúdo de umidade no nó 50 no início da manhã implica uma alta transferência de calor latente quando o condicionador de ar é ligado. A parede de ARG mostra o maior o conteúdo de umidade médio ao passo que no início da manhã a parede de CCA apresenta o

maior pico em conteúdo de umidade. Em contraste, a parede de tijolo mostra pouquíssima variação em profundidade ou tempo porque o tijolo tem uma estrutura peculiar com um alto número de poros grandes, o que inibe a fixação de umidade por capilaridade.



Figura 1: Perfis de umidade obtidos em simulações do tipo "úmida" em paredes de 10 cm de espessura para CCA, TIJ e ARG às 6am e 6pm em 20 de fevereiro em Florianópolis.

Comparação para dia ensolarado

A Figura 2 compara fluxos de calor total, latente e sensível em 21 de fevereiro para as simulações "úmido-ensolarado" e "seco-ensolarado" de uma parede de CCA. Quando o condicionador de ar é ligado de manhã cedo, o fluxo de calor latente aumenta substancialmente devido à baixa umidade relativa do ar do recinto imposta pela máquina. Leva-se aproximadamente 3 horas para atingir uma condição estável para o ar interno (8-11am).



Figura 2: Fluxos de calor sensível (QS), latente (QL) e total (QT) para uma parede de CCA em 21 de fevereiro para os casos "úmido-ensolarado" e "seco-ensolarado".

Neste período das 8 às 11 da manhã, foi observado uma maior diferença entre as simulações com e sem migração de umidade já que o condicionador de ar seca o ar interno a uma umidade relativa de 60%. Às 5 pm, quando a máquina é desligada, o ar interno perde umidade para a parede.

As diferenças básicas entre os casos "úmido" e "seco" são devido a uma combinação de efeitos de mudança de fase, que são presente para o "úmido" mas não para o "seco", e massa térmica e condutividade térmica mais altas para o caso "úmido". A noite, quando a temperatura externa diminui, a presença de uma maior massa térmica provoca um atraso na diminuição da temperatura da superfície interna da parede; entretanto, a condutividade térmica e os efeitos de mudança de fase são mais altos fazendo com que a temperatura da superfície interna diminua mais rapidamente, o que faz com que a carga sensível calculada para o caso "úmido". Se isto não tivesse acontecido, a diferença na carga total calculada com esses dois casos seria ainda maior. Curvas semelhantes a essas da Figura 2 são observadas para os outros materiais (não mostrado).

Comparação para dia de céu encoberto

A Figura 3 compara cargas de resfriamento num dia nublado para uma parede de tijolo nos casos: "chuvoso-nublado", "úmido-nublado" e "seco-nublado". A ausência de ganho de radiação solar aumenta a influência da umidade nas cargas de resfriamento uma vez que há menos evaporação para fora da superfície externa e, portanto, a parede permanece mais úmida. Naturalmente, quanto mais molhada estiver a parede maior será a diferença entre os casos "úmido" e "seco". (Isto também é observado na análise de consumo de energia apresentada nas Figuras 4 e 5).

A Figura 3 mostra que após 1pm a razão entre as cargas calculadas para os casos "chuvoso-nublado" (com $\theta_{médio}$ =12.5% às 3pm) e "úmido-nublado" (com $\theta_{médio}$ = 1.6% às 3pm) é quase constante (~1.5). Uma vez que o condicionamento de ar intermitente não é levado em conta, a diferença entre os casos "seco" e "úmido" ou "chuvoso" tende a diminuir, porque a transferência de calor latente para o interior é reduzida



Figura 3: Comparação entre cargas de resfriamento de condução num dia encoberto para uma parede de tijolo nos casos "chuvoso", "úmido" e "seco".

Carga de Resfriamento diária e Influência de Chuva e Radiação Solar

A seguir, mostra-se, na Figura 4, cargas de resfriamento diárias para semanas de céu limpo. Nota-se que a parede de tijolo apresenta a maior carga de resfriamento, exceto para o caso "seco" que e para a parede de argamassa; isso ilustra efeitos de migração de umidade em paredes porosas.



Figura 4: Cargas diárias de resfriamento associadas à condução de calor através de paredes de TIJ,ARG e CCA numa semana ensolarada para os casos "chuvoso", "úmido" e "seco".

Observa-se que o caso "chuvoso" nem sempre apresenta a maior carga de resfriamento. Isto é devido ao surgimento de um gradiente de conteúdo de umidade negativo, ou porque a carga sensível é reduzida devido a uma diminuição no gradiente de temperatura. Para o caso "chuvoso", adotou-se um conteúdo médio de umidade de 20% no início da semana, o que conduz a uma maior carga latente.



Figura 5: Comparação entre cargas de resfriamento para condições de céu limpo e coberto para uma parede de CCA em 16 de fevereiro, com os casos "chuvoso", "úmido" e "seco".

O efeitos de radiação solar e conteúdo de umidade na transferência acoplada de calor e massa em materiais porosos é exibido na Figura 5, que mostra as cargas de resfriamento (sensível e latente) para uma parede de CCA para condições de céu limpo e encoberto. Notase que a radiação solar tem pouca influência: mesmo que a radiação solar provoque maiores temperaturas na superfície externa, as cargas de resfriamento são menores do que aquelas estimadas para condições de céu encoberto. Isto deve-se, principalmente, aos efeitos de mudança de fase na superfície interna.

A Tabela 2 fornece os erros relativos no cálculo do uso de energia de resfriamento quando se despreza umidade. As paredes de argamassa apresentam os menores erros.

Tabela 2. Erro relativo (%) em cargas diárias de resfriamento confrontando os casos "seco" e "úmido" ou "chuvoso" para uma semana ensolarada e para uma de céu coberto de 15/2 a 21/2.

	Semana ensolarada					Semana de céu encoberto						
	"Seco	o" Vs. "ú	mido"	"Seco" Vs. "chuvoso"			"Seco" Vs. "úmido"			"Seco" Vs. "chuvoso"		
Data	TIJ	CCA	ARG	TIJ	CCA	ARG	TIJ	CCA	ARG	TIJ	CCA	ARG
15/2	47.55	40.58	26.49	63.50	58.76	33.57	60.68	60.36	52.81	80.99	80.24	53.78
16/2	46.88	42.21	29.60	49.45	52.64	33.35	58.39	56.60	51.54	73.06	68.23	47.61
17/2	45.71	44.12	30.05	42.15	51.76	32.13	55.61	53.93	48.59	67.63	62.26	41.19
18/2	42.83	34.89	20.84	40.62	43.75	23.23	48.44	44.01	39.93	60.15	52.15	40.84
19/2	37.23	36.16	19.06	34.41	43.43	21.62	41.90	43.17	32.66	52.17	50.15	33.96
20/2	49.71	48.04	32.86	47.64	53.53	34.36	68.55	71.48	61.93	74.62	76.46	55.59
21/2	55.50	44.07	27.32	53.51	50.84	29.96	58.95	59.49	49.12	67.59	65.72	47.89
média	46.49	41.44	26.60	47.33	50.67	29.75	56.07	55.58	48.08	68.03	65.03	45.84

Comparando-se resultados médios extraídos (Tabela 2), observou-se que a diferença entre os casos "seco" e "úmido" ou "chuvoso" é maior para paredes de tijolo.

5. CONCLUSÕES

O modelo apresentado aqui permite o cálculo de transferência de calor tanto sensível como latente através de paredes porosas em edificações. Mostrou-se que a desconsideração dos fenômenos associados a presença de umidade podem provocar grandes erros no cálculo de transferência de calor por condução. Os erros são maiores de manhã quando condicionadores de ar são ligados, provocando uma alta carga latente devido a grande quantidade de umidade a ser retirada da parede.

Observa-se, através da Tabela 2, que em uma semana ensolarada, o caso "úmido" apresenta um erro médio de 27% para uma parede de argamassa e máximo de 46% para o tijolo. Esses erros são maiores em uma semana de céu encoberto já que o conteúdo de umidade é mais elevado, com um erro médio mínimo de 48% para argamassa e máximo de 56% para o tijolo.

Foi mostrado quantitativamente como paredes num clima quente e úmido secam e geram um fluxo de calor latente alto com o acionamento de condicionadores de ar e também, como a umidade na parede é reacumulada quando o sistema é desligado.

Em conclusão, demonstrou-se a importância de incorporar a transferência acoplada de calor e massa em programas de simulação termoenergética de edificações para estimar com maior precisão cargas de resfriamento e, como conseqüência, as condições para avaliação de conforto térmico em recintos.

6. REFERÊNCIAS

- Bogle, A., McMullan, J.T. and Morgan, R., 1984, "An Experimental Examination of the Effects of Rainfall on the Heat Loss from a Red Brick Wall", Energy Research, Vol. 8, 1-18.
- Burch, D.M. and Thomas, W.C., 1991, "An Analysis of Moisture Accumulation in Wood Frame Wall Subjected to Winter Climate", NISTIR 4674, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg-MD, USA.
- Cunha Neto, J. A. B., 1992, "Transport d'Humidité em Matériau Poreux en Présence d'un Gradient de Température. Caractérisation expérimentale d'un béton cellulaire", Thèse de Docteur, 194p., Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Liesen, R.J., 1994, "Development of a Response Factor Approach for Modeling the Energy Effects of Combined Heat and Mass Transfer with Vapor Adsorption in Building Elements", Ph.D. thesis, Mechanical Engineering Department, University of Illinois, USA.
- Patankar, S.V., 1981, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill.
- Perrin, B., 1985, "Etude des Transferts Couplés de Chaleur et de Masse dans des Matériaux Poreux Consolidés non Saturés Utilisés en Génie Civil", Thèse Docteur d'Etat, 267p, Université Paul Sabatier de Toulouse, Toulouse, France.
- Philip, J. R. and De Vries, D. A., 1957, "Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients", Transactions of the American Geophysical Union. V.38, n.2, p.222-232.

ENVIRONMENTAL THERMAL LOADS INCIDENT ON THE SATELLITES OF THE BRAZILIAN SPACE PROGRAM

Rosângela Meireles Gomes Leite

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, Divisão de Mecânica Espacial e Controle, 12227-090, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: <u>rosangela@dem.inpe.br</u>

Hans-Ulrich Pilchowski

Universidade Braz Cubas, UBC, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, S. José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: <u>hans@dem.inpe.br</u>

Abstract

The satellite thermal control is an energy management process in which the environmental heating plays a major role. A body in space is submitted to different radiations and the direct solar radiation is that one what more affects its temperature, but the albedo (Earth reflected sunlight radiation) and the Earth IR (Infrared radiation) emitted energy also must to be take in account. This paper presents the algorithm of a computational code for determination of the incident external thermal loads on the satellites, developed at the Brazilian National Space Research Institute (INPE), and that has been used successful in the all thermal analysis of the Brazilian Space Program satellites. The obtained temperature results in flight for the first and second Data Collection satellites (SCD-1 and SCD-2) and for the first China Brazil Earth Resources Satellite (CBERS), recently launched, had shown the validity of the developed computational code.

Keywords: Direct Solar Radiation, Albedo, and Earth Radiation.

1. INTRODUCTION

The difference between space and terrestrial environments is the absence of atmosphere at the first one. On the ground the most common temperature control is made through air ventilation. Already, in satellites, this is not possible, due to the lack of the convective media so the control must be achieved by energy balance between the spacecraft emitted infrared radiation against the internal dissipated energy, which is dissipated by internal electric components added to the environmental absorbed energy. A body in space is submitted to different radiations where the sunlight is that one that most affects its temperature, but the albedo and the Earth IR emitted energy also must be considered. The direct solar radiation is the greatest environmental source of incident heating on most of the spacecrafts. Due to the Earth's elliptical orbit, the solar radiation that reaches the Earth, has a variation from about 3%, this means a range from 1326 W/m^2 at the summer solstice to a maximum of 1418 W/m^2 at the winter solstice (Smith & West, 1983). The Earth's albedo usually is expressed as percentage of the incident sunlight. In satellite thermal analysis, this percentage is taken as around 34% of the incident sunlight (Cunningham, 1963). The Earth itself, like a satellite, achieves the thermal equilibrium by balancing the Sun absorbed energy with the re-emitted one, as long-wavelength IR radiation. The intensity of Earth emitted infrared heat load can

vary considerably, depending on factors such as surface and air temperatures, atmospheric moisture and cloud coverage. As first approximation it is usual to take a value around 237 W/m^2 (Gilmore, 1994) for this re-emitted energy.

2. SOLAR RADIATION DETERMINATION

It is assumed that the direct solar radiation impinges upon the Earth and upon the satellite with parallel rays, due to the great distance between the Sun and Earth. With this assumption, the incident solar flux on a not shadowed surface by the Sun is simply given by the product of the solar constant times the surface projected area over a Sun vector perpendicular plane. Details of this can be found in Leite, (1986).

$$\mathbf{q}_{\mathrm{s}} = \mathbf{\tilde{S}} \cdot \mathbf{\tilde{N}} \tag{1}$$

where: \vec{N} = satellite surface normal vector and \overline{S} = Sun vector

Thus, to determine the incident direct solar radiation on a satellite it is necessary to obtain a relation between the Sun vector and the satellite positions in a same coordinate system. The Sun position is known through its right ascension (α_o) and declination (δ_o), defined at the geocentric inertial system, XⁱYⁱZⁱ, shown in Fig. 1.Thus, the Sun vector is given as:

$$\vec{\mathbf{S}}^{i} = \mathbf{S}(\cos\delta_{o}\cos\alpha_{o}\hat{\mathbf{i}}^{i} + \cos\delta_{o}\sin\alpha_{o}\hat{\mathbf{j}}^{i} + \sin\delta_{o}\hat{\mathbf{k}}^{i})$$
(2)

where: X^{i} = points in the direction of the point where the Equator crosses with the plane of the Earth's orbit about the Sun, from the south to the north (vernal point γ);

 Y^{i} = is the Earth rotation axis in the north sense.

 Z^{i} = completes the direct triad $X^{i}Y^{i}Z^{i}$

The satellite position in the orbit can be known defining its orbital elements in an orbital geocentric system $X^{o}Y^{o}Z^{o}$ as presented in Fig.2, as follows:

$$\vec{S}^{\circ} = S\{[-\sin(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ} + \sin\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}) + \cos(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos\alpha_{\circ} + \cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cosi) + \sin i \sin\delta_{\circ}]\hat{i}^{\circ} + \sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i - \cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\delta_{\circ}\sini + \sin\delta_{\circ}\cosi) + \sin i \sin\delta_{\circ}]\hat{i}^{\circ} + \cos(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ} + \sin\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}) + \sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cosi + \cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cosi) + \sin\delta_{\circ}\sini)\hat{k}^{\circ}\}$$
(3)

where: i = orbit inclination, w = perigee argument, f = true anomaly, $\Omega = ascending$ node right ascension

Now considering the $X^sY^sZ^s$ a reference system fixed at the satellite (see Fig. 3), where its origin is the mass center of the satellite, the Z^s axis coincides with its symmetry axis and is directed to the satellite's nadir. The X^s and Y^s axes are parallel to the satellite base, such as X^s is aligned with the lateral panel normal in the direction of satellite velocity and Y^s makes 90° with X^s forming a tried $X^sY^sZ^s$. A relation between the satellite panels normals and the Sun vector, in this system, can be determined in relation to the geocentric orbital system as function of Euler angles ϕ_s , θ_s and ψ_s (see Fig. 3), which must be supplied along the orbit. Thus this relation is given by:

$$\begin{split} \vec{S}^{s} &= S\left\{-\sin(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}+\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ})+\right.\\ &+\cos(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos\alpha_{\circ}+\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos\alpha_{\circ})+\\ &+\sin i \sin\delta_{\circ}](\cos\phi_{s}\cos\psi_{s}-\sin\phi_{s}\sin\psi_{s}\cos\phi_{s})+\\ &+[\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\sin i-\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\delta_{\circ}\sin i+\sin\delta_{\circ}\cos i]\times(-\sin\phi_{s}\cos\psi_{s}+\\ &+\sin\psi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s})+[\cos(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}+\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ})+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\sin\delta_{\circ}\sin i]\times\\ &(-\sin\theta_{s}\sin\psi_{s})\}\hat{i}^{s}+\\ &+S\left\{-\sin(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ})+\\ &+\cos(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ})+\\ &+\sin i \sin\delta_{\circ}](\cos\phi_{s}\sin\psi_{s}-\sin\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\psi_{s})+\\ &+[\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i-\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\delta_{\circ}\sin i+\sin\delta_{\circ}\cos i]\times(-\sin\phi_{s}\sin\psi_{s}+\\ &+\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s})+[\cos(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}+\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ})+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\cos(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin\sin\delta_{\circ}]\cdot(\sin\phi_{s}\sin\theta_{s})+\\ &+[\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i-\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\sin i+\sin\delta_{\circ}\cos i]\times(\cos\phi_{s}\sin\theta_{s})+\\ &+(\cos(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin i \sin\delta_{\circ}]\cdot(\sin\phi_{s}\sin\theta_{s})+\\ &+[\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i-\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\sin i+\sin\delta_{\circ}\cos i]\times(\cos\phi_{s}\sin\theta_{s})+\\ &+[\cos(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin(\omega+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ})+\\ &+\sin(\omega+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos i+\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\sin\alpha_{\circ}\cos i)+\\ &+\sin\delta_{\circ}\sin i]\times(\cos\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+[\cos(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+(\cos(w+f)(\cos\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+\sin(w+f)(-\sin\Omega\cos\delta_{\circ}\cos\alpha_{\circ}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+\sin\delta_{\circ}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+(\cos\phi_{s}\delta\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+(\cos\phi_{s}\delta\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\cos\phi_{s}\sin\phi_{s}\sin\phi_{s})+\\ &+(\cos\phi_{s}\delta\phi_{s}\cos\phi_{s}\sin\phi_{s}\cos\phi_{s$$

Therefore substituting Eq.(4) at Eq. (1) the angle of the incident direct solar radiation on the satellite external surfaces could be obtained.



2.1 Satellite passage through Earth shadow

Assuming a low and circular orbit, the rate between the time that the satellite is in sunlight and the orbit period, is denominated insolation factor (ψ). This rate varies with the angle (ξ) between the Sun vector and the orbit plane (Fig. 4), and with the satellite distance

from the Earth center. A cylinder could approximate the Earth shadow, and its projection over the orbital plane has a semi-elliptic form, its semi-minor axis is equal to the Earth ray (R_T) and semi-major axis $R_{so} = R_T / \sin \xi$ (Fig. 5). The equation of this ellipse is given by:

$$\frac{x^2}{(R_T / \sin \xi)^2} + \frac{y^2}{(R_T)^2} = 1$$
(5)

and the satellite orbit equation could be parameterized in function of ϕ_0 (the semi-angle spent by the satellite inside the shadow): $x = R \cos \phi_0$ and $y = R \sin \phi_0$, where the ϕ_0 angle could be determined as function of ξ :

$$\phi_{o} = \tan^{-1} \left(\frac{(R_{T})^{2} - R^{2} \sin^{2}(\xi)}{R^{2} - (R_{T})^{2}} \right)^{1/2}$$
(6)

The insolation factor (ψ) could be determined, since it is given by $\psi = (\pi - \phi_0)/\pi$. As shown by Leite, 1986, the time that the satellite keeps illuminated grows with the ξ angle and with the satellite altitude.

The satellite thermal design is done for the critical conditions of this design. These conditions can occur during the satellite lifetime and to lead satellite equipments reach their maximum and minimum temperatures. Thus, the angle ξ is very useful for visualizing the orbital thermal environment, particularly for the critical design conditions definition. This angle is determined mathematically (Leite, 1986) in function of the orbital parameters and of the Sun inertial coordinates as follows:

$$\sin\xi = \sin i \cos \delta_0 \sin (\Omega - \alpha_0) + \cos i \sin \delta_0 \tag{7}$$





Figure 5:Earth shadow on the orbit plane

3. ALBEDO DETERMINATION

The albedo of the Earth is the fraction of the total incident solar radiation that is reflected into space as a result of scattering in the atmosphere and reflection from clouds and surface. The albedo coefficient is a function of the Earth topography and meteorological conditions, and can vary from 0.10 to 0.80. Redor (1973) and Gilmore (1994) proposed an average value

of 30% for Earth albedo using data acquired by spacecrafts. In the albedo calculations, it generally is assumed that the albedo coefficient is a constant for the Earth and that the Earth surface emits diffusely, obeying to Lambert's law.

The albedo is obtained numerically and the integration limits are established by the condition that only those area elements of the Earth, which are simultaneously visible from the satellite and illuminated by the Sun, are taken into account. The way in which is made the flux calculation is shown in Fig. 6. The Z^a axis points towards the satellite and the Sun is in the Y^aZ^a plane. The expression for the incident albedo upon a flat unitary area plate, which is spinning about an axis, coincident with the spin axis of the satellite, will be:

$$q_{a} = \int_{A_{T}} \frac{\alpha S \cos v_{s}}{\pi} \cdot \cos \delta_{s} \cdot \frac{\cos \eta}{\left|\vec{\rho}^{a}\right|^{2}} \cdot dA_{T}$$
(8)

where: α = mean albedo, S = mean solar constant, dA_T = the infinitesimal terrestrial surface area element over which the function is integrated, v_s = the angle between the solar vector and dA_T , δ_s is the angle between the dA_T and $\vec{\rho}^a$, η = the angle between the normal to the plate and $\vec{\rho}^a$.

From the geometric problem the following relations could be obtained:

$$\cos v_s = \sin \theta \cos \phi \sin \theta_s + \cos \theta \cos \theta_s \tag{9}$$



Figure 6 Problem geometry

To find an expression for $\cos\eta$, it is necessary to define a new angle ζ (see Fig. 7) that makes the plate positioning in relation to Y^aZ^a , in which the Sun vector (\vec{S}^a) is met. The azimuth angle ζ defines the plate rotation around the satellite spin axis $(\vec{\omega}^a)$, which coincides with vector \vec{R}^a . Thus, the expression for $\cos\eta$ could be given as:

$$\cos \eta = \frac{\sin \lambda \sin \theta (\cos \zeta \cos \phi + \sin \zeta \sin \phi) + (r - \cos \theta) \cos \lambda}{(r^2 - 2r \cos \theta + 1)^{1/2}}$$
(11)

From Fig. 8 the following terms could be obtained:

$$dA_{T} = (R_{T})^{2} \sin\theta d\theta d\phi \qquad \text{and} \qquad \left|\vec{\rho}^{a}\right| = R_{T} (r^{2} - 2r\cos\theta + 1)^{1/2}$$
(12)

Replacing Equations (9) - (12) in Eq. (8) the expression for the incident albedo on an unitary area plate is given by:

$$q_{a} = \frac{\alpha S}{\pi} \iint_{\theta \phi} \frac{1}{(r^{2} - 2r\cos\theta + 1)^{2}} \cdot \{(r\cos\theta - 1) \cdot (\sin\theta\cos\phi\sin\theta_{s} + \cos\theta\cos\theta_{s}) \cdot ((r - \cos\theta)\cos\lambda + \sin\theta\sin\lambda(\cos\zeta\cos\phi + \sin\zeta\sin\phi)) \sin\theta\} d\theta d\phi$$
(13)

Equation (13) must be integrated over total Earth surface, visible from the satellite and illuminated by the Sun simultaneously. A procedure to determine the integration limits in θ and ϕ for Eq. (13) is presented in Leite (1986).



4. EARTH RADIATION DETERMINATION

The same assumptions as those made for albedo (uniform intensity and Lambertian emission) are used in the calculations of Earth radiation. The intensity of the emitted infrared energy can also vary considerably, depending on factors such as surface and air temperatures, atmospheric moisture and cloud coverage. Gilmore (1994) proposed as first approximation to use a value around 237 W/m² for energy emitted by the Earth surface.

The expression for the incident Earth radiation on a plat plate of unitary area, with arbitrary orientation in relation to the local vertical, considering the same reference system shown in Fig. 6 and the same geometry shown in Fig. 7, is given by:

$$q_{e} = \int_{A_{T}} \frac{\sigma T_{e}^{4}}{\pi} \cos \delta_{s} \cdot \frac{\cos \eta}{\left|\vec{\rho}^{a}\right|^{2}} \cdot dA_{T}$$
(14)

where $\sigma = \text{Stephan-Boltzmann constant}$, $T_e = \text{mean temperature of the Earth } (\sigma T_e^4/\pi) \cdot \cos \delta_s$ is the radiant energy per time unity, unitary area and solid angle in the plate direction, and $\cos \eta / \left| \vec{\rho}^{a} \right|^2$ is the solid angle understood by the plate in dA_T .

Replacing Equations (10), (11) and (12) in Eq. (14), the expression for incident Earth radiation on the plate will be:

$$q_{e} = \frac{\sigma T_{e}^{4}}{\pi} \int_{\theta} \int_{\phi} (r \cos \theta - 1) [\sin \lambda \sin \theta (\cos \zeta \cos \phi + \sin \zeta \sin \phi) + (r - \cos \theta) \cos \lambda] \frac{\sin \theta}{(r^{2} - 2R \cos \theta + 1)^{2}} d\theta d\phi$$
(15)

The integration limits for the variables θ and ϕ were obtained considering the plate orientation in relationship to the Earth surface visible region and are detailed in Leite (1986). In this case, the integration limits for the variable ϕ do not depend anymore on the angle (θ_s) which makes the Sun vector positioning the in relation to the local vertical.

5. COMPUTATIONAL CODE (CATER)

A computational code (CATER) was developed and implemented for the determination of the incident direct solar radiation, albedo and Earth radiation on satellites in low Earth orbits. The computational code was developed in Fortran, using the algorithm "SQUANK" (Simpson quadrature used adaptively – noise killed from Lyness, 1970) for the numeric integration of the obtained expressions for the albedo and Earth radiation. The program was validated using comparisons between the results obtained by the code and the results available at literature as presented by Leite, 1986.

6. RESULTS COMPARISON

At first the computational program was developed to determine the incident external thermal loads on first satellite of the Brazilian Complete Space Mission (MECB), i e, the First Data Collection Satellite (SCD-1). Afterwards, it has been used for the incident external loads on all the other satellites of the Brazilian Space Program. The results obtained by CATER for the incident external thermal loads on the satellites SCD-1, SCD-2 are presented by Leite (1986) and Cardoso (1990), respectively. These results could not be validated by tests, since that a solar simulator that would simulate the Sun distribution, collimation and intensity is not available at INPE.. However, with the launching of SCD-1 in 1993 and of SCD-2 in 1998 the temperature telemetries of these satellites in flight could be obtained. Consequently, these temperatures were measured in flight and compared with the predicted temperatures to these satellites by the INPE's satellite thermal control group. It was verified a difference less than 5°C between measured temperatures and the calculated temperatures, these values are exactly within the considered thermal design margin. Thus, it was possible to conclude that these external load results obtained by CATER are good and reliable. For CBERS satellite, developed in partnership with Republic Popular of China, launched at October 1999, the incident external thermal loads on its structural and solar panels were calculated by brazilian thermal control group using CATER and also by the chinese engineers from CAST (Chinese Academy of Space Technology) with their own software. Figures 9 and 10 present a comparison between the results obtained by both sides. The shown results were obtained for critical conditions of the thermal design, where the maximum (hot case) and minimum (cold case) temperatures were found for CBERS. In the same way, the obtained temperature telemetries in flight for CBERS, since its launching also confirm that the obtained results for the incident external thermal loads on it are correct.



Figure 9 Environment incident thermal loads on CBERS for the cold case



Figure 10 Environment incident thermal loads on CBERS for the hot case

7. REFERENCES

- Cardoso, H.P., 1989 "SCD-2 Thermal Control Subsystem PDR Report", INPE, São José dos Campos A-REV-0087
- Cunningham, F.G., 1963 "Earth Reflected Solar Radiation Incident upon an Arbitrarily Oriented Spinning Flat Plate", Washington, DC, NASA, 45p. (NASA TN D-1842)
- Cunningham, F. G., 1961 "Power Input a Small Flat Plate from a Diffusely Radiating Sphere, with Application to Earth Satellites" Washington, DC, NASA, 13p. (NASA TN D-710)
- Gilmore, D.G., 1994, "Satellite Thermal Control Handbook", The Aerospace Corporation Press, El Segundo, CA
- Leite, R.M.G., 1986, "Modelagem das Cargas Térmicas Incidentes nos Painéis do Primeiro Satélite Brasileiro", Tese de Mestrado, INPE, São José dos Campos, SP, Brasil, 113p.
- Lyness, J.N., 1970, "Algorithm 379 Squank (Simpson Quadrature Used Adaptively Noise killed), Communications of ACM Vol. 13, N° 4, pp. 260-263
- Redor, J.F., 1973 "Introduction to Spacecraft Thermal Control", ESTEC Internal Working Paper N° 768, 57p. Noordwijk
- Smith, R.E. and West, G.S., 1983 "Space and Planetary Environment Criteria Guidelines for Use in Space Vehicle Development", Marshall Space Flight Center, Alabama (NASA TM 82478)

FUSÃO DE METAL PURO DE UMA PAREDE ISOTÉRMICA VERTICAL NA PRESENÇA DE CONVECÇÃO NATURAL

Luiz Joaquim Cardoso Rocha

Angela Ourivio Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica - RJ R. Marquês de São Vicente 225- Gávea, 22453-900 Rio de Janeiro RJ e-mail:nieckele@mec.puc-rio.

Resumo

Estudo numérico da fusão de metal puro partindo de uma parede isotérmica vertical, pelo método de volumes finitos. Um sistema de coordenadas não ortogonal é empregado para se adaptar a geometria irregular, com uma malha móvel para levar em consideração a variação do tamanho do domínio. Um tratamento especial é dado a interface para obter o balanço de calor e seu movimento. As equações de quantidade de movimento linear são resolvidas para os componentes contravariantes da velocidade. O acoplamento velocidade pressão é resolvido por um algoritmo baseado no SIMPLEC. Comparação com dados experimentais disponível na literatura é realizada, validando o método numérico. O processo de mudança de fase é governado pela convecção natural na fase líquida. Para cavidades muito pequenas, somente condução é presente, mas a medida que a cavidade cresce durante o processo de fusão, a convecção natural passa a apresentar influência significante. O objetivo do presente trabalho consiste em avaliar a influência do parâmetro de subresfriamento na cinética do processo de fusão, investigando os campos de velocidade e temperatura. Os resultados obtidos mostraram que o parâmetro de subresfriamento afeta substancialmente a transferência de calor e a taxa de fusão, influenciando de forma significativa a determinação da solução estacionária e o tamanho da região de fusão.

Palavras-chave: Fusão, Metal Puro, Subresfriamento, Volumes Finitos não ortogonal

1. INTRODUÇÃO

Solidificação e fusão fazem parte de uma classe de problemas transientes de transferência de calor conhecidos como problemas de mudança de fase ou de fronteira móvel. Esses problemas são importantes em muitas aplicações da engenharia, tais como solidificação de metais, congelamento de alimentos, fabricação de gelo, controle de inclusões, entre outros. A solução desta classe de problemas envolve uma dificuldade inerente ao processo que é o movimento da interface entre as fases sólida e líquida, daqui por diante denominada interface sólido-líquido. Este movimento se deve à absorção ou remoção do calor latente na interface. Como conseqüência a localização da interface sólido-líquido não é conhecida a priori tornando-se parte da solução. Quando o material a ser solidificado ou fundido é uma substância pura, a interface entre as fases sólida e líquida se comporta como um contorno bem definido com temperatura igual à temperatura de mudança de fase do material. Isto é, a mudança de fase ocorre apenas quando o material atinge a temperatura de mudança de fase. Por outro lado, na solidificação ou fusão de ligas, misturas ou materiais contendo impurezas, a interface entre as fases sólida e líquida não é mais um contorno bem definido e sim uma região onde o material sofre a mudança de fase. Neste caso, existe uma faixa de temperatura

na qual a mudança de fase se dá. Para problemas de mudança de fase envolvendo substâncias puras, as condições na interface sólido-líquido, devem satisfazer as seguintes considerações: (i) as temperaturas das fases adjacentes à interface devem ser constantes e iguais à temperatura de mudança de fase do material; (ii) um balanço de energia e massa deve ser satisfeito na interface. Viskanta discutiu o fenômeno físico da fusão e solidificação de metais e ligas. É dado ênfase no processo macroscópico de transporte, o qual afeta a forma e o movimento da interface (Viskanta, 1988).

Em geral, as densidades nos sólidos e nos líquidos não são as mesmas, por isso, na mudança de fase, algum movimento no líquido é esperado devido à mudança na densidade. Como a densidade dos sólidos, na temperatura de mudança de fase, é maior do que a densidade dos líquidos (exceto para a água, antimônio e bismuto) há um movimento do líquido em direção à interface durante a fusão.

Devido a não-linearidade destes problemas, causada pelo movimento da interface, o princípio da superposição não pode ser aplicado e cada caso deve ser tratado individualmente. Soluções exatas foram desenvolvidas, entretanto estas são limitadas a um número de situações idealizadas envolvendo regiões semi-infinitas ou infinitas com condições de contorno e inicial simplificadas.

Existem algumas formas de se resolver este tipo de problemas. Pode-se resolver apenas o domínio líquido ou os domínios líquido e sólido (Beckermann e Viskanta, 1989; Ramachandran et. Al, 1982; Benard et al., 1985). Para cada um destes casos pode-se utilizar coordenadas curvilíneas ou coordenadas cartesianas. No caso de se resolver apenas o domínio líquido, considera-se que a temperatura da região sólida é igual à temperatura de mudança de fase do material, tornando-se desnecessária a resolução do domínio sólido. Quando coordenadas curvilíneas são utilizadas, a malha acompanha a forma da interface sólido-líquido, tornando simples o cálculo do balanço de energia e massa na interface. Já, para coordenadas ortogonais, termos de fonte são utilizados para produzir o efeito de curvatura na interface. Comparações entre estes métodos estão em (Lacroix e Voller, 1990).

O problema de mudança de fase na presença de convecção tem sido muito estudado. Podemos citar desde o trabalho de Sparrow et al. (1977) até Sasaguchi et al. (1997) e Vieira et al. (1999). No entanto, ainda existem muitas restrições para serem eliminadas no modelamento matemático para que o fenômeno seja bem compreendido. A utilização de algoritmos mais versáteis e precisos também colaboram na compreensão do fenômeno. O presente trabalho tem por objetivo preencher uma das lacunas encontradas na literatura. Pretende-se avaliar a influência do parâmetro de subresfriamento na cinética do processo de fusão, através da análise dos campos de velocidade e temperatura.

2. MODELO MATEMÁTICO

Considera-se a fusão de metal puro cavidade fechada em uma bidimensional, Figura 1. O fluido é Newtoniano com regime de escoamento transiente. As propriedades constantes em cada fase são e uniformes. A massa específica é modelada através da aproximação de Boussinesq.

As equações de conservação são resolvidas em um sistema de coordenadas que se adapta ao contorno da geometria e, contemplam, quando



Figura 1. Geometria

existe movimento de fronteira, sua velocidade de deslocamento. O sistema de coordenadas adotado é relacionado com o sistema cartesiano pelas seguintes relações: $\xi = \xi(x,y,t)$ e $\eta = \eta(x, y, t)$. As equações de massa e quantidade de movimento linear para o líquido são

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho_l \,\tilde{\mathbf{U}}\right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho_l \mathbf{U})}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho_l \mathbf{\tilde{U}} \mathbf{U}) = -\mathbf{grad} \mathbf{p} + \mathbf{div}(\mu_l \operatorname{grad} \mathbf{U}) + \rho_l \mathbf{g} [1 - \beta_l (\mathbf{T} - \mathbf{T}_F)]$$
(2)

onde ρ_l ; μ_l e β_l são massa específica; viscosidade absoluta e o coeficiente de expansão térmica do líquido. p é a pressão termodinâmica, \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade, T_F é a temperatura de mudança de fase, $\tilde{\mathbf{U}}$ representa o vetor velocidade relativo as coordenadas $(\xi, \eta) \in \mathbf{U}$ é o vetor velocidade absolutas. Estes são relacionados por $\mathbf{\tilde{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_{g}$, sendo \mathbf{U}_{g} a velocidade devidas ao movimento da fronteira.

A equação da energia para as regiões líquida e sólida, respectivamente, são:

$$\frac{\partial (\rho_l T_l)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \widetilde{\mathbf{U}} T_l) = \operatorname{div}(k_l / c_{p_l} \operatorname{grad} T_l)$$

$$\frac{\partial (\rho_l T_l)}{\partial t} = \operatorname{div}(k_l / c_{p_l} \operatorname{grad} T_l)$$
(3)

$$\frac{\partial(\rho_s T_s)}{\partial t} = \operatorname{div}(k_s / c_{p_s} \operatorname{grad} T_s)$$
(4)

onde T é a temperatura, sendo k e c_p a condutividade térmica e calor específico a pressão constante. Os subscritos *l* e *s* correspondem as fases líquida e sólida, respectivamente.

Estas equações foram resolvidas considerando-se que inicialmente o fluido está em repouso, com temperatura baixa e constante, igual a T_c . Para t > 0, a parede do lado esquerdo (x = 0) é aquecida para T_H, sendo mantida neste temperatura, enquanto que a parede do lado direito continua na temperatura T_C. As superfícies superior e inferior são adiabáticas.

Na interface sólido-líquido, $\xi = s(\eta, t)$, tem-se que a velocidade absoluta é nula e, a temperatura do sólido e líquido são iguais a T_F, temperatura de mudança de fase. Na interface, o seguinte balanço de energia e massa deve ser respeitado:

$$k_{s} \operatorname{grad} T_{s} - k_{l} \operatorname{grad} T_{l} = \rho_{s} \Delta h_{F} U_{g}$$
(5)

onde Δh_F é o calor latente associado à mudança de fase.

Analisando as equações de conservação, juntamente com as condições de contorno e iniciais e o balanço de energia e massa realizado na interface, observa-se que a solução adimensional da temperatura do sólido e líquido em função do tempo:

$$\theta_s = \frac{T_s - T_F}{T_F - T_C} \quad ; \quad \theta_l = \frac{T_l - T_F}{T_H - T_F} \quad ; \quad Fo = \alpha_l \ t/L^2 \tag{6}$$

depende dos seguintes parâmetros adimensionais ``

1

$$\operatorname{Ste}_{l} = \frac{\operatorname{c}_{p_{l}}(T_{\mathrm{H}} - T_{\mathrm{F}})}{\Delta h_{\mathrm{F}}} ; \quad \operatorname{Pr}_{l} = \frac{\operatorname{v}_{l}}{\alpha_{l}} ; \quad \operatorname{Ra}_{l} = \frac{g \beta (T_{\mathrm{H}} - T_{\mathrm{F}}) L^{3}}{\operatorname{v}_{l} \alpha_{l}} ; \quad \operatorname{RA} = \mathrm{H/L}$$
(7)

$$\alpha^* = \alpha_l / \alpha_s$$
; $k^* = k_l / k_s$; $\rho^* = \rho_l / \rho_s$; $S_T = (T_F - T_C) / (T_H - T_F)$ (8)

onde RA é a razão de aspecto e Ste_l ; Pr_l e Ra_l são número de Stefan, Prandtl e Rayleigh

associado ao líquido, sendo que $\alpha = k/(\rho c_p)$ e $\upsilon = \mu/\rho$ são a difusividade térmica e a viscosidade cinemática.

3. MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico selecionado é o de volumes finitos, isto é, diferenças finitas com formulação em volumes de controle (Patankar, 1980). Utilizou-se o esquema *power-law* para avaliar os fluxos nas faces dos volumes de controle. A variável dependente na equação de conservação de quantidade linear são os componentes contravariantes da velocidade de acordo com Pires e Nieckele (1994), os quais são armazenados deslocados das outras variáveis para evitar solução com oscilações. O acoplamento entre velocidade-pressão foi resolvido com o algoritmo baseado no SIMPLEC (van Doormaal and Raithby, 1984). O sistema algébrico resultante foi resolvido com o algoritmo TDMA linha por linha (Patankar, 1980) com o algoritmo de correção por blocos para acelerar a convergência.

3.1 Geração da Malha

Devido ao movimento da interface, a malha computacional deve ser gerada cada vez que esta muda sua posição. Porém, considerando que o avanço da interface se faz somente na direção horizontal, não é necessário recalcular a malha na direção vertical.

Para melhorar a resolução da solução, a malha deve ser concentrada nas proximidades da interface, na direção horizontal. Na direção vertical utilizou-se malha uniforme. As seguintes expressões foram utilizadas na direção horizontal, na região líquida e sólida, respectivamente

$$\mathbf{x}_{i,j} = \left(\frac{\mathbf{i}-2}{\mathbf{i}\mathbf{f}\mathbf{t}-2} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{\mathbf{i}-2}{\mathbf{i}\mathbf{f}\mathbf{t}-2}\right)\right) \mathbf{s}\left(\mathbf{\eta},\mathbf{t}\right) \qquad 2 \le \mathbf{i} \le \mathbf{i}\mathbf{f}\mathbf{t}$$

$$\left(\mathbf{j} = \left(\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{i}\mathbf{f}\mathbf{t}} + \mathbf{1}\right) - 1 = \left(-\mathbf{j} = \left(\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{f}\mathbf{t}} + \mathbf{1}\right)\right)\right)$$
(9)

$$x_{i,j} = x_{ift,j} + \left(\frac{i - (ift+1)}{m - (ift+1)} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{i - (ift+1)}{m - (ift+1)}\right)\right) \left(L - s(\eta, t)\right) \quad ift+1 \le i \le m$$

onde m é o número total de pontos, ift é o número de pontos até a frente, e s é a posição da frente.

A fim de melhorar a distribuição dos pontos nodais por todo o domínio utiliza-se um artifício de migrar os pontos nodais da região sólida para a líquida. Como no início do problema a cavidade possui uma espessura muita pequena na região líquida, torna-se desinteressante a colocação de muitos pontos nodais nesta região. Entretanto, com o avanço da frente de mudança de fase, a região líquida vai crescendo, tornando-se necessário o aumento do número de pontos nodais nesta região. Por outro lado, a região sólida vai diminuindo de tamanho e, por conseqüência, é necessária a retirada de pontos nodais desta região. Daí, os pontos nodais migrarem da região sólida para a região líquida. A decisão para que haja a migração dos pontos nodais é feita tomando-se por base a posição da frente de mudança de fase. Quando esta atinge valores preestabelecidos ocorre a migração.

Foram utilizados 55 e 77 pontos nodais nas direções vertical e horizontal, respectivamente. A região líquida sempre inicia com 15 pontos nodais. O número final de pontos nesta região dependerá do avanço da interface.

3. 2 Avaliação da interface

O método desenvolvido consiste em criar um volume de controle de espessura zero na direção normal à direção de propagação da frente. Fazendo com que duas faces deste volume de controle sejam coincidentes surge um volume de controle com o ponto nodal e duas faces na mesma coordenada. Assim, o domínio fica, claramente, subdivido em duas regiões, uma líquida e outra sólida, separadas por uma interface.

As equações de conservação da quantidade de movimento linear e de conservação da massa são resolvidas apenas na região líquida, enquanto que a equação de conservação da energia é resolvida em todo o domínio, regiões líquida e sólida. Embora a equação da energia seja resolvida em todo o domínio a condição de temperatura prescrita na interface é o acoplamento entre as duas regiões.

3.3 Procedimento de resolução

Na resolução de problemas de mudança de fase a posição da fronteira é parte integrante da solução, fazendo com que a resolução do problema se torne mais complicada. Entretanto, de acordo com (Benard et. Al, 1985 e 1986) o movimento do fluido dentro da cavidade não é fortemente influenciado pelo movimento da interface. Portanto, para cada intervalo de tempo, os campos de temperaturas e velocidades podem ser resolvidos mantendo-se a interface sólido-líquido imóvel.

O cálculo da posição da interface sólido-líquido é realizado em duas etapas. Primeiramente, para um determinado valor de intervalo de tempo, uma aproximação explícita é utilizada para calcular a posição da interface sólido-líquido: $s^n = s^{n-1} + U_g^{n-1} dt / h_\eta \partial y / \partial \eta$, onde o índice n é relativo ao intervalo de tempo utilizado, U_g é o componente contravariante da velocidade da interface na direção ξ e $h_\eta = [(\partial x / \partial \eta)^2 + (\partial y / \partial \eta)^2]^{1/2}$ é a métrica associada a direção η .

Com esta interface calculada, o conjunto de equações de conservação e condições de contorno, equações (1) a (4) é resolvido. Após a convergência destas equações (resíduo menor do que 10^{-8}), utiliza-se o novo campo de temperaturas para calcular a nova posição da interface sólido-líquido, utilizando-se a equação (5). Este procedimento é repetido até que haja convergência em apenas uma iteração por duas vezes consecutivas, garantindo assim, uma posição estacionária da interface naquele intervalo de tempo.

Utilizou-se um intervalo de tempo variando de 10⁻⁸ a 10⁻² horas, de acordo com as necessidades da resolução, tais como, impressão dos resultados e necessidade de migração dos pontos nodais.

4. RESULTADOS

Inicialmente, visando validar o presente procedimento de cálculo, realizou-se uma comparação dos resultado numéricos obtidos com dados experimentais obtidos por (Beckermann e Viskanta, 1989) para o problema de fusão após haver atingido um equilíbrio entre o fluxo de calor do lado da fase sólida e líquida, resultando em uma frente estacionária. A Figura 2 apresenta a forma estacionária da interface utilizando **OS** seguintes $Pr_{l} = 0,0208;$ parâmetros: $Ra_I = 3,275 \times 10^5$; $Ste_I = 5,074 \times 10^{-2}$; RA = 1,0; $k^* = 1,0; \alpha^* = 1,105; \rho^* = 0,969$ e $S_{T} = 1.935$. Os resultados numéricos apresentaram boa concordância com os dados experimentais.



para o problema teste

Visando investigar o efeito do parâmetro de subresfriamento, resolveu-se o problema de fusão, mantendo-se os mesmos parâmetros que o problema teste acima, com exceção do parâmetro S_T, o qual foi variado de 0,121 até 1,935.

A Figura 3, ilustra a localização da interface estacionária sólido-líquido em função do parâmetro de subresfriamento, para os cinco valores de S_T investigados.

O fato de se manter a temperatura da parede fria abaixo da temperatura de mudança de fase, faz com que parte da energia disponível para alterar a fase do material seja despendida no aquecimento da região sólida. Logo, a interface sólido-líquido sempre experimentará uma posição estacionária anterior ao tamanho do domínio na direção de propagação da interface. De acordo com a figura abaixo, a medida que o valor do parâmetro de subresfriamento, S_T, diminui, a posição estacionária da interface sólidolíquido avança no sentido da parede fria. Quanto mais a interface avança, devido à diminuição de S_T, mais suave será sua curvatura. No limite, quando S_T tende a zero, o sólido possui temperatura constante e igual à temperatura de mudança de fase. Neste caso, o valor da posição estacionária da interface tende a $s(\eta/t)/L = 1,0$.

A Figura 4 apresenta a evolução temporal da interface sólido-líquido até chegar ao regime estacionário para $S_T = 0,121$. De acordo com a Figura 4, podemos notar quatro estágios diferentes do avanço da interface durante o processo de fusão. No primeiro, a interface se move paralela às paredes verticais da cavidade. Num segundo momento, a região superior da interface avança rapidamente enquanto que a região inferior avança lentamente, provocando uma forte curvatura em sua estrutura. Em seguida, o avanço da região superior decai, porém este ainda é maior do que o avanço na região inferior, fazendo com que a interface se movimente, aproximadamente, com o mesmo formato em sua curvatura. Finalmente, a região superior encontra um estado estacionário enquanto que a região inferior avança.

No primeiro estágio, a transferência de calor se dá exclusivamente por condução. Portanto, os gradientes de temperatura ao longo da interface são iguais, tanto na região líquida quanto na região sólida e, esta se move de maneira uniforme na direção da parede fria. No segundo estágio, a convecção começa a dominar o processo e, os gradientes de temperatura, na região líquida, passam a ser maiores na porção superior da interface. Do lado sólido os gradientes de temperatura ao longo da interface obedecem a mesma regra, porém com menor intensidade. Como um balanço de energia e massa ao longo da interface é responsável por seu movimento, esta avança mais rapidamente na porção superior da interface, provocando uma curvatura em sua forma. Esta curvatura é inicialmente suave e, com o passar do tempo, tornase mais acentuada. Este aumento na curvatura da interface favorece o aparecimento de uma



1.0

grande recirculação na parte superior da cavidade. Já na região inferior, o fluido gira com baixas velocidades, relativas àquelas da recirculação superior. Daí, o fato da região superior mover-se mais rapidamente do que a região inferior, pois ali o modo de transferência de calor é convectivo, isto é, o fluxo de calor é maior do que na região inferior onde a transferência de calor se dá , predominantemente, na forma de condução. Pode-se notar este fato pela forma vertical da região inferior da interface. No terceiro estágio, a parte superior da interface está muito próxima da parede, portanto a convecção começa a agir na parte de baixo, onde ainda existe material sólido para fundir. No quarto estágio, gradativamente, a interface vai ganhando posição estacionária, partindo da região superior para a inferior, fazendo com sua curvatura se torne menos acentuada. Com a suavização da interface o fluido passa a girar na sua região inferior, fazendo com que a transferência de calor ali passe a ser dominada pela convecção. Assim, a interface deixa de exibir forma vertical, característica da transferência de calor por condução. A taxa de avanço da interface cresce, até que esta atinja, na região inferior, a posição de equilíbrio.

A Figura 5 apresenta a posição da interface e a malha, para $S_T = 1,935$; 0,968; 0,484 e 0,242. A distribuição da malha mostra claramente a versatilidade do artifício de se migrar os pontos nodais da região sólida para a região líquida quando do avanço da interface Nota-se uma distribuição mais homogênea dos pontos nodais em todo o domínio, independente da posição em que a interface se encontra.





As Figuras 6 e 7 ilustram as linhas de corrente e isotermas correspondentes ao fator de subresfriamento S_T = 1,935 e 0,121, respectivamente. As linhas de corrente e isotermas estão igualmente espaçadas e divididas em vinte e um níveis diferentes. Observa-se uma recirculação principal, com pequenos vórtices nos cantos, e alta intensidade próximo às superfícies sólidas, Nota-se uma distribuição de temperatura aproximadamente linear no sólido, enquanto no centro da recirculação principal, onde a intensidade do vetor velocidade é menor, o fluido encontra-se estratificado. Percebe-se que no final do processo a convecção domina o processo de transferência de calor ao longo de toda a interface.

A influência do fator de subresfriamento S_T no Número de Nusselt, definido como, Nu = q L/[k_l (T_H - T_C)] em função de Fo^{*} = Fo Ste, é ilustrada na Figura 8. A medida que o fator de subresfriamento diminui, o Nusselt aumenta. No limite, quando S_T tende a zero, o Nusselt tende a unidade (convecção natural em uma cavidade quadrada em regime permanente).



5. CONCLUSÃO

A fusão de metais puros em cavidades fechadas na presenca de subresfriamento na região sólida é apresentada. O método numérico é validado através de dados experimentais. Apresenta-se uma nova metodologia para avaliação da interface e um artifício para se redistribuir os pontos nodais através do domínio com o seu avanço. No problema analisado, 0 fator de subresfriamento faz com que a interface sólido-líquido sempre apresente posição estacionária antes do final do domínio. Seu aumento provoca uma diminuição no avanço da interface com conseqüente aumento na curvatura de seu perfil. Quatro estágios



distintos no avanço da interface aparecem no decorrer do processo de fusão. Análises adicionais e experimentos são necessários na investigação de elevados números de Rayleigh, diferentes razões de aspectos e números de Prandtl.

6. REFERÊNCIA

- Beckermann, C., Viskanta, R., 1989, "Effect of Solid Subcooling on Natural Convection Melting of a Pure Metal", ASME Journal of Heat Transfer, vol.11, pp.416-424, 1989.
- Benard, C., Gobin, D. e Martinez, F., 1985, "Melting in a Rectangular Enclosure: Experiments and Numerical Simulations", ASME J. of Heat Transfer, vol.107, pp.794-802.
- Benard, C., Gobin, D., e Zanoli, A., 1986, "Moving Boundary Problem: Heat Conduction in the Solid Phase of a Phase-Change Material During Melting Driven by Natural Convection in the Liquid", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.29, pp.1669-1684.
- Lacroix, M. E Voller, V.R., 1990, "Finite Difference Solutions of Solidification Phase Change Problems: Transformed versus Fixed Grids", Numerical Heat Transfer, Part B, vol.17, pp.25-41.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer e Fluid Flow", Mcgraw-Hill;
- Pires, L. F. G. e Nieckele, A. O., 1994, "Numerical Method For The Solution Of Flows Using Contravariant Components In Non-Orthogonal Coordinates", Proc. V Brazilian Meeting on Thermal Sciences, SP, pp. 343-346 (in Portuguese).
- Ramachandran, N., Gupta, J.P. e Jalúria, Y., 1982, "Thermal and Fluid Flow Effects During Solidification in a Rectangular Enclosure", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.25, no. 2, pp.187-194.
- Sasaguchi, K., Kusano, K., Viskanta, R., 1997, "A Numerical Analysis of Solid Liquid Phase Change Heat Transfer Around a Single and Two Horizontal, Vertically Spaced Cylinders in a Rectangular Cavity", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 40., No. 6, pp. 1343-1354
- Sparrow, E.M., Patankar, S.V., Ramadhyani, S., 1977, "Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region", J. Heat Transfer, Vol. 99, pp. 520-526.
- Van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D., 1984, Enhancements of the Simple Methods for Prediction Incompressible Fluid Flow, Num. Heat Transfer, vol. 7, pp147-163.
- Vieira, G.M.R., Braga, S.L., Gobin, D. 1999, "Analysis of the Melting Process in Presece of Natural Convection and Density Maximum", XV COBEM, CD-ROM.
- Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals", ASME Journal of Heat Transfer, vol.110, pp. 1205-1219.

TRANSIENT HEAT CONDUCTION IN A PISTON OF TWO-STROKE DIESEL ENGINE

Leonardo F. Saker Marcelo J. Colaço Helcio R.B. Orlande Programa de Engenharia Mecânica, EE / COPPE / UFRJ - Caixa Postal 68503, 21945-970 -Rio de Janeiro - RJ - Brasil

Abstract:

In this paper we study the transient heat conduction in a piston of a diesel engine, subjected to a periodic boundary condition on the surface in contact with the combustion gases. An elliptic scheme of numerical grid generation was used, so that the irregular shaped piston in the physical domain was transformed into a cylinder in a computational domain. The timewise variations of the temperature of several points in the piston are examined for different piston materials, as well as for motored and fired engines.

Keywords: Diesel engine, finite-differences, numerical grid generation

INTRODUCTION

The solution of heat transfer problems in internal combustion engines is very complicated for several reasons, including, among others: the cyclic temperature variation of gases inside the engine; the parts involved, such as pistons, do not have a regular shape; such parts are subjected to different heat transfer coefficients from the top, bottom and lateral sides, which may vary during the cycle; and the estimation of heat transfer coefficients constitute, in itself, a problem. A review of available theoretical and experimental works on the subject was presented by Borman and Nishiwaki (1987).

In the present paper we perform a two-dimensional axially symmetric finite-difference analysis of the transient heat conduction in a piston of a two-stroke diesel engine. For such an analysis, we transformed the irregular shaped piston from the physical domain into a cylinder in a computational domain. The transient heat conduction equation was transformed into the computational domain, where it was solved with finite-differences by using the ADI (Alternating Direction Implicit) method (Peaceman and Rachford, 1955).

The computer code used in this work is an improvement over another code developed by our group in the past for the solution of a similar problem (Colaço and Orlande, 1996). The problem addressed by Colaço and Orlande (1996) also involved the transient analysis of a diesel engine piston; but considered for the computations time-averaged values for the heat transfer coefficient between the gas and the piston surface, as well as for the temperature of the gas inside the cylinder. In the present work we consider the periodic variations of the heat transfer coefficient between the gas and the piston surface and of the temperature of the gas inside the cylinder, for the computation of the transient temperature field inside the piston. In this work we used the correlation of Eichelberg (Borman and Nishiwaki, 1987; Prasad and Samria, 1990) due to its simplicity and because it does not involve many empirical constants. The temperature variation of the gas inside the cylinder was computed by using a double-Wiebe function for the heat release during combustion (Ramos, 1989).

PHYSICAL PROBLEM

The physical problem considered here is the transient heat conduction in a diesel engine piston. The piston is assumed to be axi-symmetric, so that asymmetries due to the piston pin and oil cooling channels are neglected. The piston considered in the present work is the same studied by Prasad and Samria (1990). The piston geometry with coordinates (in millimeters) relevant for this study are presented in figure 1:



Figure 1. Geometry and coordinates

The piston is heated through its top surface by the gas inside the combustion chamber. The gas temperature (T_{gas}) and the heat transfer coefficient between gases and piston (h_{gas}) are assumed to vary within each engine cycle. The piston is cooled by oil on its bottom surfaces and by a coolant fluid flowing through passages in the cylinder wall. The oil temperature (T_{oil}), as well as the heat transfer coefficient between oil and piston (h_{oil}) are supposed to be constant. The heat transfer to the coolant fluid is taken care by using a constant overall heat transfer coefficient (h_{∞}), which takes into account the heat transfer from the piston to the cylinder wall, conduction through the wall, and convection from the wall to the coolant fluid. The fluid temperature (T_{∞}) is assumed to be constant.

The mathematical formulation of such physical problem is given by:

$\frac{1}{\alpha^*} \frac{\partial \mathbf{T}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla^2 \mathbf{T}(\mathbf{r}, t)$	in the region, for $t > 0$	(1.a)
$-K\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}_{i}} = h_{i}(t)[T - T_{i}(t)]$	on the boundary surface Γ_i , for $t > 0$	(1.b)
$\partial \mathbf{T} / \partial \mathbf{r} = 0$	on the symmetry axis $(r = 0)$, for $t > 0$	(1.c)

$$\Gamma = T_0(\mathbf{r})$$
 for $t = 0$ in the region (1.d)

where h_i , T_i and $\partial T/\partial n_i$ are, respectively, the heat transfer coefficient, the fluid temperature and the normal derivative of temperature at each of the boundary surfaces Γ_i . α^* and k are the thermal diffusivity and thermal conductivity, respectively.

ANALYSIS

The discretization of the piston presented in the figure 1 is difficult due to its irregular shape. In order to overcome such difficulty, we neglected the effects of the piston rings and transformed the irregular piston in the physical domain (z,r) into a cylinder in the computational domain (ξ,η) , as shown in figure 2.



Figure 2. Physical and computational domain

In figure 2, M and N are the number of lines of ξ and η variables, respectively. The transformation above is defined by the solution of two elliptic partial differential equations, used to generate the finite-difference grid for the piston (Thompson et al, 1985; Maliska, 1995; Özisik, 1994).

The problem given by Eqs. (1) is transformed into the computational domain (ξ,η) , where it is solved for the temperatures T(ξ,η,t). In the computational domain, problem (1) takes the form:

$$\frac{1}{\alpha^*} \frac{\partial T(\xi, \eta, t)}{\partial t} = \frac{1}{J^2} \left[\alpha T_{\xi\xi} - 2\beta T_{\xi\eta} + \gamma T_{\eta\eta} \right] + \left[PT_{\xi} + QT_{\eta} \right]$$
(2.a)

$$\frac{k}{J\sqrt{\alpha}}(\alpha T_{\xi} - \beta T_{\eta}) = h_{gas}(t)[T - T_{gas}(t)] \qquad \text{at } \xi = 1; 1 < \eta < N; t > 0$$
(2.b)

$$-\frac{k}{J\sqrt{\alpha}}(\alpha T_{\xi} - \beta T_{\eta}) = h_{oil}(T - T_{oil}) \quad \text{at } \xi = M; 1 < \eta < N; t > 0$$

$$(2.c)$$

$$(\gamma T_{\eta} - \beta T_{\xi}) = 0$$
 at $\eta = 1; 1 < \xi < M; t > 0$ (2.d)

$$-\frac{k}{J\sqrt{\gamma}}(\gamma T_{\eta} - \beta T_{\xi}) = h_{\infty}(T - T_{\infty}) \qquad \text{at } \eta = N; 1 < \xi < M; t > 0 \qquad (2.e)$$

$$T = T_{0}(\xi, \eta) \qquad \text{for } t = 0; 1 < \xi < M; 1 < \eta < N \qquad (2.f)$$

where

$$\alpha = z_{\eta}^{2} + r_{\eta}^{2} , \quad \beta = z_{\xi} z_{\eta} + r_{\xi} r_{\eta} , \quad \gamma = z_{\xi}^{2} + r_{\xi}^{2} , \quad J = z_{\xi} r_{\eta} + r_{\xi} z_{\eta}$$
(3.a,b,c,d)

BOUNDARY CONDITION AT THE PISTON-GAS INTERFACE

Several correlations for the heat transfer coefficient at the gas-piston surface are available in the literature (Heywood, 1988; Ramos, 1989; Borman and Nishiwaki, 1987). In this paper, we preferred to use the correlation of Eichelberg, due to its simplicity and because it does not involve many empirical constants. Such correlation was developed for naturally-aspirated large two-stroke and four-stroke diesel engines, such as the one under picture in this work. Eichelberg's correlation is given by

$$h_{gas}(t) = 7.67 \times 10^{-3} \left[P_i(t) T_i(t) \right]^{1/2} (c_m)^{1/3} \quad kW / m^2 K$$
(4)

where c_m is the mean-piston-speed in m/s, while T and P are the instantaneous temperature in Kelvin and pressure in kPa, respectively, of the gas inside the cylinder.

For the calculation of the instantaneous temperature and pressure inside the cylinder, we assume that the compression and expansion processes are polytropic, with polytropic index of 1.3 (Ferguson, 1986). The mass of gas inside the cylinder is supposed constant and it is assumed to be at atmospheric conditions ($P = 10^5$ Pa and T = 298 K) when the piston is at the bottom-dead-center. Since we are dealing with a two-stroke engine, we assume here that exhaustion and admission take place simultaneously at the bottom-dead-center, so that, at the end of the expansion stroke, the gas inside the cylinder returns instantaneously to the initial atmospheric conditions.

During combustion, the relation between the cylinder volume, gas pressure and the rate of heat release can be expressed as (Ferguson, 1986):

$$\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{d\theta}} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d\theta}} + \frac{(\gamma - 1)}{V} \frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{d\theta}}$$
(5)

where θ is the crankshaft angle in degrees.

The rate of heat release during combustion can be obtained from a double-Wiebe function in the form (Ramos, 1989)

$$\frac{dQ}{d\theta} = 6.9 \frac{Q_p}{\theta_p} \left(M_p + 1 \left(\frac{\theta - \theta_{ig}}{\theta_p}\right) \exp\left[-6.9 \left(\frac{\theta - \theta_{ig}}{\theta_p}\right)^{M_p + 1}\right] + 6.9 \frac{Q_d}{\theta_d} \left(M_d + 1 \left(\frac{\theta - \theta_{ig}}{\theta_d}\right) \exp\left[-6.9 \left(\frac{\theta - \theta_{ig}}{\theta_d}\right)^{M_d + 1}\right] \right)$$
(6)

where the subscripts p and d refer to premixed and diffusive combustion, respectively; M_p and M_d are shape factors corresponding to premixed and diffusive combustion, respectively; θ_p and θ_d are the durations of the energy release in premixed and diffusive combustion, respectively; and Q_p and Q_d characterize the heat release in premixed and diffusive combustion, respectively; θ_{ig} is the ignition angle. Such parameters are functions of the injection angle and can be obtained in Ramos (1989).

After the fuel is injected into the cylinder, several physical and chemical phenomena take place before combustion can start. Such phenomena result on a delay time that can be represented in the form of an Arrhenius-type expression such as

$$t_{d}(ms) = A p(atm)^{-n} \exp(T_{a}/T(K))$$
(7)

For the case under picture in this work, we used the following values for the constants appearing in equation (7), obtained from Ramos (1989): A=53.5, n=1.23, $T_a = 676.5$ K.

RESULTS AND DISCUSSION

For the results presented below, the values of various parameters were chosen as follows (Prasad and Samria, 1990):(*i*) Initial temperature: $T_o=20^{\circ}C$; (*ii*) Oil temperature: $T_{oil}=85^{\circ}C$; (*iii*) Heat transfer coefficient to the oil: $h_{oil}=175$ W/m^{2o}C; (*iv*) Cooling water temperature: $85^{\circ}C$;

(*v*) Overall heat transfer coefficient to the cooling water: h_{∞} = 1000 W/m²°C; (*vi*) Engine Speed: 850 RPM; (*vii*) Compression ratio: 17; (*viii*) Piston diameter: 0.23 m; (*ix*) Stroke: 0.3 m; (*x*) Injection angle: -20°.

Four test-cases were examined in the present work, depending on the piston material and if the engine is motored or fired, as summarized in table 1. For the case of a motored engine, the compression and expansion processes were also assumed polytropic, with polytropic index of 1.3.

Test-case	Piston material	Engine condition						
1	Aluminum	Fired						
2	Aluminum	Motored						
3	Cast iron	Fired						
4	Cast iron	Motored						

Table 1. Test-cases

The thermal conductivity and thermal diffusivity of aluminum and cast iron were taken, respectively as, 204 W/m°C, 8.418 x 10^{-5} m²/s, 54 W/m°C and 0.970 x 10^{-5} m²/s (Ozisik, 1993).

Before obtaining results for the piston transient temperature field by using the present numerical approach, a grid convergence analysis is required in order to assess the numerical error involved in the solution. Nine different grids were generated. The number M of ξ lines and N of η lines of each grid are presented in table 2, while figure 2 shows grid G5, with M=51 and N=66.

Grid	М	Ν
G1	41	56
G2	51	56
G3	61	56
G4	41	66
G5	51	66
G6	61	66
G7	41	84
G8	51	84
G9	61	84

 Table 2. Finite difference grids

The temperatures of the first 6 points shown in figure 2 were compared for the grids presented in table 2. Such temperatures were obtained for time t=5 s and for a motored engine with an aluminum piston. The time step used was $\Delta t=1 \times 10^{-3}$ s.

The relative differences in percent for the temperatures computed with the different grids used in this study are shown in table 3. This table shows that generally the grids are not converged with N=56, because differences of the order of 2% can be observed for point 2, when N is increased to 66, irrespective of the number of ξ lines (M) utilized. On the other, differences of less than 0.5% can be noticed when N is increased to 84, as compared to N=66. By taking into analysis now the grids with N=66 (G4, G5 and G6), we note that the grid is basically converged in the ξ direction with M=51. A maximum difference of 1.1% is observed for point 6, when M is increased from 51 to 61 (grids G5 and G6, respectively). From the examination of table 3, we decided to use grid G5 for the foregoing analysis, with M=51 and N=66. Such grid is basically converged in the ξ and η directions. Also, its CPU time was 4 min and 23 s as compared to 5 min and 7 s for grid G6, thus enabling substantial savings on computer time, without loss of accuracy. The CPU times correspond to a Pentium 200 MMX, with 64 Mb of RAM memory, running under the Microsoft Fortran PowerStation 4.0 platform.

Point	G1-G2	G2-G3	G4-G1	G5-G2	G6-G3	G4-G5	G5-G6	G7-G4	G8-G5	G9-G6	G7-G8	G8-G9
1	0.56	0.28	0.43	0.67	0.34	0.33	0.61	0.41	0.38	0.30	0.36	0.69
2	1.05	0.37	2.08	1.90	1.89	0.87	0.36	0.61	0.14	0.01	0.40	0.20
3	0.85	0.31	1.32	1.13	1.13	0.65	0.31	0.39	0.09	0.14	0.36	0.08
4	0.17	0.20	0.50	0.70	0.65	0.04	0.15	0.49	0.42	0.43	0.04	0.16
5	0.58	0.35	0.32	0.00	0.07	0.26	0.42	0.02	0.08	0.08	0.17	0.41
6	0.94	0.75	0.29	0.62	0.26	0.61	1.10	0.22	0.30	0.30	0.52	1.11

 Table 3. Relative temperature difference in percent between grids

After choosing the grid, we performed an analysis of the timewise variation of the temperature in the piston for the different test-cases summarized in table 1.

Figure 3.a-d show the variation for the temperature with time, until the quasi-steady-state is reached, of selected points in the piston for cases 1-4, respectively. These figures show that, initially, the temperature of the points near the cylinder wall is larger than for the other points. Such is the case because initially the piston is assumed to be at a temperature smaller than that of the cooling fluid and of the oil. By comparing figures 3.a-b with figures 3.c-d, we note that the quasi-steady-state is reached faster for the aluminum piston than for the cast-iron piston, as a result of the larger thermal conductivity and thermal diffusivity for aluminum.



Figure 3. Temperature variation of selected points

The quasi-steady-state temperature distributions in the piston are shown in figures 4.a-d, for test-cases 1 to 4, respectively. Note in these figures the higher temperatures in the cast-iron piston than in aluminum piston. Also, note the higher temperature gradients in the radial direction in the top region of the cast-iron piston, resulting in larger thermal stresses than for the aluminum piston.



Figure 4. Quasi-steady state temperature distribution in the piston

Figure 5 presents the temperature variation of points 1 and 7 in the piston for test-case 1, involving an aluminum piston in a fired engine, when the quasi-steady-state is established. Figure 5 shows that the amplitude of variation for the temperature of point 1 is 1.94°C. For point 7, located 1.39 mm below the gas-piston interface on the piston center-line, such amplitude of variation is less than 1°C. Much smaller amplitudes of variation were observed for the temperature of the cast-iron piston, due to its smaller thermal diffusivity as compared to aluminum. Also, the amplitudes for motored engines are much smaller than for fired engines.

These results are extremely interesting because they reveal the high-level of difficulty for the solution of the inverse problem of estimating the periodic heat flux at the gas-piston interface, by using temperature measurements taken below the interface. Such is the case because the amplitudes of temperature variation are of the same order of magnitude of the expected levels for the measurement errors. Hence, it would be impossible to distinguish if the measured temperature variations result from the measurement errors or from the periodic boundary conditions, and no useful information would be recovered from the temperature measurements.


Figure 5. Temperature variations of points 1 and 7 for the test-case 1.

CONCLUSIONS

The analysis performed reveals that, for the cases studied, the steady-state was reached earlier for aluminum pistons than for cast-iron pistons. Also, cast-iron pistons are subjected to higher temperatures and larger temperature gradients, thus resulting in larger thermal stresses.

Generally, the temperature variations, resultant from the periodic boundary condition at the gas-piston interface, are largely damped within a quite small distance below the interface. Therefore, the solution of the inverse heat conduction problem of estimating the periodic boundary heat flux, by using temperature measurements below the surface, is quite difficult.

REFERENCES

- Borman, G., Nishiwaki, K., 1987, "Internal Combustion Engine Heat Transfer", Prog. Energy Combust. Sci., Vol. 13, pp. 1-46.
- Colaço, M.J., Orlande, H.R.B., 1996, "Transient Heat Transfer Analysis od Diesel Engine Piston", Proceedings of VI ENCIT / VI LATCYM, UFSC, Vol.1. p. 1033-1038.
- Ferguson, C. R., 1986, "Internal Combustion Engines", Wiley, New York.
- Heywood, J.B., 1988, "Internal Combustion Engine Fundamentals", MC Graw-Hill, New York.
- Maliska, C.R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC, Rio de Janeiro.
- Özisik, M.N., 1994, "Finite Difference Methods in Heat Transfer", CRC Press, Boca Raton.
- Özisik, M.N., 1993, "Heat Conduction", 2nd edition, McGraw-Hill International Editions, New York.
- Peaceman, D.W. and Rachford, H.H., 1955, "The Numerical Solution for Parabolic and Elliptic Differential Equations", J. Soc. Ind. Appl. Math, Vol.3, pp. 28-41.
- Prasad, R. and Samria, N.K., 1990, "Transient Heat Transfer in an Internal Combustion Engine Piston", Computers & Structures, Vol. 34, no. 5, pp. 787-793.
- Ramos, J. I., 1989, "Internal Combustion Engine Modeling", H P C.
- Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A. and Mastin, C.W., 1987, "Numerical Grid Generation", North-Holland, New York.

REDUÇÃO DO CONSUMO DE VAPOR E DE ÁGUA DE RESFRIAMENTO NA DESTILAÇÃO DE ÁLCOOL CARBURANTE

Pio Caetano Lobo Marlos Mazzeu Silveira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Instituto de Engenharia Mecânica, Departamento de Mecânica, 37500-000, Itajubá, MG, Brasil. E-mail: pclobo@iem.efei.br

Resumo

O vinho, produto da fermentação em uma destilaria de álcool carburante da cana de açúcar, é uma mistura de produtos químicos (principalmente o etanol) e água. A tarefa é separar os produtos desejáveis, com a pureza especificada, pelo processo energeticamente mais econômico. Este trabalho descreve a análise de disponibilidade (análise exergética) do processo de destilação de álcool carburante da cana de açúcar, visando sua otimização energética. Dados reais de operação de uma destilaria são utilizados para realizar sua auditoria energética (fluxos de energia e exergia) e determinar rendimentos e eficácias termodinâmicas. Os parâmetros de um programa de simulação matemática do processo foram ajustados para reproduzir o desempenho da coluna real. Em seguida o programa foi utilizado para analisar a influência do uso da compressão mecânica do vapor de etanol no consumo de vapor d'água, de água de resfriamento e na eficácia exergética.

Palavras-chave: Álcool carburante, Destilação, Disponibilidade, Exergia, Racionalização energética.

1. INTRODUÇÃO

Membranas e extração supercrítica para a separação de misturas de líquidos são os temas quentes de hoje e a pesquisa em processos de destilação está quase abandonada. Contudo, destilação continua uma tecnologia dominante nas indústrias de processo químico. Mundialmente responde por 95% de todas as separações, e em torno de 15% de todo o consumo de energia industrial (Zanetti, 1997).

A destilação objetiva a separação física de uma mistura de líquidos, cujas pressões de saturação diferem a uma dada temperatura, em frações com diferentes pontos de ebulição. No caso da produção de álcool da cana de açúcar, o processo de separação utilizado é a destilação. Uma coluna de destilação de pratos, atualmente a mais utilizada em destilarias de álcool carburante, consiste em uma série de pratos (ou bandejas). Em operação normal, uma quantidade determinada de líquido existe em cada prato, e o vapor ascendente contata, enquanto atravessa, o líquido. O vapor que sai da primeira placa, no topo da coluna, entra no condensador. Do líquido obtido, tem-se as correntes de refluxo (retorno de líquido à coluna) e destilado (produto). A razão entre a vazões de refluxo e de destilado é usualmente designada de taxa de refluxo. O líquido deixando a placa de fundo da coluna é retirado como produto de fundo.

Até alguns anos atrás, o preço pago pelo álcool carburante da cana de açúcar era compensador, mesmo sem aproveitar o bagaço da cana, portanto pouco se preocupava com o uso racional da energia do bagaço. Atualmente o preço do álcool carburante é menor e menos estável, enquanto existem produtos de bagaço economicamente atraentes como a eletricidade e o carvão vegetal ou ativado. Ademais o uso d'água dos rios para resfriamento está sendo taxado, portanto a racionalização virou necessidade. Este trabalho descreve-se um diagnóstico energético do aparelho de destilação para comparar dois processos alternativos de destilação de álcool hidratado. Um é o atualmente utilizado em destilarias, o outro uma opção que reduz os fluxos tanto d'água para os condensadores de álcool como de vapor d'água às colunas. O diagnóstico inicia com a verificação do balanço de massa, que pode indicar perdas e/ou erros de medição nas vazões mássicas das diversas correntes atravessando o volume de controle. Em seguida, o balanço de energia averigua os dados (vazões e propriedades termodinâmicas) em relação à Primeira Lei da Termodinâmica. Por fim a análise de disponibilidades (exergias) determina as perdas termodinâmicas da energia disponível (trabalho reversível) no processo. Foi observado que a eficácia do aparelho (nome dado ao conjunto de equipamentos que realiza a separação) do processo usual de destilação é de 11,04 %, enquanto a modificação proposta ao processo pode levá-la a 18,34 %.

Foi efetuado a simulação computacional do processo em um aparelho de destilação com capacidade de produção de 90.000 m³ de álcool hidratado por dia; o número teórico de pratos foi ajustado para reproduzir o desempenho do processo real, denominado Processo I. Realizou-se ainda uma segunda simulação, na qual o vapor de etanol foi comprimido para elevar sua temperatura suficientemente para que a entalpia latente da sua condensação fosse utilizada para evaporar parte da vinhaça e substituir parte do vapor e d'água de resfriamento. Este processo foi chamado de Processo II. A partir dos resultados das simulações verificou-se o balanço de massa, e realizaram-se os balanços de energia e exergia, obtendo-se assim parâmetros para a comparação entre os dois processos.

2. PROCESSO I

A Figura 1 mostra um fluxograma do modelo de simulação construído para o Processo I. Algumas simplificações foram feitas neste fluxograma: na destilaria real, os vapores que saem do topo da coluna D são condensados em dois condensadores ligados em série. Já neste modelo, esta condensação está sendo realizada em apenas um condensador. Os vapores do topo da coluna B são condensados em três condensadores em série, enquanto a simulação utiliza dois condensadores para realizar esta condensação. Na figura 1 os equipamentos estão identificados por letras e as correntes por números. Os equipamentos são: A (coluna de destilação), D (coluna de concentração de cabeça), K (recuperador de calor), R (condensador), B (coluna de retificação), E (pré-aquecedor), E1 (condensador), J (resfriador). E as correntes são: 1 (vinho), 2 (vapor), 3 (vinhaça), 4 (água de resfriamento na entrada), 5 (água de resfriamento na saída), 6 (álcool hidratado), 7 (álcool de segunda), 8 (flegmaça), 9 (flegma), 10 (esgotamento em D), 11 (corrente de topo em D), 12 (refluxo em D), 13 (corrente de topo em B), 14 (refluxo em B).

2.1 Breve descrição do processo

Os principais equipamentos do processo atual são:

Coluna A (de destilação) – Possui 24 bandejas. A temperatura na bandeja 1 (no fundo da coluna) deve estar entre 380-381 K, e na bandeja 24 (no topo) entre 370-372 K. A pressão absoluta no fundo desta coluna deve estar em torno de 145 kPa e no topo em

torno de 137,5 kPa. Líquido (vinho), com graduação alcoólica em torno de 6,6 INPM (em base mássica) e temperatura entre 362-365 K, entra na bandeja 24 e desce para as bandejas inferiores trocando calor e massa com vapor d'água em ascensão, injetado diretamente na base da coluna entre 393-403 K e aproximadamente a 155 kPa. O vapor, ascendente, vai se enriquecendo no componente mais volátil (etanol), enquanto o líquido descendente vai se esgotando, ou seja, se tornando mais rico no componente menos volátil (água). Este princípio é válido para todas as colunas. Esta coluna (A) recebe também, na bandeja 23, a corrente de flegmaça, resíduo da coluna B. A vinhaça, resíduo da destilação com graduação alcoólica de 0,01 INPM, é retirada do fundo da coluna A. Da bandeja 18 sai a corrente de flegma (vapor), com graduação alcoólica em torno de 37 INPM, sendo injetada na base da coluna B.



Figura 1. Fluxograma do Aparelho de Destilação do Processo I

Coluna B (de retificação) – possui 49 bandejas. A pressão absoluta no interior desta coluna varia entre 135,60-130,00 kPa, do fundo ao topo, respectivamente. As temperaturas devem ser as seguintes: 371-373 K na bandeja 1, 365-368 K na bandeja 4, 358-360 K na 11 e 352-354 K na 47. As bandejas 1 e 47 estão localizadas no fundo e no topo, respectivamente. Esta coluna é alimentada pelo flegma, conforme já mencionado anteriormente. A coluna também recebe a corrente de esgotamento da coluna D.

As correntes de saída da coluna B são:

Álcool Hidratado – produto final da destilação. O álcool hidratado pode ser retirado, em estado líquido, da bandeja 43, 47 ou 48 . Em seguida esta corrente é resfriada indiretamente por água, no resfriador J, depois retirada do processo a 92,6-93,8 INPM e 308,15 K.

Flegmaça – corrente de resíduo da coluna B, que é reintroduzida no processo através da coluna A.

Óleo Altos e Baixos – a coluna B possui 12 tomadas (torneiras) para a retirada destes óleos, que estão localizadas nas bandejas 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 15 e 17. Sendo as 5 torneiras superiores para a retirada dos óleos altos e as 7 inferiores para a retirada dos óleos baixos (fúsel). Esses óleos são ricos nos produtos pesados (ou de calda), como álcool acético, etílico, propílico, isopropílico, butílico, dentre outros, (Rasovsky, 1973). O valor da vazão destes óleos é aproximadamente 1% do valor da vazão de álcool hidratado, (IPT, 1990). A retirada destes óleos não foi considerada neste trabalho, uma vez que para efeito de cálculo o vinho foi considerado como uma mistura hidroalcoólica binária: etanol - água.

Vapores Alcoólicos - saem do topo da coluna B a 92,6-93,8 INPM, com destino ao préaquecedor E, e ao condensador E1. Em "E" os vapores de álcool trocam calor com o vinho, e seguem para E1 onde se condensam trocando calor com a água de resfriamento. O condensado retorna à coluna B, como refluxo, entrando na bandeja 49, a fim de garantir uma corrente líquida nas bandejas de B.

- Coluna D (de concentração de cabeça) Esta coluna tem 6 bandejas. Recebe vapores alcoólicos da coluna A. Uma corrente de esgotamento, com graduação 50,0 INPM sai da base desta coluna, entrando na bandeja 2 da coluna B. Do topo da coluna D saem vapores alcoólicos com graduação de aproximadamente 88,0 INPM, que se condensam no condensador R, resfriado a água. Parte deste condensado é retirada do processo como álcool de segunda, rico no produtos leves ou de cabeça, como aldeídos, ésteres, dentre outros, (Rasovsky, 1973). A outra parte do condensado retorna à bandeja 6 da coluna D, como refluxo, a fim de garantir uma corrente líquida nas bandejas desta coluna.
- Recuperador de Calor K este aparelho efetua a troca de calor indireta entre as correntes de vinhaça e vinho. A corrente de vinho, entra no processo a 308,15 K, é primeiramente pré-aquecida no pré-aquecedor E, de onde sai entre 343-348 K. Na seqüência o vinho vai para o recuperador de calor K, de onde sai a 362-365 K, entrando depois na coluna A.

Todas as correntes citadas neste item se apresentam no estado líquido, com exceção das correntes de flegma, de vapores alcoólicos no topo de "D", e no topo de "B", que estão no estado gasoso. Os insumos necessários ao processo são : 2,58 kg de vapor d'água e 62,71 kg de água de resfriamento por kg de álcool hidratado produzido.

Os dados informados neste ítem foram fornecidos ao programa de simulação.

2.2 Equações utilizadas nos balanços do Processo I

Cálculo das entalpias e entropias:

Para correntes de misturas de líquidos (vinho, vinhaça, álcool hidratado e álcool de segunda) decidiu-se usar uma base comum (incluindo a entalpia de reação):

Entalpia:

$$H_k = M_k \cdot [(h_k - h_{ok}) + (X_k \cdot PCIE)]$$
(1)

Onde: H_k = entalpia da corrente em relação à T_o (kW) M_k = vazão mássica da corrente (kg/h) h_k = entalpia específica da corrente (kJ/kg) h_{ok} = entalpia específica da corrente na condição padrão de referência (kJ/kg) X_k = gradução alcoólica INPM da corrente PCIE = poder calorífico inferior do etanol (26,80 MJ/kg). "k" indica corrente genérica "o" indica condição padrão de referência: T_o=298,15 K e p_o=101,32 KPa

Entropia:

$$S_{k} = [X_{mk} . cp_{omet} + (1 - X_{mk}) . cp_{omag}] . ln\left(\frac{T_{k}}{T_{o}}\right) . n_{k} + \Delta S_{mistK}$$
(2)

Onde: S_k = entropia da corrente em relação à T_o (kW/K)

Xmk = graduação alcoólica da corrente à base molar

cpomet = calor específico do etanol à pressão constante à To, em base molar (113,498 kJ/kmol.K)

cpomag = calor específico da água à pressão constante e à To, em base molar (75,306 kJ/kmol.K).

 T_k = temperatura da corrente (K)

 $n_k = vaz$ ão molar da corrente (kmol/h)

 ΔS_{mistK} = entropia de mistura para a corrente (kW/K).

Entropia de Mistura:

 $H_{sai} - H_{ent} = W_t - Q$

 $\Delta S_{\text{mistk}} = -nk \cdot Rm \cdot (X_{\text{mk}} \cdot \ln(X_{\text{mk}}) + (1 - X_{\text{mk}}) \cdot \ln(1 - X_{\text{mk}}))$ (3)

Onde: Rm = constante universal dos gases, à base molar (8,315 kJ/kmol.K)

Para correntes de um único componente (vapor e água de resfriamento):

Da Primeira Lei da Termodinâmica, desprezando-se as energias cinéti	ica e potencial:
Para todas as correntes:	
Onde: sk = entropia específica da corrente (kJ/kg.K) sok = entropia específica da corrente na condição padrão de referênci	ia (kJ/kg.K)
$S_k = M_k \cdot (s_k - s_{ok})$	(5)
Entropia:	
Hk = Mk. (hk - hok)	(4)
Entalpia:	

(6)

Hent = somatória das entalpias (em relação à To) das correntes de entrada (kW) Q = calor transferido do sistema ao meio ambiente (kW)Wt = potência total recebida pelo sistema (kW).

Da Segunda Lei da Termodinâmica:

Exergia: $\Lambda k = Hk - To \cdot Sk$ (7)Onde: Λ_k = exergia da corrernte (kW) *Eficácia do processo* (ξ_p): $\xi_p = \frac{\Lambda_{sai}}{\Lambda_{ent} + W_t} = exergia \ das \ saídas / exergia \ das \ entradas$ (8) Onde: Λ_{sai} = somatória das exergias das correntes de saída (kW). Λ ent = somatória das exergias das correntes de entrada (kW). Irreversibilidades (I): $I = \Lambda ent + Wt - \Lambda sai$ (9) *Eficácia do aparelho* (ξ_a): $\xi a = \frac{\ddot{E} ah + \ddot{E} a2 - \ddot{E} vin}{\ddot{E} vap + Wt}$ (10)Onde: o numerador da eq. (10) representa o trabalho reversível de separação. o denominador da eq. (10) representa o trabalho reversível gasto para realizar o processo. $\Lambda ah = exergia da corrrente de álcool hidratado (kW)$

 $\Lambda a2 = exergia da corrente de álcool de segunda (kW)$

 $\Lambda vin = exergia da corrente de vinho (kW)$

 Λ vap = exergia da corrente de vapor (kW).

2.3 Balanços do Processo I

A tabela 1 demonstra os valores obtidos através da análise do Processo I. O volume de controle está delimitado pela linha tracejada na figura 1.

Corrente	M (kg/h)	T (K)	X (%)	H (kW)	To.S (kW)	$\Lambda(kW)$	
	Correntes de Entrada						
Vinho	44.762,82	308,15	6,610	22.532,67	700,85	21.831,82	
Vapor	7.683,32	393,15	- 0 -	5.562.38	4.377,49	1.184,89	
Água Resf.	186.752,27	303,15	- 0 -	1.084,04	1.070,30	13,74	
TOTAIS	239.198,41	- 0 -	- 0 -	29.179,09	6.148,64	23.030,45	
	Correntes de Saídas						
Vinhaça	49.280,42	367,62	0,012	4.023,90	3.574,25	449,65	
Água Resf.	186.752,27	312,65	- 0 -	3.142,38	3.065,51	76,87	
Álcool Hid.	3.005,80	308,15	93,512	20.946,60	42,12	20.904,48	
Álcool 2ª	159,92	358,58	88,897	1.066,21	8,04	1.058,17	
TOTAIS	239.198,41	- 0 -	- 0 -	29.179,09	6.689,92	22.489,17	

Tabela 1. Balanços do Processo I

 $\begin{array}{l} \textbf{Outros valores:}\\ W_t = 0 \ kW\\ Q = 0 \ kW \ (n \tilde{a} o \ fo i \ considerado \ o \ calor \ transferido \ entre \ o \ sistema \ e \ o \ meio \ ambiente)\\ \xi_p = 97,65 \ \%\\ I = 541,28 \ kW\\ \xi_a = 11,04 \ \% \end{array}$

3. PROCESSO II

O Processo II é uma modificação do Processo I, visando a melhoria da eficácia. A Figura 2 mostra o fluxograma do Processo II.



Figura 2. Fluxograma do Aparelho de Destilação do Processo II

Seus equipamentos são: A (coluna de destilação), D (coluna de concentração de cabeça), K (recuperador de calor), R (condensador), B (coluna de retificação), E (pré-aquecedor), J (resfriador), T (compressor), U(condensador) e V(bomba). As correntes são: 1 (vinho), 2

(vapor), 3 (vinhaça), 4 (água de resfriamento na entrada), 5 (água de resfriamento na saída), 6 (álcool hidratado), 7 (álcool de segunda), 8 (flegmaça), 9 (flegma), 10 (esgotamento em D), 11 (corrente de topo em D), 12 (refluxo em D), 13 (corrente de topo em B), 14 (refluxo em B), 15 (vinhaça para compressão).

A corrente de topo da coluna B (corrente nr. 13), com M=13.364,02 kg/h, X=93,8, 358 K, 130 kPa e título 1, é direcionada ao compressor T. Após a compressão a corrente com propriedades: 421 K, 400 kPa (vapor super-aquecido) se dirige ao condensador U, onde fornece calor à corrente de vinhaça, evaporando a mesma. Na saída do condensador U, a corrente 13 com temperatura de 390 K, com título 0,99, segue ao pré-aquecedor E, onde pré-aquece o vinho, elevando a temperatura deste de 308.15 K para 317 K. Por fim retorna à coluna B como refluxo (corrente 14), na condição de líquido saturado. Uma ramificação da corrente de vinhaça, chamada de vinhaça para evaporação (corrente 15), com X=0,01, 384 K, 145 kPa e vazão de 5450,00 kg/h, passa pela bomba V, tendo sua pressão elevada para 155 kPa. Depois vai ao condensador U com 393,15 K e 155 kPa (vapor super-aquecido), se une à corrente de vapor d'água, também à 393,15 K e 155 kPa, para formarem uma única corrente que é injetada na base da coluna A. As potências da bomba V e do compressor T são 2,025 x 10^{-2} kW e 382,47 kW respectivamente. Os resultados obtidos através desta melhoria estão na Tabela 2.

3.1 Balanços do Processo II

Para realizar os balanços de energia e exergia do processo II, foram utilizadas as equações listadas nos ítem 2.2. A tabela 2 demonstra os valores obtidos através da análise do Processo II. O volume de controle usado está delimitado pela linha tracejada na figura 2.

Corrente	M (kg/h)	T (K)	X (%)	H (kW)	To.S (kW)	$\Lambda(kW)$	
	Correntes de Entrada						
Vinho	44.762,82	308,15	6,610	22.532,67	700,85	21.831,82	
Vapor	2.233,30	393,15	- 0 -	1.616,81	1.272,40	344,41	
Água Resf.	51.000,00	303,15	- 0 -	296,04	292,29	3,75	
TOTAIS	97.996,12	- 0 -	- 0 -	24.445,52	2.265,54	22.179,98	
	Correntes de Saídas						
Vinhaça	43.830,40	337,14	0,013	2.025,20	1.865,73	159,47	
Água Resf.	51.000,00	311,45	- 0 -	787,57	769,15	18,42	
Álcool Hid.	3.005,80	308,15	93,523	20.949,02	42,09	20.906,93	
Álcool 2ª	159,92	358,67	88,897	1.066,22	8,05	1.058,17	
TOTAIS	97.996,12	- 0 -	- 0 -	24.828,01	2.685,02	22.142,99	

Tabela 2. Balanços do Processo II

Outros Valores:

 $W_t = W_{bomba} + W_{comp} \\ Onde: W_{bomba} = 2,025 \text{ x } 10^{-2} \text{ kW} \text{ (potência consumida pela bomba V).} \\ W_{comp} = 382,47 \text{ kW} \text{ (potência consumida pelo compressor T).} \\ W_t = 382,49 \text{ kW} \\ Q_t = 0.14 \text{ kW} \text{ (source of the set of the$

Q = 0 kW (não foi considerado o calor transferido entre o sistema e o meio ambiente) $\xi_p = 98,14$ %

(11)

I = 419,48 kW

 $\xi_a = 18,34$ %

4. CONCLUSÃO

A simulação indicou que refervendo o produto de fundo da coluna com a condensação de vapor comprimido de álcool, pode-se reduzir por mais de 70% tanto o fluxo d'água nos condensadores quanto a vazão de vapor d'água injetada no aparelho de destilação. A redução efetiva na vazão de vapor fornecido tem um preço, dado que a potência do compressor seria fornecida pelo turbo-gerador que exigiria mais vapor a alta pressão, ou uma turbina de maior rendimento, ou fornecimento de energia elétrica. A vantagem energética é quantificada pela análise na base de energia disponível (em trabalho reversível). O trabalho reversível de separação para o Processo I seria de 130,83 kW e para o Processo II de 133,29 kW. Já o trabalho reversível gasto para realizar o processo seria de 1.184,89 kW para o primeiro caso, e 726,90 kW para o segundo caso. Desta forma, conforme a equação (10), as eficácias do aparelho seriam 11,04 % para o processo original e 18,34 % para o processo otimizado.

5. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor recebe bolsa de pesquisa do CNPq e o segundo recebe bolsa da CAPES. Parte dos recursos para instrumentos e computação vieram do CNPq e da CAPES. Dados foram fornecidos pela Usina Monte Alegre (Monte Belo-MG) e Destilaria Japungu (Lucena-BP)

6. REFERÊNCIAS

- Barros, G.D.T., 1997, "Análise Termodinâmica (Com Determinação das Energias Disponíveis) Em Uma Destilaria de Álcool", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, P.B., Brasil, 96 p.
- Brasil, N.I., "Introdução à Engenharia Química", Ed. Interciência, Rio de Janeiro, Brasil, 361p.
- Coulson, J.M. and Richardson, J.F., 1976, "Chemical Engineering", Ed. Pergamon Press, Oxford, UK, 790p.
- Faria, S.H.B., 1996, "Estudo Energético de Colunas de Destilação Através de Análise Exergética", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, S.P., Brasil, 196p
- IPT, Instituto de Pesquisas Tecnológicas, 1990, "Conservação de Energia na Indústria do Açúcar e do Álcool Manual de Recomendações", São Paulo, S.P., Brasil, 796p.
- Kotas, T.J., 1985, "The Energy Method of Thermal Plant Analysis", Ed. Butterworths, London, UK, 296p.
- Moran, M.J and Shapiro, H.N., 1996, "Fundamentals of Engineering Thermodynamics", John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 859p.
- Perry, R.H. and Chilton, C.H., 1980, "Manual de Engenharia Química", Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, Brasil.
- Rasovsky, E.M., 1973, "Destilarias". Coleção Canavieira n. 12, Divulgação do M.I.C., Rio de Janeiro, Brasil, 384p.
- Van Wylen, G.J. and Sonntag, R.E., 1993, "Fundamentos da Termodinâmica Clássica", Ed. Edgard Blucher, São Paulo, Brasil, 318p.
- Zanetti, R., 1997, "Chemical Engineering", Volume 104, Número 6, p 5.

ECONOMIC DESIGN CRITERIA FOR COOLING SOLID BEDS

Antonio C. Caputo Pacifico M. Pelagagge

Department of Energetics, University of L'Aquila, 67040 Monteluco, L'Aquila, Italy E-mail: caputo@ing.univaq.it; pelmar@ing.univaq.it

Abstract

Moving beds are widely employed in cooling particulate solids for process requirements. In this work a moving cooling bed design optimization approach is developed based on total cost minimization, considering either capital investment (bed structure, trolleys and fans) and operating expenses (for blowers and trolleys motion). Resorting to a previously developed heat exchange simulation model, to an optimization algorithm and to properly developed cost functions the optimal set of design variables, namely width, length, thickness, advancement speed and cooling air flow rate, are chosen on the basis of the given set of input data, including solid inlet flow rate, temperature and physical characteristics, in order to respect the required solid exit temperature and other constraints at the minimum total cost. After outlining the adopted solution method some optimized results are shown to highlight the capabilities of the proposed approach. A sinter cooling bed of ILVA steel works in Italy is assumed as reference case study.

Keywords: Moving bed cooler, heat recovery, optimization.

1. INTRODUCTION

Several process industries adopt moving beds for cooling particulate solids. Typical applications are in the cement and iron industry. A cooling bed is usually composed by grate panels or by a train of grate bottomed trolleys conveying the solids and moving along a linear or circular path, while a stream of ambient air is blown underneath the bed. Often, due to the relevant amount of waste heat involved, hoods are employed to perform heat recovery enabling also collection of the particles-laden air stream for dedusting.

In previous works (Caputo, A.C. et al., 1996, 1997a, 1997b, 1999, 2000) the problem of optimizing a hoods-based *heat recovery system* was analyzed considering existing beds working under defined operating parameters as happens in retrofit applications. In these cases, however, the obtained solution is not representative of a global optimum as many of the influencing design parameters are fixed input data instead of being decision variables. In this work, instead, the optimal design of the *cooling bed* is analyzed as a total cost minimization problem, considering either capital investment (bed structure, trolleys and fans) and operating expenses (for blowers and trolleys drive).

In the paper, after a definition of proper cost functions, the previously developed heat exchange simulation model is employed in conjunction with a minimization algorithm to define

the optimal bed dimensions and operating parameters. In order to characterize the operating scenario specific reference is made to an iron ore sintering plant cooling bed at the ILVA steel works in Taranto, Italy. Results are presented by comparison with the actual bed and by analyzing the effects of operating and economic parameters on design arrangements.

2. PROBLEM STATEMENT

The typical structure of a cooling bed, as utilized in the ironmaking industry, is shown in figure 1. A series of bottom grate trolleys moves along a circular track above a concrete channell where cooling air is blown which eventually permeates through the bed bottom and the granular material carrying out solids cooling. Trolleys discharge is performed by opening their bottom grate enabling materials to fall onto a hopper equipped with a vibrating extractor. Trolleys motion is accomplished through DC electric motor driven chains. Five major parameters characterize cooling bed design and operation: width (W), length (L), thickness (H), advancement speed (V) and cooling air flow rate (FAI). The design procedure requires either the assumption of a set of input data, including solid inlet flow rate (F_{SI}), temperature (T_{SI}) and physical characteristics (pellets size, specific heat, conductivity), and the definition of the process specifications, i.e. the required solid exit temperature (T_{SOUT}) and other constraints such as maximum pressure drop through the bed. The five design variables have thus to be set in order to respect the design specification and guarenteeing in the same time the minimization of the total system cost. However, only three of the five variables may be set independently as two constitutive laws apply, namely the solid flow continuity requirement, and the heat transfer energy balance. Continuity law may be simply written as

$$F_{SI} = \rho_S V W H \tag{1}$$

where ρ_s is the solid bulk density. Complex heat exchange phenomena characterize instead the bed behaviour, requiring the overall heat balance among solid and gas streams to be represented resorting to previously developed computer models. These simulate the bed as an array of cross-flow heat exchangers in case of steady-state operation (Caputo et al., 1996).



Figure 1. Scheme of a cooling bed

In case of a dynamic simulation, instead, the bed is schematized as a series of packed bed heat storage units undergoing cooling in single-blow mode of operation (Caputo et al., 1999). By fixing the values of the above cited design variables the models are able to evaluate the entire bed and cooling air stream temperature distribution, while assigning the values of all but one of the variables the models are able to evaluate the correct value of the missing variable consistent with the boundary conditions specified by the operator (i.e. by specifying bed dimensions it is possible to evaluate the cooling air flow rate required to attain a desired solid exit temperature and vice versa). However, bed design variables present counteracting effects on total system economics as capital investment is dictated by bed size while operating costs mainly by energy requirements in terms of blower operation and trolley movement. A reduction of bed size generally increases operating costs and lowers the required investment. In fact, a smaller bed length reduces capital investment but a greater cooling air flow rate is required increasing energy costs for blower operation. A lower advancement speed may compensate for shorter beds but at the expense of a greater bed width or thickness which, in turn, may increase capital investment. On the other side, an increase of bed height leads to an increase of the surface per unit area of bed normal to air flow and an increase of heat removed by unit air flow rate, even if heat exchange efficiency decreases due to the higher average air temperature.

In overall an increment of bed thickness decreases the total air flow rate requirement and also the pressure drop due to the prevailing effect of the reduced air flow rate over the increased length of the porous medium. Given a bed length and width, the bed may be also slower. Overall air flow rate is obviously reduced also by increasing bed length or width when other dimensions are fixed, leading to a much reduced pressure drop.

As a consequence, given a set of operating conditions, usually in terms of solid inlet temperature and flow rate plus the target exit temperature, an optimal set of bed dimensions and cooling air flow rate may be sought using a cost minimization approach.

3. COST MODEL

The plant Total Annual Cost (*TAC*, $\frac{1}{2}$ has been assumed as the objective function to be minimized with respect to the main design parameters: bed width W, length L, thickness H, trolleys advancement speed V and cooling air flow rate F_{AI} . TAC is computed on the basis of Total Capital Investment (*TCI*, $\frac{1}{2}$) and Annual Costs (*AC*, $\frac{1}{2}$ year):

 $TAC = AC + (TCI)\tau$ (2)

 τ being the capital recovery factor,

$$\tau = \frac{i(1+i)^{N}}{(1+i)^{N} - 1}$$
(3)

with *i* the interest rate (%/year) and N (years) the plant life.

Considering the annual cost, the following operating cost items may be pointed out:

- a) Maintenance and labor expenses $(AC_{M\&L})$;
- b) Energy cost for blower operation (AC_{BL});
- c) Energy cost for trolleys operation (AC_T) ;

resulting in

$$AC = AC_{M\&L} + AC_{BL} + AC_{T}$$
(4)

Total capital investment is given by:

$$TCI = CI_B + CI_{BL} + CI_T$$
(5)

Cost items take into account of:

- a) Civil works and bed structure (CI_B) ;
- b) Blowers cost (CI_{BL});
- c) Trolleys cost (CI_T);

Bed structure cost is schematically made up of foundation cost C_F (\$), concrete channel cost C_C (\$), and channel insulation cost C_I (\$), which can be expressed in terms of the dimensions indicated in figure 1 as follows:

$$CI_B = C_F + C_C + C_I \tag{6}$$

$$C_{\rm F} = C_{\rm FOND} \, \rm W \, L \tag{7}$$

$$C_{\rm C} = C_{\rm CEM} \left(2 \,\mathrm{L} \,\mathrm{b} \,\mathrm{h} + \mathrm{L} \,\mathrm{W} \,\mathrm{b} \right) \tag{8}$$

$$C_{I} = C_{RIV} (2 L (h-b) + L W)$$
 (9)

where C_{FOND} (\$/m²) is the specific foundation cost, C_{CEM} (\$/m³) is the reinforced concrete cost and C_{RIV} (\$/m²) is the insulation material cost.

Due to the large air flow rate F_{AI} required, usually a number of blowers is utilized, uniformly distributed along bed length. In this work it is assumed that 6 blowers are employed, enabling the computation of each blower's capacity (Q_{FAN} , m³/s) on the basis of the F_{AI} value computed by the simulation model. Resorting to literature correlations for blowers cost (Turton, et al., 1998), the total gas moving equipment installed cost (\$) may be considered as

$$CI_{BL} = 6 \left[(Q_{FAN}^{-0.96018}) * 879.353 \right]$$
(10)

Trolleys cost has been estimated as a function of their width W from vendor quotations assuming a trolley height of 1.6 m and a lenght $L_T = 2$ m. Trolley, or bed, width has been limited to the 2 - 6 m range due to practical technical constraints. Total trolleys installed cost is therefore:

$$CI_T = (L/L_T) (K_1 + K_2 W)$$
 (11)

As a consequence, TCI is a function of the following decision variables: L, W, F_{AI}.

Annual maintenance and labor cost is simply assumed as a fraction of capital investment:

$$AC_{M\&L} = \alpha CI_B + \beta (CI_{BL} + CI_T)$$
(12)

Annual energy cost for blower operation is instead given by

$$AC_{BL} = [(1/\eta) \Delta P_B (F_{AI}/\rho_{AI}) OH C_{SE}]$$
(13)

where η is fan efficiency, *OH* the number of annual operating hours, C_{SE} the electricity cost and ρ_{AI} the density of inlet air.

Bed pressure drop ΔP_B (Pa) may be estimated resorting to Ergun equation (Ergun, 1952):

$$\Delta P_{\rm B} = H \left[\frac{150 \,\mu \,\nu \left(1 - \varepsilon\right)^2}{d^2 \,\varepsilon^3} + \frac{1.75 \,\rho_{\rm A} \,\nu^2 \left(1 - \varepsilon\right)}{d \,\varepsilon^3} \right] \tag{14}$$

being μ the air dynamic viscosity, ε the bed void fraction, v the air permeation velocity, ρ_A the average air density and *d* the particles diameter.

Energy cost for trolley motion is a function of loaded trolley weight and advancement speed. Trolley weight is the sum of empty trolley weight (depending on its width) ($K_3 + K_4$ W), plus sinter load ($\rho_s L_T$ W H).

$$AC_{TM} = \frac{[(K_3 + K_4 W) + (\rho_s L_T W H)]f V C_{sE} OH L}{\eta_M L_T}$$
(15)

where f is the rail-wheel friction coefficient, and η_M the powertrain efficiency.

Annual cost therefore depends on all of the five decision variables W, H, V, L and F_{AI} . Table 1 reports the numerical values assumed in the computations for all the parameters which are not considered to be decision variables in the optimization process, unless otherwise indicated, including process data for the reference bed. In Table 1 sizing parameters values have been assumed with reference to similar existing plants or from common engineering practice, while cost parameters have been obtained from vendors quotations. Assumed bed physical characteristics include: pellets equivalent diameter d = 0.1 m, particles and bulk density $\rho = 2700$ and 1600 kg/m³ respectively, thermal conductivity 1.14 W/m K, specific heat 920 J/kg K, void fraction $\varepsilon = 0.4$.

b (m)	0.6	F _{SI} (kg/s)	155	K ₄ (kg/m)	750	T _{SOUT} (°C)	70
$C_{CEM} (\$/m^3)$	210	h (m)	3	$L_{T}(m)$	2	α	0.005
C_{FOND} (\$/m ²)	45	<i>i</i> (%/year)	0.07	N (years)	20	β	0.04
$C_{RIV} (\$/m^2)$	35	K ₁ (\$)	10000	OH (hr/year)	7500	η	0.7
C _{SE} (\$/kWhr)	0.085	K ₂ (\$/m)	3750	T_{AI} (°C)	20	$\eta_{ m M}$	0.7
f	0.175	K ₃ (kg)	4500	T_{SI} (°C)	550		

Table 1. Assumed parameters values

4. OPTIMIZATION APPROACH AND SIMULATION RESULTS

Minimization of the objective function has been carried out resorting to Matlab numerical computation environment adopting Powell's sequential quadratic programming optimization algorithm. The bed simulation model has been also implemented in Matlab language. After initializing the process parameters, the physical properties data and the economic variables values, a first set of three decision variables values is input to the program. The simulation model is called to determine the corresponding values of the other two dependent design variables enabling the numerical evaluation of the objective function. The result is given in input to the optimization algorithm which supplies a new set of values for the three independent variables. The simulation model solves the energy and mass balances determining the two dependent variables values is objective function is computed. This is compared to the previous one in order to determine a new set of independent variables. The entire sequence is repeated until a minimum of the objective function is obtained.

Before attempting any optimization, some parametrical simulations of the cooling bed behaviour where carried in order to evaluate the TAC and F_{AI} variations corresponding to different choices of bed length, height and width.

As shown in figures 2 and 3 an optimal bed length occurs which gives a minimum TAC. At bed lengths lower than the optimal one an extremely steep increase of TAC is observed mainly due to the rapid rise in operating costs caused by pressure drop and the large theoretical air flow rate required to cool an excessively short bed. However, at very short beds also an increase of TCI is observed deriving from the higher cost of the greater capacity gas moving equipment, which further contributes to the TAC increase. In fact, due to the thermal inertia and solid conductivity effects the heat removed from solid is not proportional to gas flow rate and increasingly high air flow rates are required to obtain the cooling velocity imposed by very short beds. At bed lengths greater than the optimal one, instead, the main cost factor is the capital investment, showing a moderate increase with bed length. However, at high lengths the TAC tends to become similar irrespective of the other design values.



Figure 2. Effect of bed width

Figure 3. Effect of bed height

Either TAC and optimal bed length appear to be very sensitive to the values of cooling air flow rate, bed width and thickness, justifying the resort to an optimization model. In particular, when a set of design parameters has been given, the TAC curve is relatively flat around the minimum making the choice of the exact length less stringent as a fairly wide error margin may be tolerated without significant TAC penalties. While at fixed heigth an increase in bed width reduces AC due to a lower air flow rate, this effect is much more pronounced when increasing H. Bed heigth appears therefore to be the most sensitive parameter as it can significantly reduce TAC. An increase of H may surely lead to an increase of pressure drop, and electricity costs, but it enables a much more effective heat exchange thanks to the higher exchange area interested by the unit gas flow rate, resulting in a strong reduction of the overall flow rate. However, this advantage is progressively reduced as the bed thickness increases. From figure 3 it is evident that passing from H = 0.6 to 0.9 m nearly halves the required air flow rate, while this benefit is not maintained with a similar increment from 0.9 to 1.2 m.

As far as economic parameters are concerned figure 4 shows the effect of variables affecting the plant depreciation (namely *i* and *N*). A single AC curve is shown as it is not dependent from such values, while the amortization curves are computed as TCI times the capital recovery factor τ .

As already observed AC rises steeply as the bed shortens due to gas moving costs, but it also grows, although in a much weaker way, as the bed length increases due to the greater incidence of maintenance and trolley movement cost. Therefore, AC too shows a minimum, even if it is fairly apart from the optimal length. Although variations in *i* and *N* cause strong differences of actual TAC values it can be seen that the optimal bed length is only affected in a negligible manner. Therefore, an accurate estimate of *i* and *N* is not necessary when evaluating the optimal bed length which, instead, is much more sensitive to operating costs, i.e. to F_{AI} values, to pressure drop and other parameters affecting the heat exchange mechanism (pellet equivalent diameter, shape, conductivity, specific heat and bed porosity) plus, obviously, to electricity cost. This means that greater importance should be paid to correctly estimating operating costs rather than capital investment and the economic variables influencing such costs.



Figure 4. Effect of interest rate and plant life

T _{SOUT} (°C)	30	50	70	
	Calcula	ted optima	al value	Actual bed
L (m)	105	75	65	110
H (m)	1.2	1.2	1.2	0.8
W (m)	6	6	6	4
F _{AI} (kg/s)	495	380	313	500
AC (k\$/year)	176	137	113	-
TAC (k\$/year)	357	267	225	_

Table 2. Optimized design values for reference bed case

Table 3. Optimized design values for different operating conditions

F _{SI} (kg/s)	T_{SI} (°C)	L (m)	F _{AI} (kg/s)	TAC (k\$/year)
110	500	49.1	196	195
110	550	52.9	202	203
110	600	55.2	209	208
180	500	79.5	321	300
180	550	81.7	333	310
180	600	85.5	342	322

When directly applying the optimization procedure to the reference bed (i.e. $F_{SI} = 155$ kg/s, $T_{SI} = 550$ °C), instead, the results shown in Table 2 were obtained. Apart from the actual cost figures, which depend from the assumed economic parameters values, it appears that the bed has been strongly oversized, maybe in consideration of future increments in sinter production (i.e. the trolleys height is 1.6 m while the adopted thickness of the bed is only 0.8 m) or because lower T_{SOUT} had been initially specified. However, in light of such results a modification of operation parameters (bed advancement speed and blowers flowrate) could be attempted in order to reduce operating costs, maintaining at the same time the solid cooling level currently achieved.

As a further analysis, Table 3 shows instead the optimal arrangement corresponding to different values of F_{SI} and T_{SI} , demonstrating how process conditions heavily affect optimal design parameters. Moreover significant cost savings may be obtained by proper design choices, solid flow rate rather than temperature being the leading process parameter.

5. CONCLUSIONS

An optimization approach has been presented to solve the moving solid bed coolers design problem. The procedure enables the optimal selection of the bed design variables: width, length, thickness, advancement speed and cooling air flow rate, on the basis of the given set of input data, including solid inlet flow rate, temperature and physical characteristics, in order to respect the required solid exit temperature and other constraints at the minimum total cost. Referring to an actual sinter cooler at the ILVA steel works in Italy, some computed results are presented to show how design variables may affect the total cost and how the optimal bed design parameters are affected by a change in the solid stream characteristics, highlighting the usefulness of the proposed cost minimization approach. As a concluding remark the optimal length is affected by all design values but especially by bed length and air flow rate, being much more sensitive to annual costs than to the capital investment. In proximity of the optimal length the TAC does not show significant variations highlighting the robustness of this approach. From the cost point of view it is preferable to exceed in bed length than to risk an excessively short bed. As a future work, by introducing some further design variables (temperature and flow rate of collected air, hoods arrangement and length) the proposed approach shall be then extended to the optimal design of the heat recovery system which may be coupled to the cooling bed to pursue the best compromise in heat recovery plant at the minimum total cost.

7. REFERENCES

- Caputo A.C., Cardarelli G., Pelagagge P.M., 1996, "Analysis of heat recovery in gas-solid moving beds using a simulation approach", Applied Thermal Engineering, v. 16, n. 1, p. 89-99.
- Caputo A.C., Cardarelli G., Pelagagge P.M., 1997a, "Optimization criteria of heat recovery from solid beds", Applied Thermal Engineering, v. 17, n. 1, p. 57-64.
- Caputo A.C., Cardarelli G., Pelagagge P.M., 1997b, "Comparing heat recovery schemes in solid beds cooling", Applied Thermal Engineering, v. 17, n. 11, p. 1045-1054.
- Caputo A.C., Pelagagge P.M., 1999, "Heat recovery from moving cooling beds: transient modeling by dynamic simulation", Applied Thermal Engineering, v. 19, n. 1, pp.21-35.
- Caputo A.C., Pelagagge P.M., 2000, "Fuzzy control of heat recovery systems from solid bed cooling", Applied Thermal Engineering, v. 20, n.1, pp.49-67.
- Ergun S., 1952, "Fluid Flow through Packed Columns", Chem. Eng. Prog., v. 48, pp. 89-94.
- Turton, R., et al., 1998, "Analysis, Synthesis, and Design of Chemical Processes", Prentice Hall.

MODELO ANALÍTICO UNIDIMENSIONAL PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO BIDIMENSIONAL EM UM ARMAZENADOR CILÍNDRICO VERTICAL

Carlos Alberto de Melo

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 38400-089, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: <u>carlosam@mecanica.ufu.br</u>

Resumo

Foi feito, inicialmente, um modelo analítico unidimensional radial, para a solidificação de um material de mudança de fase (MMF), em torno de um cilindro vertical, onde escoa internamente um fluido de resfriamento. A partir da variação da temperatura do fluido de resfriamento, ao longo da altura do armazenador, encontrou-se um modelo analítico bidimensional radial axial para a solidificação. O campo de temperatura, nas fases sólida e líquida, a energia armazenada, a taxa de calor e a efetividade, a cada instante, foram determinadas, bem como seus valores médios.

Palavras-chave: Modelo analítico, Armazenador, Solidificação, Efetividade.

1. INTRODUÇÃO

Matematicamente o problema de mudança de fase pertence a classe dos problemas de fronteira móveis, porque a interface sólido-líquido é função do tempo. O problema de mudanca de fase aparece na natureza, em muitos processos indústriais, como na fusão e na solidificação dos materiais dos armazenadores térmicos, tipo calor latente e dos metais e vidros. A dificuldade na solução do problema é da não linearidade da equação da interface líquido-sólido e de sua forma ser variável com o tempo. Desta maneira, soluções exatas têm sido encontradas, por Ozisik(1980), para casos simples de problemas unidimensionais, onde são considerados somente os efeitos da condução de calor (problema de Stefan). Na literatura é indicada a solução exata, por Cho e Sunderland(1969), da fusão ou da solidificação de uma placa plana finita, submetida à temperatura constante numa de suas faces, enquanto que a outra é isolada. Problema semelhante foi resolvido por Goodman e Shea(1960), aplicando o método da perturbação para as equações integrais. Solução analítica da fusão de uma placa plana, sujeita à condição de contorno de segunda espécie, foi obtida por Zhang et al.(1990). Macedo e Orlande(1995) estimaram o calor latente para a solidificação numa placa plana, isolada numa de suas extremidades, pelo método de Levemberg-Marquardt

Rego(1991) analisou numéricamente, por diferenças finitas à volume de controle, associado ao método da entalpia de Bonacina e Comini(1973), a fusão e a solidificação de um material de mudança de fase, em torno de um cilindro vertical e concluiu que, durante a

solidificação, o processo é predominantemente controlado pela condução de calor e a convecção começa à ter efeito quando a temperatura inicial é bem superior à temperatura de mudança de fase.

Melo e Ismail(1992) usaram o modelo de Shamsundar(1975) para localizar iterativamente as interfaces líquidas e sólidas e as equações de conservação, em termos da função corrente e da vorticidade, para resolver o problema bidimensional (r, z) de solidificação e fusão e analisaram o comportamento do armazenador com relação à sua efetividade. No presente trabalho usa-se um modelo analítico unidimensional, para a solução bidimensional da solidificação de um material de mudança de fase, em torno de um cilindro vertical, onde escoa internamente o fluido de resfriamento.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Conforme observado na Figura 1, o armazenador cilíndrico com material de mudança de fase constitui de dois cilindros concêntricos. O raio do cilindro interno é r_o e o do cilindro externo se extende infinitamente. O espaço anular entre os dois cilindros é ocupado pelo material de mudança de fase.

Na presente análise será assumido que as densidades ρ e as difusividades térmicas α das fases sólida e liquida serão as mesmas. Serão desprezados os efeitos convectivos na fase líquida e o modelo será baseado somente na condução de calor radial transiente (Problema de Stefan).



Figura 1. Esquema do Armazenador

No presente método será inicialmente desenvolvido um modelo de solidifição unidimensional. A solução da solidificação bidimensional (r,z) será feita com base na formulação unidimensional.

No modelo unidimensional, o material de mudança de fase envolve o cilindro interno, enquanto o fluido de trabalho escoa no interior deste, conforme a Figura 1.

O problema unidimensional de solidificação é definido como segue:

O material de mudança de fase está todo fundido com temperatura inicial T_i maior do que a temperatura de mudança de fase T_{mf} , bruscamente a superfície do cilindro interno é submetida à temperatura $T_o < T_{mf}$.

Tomando como base a solução de um problema de condução de calor radial transiente, para corpos semi-infinitos, os campos de temperatura adimensional nas fases sólida e líquida são encontrados como segue:

$$\frac{T_{s}(r,t) - T_{o}}{T_{mf} - T_{o}} = \frac{El\left[\left(\frac{r}{r_{o}}\right)^{2}\frac{1}{4Fo}\right] - El\left(\frac{1}{4Fo}\right)}{El(\lambda^{2}) - El\left(\frac{1}{4Fo}\right)}$$
(1)

$$\frac{T_{1}(\mathbf{r},\mathbf{t})-T_{o}}{T_{mf}-T_{o}} = \frac{\mathbf{Ste}_{2} + \frac{\mathbf{c}_{1}}{\mathbf{c}_{s}}\mathbf{Ste}_{1}}{\frac{\mathbf{c}_{1}}{\mathbf{c}_{s}}\mathbf{Ste}_{1}} - \frac{\frac{\mathbf{c}_{s}}{\mathbf{c}_{1}}\mathbf{Ste}_{2}\mathbf{El}\left[\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_{o}}\right)^{2}\frac{1}{4\mathrm{Fo}}\frac{\mathbf{\alpha}_{s}}{\mathbf{\alpha}_{1}}\right]}{\mathrm{Ste}_{1}\mathbf{El}\left(\lambda^{2}\frac{\mathbf{\alpha}_{s}}{\mathbf{\alpha}_{1}}\right)}$$
(2)

E1 é a função exponencial integral que é definida matematicamente como:

$$E1(x) = \int_{1}^{\infty} \frac{\exp(-tx)}{t} dt$$
(3)

$$\operatorname{Ste}_{2} = \frac{c_{s}}{L} \left(T_{i} - T_{mf} \right)$$
(4)

Ste₂ é o número de Setefan relativo à temperatura inicial Ti.

$$\operatorname{Ste}_{1} = \frac{c_{s}}{L} \left(T_{\mathrm{mf}} - T_{\mathrm{o}} \right)$$
(5)

Ste₁ é o número de Stefan relativo à temperatura de parede.

L - calor latente de mudança de fase;

 λ - posição admensional da interface sólido-líquido;

Fo - número de Fourier.

A interface sólido-líquido adimensional pode ser escrita por:

$$\lambda = \frac{\frac{s(t)}{r_o}}{\sqrt{2Fo}} \tag{6}$$

$$Fo = \frac{\alpha_s t}{r_o^2} \tag{7}$$

O balanço de energia na interface sólido-líquido conduz à seguinte equação:

$$K_{1}\frac{\partial T_{1}}{\partial r} - K_{s}\frac{\partial T_{s}}{\partial r} = \rho_{s}L\frac{ds(t)}{dt}$$
(8)

Substituindo-se as equações (2) e (3), com suas respectivas derivadas, na equação (8) obtêm-se a posição adimensional da interface sólido-líquido λ pela equação:

$$\operatorname{Ste}_{2} \frac{\exp(-\lambda^{2})}{\operatorname{El}(\lambda^{2})} - \operatorname{Ste}_{1} \frac{\exp(-\lambda^{2})}{\operatorname{El}(\frac{1}{4\operatorname{Fo}}) - \operatorname{El}(\lambda^{2})} + \lambda^{2} = 0$$
(9)

A expressão (9) representa a equação característica para determinar a posição adimensional da interface λ para o problema unidimensional

As equações que se seguem serão usadas para definir o modelo bidimensional de solidificação.

Igualando-se a energia cedida pelo material de mudança de fase com a energia recebida pelo fluido de trabalho, tem-se:

$$Ste_{1} = \frac{Bi(2r_{0})Ste_{3}}{Bi(2r_{0}) + \frac{4\exp\left(-\frac{1}{4Fo}\right)}{El\left(\frac{1}{4Fo}\right) - El(\lambda^{2})}}$$
(10)
$$Ste_{3} = \frac{c_{s}}{L}(T_{mf} - T_{f})$$
(11)

Ste₃ é o número de Stefan relativo à temperatura do fluido T_{f_1}

$$Bi(2r_0) = \frac{h(2r_0)}{K}$$
(12)

K - Condutividade térmica do material de mudança de fase.

O balanço de energia entre o material de mudança de fase e o fluido de trabalho conduz à variação da temperatura deste fluido, em termos adimensionais, ao longo do incremento da altura Δz do cilindro interno do armazenador, como:

$$Ste_{3s} = Ste_{1} + \left(Ste_{3e} - Ste_{1}\right) exp\left(\frac{-2Nu \frac{H}{r} \frac{\Delta z}{H}}{Re Pr}\right)$$
(13)

Ste_{3s} é o número de Stefan relativo à temperatura do fluido na saída do degrau Δz .

$$Nu(2r_0) = \operatorname{Bi}(2r_0) \cdot \frac{K}{K_f}$$
(14)

Nu(2ro) - representa o número de Nusselt.

K_f - Condutividade térnica do fluido de trabalho.

$$\operatorname{Re}(2r_0) = \frac{\overline{v}(2r_0)}{v_f} \tag{15}$$

Re(2r₀) - representa 0 número de Reynolds.

v - Velocidade média do fluido de trabalho.

 v_{c} - Viscosidade cinemática do fluido de trabalho.

Pr - Número de Prandtl do fluido de trabalho.

No modelo bidimensional a interface sólido-líquido e o campo de temperatura nas fases sólida e líquida são função da altura do armazenador.

O processo de cálculo iterativo deste modelo bidimensional é feito conforme o algorítmo que se segue:

1 - Atribui-se à variavel valor = 5;

2- Calcula-se o número de Stefan (Ste_{3e}) , relativo à temperatura do fluido na entrada do armazenador T_{fe} ;

3- Calcula-se o número de Stefan Ste₂, relativo à temperatura inicial do material de mudança de fase T_i ;

4- Atribui-se ao número de Stefan, da parede na entrada do armazenador Ste_{1e} , o valor de Ste_{3e} ;

5- Com base no método iterativo de Newton Raphson e atribuindo-se, como valor inicial para

$$\lambda$$
, o valor $\lambda_o = \frac{1.5}{\sqrt{2Fo}}$, determina-se a raiz da equação (9);

6- Corrige-se o valor do número de Stefan na parede Ste_{1e} , com base na equação (10);

7- Se $\left| \frac{\text{Ste}_{1e} - \text{valor}}{\text{Ste}_{1e}} \right|$ Tolerância, toma-se: valor = Ste_{1e} e vá ao ítem 5 ;

8- Determina-se, pela equação (6), a posição adimensional da interface sólido-líquido;

9- Determina-se o campo de temperatura no sólido e no líquido, com base nas equações (1)
 e (2);

10- Calcula-se, pela equação (13), o número de Stefan relativo à temperatura do fluido na saída, Ste_{3e};

11- Altura = Altura + $\Delta z / H$;

12- Atribui-se à Ste_{3e} o valor encontrado no ítem 10.

13- Se Altura \leq 1, vá ao ítem 5, caso contrário, Fim.

A taxa de calor absorvida pelo fluido de trabalho e cedida pelo material de mudança de fase (MMF) é determinada por :

$$Q = \pi r_o^2 \overline{V} \rho_f \frac{c_f}{c} L(Ste_{3e} - Ste_{3e})$$
(16)

A taxa de calor adimensional é:

$$Q_{ad} = \frac{Ste_{3e} - Ste_{3s}}{\pi r_o^2 \overline{V} \rho_f \frac{c_f}{c} L}$$
(17)

A energia armazenada entre os instantes to e t é determinada por :

$$E = \pi r_o^4 \overline{V} \rho_f \frac{c_f}{c} \frac{L}{\alpha} \int_{F_{o_o}}^{F_o} (Ste_{3e} - Ste_{3s}) dFo$$
(18)

A energia adimensional é:

$$E_{ad} = \frac{\int_{Fo_o}^{Fo} (Ste_{3e} - Ste_{3s}) dFo}{\pi r_o^4 \overline{V} \rho_f \frac{c_f}{c} \frac{L}{\alpha}}$$
(19)

 ρ_f - densidade do fluido de trabalho;

- velocidade média do fluido de trabalho;

c_f - calor específico do fluido de trabalho;

c - calor específico do MMF.

A efetividade do armazenador é calculada por:

 $\varepsilon = (\operatorname{Ste}_{3e} - \operatorname{Ste}_{3s}) / \operatorname{Ste}_{3e}$ (20)

3. RESULTADOS OBITIDOS

Na Figura de 2 pode-se visualizar as posições das interfaces sólido-líquido em função da relação H / ro quando o armazenador opera com $Ste_{3e} = 0.3$ e $Ste_2 = 0.0$



Figura 2. Interfaces Sólido-líquido

Na Figura 3 está mostrado o perfil de temperatura nas fases sólida e líquida , quando o armazenador opera com $Ste_{3e} = 0.3$ e $Ste_2 = 0.2$



Figura 3. Perfis de Temperatura nas Fases Sólida e Líquida

A Figura 4 representa a taxa de calor cedida ao fluido de trabalho para várias relações H / ro, em função de Ste_3e e Ste_2 .



Figura 4. Taxa de Calor

A Figura 5 representa a Efetividade do armazenador para várias relações de H/ro, em função de Ste_{3e} e Ste_2 .



Figura 5. Efetividade do Armazenador.

4. CONCLUSÕES

Conforme observado nas Figuras 2 à 5, o modelo analítico bidimensional proposto serve para analisar o comportamento do armazenador durante a fase de solidificação e os resultados para $\text{Ste}_2 = 0$, ou seja efeitos convectivos nulos durante a fase de solidificação, estão de acordo com os modelos **completos** obtidos por Rego(1991) e por Melo e Ismail(1992).

5. REFERÊNCIAS

- Bonacina, C. and Comini, G., 1973, "Numerical Solution of Phase Change Problems", I.. J. Heat Mass Transfer.
- Cho, S. H. and Sunderland, J. E., 1969, Heat Conduction Problem With Melting or Freezing", ASME Journal of Heat Transfer.
- Goodman, T. R. and Shea, J. J., 1960, "The Melting of Finie Slabs", ASME Journal of Applied Mechanics.
- Macêdo, E. N. and Orland, R. B., 1995, "Inverse Problem For Estimating the Latent Heat of Solidification", COBEM-CIDIM.
- Melo, C. A. e Ismail, K. A. R., 1992, "Fusão Dominada Por Convecção de um Material de Mudança de Fase numa Cavidade Vertical Anular", Tese de doutorado, UNICAMP.
- Ozisik, M. N., 1980, "Heat Conduction, John Wiley & Sons, New York.
- Rego, ° A. A., 1991, "Análise do Desempenho de Armazenadores Térmicos por Calor Latente de Eixo Vertical", Tese de doutorado, ITA.
- Shamsundar, N. and Sparrow, E. M., 1975, "Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change Via the Enthalpy Model, ASME Journal of Heat Transfer.
- Zhang, Y. W. et all, 1990, "Analytical Solution of Melting in a Subcooled Semi-infinite Solid With a Boundary Condition of the Second Kind", Int. Symp. On Manufacturing and Materials Processing, Dubruvnik, Yugoslavia.

COMPORTAMENTO TÉRMICO E HIDRODINÂMICO DE BOMBAS CAPILARES COM E SEM A PRESENÇA DE GASES NÃO CONDENSÁVEIS

Heitor Victor Ribeiro Camargo Edson Bazzo

Universidade Federal de Santa Catarina Departamento de Engenharia Mecânica 88.040-900, Florianópolis – SC e-mail: heitor@labsolar.ufsc.br

Resumo

Testes realizados em laboratório são apresentados para circuitos de transferência de calor de dupla-fase, adaptados com bombas capilares de ranhuras circunferenciais, ressaltandose aspectos relacionados com o comportamento térmico de partida, regime permanente e de limite capilar. Resultados encontrados, com e sem a presença de gases não condensáveis, demonstram um comportamento térmico satisfatório e a possibilidade de reativação de bombas capilares em situação de colapso. Os testes foram realizados utilizando-se diferentes configurações internas de bombas capilares de ranhuras circunferenciais. Potências de 30 W e fluxos de calor de até 1,3 W/cm² foram alcançados com acetona como fluido de trabalho.

Palavras chaves: Bomba Capilar, CPL, Tubo de Calor. **Tema:** Transferência de calor de dupla-fase.

1. INTRODUÇÃO

Bombas capilares são dispositivos utilizados em circuitos de transferência de calor de dupla-fase em substituição às bombas mecânicas, para movimentação do fluido de trabalho. Circuitos de transferência de calor de dupla fase representam uma importante alternativa em projetos de refrigeração, por envolver altas taxas de transferência de calor por evaporação e por condensação. O sistema tem capacidade para transferir calor por longas distâncias e pequenas diferenças de temperaturas entre evaporador e condensador. No caso específico da bomba capilar, há vantagens adicionais relacionadas com seu peso estrutural e completa ausência de vibrações, tornando-a uma importante alternativa para aplicações espaciais.

Um circuito de bomba capilar (CPL-Capillary Pumped Loop) é basicamente constituído por um ou mais evaporadores, um condensador, um reservatório e por linhas para transporte do líquido e do vapor. O projeto básico do CPL pode considerar a presença de uma ou de várias bombas capilares no evaporador. O reservatório serve para controlar a temperatura de operação e a quantidade de líquido presente no interior do circuito. As bombas capilares são instaladas nos evaporadores. O fluido de trabalho é circulado por ação das forças de tensão superficial desenvolvidas nas bombas capilares. Ao receber calor, o líquido presente na estrutura capilar evapora e se desloca ao longo das linhas de vapor, de volta ao condensador.

Em geral a bomba capilar consiste de um tubo ou placa plana associada a uma estrutura capilar, que promova força suficiente para o deslocamento do líquido e do vapor no interior do circuito. Vários tipos de materiais têm sido testados para atuar como

estrutura capilar, incluindo-se Teflon ou plástico poroso, titânio e pó de níquel sinterizado. Somente materiais porosos ou paredes finamente ranhuradas têm capacidade para superar as perdas de carga e promover a circulação do fluido no interior do circuito.

Os elementos porosos são geralmente constituídos de plástico poroso ou de metal sinterizado. A porosidade e o tamanho efetivo de poro determinam a capacidade de bombeamento da bomba capilar. Trabalhos iniciados na UFSC com níquel sinterizado, têm resultado na fabricação de elementos com porosidade da ordem de 50% e tamanho de poros na faixa de 2 a 24 μ m. Pressões de bombeamento capilar de até 4 kPa foram medidas, usando acetona como fluido de trabalho (Reimbrecht et al., 1998). Na Figura 1 é mostrado um esquema em corte transversal e longitudinal da bomba capilar de elemento poroso.



Figura 1 – Configuração interna de uma bomba capilar de elemento poroso.

Bombas capilares de ranhuras circunferenciais foram inicialmente testadas na Europa em tubos de alumínio de diâmetro 34" usinados com ranhuras internas circunferenciais, com dimensões da ordem de 35 µm e espaçamento de 220 µm (Bazzo et al., 1997). Ranhuras circunferenciais retangulares ou trapezoidais são usinadas no interior de um tubo liso de alumínio, de modo a garantir o trabalho de bombeamento do fluido térmico no interior do CPL. Pressões de bombeamento capilar próximas de 1 kPa foram medidas em laboratório. A geometria e o espaçamento das ranhuras determinam a capacidade de bombeamento capilar. Nesse caso, uma régua divisória é introduzida no interior do tubo para separação dos canais de líquido e vapor.



Figura 2 – Configuração interna de uma bomba capilar de ranhuras circunferenciais.

Na Figura 2 é mostrado em cortes transversal e longitudinal o esquema da bomba capilar de ranhuras circunferenciais utilizada no presente trabalho. Em termos práticos, o problema maior apresentado por bombas de ranhuras circunferenciais é a presença de interstícios entre o perfil (régua) e parede interna do tubo ranhurado. A presença de interstícios reduz significativamente a pressão de bombeamento capilar.

Um motivo que pode levar uma bomba capilar ao colapso, além de uma eventual falha na estrutura capilar, pode ser a presença de bolhas de vapor ou de gases não condensáveis (NCG-Non Condensable Gases) no canal de líquido. Bolhas de vapor e NCG podem bloquear o escoamento de líquido no canal ou nas ranhuras e promover o colapso do CPL. A presença de bolhas de vapor pode ser minimizada mediante a injeção de líquido subresfriado diretamente no final do canal da bomba capilar. Mas não ocorre o mesmo para

NCG. Sua presença depende da combinação do fluido de trabalho com os materiais utilizados. Mesmo em sistemas constituídos por alumínio/amônia há a formação de NCG.

2. BANCADA EXPERIMENTAL E TESTES

Na Figura 3 é mostrado a foto do CPL projetado com apenas uma bomba capilar e construído para ser testado em laboratório.



Figura 3 – Bancada experimental utilizada nos testes de laboratório.

Neste trabalho, três configurações para a bomba capilar de ranhuras circunferenciais foram testadas. Em todas as bombas capilares de ranhuras circunferenciais foi identificada a presença de interstícios, responsáveis por significativa redução da pressão de bombeamento capilar. As bombas testadas têm o perfil posicionado em $\phi = 15^{\circ}$ (Figura 4a), 30° (Figura 4b) e $\phi = 45^{\circ}$ (Figura 4c).

Os testes foram realizados nas bombas capilares descritas acima, usando a acetona como fluido de trabalho. A bancada experimental está mostrada na Figura 3. Calor é aplicado na superfície superior externa da bomba capilar, utilizando uma resistência elétrica. Uma fonte de potência foi conectada à resistência elétrica. O vapor e o líquido fluem através de tubos de aço inoxidável de diâmetro externo ¹/₄" Os testes foram programados com as diferentes bombas capilares, de modo a se estudar:

- 1. Comportamento térmico de partida.
- 2. Comportamento térmico em condições de regime permanente.
- 3. Limite capilar.
- 4. A sensibilidade do CPL por conta de variações bruscas da potência aplicada.
- 5. A capacidade de reativação do sistema em caso de colapso.
- 6. A influência de gases não condensáveis no interior do circuito.

O primeiro passo para se garantir sucesso na partida das bombas capilares tem sido inundar o circuito com líquido, aquecendo-se o reservatório, até a temperatura de operação desejada. Posteriormente, já com o condensador funcionando e com a fonte de potência ativada, o circuito é deixado em operação pelo tempo necessário, até que se atinja a condição de regime permanente ou, simplesmente, até que se obtenha as informações relativas ao comportamento térmico da bomba capilar.

Para determinação do limite capilar, os testes são realizados aumentando-se a potência aplicada, gradualmente, a intervalos regulares de 30 a 60 minutos. Assume-se que o limite capilar seja atingido no momento em que fica caracterizada uma elevação brusca das temperaturas medidas na parede da bomba capilar. Neste momento, a fonte é desligada ou a potência é reduzida, de modo a evitar danos à bomba capilar. Por motivos de segurança, a temperatura máxima admitida tem sido de 100°C.



Figura 4a – Perfil em $\phi = 15^{\circ}$. Figura 4b – Perfil em $\phi = 30^{\circ}$. Figura 4c – Perfil em $\phi = 45^{\circ}$.

Para os testes de reativação das bombas capilares, é ligada a potência elétrica de modo que esta seja superior ao limite capilar da bomba em questão medido com o teste anterior. Após a entrada em colapso da bomba, a potência é reduzida ao nível imediatamente anterior em que a bomba capilar operou normalmente, sem oscilações na sua temperatura superficial. Neste caso, a potência tem sido mantida acima do limite capilar, até que a temperatura superficial da bomba capilar atingisse a temperatura limite imposta pela segurança. As demais potências são mantidas por cerca de 30 a 60 minutos.

Para os testes de regime permanente, o circuito é mantido em operação com uma potência inferior ao seu limite capilar, por um período de aproximadamente 3 a 6 horas.

3. ANÁLISE DE RESULTADOS

Comportamento Térmico de Partida e Regime Permanente

Para análise do comportamento térmico de partida e das condições operacionais na condição de regime permanente, foram levantados dados que permitissem determinar o perfil de temperatura para as diferentes bombas capilares indicadas nas Figuras 4a a 4c. Em geral os testes foram conduzidos com a duração mínima de uma hora. Para coleta de dados, um termopar do tipo K (T12) foi instalado no meio da bomba capilar, em sua superfície externa superior. Cada bomba utilizada possuía uma resistência colocada junto à sua superfície externa superior, e havendo sempre um espaço entre o final desta resistência e o perfil interno que separa os canais de líquido e vapor (ver Figura 5). Os dados apresentados nos gráficos a seguir mostram esta temperatura, assim como os valores relativos à pressão absoluta do circuito. Os primeiros testes foram realizados com bombas capilares de perfil interno em $\phi = 30^\circ$ sem um sistema de aquisição de sinais. Devido a este fato, um número pequeno de leituras de temperatura e de pressão foram anotados. As bombas de perfil interno em $\phi = 15$ e $\phi = 45^\circ$, já com um sistema adequado para aquisição dos dados, tiveram as temperaturas lidas de 3 em 3 s. Os pontos de pressão foram colhidos manualmente.



Figura 5 – Localização do termopar T12 e posicionamento da resistência.

A Figura 6 mostra o comportamento térmico da bomba de ranhuras circunferenciais com perfil interno posicionado em um ângulo de 30°, com a potência fixada em 10W. O teste mostrou que a temperatura superficial estabilizou em aproximadamente 70°C. A temperatura do reservatório foi fixada em 30°C e o condensador foi programado para

operar a 15°C. A bomba foi deixada operando durante uma hora. O pico de temperatura e o pico de pressão ocorrem quase que simultaneamente. Grandes picos de pressões podem ocorrer devido à necessidade de se deslocar o excesso de líquido presente nas linhas de vapor de volta para o reservatório.



Figura 6 – Teste com a bomba capilar com perfil posicionado em $\phi = 30^{\circ}$.

Limite Capilar

No momento em que as perdas de carga do circuito ultrapassarem a pressão de bombeamento capilar, o vapor irá penetrar na ranhura, bloqueando a passagem de líquido e causando o colapso da bomba capilar. Dando seqüência aos trabalhos experimentais, testes foram realizados para determinação deste limite capilar. Tal limite está relacionado com a presença de interstícios entre a parede ranhurada e o perfil interno. Segundo medições experimentais, a pressão efetiva de bombeamento capilar das bombas testadas em laboratório foi medida em torno de 25% da pressão de bombeamento capilar teórica (ver Tabela 1). Consequentemente o calor trocado foi inferior ao valor calculado para o caso ideal. Na expectativa de melhorar este desempenho, novos esforços devem ser canalizados para novos projetos ou para uma montagem mais precisa dos perfis internos das bombas capilares.

	Pressão Ca	apilar (Pa)	Limi	te Capilar (V	V)
Bomba Capilar	Estimada	Medida	Estimado (I)	Estimado (II)	Medido
15°	1612	405	130	30	25
30°	1612	233	98	10	20
45°	1612	404	77	17	20
			1 1 1	1	• •

Tabela 1 – Tabela comparativa entre os valores reais e teóricos das bombas capilares de ranhuras circunferenciais testadas (Acetona).

(I) Valor calculado sem a presença de interstícios (II) Valor calculado com a presença de insterstícios

A Figura 7, mostra a temperatura superficial e a variação da pressão de trabalho para a bomba capilar de perfil interno posicionado em $\phi = 15^{\circ}$. O reservatório foi fixado em 40°C e o condensador foi controlado em 15°C. Pode-se notar que a bomba capilar funcionou com sucesso para potências inferiores a 25 W. Acima deste valor o sistema entrou em colapso. A partir de 3600 segundos, na potência de 25W, pode-se observar que a temperatura superficial da bomba eleva-se para níveis que demonstram uma condição de colapso. Nesta condição as ranhuras internas secam, provocando o bloqueio do fluxo de líquido proveniente do condensador e, consequentemente, uma elevação brusca da temperatura superficial da bomba capilar. Para este teste em particular, pode-se observar também o efeito da recuperação da bomba capilar. A potência após o colapso, foi reduzida ao nível de potência em que se encontrava a bomba no início do teste. Pode-se notar que a sua temperatura superficial respondeu bem a essa redução, voltando aos mesmos valores do início do teste.



Figura 7 – Teste de limite capilar e reativação da bomba capilar de $\phi = 15^{\circ}$.

Capacidade de Reativação

Aumentos bruscos na temperatura superficial da bomba capilar indicam a ocorrência de secagem das ranhuras. Para retornar à condição de bombeamento, é imperativo que se reduza a potência ou mesmo que se interrompa a alimentação elétrica da bomba capilar. Naturalmente, em uma condição real poderá não ser possível o simples desligamento da potência aplicada. Testes realizados com a bomba capilar de ranhura circunferencial comprovaram a sua capacidade de reativação mesmo com potências próximas do limite capilar. A maioria das bombas retornou da condição de colapso.



Figura 8 – Teste de reativação com a bomba capilar de 45°.

Na Figura 8, pode-se notar o comportamento térmico para a bomba de 45° com a potência aplicada de 20 W, durante 40 minutos. Em seguida esta potência foi aumentada para 44W. Nesta condição, a temperatura superficial elevou-se bruscamente de 55 para 95°C, caracterizando nitidamente a condição de colapso. Após alguns instantes, essa potência foi reduzida para 10W, por aproximadamente 15 minutos. Neste período, a bomba voltou a funcionar e a temperatura estabilizou-se em 45°C. Em seguida, a bomba foi novamente induzida à situação de colapso elevando-se a potência aplicada ao mesmo nível anterior de 44W. Essa potência foi reduzida novamente, agora para valores próximos dos 15W, onde mais uma vez a bomba voltou a funcionar. Alguns minutos depois, esta potência foi desligada e a bomba retornou a temperatura ambiente. Durante este teste a temperatura do reservatório foi fixada em 40°C e o condensador foi programado para operar a 15°C.

Gases Não-Condensáveis

Com o objetivo de estudar a influência de NCG, testes foram realizados com a bomba capilar de 15°, injetando-se quantidades conhecidas de argônio no circuito. Nesse caso, o argônio se comporta como NCG e, que ao se alojar no interior da bomba capilar, pode interferir no processo de alimentação de líquido, provocando o colapso da bomba capilar. Para realizar estes testes, uma bancada auxiliar foi montada junto a entrada da bomba capilar no CPL (ver Figura 9 e Figura 10) e quantidades conhecidas de argônio foram injetadas. Na Tabela 2 estão indicadas as quantidade de argônio, que foram injetadas para cada teste. O volume total do canal de líquido da bomba capilar é de 4,2.10⁻⁶ m³. Para a pressão de operação medida em 0,5 bar, a massa correspondente de argônio foi calculada em 3,36.10⁻⁶ kg.





Figura 9 – Circuito auxiliar para injeção de NCG.

Figura 10 – Cilindro de argônio.

	-	-			
Teste	Volume de Argônio (10^{-6} m^3)				
Teste	Adicionado	Acumulado			
1	-	0			
2	0,35	0,35			
3	0.71	1,06			
4	1,04	2,10			
5	3 39	5 49			

Tabela 2 – Quantidade de argônio (NCG) injetado no CPL.



Figura 11 – Influência do argônio na operação da bomba capilar.

Para controle da quantidade injetada, a bancada auxiliar foi pressurizada com argônio até uma pressão conhecida. Conhecidas pressão e volume, pode-se então calcular a quantidade de argônio que entrou para o circuito, após a equalização das pressões entre bancada auxiliar e CPL. O primeiro teste foi realizado sem argônio. Para o segundo teste foi adicionado 0,35.10⁻⁶m³ de gás argônio, foi observado seu comportamento repetindo-se o mesmo procedimento realizado anteriormente. Esta quantidade foi fixada, de acordo com o equivalente a 1/3 do volume do canal de líquido da bomba capilar. Os testes se repetiram

sucessivamente até que a quantidade total de gás fosse superior ao volume do canal.O volume máximo de NCG foi de 5,49.10⁻⁶m². Pode-se notar no gráfico da Figura 11 que a temperatura superficial da bomba capilar foi aumentando ns medida em que mais argônio foi sendo injetado no circuito.

As pressões também aumentaram na medida em que mais argônio foi adicionado ao CPL. Deste modo pode-se concluir que apesar da presença de NCG, bombas capilares de ranhuras circunferenciais funcionam sem problemas, ao contrário do que acontece com bombas capilares de elementos porosos. Não foram realizados testes que identificassem os limites em que o circuito deixa de funcionar.

4. CONCLUSÕES

Resultados experimentais e teóricos foram obtidos para três tipos de bombas capilares de ranhuras circunferenciais. Em termos gerais pode-se concluir:

- Bombas capilares de ranhuras circunferenciais tiveram um comportamento térmico satisfatório. Não houve problemas de partida e as bombas foram capazes de retornar da condição de colapso, apenas com uma pequena redução da potência aplicada.
- Em todos os casos estudados e testados, há a presença de bolhas de vapor no canal de alimentação. Mesmo assim, todas as bombas funcionaram normalmente. Baixas temperaturas de subresfriamento são recomendadas por minimizarem as instabilidades inerentes à presença dessas bolhas, promovendo seu colapso já no interior da bomba capilar.
- Os testes demonstraram potências transferidas da ordem de 30 W, o que corresponde a fluxos de calor de 1,3 W/cm², utilizando-se acetona como fluido de trabalho. Potências maiores não foram obtidas devido a problemas de montagem das bombas capilares e, por isso, os resultados são considerados preliminares. Novas bombas precisam ser construídas com os devidos cuidados, para então serem novamente testadas.

REFERÊNCIAS

- Bazzo, E., Camargo, H. V. R., "Performance of High-Capacity Grooved Heat Pipes Applied to a Two-Phase Heat Transfer Loop", 7th Congresso Latinoamericano de Tranferencia de Calor y Materia, Salta, Argentina, Vol. II, pg. 487/491, 1998.
- Bazzo, E., Colle, S., Groll, M., Brost, O., "Bombas Capilares Aplicadas a Circuitos de Transferência de Calor de Doble Fase". Información Tecnológica, Vol. 8, No. 4, pag 355/364, La Serena, Chile, 1997.
- Bazzo, E., Passos, J. C. e Colle, S, "Comportamento Térmico de Bombas Capilares de Ranhuras Circunferenciais", VI ENCIT / VI LATCYM, Vol. 2, pp. 889 a 893, Florianópolis, Brasil, 1996.
- Cullimore, B. A., "Start Up Transient in Capillary Pumped Loops", 26th Thermophysics Conference, June 24-26, Honolulu, EUA, 1991.
- Ku, J., "Overview of Capillary Pumped Loop Technology", ASME 29th National Heat Transfer Conference, August 8-11, Atlanta, HTD-Vol.236, 1993.
- Ku, J., Hoang, T., "Start-Up Behaviors in the CAPL 2 Flight Experiment", Technical Paper 972328, 27th International Conference on Environmental Systems, July 14-17, Lake Tahoe, Nevada, 1997.
- Reimbrecht, E.G., Fredel, M.C., Bazzo, E., Pereira, F.M. "Manufacturing Microstructural Characterization of Sintered Nickel Wicks for Capillary Pumps", I Brazilian Simposyum of Struturology, NADCEM, Belo Horizonte, Brazil, 1998.

CONVECÇÃO NATURAL TRANSIENTE EM CAVIDADES TRIANGULARES ISÓSCELES COM UM FLUXO DE CALOR CONSTANTE.

Maurício Araujo Zanardi Felipe Rinaldo Queiroz Aquino

UNESP- Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Departamento de Energia, 12516-410, Guaratinguetá, SP, Brasil, E-mail: mzanardi@feg.unesp.br

Resumo

É estudada a convecção natural do ar em regime transiente e permanente em cavidades triangulares isósceles com um fluxo de calor constante em uma de suas faces. Alguns casos de condições de contorno térmicas foram simuladas para várias inclinações das faces e vários números de Grashof. As equações bidimensionais de conservação de massa, momento e energia, com a aproximação de Boussinesq são resolvidas usando um método de diferença finita. O procedimento numérico adaptado é baseado no algorítmo SIMPLE. As isotérmicas são apresentadas para algumas simulações estudadas e o número de Nusselt normalizado é apresentado em função do número de Grashof e da razão entre a altura e a base (A=H/L) da cavidade.

Palavras-chave: convecção natural transiente, cavidade triangular.

1. INTRODUCÃO

A convecção natural em cavidades é muito importante nas aplicações da engenharia, por exemplo, no estudo térmico em circuitos eletrônicos, sótãos, painéis solares, etc.. Muitos estudos de convecção natural em cavidades foram realizados para formas geométricas retangulares, trapezoidais, cilíndricas, circulares e triangulares.

Gershuni et al. (1974) realizaram a primeira simulação numérica em uma cavidade de forma triangular. Akinset & Coleman (1979/82) estudaram uma cavidade prismática com a seção em forma de um triângulo retângulo com a base resfriada e as paredes inclinadas adiabáticas. Kushwaha (1982) resolveu um caso análogo usando o método de elementos finitos. Poulikakos & Bejan (1983) estudaram a convecção natural transiente em uma cavidade com a seção reta em forma de um triângulo isósceles onde todas as paredes foram consideradas isotérmicas. Flack et al. (1979/80) realizaram um estudo experimental de transferência do calor por convecção natural em uma cavidade triangular considerando diferentes condições de temperatura nas paredes. Campo et al. (1988), usando o método de elementos finitos, estudaram a convecção natural do ar dentro de uma cavidade triangular onde várias combinações de condições de contorno foram utilizadas, para diferentes números de Grashof e várias relações entre a altura e a largura da cavidade. Ghassemi & Roux (1989) estudaram um método numérico baseado na aproximação do volume de controle de Patankar, para resolver o sistema de equações diferenciais deste tipo de cavidade. Karyakin et al.(1988), analisaram a convecção natural laminar transiente em cavidades triangulares para vários casos de condições de contorno térmicas, considerando as paredes adiabáticas ou com temperaturas
constantes. Flack & Brun (1995), estudaram três casos de cavidades triangulares, considerando as paredes laterais e a base isotérmicas.

Yedder e Bielgen (1997) estudaram a convecção natural laminar em cavidades retangulares com uma parede exterior a temperatura constante e a parede oposta recebendo um fluxo de calor constante. Hasami & Chung (1998) analisaram a convecção natural e radiação em uma cavidade triangular.

Este trabalho utiliza o método de volumes de controle de Patankar para o cálculo do estado estacionário e do estado transiente para a convecção natural do ar em cavidades triangulares isósceles, com um fluxo de calor constante normal imposto em uma face, enquanto a outra é mantida isotérmica (fria) e a base horizontal adiabática.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Consideremos uma cavidade prismática longa com a seção reta em forma de um triângulo isósceles (Fig.1). O vetor aceleração angular é perpendicular à base.

As seguintes hipóteses simplificadoras são utilizadas: o escoamento é bidimensional e laminar; os gradientes de temperatura são moderados de tal modo que a aproximação de Boussinesq é válida; são desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.



Figura 1. Região de convecção triangular com fluxo de calor constante na parede esquerda.

Considerando as condições acima estabelecidas, as equações básicas para o estudo de convecção natural transiente, podem ser escritas, na forma adimensional (karyakin,1988), como se segue:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \Pr(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$
(2)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \Pr^2 Gr\theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \Pr(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2})$$
(3)

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y}$$
(4)

nas quais Pr é o número de Prandlt; Gr é o número de Grashof.

Para se obter as quantidades adimensionais, as seguintes variáveis foram definidas:

$$x = \frac{x'}{L}; \quad y = \frac{y'}{L}; \quad u = \frac{u'L}{\alpha}; \quad v = \frac{v'L}{\alpha}; \quad p = \frac{p' + \rho_0 gy'}{\rho_0 (\alpha/L)^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{Lq/k}; \quad t = \frac{\alpha}{L^2}t'$$
(5)

onde *L* é o comprimento da base da cavidade, H a sua altura; ρ_0 é a massa específica do fluido; α é a difusividade térmica (m²/s); *g* é aceleração da gravidade (m/s²); T é a temperatura dimensional (K); *q* é o fluxo de calor (watt/m²). As grandezas com o sobrescrito "linha" são dimensionais.

As equações (1) - (4) estão sujeitas às seguintes condições de contorno

$$u = v = 0, \quad \partial \theta / \partial x = -1 \qquad \text{para} \quad 0 \le x \le 0.5, \qquad y = 2Hx/L$$

$$u = v = 0, \qquad \theta = 0 \qquad \text{para} \quad 0.5 \le x \le 1, \qquad y = 2H(1-x)/L \qquad (6)$$

$$u = v = 0, \qquad \partial \theta / \partial y = 0 \qquad \text{para} \quad 0 \le x \le 1, \qquad y = 0$$

Quando resolvemos o problema para as variáveis físicas, a pressão é determinada das equações (2) e (3). Consideraremos que p = 0 no ponto para o qual x = y = 0. Como condição inicial foi assumido que o em t = 0 o fluido está em repouso e que a temperatura de toda a região é uniforme :

$$t = 0, \qquad u = v = 0, \qquad \theta = 0.5$$
 (7)

O número de Nusselt local é definido por

$$Nu_{loc} = \frac{hL}{k} = -\frac{1}{\theta}$$
(8)

onde h é o coeficiente de convecção (W/m^2 .K) e k é a condutividade térmica (W/m.K).

O número de Nusselt médio é obtido por integração do número de Nusselt local ao longo da parede inclinada.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{l} \int_{0}^{l} Nu_{loc} dl$$
⁽⁹⁾

onde l é o comprimento da parede aquecida.

Finalmente, o número de Nusselt normalizado é calculado como

$$Nu = \frac{\overline{Nu}}{\overline{Nu}}\Big|_{Ra}}{\overline{Nu}}\Big|_{Ra=0}$$
(10)

sendo $\overline{Nu}|_{Ra=0}$ para a condução pura considerando-se as mesmas condições e número de Rayleigh Ra = 0.

3. METODO DE SOLUÇÃO

O método numérico utilizado para resolver as equações diferenciais (1) a (4) foi o método de volumes finitos associado ao esquema SIMPLE de Patankar (1980) sendo a discretização realizada através da utilização do esquema "Power Law". Para cada passo no tempo, as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas utilizando-se como critério de parada que máximo valor para o resíduo médio das equações fosse menor que 10^{-5} . Uma malha uniforme em ambas as direções foi escolhida. A influência do tamanho da malha nas soluções foi estudada para vários casos. Os resultados mostraram que a independência da malha foi alcançada para a malha 99 x 51, apresentando diferenças desprezíveis na transmissão do calor (menor do que 0.15%). Para controlar melhor a convergência, as soluções permanentes foram obtidas das equações transientes. Os incrementos de tempo Δt variaram de 10^{-3} a 10^{-4} para números de Grashof grandes. O coeficiente de sub-relaxação foi mantido igual a 0.7.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os campos de escoamento e de temperatura e as taxas de transferência de calor, foram analisadas para o número de Grashof variando de 10^3 a 10^9 com o parâmetro geométrico A, variando de 0,2 a 2,5. Usamos Pr = 0.72 (ar) considerado constante.

A Fig.2 mostra a variação com o tempo do número de Nusselt local no ponto central da parede quente AC, para o número de Grashof variando de 10^4 a 10^8 . O tempo para se chegar ao estado estacionário decresce com o crescimento do número de Grashof.

A Fig.3 mostra a influência do número de Grashof na temperatura adimensional ao longo da parede com fluxo de calor constante, para A=0,5.



Figura 2. Influência do número de Grashof sobre o número de Nusselt local em função do tempo, no ponto central da parede quente AC para A=0.5.

A influência de Grashof nas isotérmicas pode ser vista na Fig.4. Quando o número de Grashof tem valor próximo de 10^3 , o processo que ocorre na cavidade é determinado principalmente pela condução do calor. Na sua parte central as isotérmicas tomam quase todas uma posição vertical (Fig.4a). Com o crescimento do número de Grashof, a intensidade do processo convectivo aumenta. Para Grashof maior que 10^8 , a convecção predomina completamente sobre a condução. Junto as superfícies sólidas, aparecem regiões do tipo de

camadas limites dinâmicas e zonas de gradientes do tipo de camadas limites térmicas. Na parte central da cavidade, as isotérmicas assumem a posição horizontal, que corresponde às condições de estratificação do fluido (Fig. 4d).



Figura 3. Influência do número de Grashof na temperatura adimensional ao longo da parede AC, para A=0.5.



Figura 4. Isotérmicas no estado estacionário para A=0.5: (a) $Gr=10^3$; (b) $Gr=10^5$; (c) $Gr=10^8$; (d) $Gr=10^9$.

A Fig.5 mostra a dependência do número de Nusselt normalizado na parede quente, em relação ao parâmetro A, para vários valores de Gr. Nota-se que o número de Nusselt cresce com o crescimento do número de Grashof. A Fig.6 mostra a influência do parâmetro A (inclinação das faces da cavidade) no número de Nusselt médio e normalizado da parede AC, como uma função de Grashof. Nu cresce rapidamente com o crescimento de Gr a partir de 10^4 . A Fig. 7 mostra a influência do número de Grashof na temperatura ao longo da linha central vertical da cavidade (x=0.5).



Figura.5. Influência de Gr sobre o número de Nusselt em função do parâmetro A=H/L.



Figura 6. Influência do parâmetro A no número de Nusselt médio normalizado da parede AC, em função de Gr.



Figura 7. Influência do número de Grashof na temperatura ao longo da linha vertical central (x=0.5), para A=0.5.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estudada a convecção natural em uma cavidade triangular isósceles recebendo um fluxo de calor constante numa parede inclinada. As equações em duas dimensões de conservação de massa, momento e energia, considerando a aproximação de Boussinesq, foram resolvidas usando-se o método do volume de controle de Patankar, afim de se resolver as equações transientes nas variáveis velocidade, pressão e temperatura. Os parâmetros governantes foram: $10^3 \le \text{Gr} \le 10^9$; $0.20 \le \text{A} \le 2.0$; Pr=0.72.

A dependência dos parâmetros que governam a transferência de calor como função do número de Grashof e da razão de aspecto A da cavidade foi mostrada. Com o aumento do número de Grashof é facilmente verificado, através da observação das isotermas, a passagem de um regime dominado pela condução para regime onde se forma a estratificação do fluido na cavidade

7. AGRADECIMENTOS

O autor deseja agradecer ao Conselho Nacional de Pesquisa, CNPq, pelo apoio financeiro recebido através de Bolsa de Pesquisa, processo nº 300229/98.

8. REFERÊNCIAS

- Akinsete, V.A. and Coleman, T.A., 1979, "Heat Transfer by steady laminar free convection within triangular enclosures", In Numerical Methods in Thermal Problems, pp. 259-268..
- Akinsete, V.A. and Coleman, T.A., 1982, "Heat Transfer buy steady laminar free convection in triangular enclosures", Int. J. Heat Mass Transfer **25**, pp.991-998.
- Campo, E.M.; Sem, M. and Ramos, E., 1988, "Analysis of natural convection in a triangular enclosure", Numerical Heat Transfer, vol. 13, pp. 353-372.

- Flack, R.D.; Konopnicki, T.T. and Rooke, J.H., 1979, "The measurement of natural convective heat transfer in triangular enclosures". Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer **101**, pp. 648-654.
- Flack, R.D.,1980, "The experimental measurements of natural convection heat transfer in triangular enclosures heated or cooled from below". Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer **102**, pp. 770-772.
- Flack, R. D., and Brun, K., 1995, "Measurement and prediction of natural convection velocities in triangular enclosures". Int. Heat and Fluid Flow 16: pp.106-113.
- Gershuni, G.Z.; Zhukhovitskiy, E.M. and Shvartzblat, D.L.,1974, "Overcritical convective motions in asymmetric region", In Hydrodynamics, No. 7, pp. 89-95.
- Ghassemi, M. and Roux, J.A., 1989, "Numerical investigation of natural convection temperature within a triangular shaped enclosure". American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (Publication) HTD v.107, pp. 169-175.
- Hasani, S.M.F. and Chung, B.T.F., 1998, "Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure". American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (Publication) HTD, v.357-1 pp. 63-72.
- Kushawaha, H.S.,1982, "Finite element computation of natural convection in enclosures", Bhabha Atomic Research Centre. BARC-1148.
- Karyakin, Y.E. and Sokovishin, Y.A., 1985, "Unsteady-state natural convection in a triangular enclosure with isothermal walls" .Izv. AN SSSR, Ser. Fiz. Energ. Nauk No. 4, 104-110.
- Karyakin, Y.E. and Sokovishin, Y.A., 1985, "Unsteady-state natural convection in an enclosure of triangular cross-section". Izv. AN SSSR, Mekh. Zhidk, Gaza No. 5, pp.169-173.
- Karyakin, Y.E.; Maritynenko, O.Z. and Sokovishin, Y.A., 1985, "Numerical simulation of unsteady-state natural convection in triangular enclosures". Heat Transfer Sov. Res.17(3), pp.1-33.
- Karyakin, Y.E. and Sokovishin, Y.A., 1988, "Transient natural convection in triangular enclosures". Int. Journal Heat Transfer. Vol. 31, N0.9, pp. 1759-1766.
- Patankar, S. (1980), "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemiphere, N. York.
- Poulikakos, D. and Bejan, A., 1983, The Fluid dynamics of an attic space", J. Fluid Mech. **131**, pp. 251-269.
- Poulikakos, D. and Bejan, A., 1983, "Natural convection experiments in a triangular enclosure". Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer **105**, pp. 652-655.
- Yedder, R.B. and Bilgen, E., 1997, "Laminar natural convection in inclined bounded by a solid wall", Heat and Mass Transfer, **32**, pp. 455-462.

A RESISTENCIA TERMICA DE CONTATO

Celso Rosendo Bezerra Filho

Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Mecânica Rua Aprígio Veloso, 882 Campina Grande, PB, Brasil CEP 58109-970 **Michel Laurent** Centre de Thermique de Lyon 20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621 **Martim Raynaud** Centre de Thermique de Lyon 20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621

Resumo

Quando dois corpos estão em contato e um fluxo de calor os atravessa, observa-se uma queda adicional de temperatura na interface que tem sua origem nas irregularidades apresentadas pelas superfícies em contato. Em regime permanente, a relação entre a queda de temperatura na interface e o fluxo de calor permite definir uma grandeza chamada de resistência térmica de contato (RTC). O interesse na determinação da RTC tem recebido cada vez mais atenção, tendo em vista que em algumas áreas, como a microeletrônica, por exemplo, ela tem um papel extremamente importante na dissipação de calor. A RTC é afetada por diversos fatores. Em razão da grande quantidade de parâmetros que afeta o valor da RTC, sua determinação exata se torna extremamente difícil e os modelos existentes conseguem apenas dar uma idéia de sua ordem de grandeza. Neste artigo, apresenta-se e comenta-se a respeito de uma série de parâmetros que intervém diretamente no valor da RTC.

Palavras-chave: Resistência de contato, Resistência térmica, Condutância térmica,.

1. INTRODUÇÃO

As situações onde se é preciso conhecer as distribuições de temperatura no interior de dois corpos em contato e a quantidade de calor trocada entre eles são muito comuns em numerosas aplicações da engenharia. Para se determinar essas distribuições de temperatura é necessário escrever no nível do contato uma condição para passagem do calor, afim de se resolver o modelo matemático que traduz o campo de temperatura no interior dos dois corpos.

Em regime permanente, observa-se nas vizinhanças da interface de contato um salto aparente de temperatura que tem sua origem nas irregularidades das superfícies dos materiais. Este salto de temperatura é tradicionalmente caracterizado pela resistência térmica de contato (RTC) que permitirá escrever a condição de passagem referida acima. O estudo da RTC começou a ganhar uma grande importância a partir dos anos 50 na área de transferência de energia. Hoje, o grande número de pesquisas sobre a RTC esta ligada ao desenvolvimento de vários setores da atividade tecnológica, como na indústria aeroespacial, nos propulsores nucleares, nos motores de automóveis, na microeletrônica, etc.

2. DEFINIÇÃO DE RESISTÊNCIA TÉRMICA DE CONTATO (RTC)

A definição da RTC pode ser apresentada analisando-se a transferência de calor e o campo de temperaturas em regime permanente no interior de dois materiais em contato. Considere dois corpos, constituídos dos materiais 1 e 2, em contato (Figura 1). Seja φ o fluxo de calor que atravessa a superfície S. Se o contato é perfeito, os campos de temperatura T₁(x) e T₂(x) não sofrem nenhuma perturbação na interface de contato (Figura 1a). Esta é uma situação ideal na qual as superfícies são perfeitamente lisas e o contato é dito perfeito. No caso real, Figura 1b, as superfícies apresentam irregularidades e o contato não é perfeito. A presença das irregularidades superfíciais faz com que apenas alguns picos de rugosidade se toquem e em decorrência disto a área de contato real é muito inferior a área de contato aparente (da ordem de 1% da área de contato real segundo Bardon *et al.*, 1971).



Figura 1. Campo de temperatura em dois sólidos: a) contato perfeito e b) contato imperfeito (Fourcher e al., 1975)

As imperfeições superficiais na interface constitui um obstáculo a passagem do calor e são a origem da perturbação no campo de temperatura (zona perturbada) próximo do contato onde se pode distinguir uma zona heterogênea na qual se encontram as rugosidade superficiais e o fluido intersticial. Esta perturbação é representada pelo esquema da RTC que supõe nula a espessura da zona perturbada e substitui as variações de temperatura dentro desta zona por uma brusca variação de temperatura, $T_1^0 - T_2^0$ (obtidas por extrapolação dos campos

de temperatura até a interface), localizada na interface teórica de contato dos dois sólidos. Matematicamente, a RTC pode unidade de área é dada por:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{T}_{1}^{0} - \mathbf{T}_{2}^{0}) / \boldsymbol{\varphi}$$
(1)

3. MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR ATRAVÉS DO CONTATO

Devido as irregularidades superficiais, duas vias são possíveis para passagem do calor de um meio a outro: uma através do contato sólido-sólido entre os picos de rugosidade e a outra através do fluido intersticial que ocupa os espaços vazios das irregularidades superficiais. Desta forma, pode-se verificar, como apresentado por Snaith *et al.* (1986), que os mecanismos de transferência de calor através destas vias são:

- a) condução através das superfícies reais de contato
- b) convecção e condução através do fluido intersticial
- c) radiação no interior dos espaços intersticiais

Em razão da pequena dimensão das cavidades do espaço intersticial, a transferência de calor por convecção pode ser desprezada; desta forma, considera-se apenas a condução de calor através do fluido.

A contribuição da radiação é desprezível quando as temperaturas são baixas. Para superfícies metálicas em contato, a contribuição da radiação raramente excede a 2% da condutância global se as temperaturas são inferiores a 900 K (Snaith et al.,1986).

Para os casos em que a convecção e a radiação são desprezíveis, o fluxo de calor é puramente condutivo e a resistência térmica total pode ser considerada como a soma das seguintes componentes:

- a) resistência das regiões fora da zona de constrição
- b) resistência devido a constrição macroscópica das linhas de fluxo provocadas pelas ondulações das superfícies em contato (Figura 2a)
- c) resistência devido a constrição microscópica das linhas de fluxo nos pontos de contato real (Figura 2b)



Figura 2: (a) Constrição macroscópica e (b) Constrição microscópica

4. PARÂMETROS QUE AFETAM O VALOR DA RTC

A RTC não é uma propriedade intrínseca dos materiais, mas um parâmetro que caracteriza a dificuldade encontrada pelo calor ao passar de um meio a outro. Estudos apresentados por Laurent (1969), Bardon *et al.* (1971) e Snaith *et al.* (1986) mostram a influência de uma grande quantidade de parâmetros que afetam de maneira importante o valor da RTC, entre os quais podemos citar:

- a) o estado geométrico das superfícies antes e depois de serem colocadas em contato (rugosidade, planicidade, etc.)
- b) as distribuições das superfícies em contato real
- c) as formas e volumes dos espaços intersticiais
- d) a espessura das camadas superficiais (óxidos, etc)
- e) a condutividade térmica dos sólidos em contato e do meio intersticial
- f) a história do carregamento mecânico,
- g) a direção do fluxo de calor, etc.
- Estes parâmetros, por sua vez dependem de outros parâmetros como:
- a) as propriedades mecânicas dos materiais (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, limite elástico, dureza, etc.)
- b) a pressão mecânica de contato
- c) a pressão do fluido intersticial
- d) a natureza química dos compostos superficiais (oxidação, cementação, etc)
- e) a temperatura
- f) o tempo, etc

A predição teórica da RTC não pode ser feita, portanto, de maneira rigorosa, pois é muito difícil avaliar precisamente todos estes parâmetros.

A influência de alguns destes parâmetros é apresentada abaixo.

4.1 Influência da pressão mecânica de contato

A pressão mecânica de contato é o parâmetro mais importante que afeta o valor da RTC. Os estudos de Laurent (1969) e Bardon (1971), entre outros, mostram que a resistência de contato diminui com o aumento da pressão mecânica.

Quando se coloca dois corpos em contato pela primeira vez e aumenta-se a carga mecânica até atingir um valor P_m , as variações da RTC são freqüentemente mais fortes devido as deformações elásticas e plásticas que ocorrem nas superfícies (curva A). Quando sobre as mesmas amostras os testes são feitos no sentido inverso, ou seja, aliviando-se a carga mecânica, a RTC não retorna mais ao seu valor inicial, pois as deformações plásticas que ocorrem em alguns picos em contato modificaram de maneira permanente o estado da superfície como mostra a Figura 3.



Figure 3. Resistência de contato em função da pressão mecânica (Bardon et al., 1971).

Quando os testes são realizados várias vezes com pressões crescentes e decrescentes, mas inferiores a P_m , obtém-se uma curva definitiva (curva B).

As deformações plásticas sofridas pelos picos de rugosidade na curva A são bem superiores as deformações elásticas.

A RTC também varia de acordo com a velocidade de aplicação do carregamento mecânico.

4.2 Influencia do fluido intersticial

Nas cavidades formada pelos vazios entre as rugosidades pode-se encontrar o vácuo, um gás, líquido ou uma graxa. A presença de um fluido intersticial nas cavidades das superfícies em contato modifica a RTC. Esta modificação vai depender do tipo de fluido e da pressão em que ele se encontra dentro do interstício e da pressão mecânica de contato. Os estudos realizados por Bardon (1972) para diferentes gases mostram que, em geral, a medida que se aumenta a pressão mecânica tem-se como efeito uma diminuição da RTC. Este efeito se torna desprezível para pressões mecânicas muito elevadas. Isto pode ser explicado pelo fato de se aumentar a área de contato sólido sólido quando se eleva a pressão mecânica (Figura 4).



Figure 4. Variação da resistência de contato para o vácuo, ar e hélio (Bardon ,1972).

Para pressões mecânicas fracas, a presença de um gás pode diminuir de maneira importante a RTC, o que significa que a transferência de calor ocorre principalmente através do gás.

A influência da pressão do gás nos interstícios foi estudada por Laurent (1969) que mostrou que quanto maior for a mesma, menor será a RTC (Figura 5).



Figure 5. Efeito da pressão do gás intersticial (Laurent, 1969).

Laurent (1969) constatou também que a presença de um líquido diminui a RTC (Figura 6).



Figure 6. RTC para cargas crescentes. (1) Contato ar-cobre-cobre (2) Contato ar-cobre-óleo SISS705-cobre. Pressão do ar : 10^{-3} mmHg. Rugosidade e planicidade de cada amostra de cobre: 0.2 µm et 1.3 µm respectivamente. (Laurent, 1969)

4.3 Influencia da oxidação das superfícies

A formação de camadas de óxidos nas superfícies em contato modifica de forma importante a RTC. Sanokawa (1968) mostrou que quando sobre a superfície de contato de um metal se desenvolve uma camada de óxido, a RTC aumenta consideravelmente. Este aumento é atribuído ao fato que o óxido formado apresenta uma condutividade térmica inferior a do metal de base.

4.4 Influencia da temperatura da interface

Segundo Snaith *et al.* (1986), quando a temperatura média das superfícies em contato aumenta, a RTC diminui. Para os metais, este efeito é atribuído principalmente a diminuição da dureza do material com a temperatura.

Na presença de um fluido intersticial, a RTC pode aumentar ou diminuir quando a temperatura da interface aumenta. Este comportamento vai depender sobretudo da modificação das propriedades termofísicas do fluido.

4.5 Influencia da topografia da superfície

É muito difícil avaliar os efeitos da topografia das superfícies sobre o valor da RTC. Segundo Snaith *et al.* (1986), quando as superfícies são mais lisas ou se elas apresentam pequenas rugosidades, o contato será melhor e a RTC diminui.

Nenhuma superfície é perfeitamente plana. Elas apresentam sempre ondulações que, segundo Laurent (1969), em geral, apresentam um efeito mais importante sobre o valor da RTC que a rugosidade. Os estudos do mesmo autor mostram também que o aumento da pressão mecânica praticamente não modifica a rugosidade das superfícies em contato, enquanto a RTC é fortemente afetada.

4.6 Influencia da direção do fluxo de calor

Em alguns casos, a RTC é uma função da direção do fluxo de calor através da interface. Este efeito foi observado para materiais idênticos ou não e ainda não tem uma explicação satisfatória. Segundo Stevenson *et al.* (1991), este efeito depende das características da superfície e das propriedades dos materiais em contato.

5. ORDEM DE GRANDEZA DA RTC

A ordem de grandeza da RTC depende do tipo de contato. Segundo Bardon (1988), os contatos podem ser divididos em três grandes grupos que são:

- (1) Contatos entre sólidos metálicos pressionados um contra o outro com o espaço intersticial preenchido com um fluido de baixa condutividade térmica ou o vácuo, onde a RTC se encontra na faixa de 10⁻³ m²KW⁻¹ a 10⁻⁴ m²KW⁻¹ (para superfícies rugosas e onduladas) e na faixa de 10⁻⁴ m²KW⁻¹ a 10⁻⁵ m²KW⁻¹ (para superfícies rugosas e planas).
- (2) Contatos entre sólidos metálicos pressionados um contra o outro com o espaço intersticial preenchido com um fluido de alta condutividade térmica, onde a RTC se encontra na faixa de $10^{-5} \text{ m}^2 \text{KW}^{-1}$ a $10^{-6} \text{ m}^2 \text{KW}^{-1}$ ou menor.
- (3) Contatos mais intimo entre sólidos metálicos, como no caso de metais soldados ou camadas depositadas, onde a RTC é inferior ou igual a $10^{-7} \text{ m}^2 \text{KW}^{-1}$.

6. CONCLUSÃO

Como foi visto, a RTC é uma grandeza que permite escrever um condição de passagem no nível da interface afim de se poder resolver problemas de condução de calor onde existem dois ou mais corpos em contato. Em razão disto, é preciso se conhecer o seu valor. Devido a grande quantidade de parâmetros que afetam o valor da RTC, uma avaliação precisa da mesma se torna extremamente difícil e o que podemos ter na realidade é um noção de sua ordem de grandeza. Na realidade, para se avaliar a RTC, precisa-se resolver simultaneamente dois problemas complexos: um térmico, ligado a questão da transferência de calor, e outro mecânico, ligado a determinação dos parâmetros superficiais que serão introduzidos no modelo térmico.

7. REFERNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Bardon, J.-P., Cassagne, B., Foucher, B. et Saint-Blanquet, C. Bilan des principales recherches sur les résistances thermiques de contact. Nantes : Laboratoire de Thermocinétique, 1971, 70 p. Rapport D.E.T.B. 7101
- **Bardon, J. P.** Heat Transfer at solid-solid interface : basic phenomenom, recent works. *Proc. Eurotherm*, N° 4, Nancy, 28 - 30 Juin 1988, p. 40-74.
- Fourcher, B., Bardon, J.P et Mallard, H. Transferts de chaleur en régime périodique à l'interface de deux milieux : problèmes posé par l'écriture des conditions aux limites classiques. *Entropie*, 1975, N° 64, p. 11-26.

- Laurent, M. *Contribution à l'étude des échanges de chaleur au contact de deux matériaux*. Thèse de doctorat d'Etat, Fac. des Sciences de Lyon, Mars 1969, 128 p.
- Sanokawa, K. Heat Transfer between metallic surfaces in contact (4 reports). *Bulletin of JSME*, 1968, Vol 11, N° 44, p. 253-293.
- Snaith, B., Probert, S. D. and O'Callaghan, P. W. Thermal resistances of pressed contacts. *Applied Energy*, 1986, Vol. 22, p. 31-84.
- Stevenson, P. F., Peterson, G.P. and Fletcher, L. S. Thermal rectification in similar and dissimilar metal contacts. *Journal of Heat Transfer*, 1991, Vol. 113, p. 30-36.

DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA TERMICA DE CONTATO UTILIZANDO UM SINAL PERIÓDICO

Celso Rosendo Bezerra Filho

Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Mecânica Rua Aprígio Veloso, 882 Campina Grande, PB, Brasil CEP 58109-970 **Michel Laurent** Centre de Thermique de Lyon 20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621 **Martim Raynaud** Centre de Thermique de Lyon 20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621

Resumo

Quando dois corpos estão em contato e um fluxo de calor os atravessa, surge uma queda adicional de temperatura na interface que em regime permanente é caracterizado por uma grandeza denominada de resistência térmica de contato (RTC). A medida desta resistência tem recebido cada vez mais atenção em virtude de sua importância em áreas como a microeletrônica, forjagem, projeto de válvulas de motores de automóveis, etc. Diversas técnicas de medida desta resistência tem sido utilizadas ao longo dos anos. Neste artigo utiliza-se um método que utiliza uma excitação térmica periódica, afim de medir a RTC entre dois corpos em contato para dois valores diferentes da pressão mecânica. A medição da RTC é feita de forma indireta através de relações matemáticas que expressam a mesma, ora em função de uma razão de amplitudes, ora em função da defasagem do sinal com relação a um dado ponto referência. Para atingir este objetivo, um dispositivo experimental foi construído afim de se obter, através de um processo de identificação, as amplitudes e defasagens necessárias aos modelos que permitem a determinação da RTC utilizando as amplitudes e defasagens medidas.

Palavras-chave: Resistência de contato, Condutância de contato, Regime periódico

1. INTRODUÇÃO

A resistência térmica de contato (RTC) é uma grandeza que caracteriza a dificuldade encontrada pelo calor para atravessar a interface de dois materiais em contato. A origem da RTC esta nas irregularidades apresentadas pelas superfícies. Devido a estas irregularidades superficiais, os verdadeiros contatos ocorrem apenas em alguns pontos discretos da interface resultando assim numa área de contato real muito pequena em relação área de contato aparente (segundo Bardon (1972), a área de contato real é da ordem de 1% da área de contato aparente). Entre os pontos de contato real existem cavidades, que em geral, são preenchidas por um fluido intersticial que desempenha um papel fundamental na RTC.

Matematicamente, a RTC é uma discontinuidade expressa através da seguinte relação:

$$R = \frac{T_1^0 - T_2^0}{\phi}$$
(1)

onde T_1^0 , $T_2^0 e \phi$ são respectivamente as temperaturas extrapoladas até a superfície teórica de contato (K) e o fluxo de calor que atravessa a interface (W/m²).

O conhecimento da RTC é uma condição necessária para solução de problemas de condução de calor onde dois ou mais corpos estão acoplados.

Apresenta-se neste artigo uma técnica de medida indireta da RTC que utiliza um sinal térmico periódico e estuda-se a influencia da pressão mecânica sobre a mesma. Descreve-se também o dispositivo experimental e o modelo matemático utilizados.

2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Afim de medir de forma indireta a RTC utilizando um sinal térmico, foi construído um dispositivo experimental no Centre de Thermique de Lyon, cuja descrição e detalhes são apresentados à seguir. Este dispositivo é mostrado na Figura 1.

A apresentação e o funcionamento do dispositivo experimental é feita considerando o mesmo constituído de quatro sistemas que são: sistema de aplicação da carga mecânica, sistema de aquecimento, sistema de produção do vácuo e o sistema de aquisição. As amostra utilizadas também serão descritas nesta seção.

O sistema de aplicação da carga é constituído por um cilindro pneumático. A força aplicada sobre a amostra por este cilindro é mantida constante por um válvula reguladora de pressão e medida por um captor de força (12) situado entre a extremidade do eixo do cilindro pneumático e o isolante (11).

O sistema de aquecimento é constituído do aquecedor (10) e de uma fonte de alimentação estabilizada (4). O aquecedor é feito de um disco de níquel de 42 mm de diâmetro e 4 mm de espessura. Dentro deste disco de níquel foi feita uma cavidade de 3.2 mm de profundidade, onde foi colocada uma resistência elétrica feita com fio "thermocoax" e bobinada em dupla espiral, afim de eliminar os efeitos de correntes parasitas provocadas pelo fenômeno de indução elétrica. A resistência foi soldada no interior da cavidade do disco e os espaços livres foram preenchidos com uma liga de cobre. O conjunto foi então usinado afim de se ter uma superfície plana e garantir um bom contato entre o aquecedor e a amostra. Para evitar as perdas pela parte superior do aquecedor, um isolante (11) feito de Vespel (λ =0.47 W/mK) é colocado entre o aquecedor e o captor de força.

Para produzir uma potência periódica com uma determinada freqüência, utiliza-se uma fonte de alimentação estabilizada (4) controlada por um programa de computador (2) feito em Viewdac. Com este programa, comanda-se um sinal periódico para alimentação, a qual fornece a tensão retificada de V (volts), para o aquecedor dada por:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{\mathrm{m}} \left| \cos(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}} \mathbf{t}) \right| \tag{2}$$

onde V_m é a amplitude de tensão (volts), ω_e é a freqüência elétrica (rad/s) e t é o tempo (s). Esta tensão gera uma potência elétrica periódica, P_e (W), produzida no aquecedor dada por:

$$P_{e} = P_{m} [1 + \cos(\omega t)]$$
(3)

onde P_m é a potência média (W) e ω é a freqüência térmica (rad/s), que é o dobro da freqüência elétrica.

O sistema de refrigeração é constituído de um cryothermostato (banho regulador de temperatura) (1) que mantém a temperatura do fluido de refrigeração (água) aproximadamente constante, com uma variação de mais ou menos 0.1 °C. Este fluido absorve o calor que atravessa a amostra em teste.



Figura 1. Diapositivo experimental

O sistema de vácuo é constituído de uma bomba de palhetas (5) que produz o vácuo dentro de um grande cilindro de vidro, onde é colocada a amostra para o ensaio. Este vácuo, da ordem de 2 Pa, é medido com um manômetro de vácuo tipo Pirani (6).

O sistema de aquisição é constituído de duas unidades Keithley K500/575 (3). Uma das unidades é utilizada para geração da potência periódica enquanto a outra é utilizada para aquisição das tensões registradas pelos termopares. A resolução máxima teórica da carta de aquisição de temperaturas é de $1.5 \,\mu\text{V}$ (0.04°C) para termopares do tipo K.

A amostra testada é constituída de dois cilindros (9 e 10) de cobre comercial com 42 mm de diâmetro e 10 e 90 mm de altura respectivamente. Como o cobre é um ótimo condutor de calor pode-se trabalhar com freqüências elevadas, pois, o amortecimento das variações de temperatura ao longo da amostra é pequeno e consequentemente se tem um sinal mensurável nas diversas posições onde os termopares são instalados.

As evoluções de temperatura na amostra são registradas por sete termopares tipo K (cromel-alumel) (13) de 80 μ m de diâmetro que são soldados sobre a mesma por descarga

capacitiva: dois no cilindro superior e cinco no inferior. Cada um dos fios do termopar é soldado de maneira independente sobre o cilindro. Como as duas junções estão a mesma temperatura, o material intermediário não modifica a temperatura medida (Fig. 2).

Para faixa de temperatura utilizada nos ensaios (inferior à 60°C), a relação entre a mesma em °C e a tensão em μ V do termopar tipo K é linear. Desta forma pode-se utilizar no modelo diretamente as tensões em μ V no lugar das temperaturas em °C.

Este dispositivo experimental permitirá obter as razões de amplitudes e as defasagens necessárias ao modelo apresentado à seguir.



Figura 2

3. MODELO

O objetivo deste artigo é determinar a RTC utilizando um sinal periódico com diferentes freqüências e verificar o efeito da pressão mecânica de contato sobre a mesma. A determinação desta RTC é realizada de forma indireta a partir de um modelo matemático que utiliza ora a razão de amplitudes, ora as defasagens com relação a um ponto tomado como referência. Os testes são realizados no vácuo, o que significa que o coeficiente de transferência de calor por convecção é próximo de zero. Desta forma, o número de Biot para nas condições experimentais é muito inferior a 0.1, e pode-se supor que a temperatura em cada seção transversal da amostra é uniforme e o processo de condução de calor unidimensional.

Considerando as propriedades térmicas constantes, tem-se que a equação que rege o fenômeno de condução é:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2, -L_1 \le x \le L_2, t > 0$$
(4)

onde T_i e a temperatura (K) no cilindro i; x é a coordenada espacial (m), a é a difusividade térmica (110x10⁻⁶ m²/s para o cobre utilizado) e t é o tempo (s).

A condição inicial é:

$$\mathbf{T}_{i}(\mathbf{x},0) = \mathbf{T}_{\infty} \quad -\mathbf{L}_{1} \le \mathbf{x} \le \mathbf{L}_{2} \tag{5}$$

onde T_{∞} é a temperatura da fonte fria (K).

Sobre a parte superior da amostra, impomos um fluxo de calor periódico com uma dada freqüência. Este fluxo periódico é idêntico à potência dissipada pelo aquecedor. Desta forma, temos como condição de fronteira em $x=-L_1$ (ver Fig. 1):

$$\lambda \frac{\partial T_1(-L_1, t)}{\partial x} = \phi_0 + \phi_0 \cos(\omega t)$$
(6)

onde λ é a condutividade térmica (375 W/mK para o cobre), φ_0 é o fluxo de calor (W/m²) e $\omega = 2\pi f$ (f é a freqüência do sinal do térmico em Hz).

Na interface entre os dois tem-se as seguintes relações:

$$T_{1}(0,t) - T_{2}(0,t) = -R\lambda \frac{\partial T_{1}(0,t)}{\partial x}$$
(7)

$$\frac{\partial T_1(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial T_2(0,t)}{\partial x}$$
(8)

onde R é a resistência térmica de contato (Km²/W).

- 2 -

Na extremidade inferior da amostra, tem-se uma troca de calor com um fluido refrigerante cuja temperatura é constante. Assumiremos, então, que a condição de fronteira em $x=L_2$ é uma condição de temperatura imposta, ou seja:

$$\mathbf{T}_2(\mathbf{L}_2, \mathbf{t}) = \mathbf{T}_{\infty} \tag{9}$$

O modelo térmico é então dado pelas Eqs. (4), (5), (6), (7), (8) e (9). Fazendo $\theta_i(x,t) = T_i(x,t) - T_{\infty}$, temos:

$$\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2$$
(10)

$$\theta_1(\mathbf{x},0) = 0 \tag{11}$$

$$\theta_2(\mathbf{x},0) = 0 \tag{12}$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta_1(-L_1, t)}{\partial x} = \phi_0 + \phi_0 \cos(\omega t)$$
(13)

$$\theta_1(0,t) - \theta_2(0,t) = -R\lambda \frac{\partial \theta_1(0,t)}{\partial x}$$
(14)

$$\frac{\partial \theta_1(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \theta_2(0,t)}{\partial x}$$
(15)

$$\theta_2(\mathbf{L}_2, \mathbf{t}) = 0 \tag{16}$$

O campo de temperatura solução deste modelo é a soma de três campos térmicos: um permanente (T_p), um transitório (T_t) e um senoidal (T_s) (sem a componente contínua). Quando o tempo aumenta, a perturbação transiente ligada a condição inicial tende a zero (Carslaw & Jaeger ,1959) e o campo de temperatura é a soma de dois campos térmicos: um permanente e outro senoidal. A soma destes dois campos constitui o regime periódico estabelecido. A solução deste problema é apresentada em Filho (1998).

A solução que interessa é apenas a componente senoidal. Chamando de x_r a posição do ponto adotado como referência (no cilindro superior) e de x uma posição qualquer (no cilindro inferior), obtêm-se a seguinte relação para a temperatura senoidal nesses pontos:

$$\frac{T_{s2}(x,t)}{T_{sr}(x_{r},t)} = \frac{-\{2\sinh[M(x-L_{2})]\}}{\{2MR\lambda\cosh(ML_{2}).\cosh(Mx_{r}) - 2\sinh[M(x_{r}-L_{2})]\}}$$
(17)

onde

$$M = \sqrt{\frac{\omega}{2a}} (1+j) = m(1+j)$$
(18)

Onde $m = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$, $j = \sqrt{-1}$. M é portanto um numero complexo.

A razão de temperaturas, Eq. (17), tem uma amplitude, A (adimensional), e uma defasagem, Ψ (graus), dada por:

$$A(x, x_{r}) = \left[\frac{(f_{2R}(x))^{2} + (f_{2I}(x))^{2}}{(f_{R}(x_{r}))^{2} + (f_{I}(x_{r}))^{2}}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(19)

$$\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{r}) = \operatorname{arctg}\left[\frac{f_{I}(\mathbf{x}_{r})}{f_{R}(\mathbf{x}_{r})}\right] - \operatorname{arctg}\left[\frac{f_{2I}(\mathbf{x})}{f_{2R}(\mathbf{x})}\right]$$
(20)

onde

$$f_{R}(x_{r}) = 2mR\lambda \{\cos[m(L_{2} + x_{r})] \cosh[m(L_{2} + x_{r})] - \sin[m(L_{2} + x_{r})] \\ \sinh[m(L_{2} + x_{r})] + \cos[m(L_{2} - x_{r})] \cosh[m(L_{2} - x_{r})] - \sin[m(L_{2} - x_{r})] \\ \sinh[m(L_{2} - x_{r})] - 4\cos[m(x_{r} - L_{2})] \sinh[m(x_{r} - L_{2})] \\ f_{I}(x_{r}) = 2mR\lambda \{\sin[m(L_{2} + x_{r})] \sinh[m(L_{2} + x_{r})] + \cos[m(L_{2} + x_{r})] \\ \cosh[m(L_{2} + x_{r})] + \sin[m(L_{2} - x_{r})] \sinh[m(L_{2} - x_{r})] + \cos[m(L_{2} + x_{r})] \\ \cosh[m(L_{2} - x_{r})] \cosh[m(L_{2} - x_{r})] \sinh[m(x_{r} - L_{2})] \cosh[m(x_{r} - L_{2})] \\ f_{R}(x) = -4\cos[m(x - L_{2})] \sinh[m(x - L_{2})]$$
(23)
$$f_{I}(x) = -4\sin[m(x - L_{2})] \cosh[m(x - L_{2})]$$
(24)

A partir da expressão da razão da amplitude, eq. (19), obtém-se uma equação do segundo grau em R ($CR^2+DR+E=0$), enquanto da expressão da defasagem, obtém-se uma equação do primeiro grau em R (FR+G=0). A RTC é determinada utilizando-se uma média aritmética das resistências obtidas para cada um dos cinco termopares instalados no cilindro inferior (como referência, adota-se o termopar instalado no cilindro superior).

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

À partir das medidas das variações periódicas de temperaturas realizadas pelos termopares, vamos identificar o valor médio, a amplitude e a fase minimizando a função:

$$S(VM, A_{T}, \Psi_{T}) = \sum_{i=1}^{4000} (T_{exp} - T_{mod})^{2}$$
(25)

onde VM, A_T, ψ_T são respectivamente o valor médio, a amplitude e a defasagem de temperatura e, T_{exp} e T_{mod} ($T_{mod} = VM + A_T \cos(\omega t - \Psi_T)$) são respectivamente as temperaturas fornecidas pelos dados experimentais e pelo modelo. A identificação é realizada utilizando-se 20 períodos com 200 pontos de medida (4000 pontos no total) e utilizando-se um programa desenvolvido por Press e al. (1992), que usa o método de Levenberg-Marquard.

6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A amostra testada, que é constituída de dois cilindros de cobre, teve suas superfícies de contatos preparadas no torno e apresentaram rugosidades de 0.397 μ m e 0.999 μ m respectivamente. Os ensaios foram feitos num vácuo de 2 Pa, onde primeiro se utilizou uma pressão mecânica de contato 2.24 MPa e em seguida uma pressão mecânica de 5.73 MPa. Em cada ensaio foi usada uma freqüência de excitação térmica diferente. As freqüências utilizadas foram: 0.010 Hz, 0.015 Hz, 0.020 Hz, 0.0303 Hz, 0.040 Hz, 0.602 Hz, 0.079 Hz, 0.100 Hz. Os resultados das razões de amplitudes e defasagens são mostradas nas Figuras 3 e 4 para os ensaios realizados. Pode-se constatar, para uma dada pressão mecânica, que a medida que a freqüência aumenta a razão de amplitudes diminui, enquanto que a defasagem aumenta. Nas mesmas Figuras 3 e 4, pode-se verificar que quanto maior for a carga mecânica, para uma dada freqüência, maior será a razão de amplitudes e menor será a defasagem. Isto é esperado fisicamente, pois a resistência de contato diminui quando aumentamos a pressão mecânica.

Os valores das resistências determinados através das expressões de R a partir da razão de amplitudes e da defasagem são mostrados na Figura 5. Pode-se contatar que quando a pressão mecânica aumenta, a resistência de contato diminui. Este fenômeno é atribuído a um aumento da aérea real de contato, que para o caso de deformações plásticas das asperezas, é proporcional a razão entre a pressão mecânica e a microdureza do material.



Figura 3. Razão de amplitudes de temperatura (referência: primeiro termopar).



Figure 4. Defasagem de temperatura (referência: primeiro termopar).



Figure 5. Resistência de contato obtida a partir da razão de amplitudes e defasagem

A Figura 5 mostra também que a RTC varia para uma dada pressão mecânica em função da freqüência. Estas variações, que são mais importantes em freqüências mais baixas podem ter suas causas nas características construtivas do aquecedor, nos erros nas propriedades térmicas utilizadas ou ainda nos microdeslocamentos provocados pelo sinal periódico que modificariam os picos de rugosidade em contato real melhorando o contato e diminuindo a RTC.

8. CONCLUSÃO

A técnica de medida da RTC utilizando um sinal periódico é muito simples e fornece uma boa idéia de sua ordem de grandeza. A utilização da mesma técnica permite obter algumas propriedades térmicas como a difusividade (usando a componente senoidal do sinal) e a condutividade térmica (usando a componente continua). Entretanto, a medida que trabalha-se com materiais menos condutores, precisa-se utilizar freqüências mais baixas, que tem o inconveniente na demora de obtenção dos resultados, pois para que o regime se torne estabelecido, precisa-se de um tempo longo.

Agradecimentos

Meus agradecimentos vão para o CNPq e o Departamento de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências e Tecnologia da UFPb pelo apoio durante os meus estudos de doutorado onde tive a oportunidade de realizar este trabalho.

REFERÊNCIAS

- Bardon, J. P. Introduction à l'étude des résistances thermiques de contact. *Rév. Gén. Therm.*, 1972, N° 125, p. 429-445.
- Carslaw, W. S. and Jaeger, J. C. Conduction of Heat in Solids. 2nd Edition. Oxford: Clarendon Press, 1959. 509 p.
- Filho, C. R. B. Etude des resistances thermiques de contact en regimes periodique. Thése de Doctorat : Institut National des Sciences Appliqués de Lyon, 1998, 214 p.
- Press, H. N., Teukolsky, S.A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. Numerical Recipes in Fortran. Second Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1992, 934 p.

ESTUDO TEÓRICO DO ESCOAMENTO DE AR EM UMA CHAMINÉ SOLAR COM CONDIÇÕES REAIS DE INSOLAÇÃO

André Guimarães Ferreira Márcio Fonte-Boa Cortez Ramón Molina Valle Cristiana Santiago Brasil Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG, Brasil. E-mail: ferreira@demec.ufmg.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise teórica do escoamento turbulento de ar com condições reais de insolação no interior de uma chaminé solar. As chaminés solares são dispositivos utilizados, atualmente, para geração de energia elétrica. São constituídas por uma cobertura radial transparente e por uma torre localizada em seu centro. Parte da radiação solar incidente sobre a cobertura é absorvida pelo solo, aquecendo o ar dentro da estufa e induzindo um escoamento ascendente na chaminé. O escoamento é descrito pelas equações de conservação da massa, do momentum e da energia, além das equações de transporte das grandezas do modelo de turbulência (k e ε). São apresentados parâmetros adimensionais, à saída do dispositivo, em função do horário e das condições de insolação, representadas pelo aquecimento do solo sob a cobertura.

Palavras-chave: Chaminé solar, Turbulência, Condições de insolação

1. INTRODUÇÃO

As chaminés solares são constituídas de uma torre central tubular, fixada em sua base a uma estufa circular aberta nas extremidades (Fig. 1). Durante o dia, parte da radiação solar incidente sobre a cobertura é absorvida pelo solo e transformada em energia térmica. O ar dentro da estufa é então aquecido pelo chão, gerando-se um escoamento ascendente na chaminé devido a forças de empuxo, criadas por gradientes de densidade do fluido. O ar quente é continuamente substituído por ar a temperatura ambiente que escoa radialmente da periferia para o centro do sistema. À noite, parte da energia térmica armazenada pelo solo durante o período de insolação é transferida ao escoamento de ar, permitindo o funcionamento ininterrupto da chaminé solar.

O escoamento de ar quente gerado no interior do dispositivo pode ser utilizado para geração elétrica ou para secagem (Bernardes et al., 1999). A geração elétrica é obtida através de uma turbina eólica instalada na base da chaminé, acoplada a um gerador elétrico (Schlaich, 1995). O processo de secagem se efetua através do aproveitamento do ar quente, o qual pode

ser utilizado para desidratação de frutas e de grãos na agricultura ou em qualquer outra atividade industrial que demande ar quente para remoção de umidade.



Figura 1. Esquema da Chaminé Solar

O objetivo deste trabalho é analisar o escoamento turbulento transiente de ar em convecção livre turbulenta no interior de uma chaminé solar, sob condições reais de insolação. O modelo matemático envolve as equações de conservação da quantidade de movimento e da energia, além das equações de transporte para as grandezas turbulentas (k e ε). Para estimar a variação da temperatura do solo, foi utilizado um modelo transiente para as condições reais de insolação. Foi desenvolvido um código computacional utilizando o Método dos Volumes Finitos em Coordenadas Generalizadas para resolver o sistema de equações de conservação.

É analisado o comportamento do escoamento em função do horário e das condições de insolação locais, possibilitando a avaliação do comportamento transiente da temperatura do solo, da temperatura de saída do escoamento e dos números de Reynolds e de Rayleigh.

2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo adotado considera o escoamento turbulento em regime transiente, com condições reais de insolação. O fluido utilizado é o ar, considerado como um gás perfeito. As hipóteses admitidas para a solução do problema baseiam-se em escoamento incompressível, fluido Newtoniano, propriedades do fluido constantes e sem dissipação viscosa.

As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento nas direções x e r e da energia, escritas para as grandezas médias, num sistema de coordenadas bidimensionais, obedecendo às hipóteses admitidas, são dadas, respectivamente, por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) = 0$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho u v) = -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{e}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_{e}\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_{e}\frac{\partial v}{\partial x}\right) + g\rho_{0}\beta(T - T_{0})$$
(2)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho vv) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{e}\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_{e}\frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{e}\frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{e}\frac{\partial u}{\partial r}\right) - 2\mu_{e}\frac{v}{r^{2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uT) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho vT) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}}\right)\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}}\right)\frac{\partial T}{\partial r}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_{t}}{$$

Foi utilizado o modelo k- ε padrão de turbulência com funções de parede (Launder & Spalding, 1974), representado por 2 novas equações diferenciais para a energia cinética turbulenta (k) e para dissipação da energia cinética turbulenta (ε)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u k) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v k) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_e}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_e}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial r}\right) + P_k + G_k - \rho C_d \varepsilon$$
(5)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\iota\epsilon) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho\nu\epsilon) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_e}{\sigma_\epsilon}\frac{\partial\epsilon}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_e}{\sigma_\epsilon}\frac{\partial\epsilon}{\partial r}\right) + \frac{C_1\epsilon}{k}(P_k + G_k)(1 + 0.8R_f) - C_2\rho\frac{\epsilon^2}{k}$$
(6)

onde Pk (termo de produção de energia cinética turbulenta) é dado por

$$P_{k} = \mu_{t} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^{2} + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^{2} + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^{2} + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^{2} \right]$$
(7)

Os termos G_k e $(1+0,8R_f)$ dados por Rodi (1993), traduzem a influência do empuxo no escoamento,

$$G_{k} = -\frac{\beta g}{\rho} \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}} \frac{\partial T}{\partial x}$$
(8)

$$R_{f} = \begin{cases} 0 \quad p/\text{ canais verticais} \\ -\frac{G_{k}}{P_{k} + G_{k}} p/\text{ canais horizontais} \end{cases}$$
(9)

Neste modelo, μ_t não é uma propriedade do fluido, e sim uma medida local do nível de turbulência.

$$\mu_{t} = \rho C_{\mu} C_{D} \frac{k^{2}}{\epsilon}$$
(10)

Supõe-se também que, na subcamada turbulenta, os fluxos de momentum e calor obedeçam às relações

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^{+})$$
(11)

$$T^{+} = \frac{\Pr_{t}}{\kappa} \ln(Ey^{+}) + \Pr_{t} \frac{\pi/4}{\operatorname{sen}(\pi/4)} \left(\frac{A_{1}}{\kappa}\right)^{1/2} \left(\frac{\Pr}{\Pr_{t}} - 1\right) \left(\frac{\Pr}{\Pr_{t}}\right)^{1/4}$$
(12)

As constantes do modelo de turbulência são dadas na Tabela 1

Tabela 1. Constantes do modelo k-e

cμ	c _D	c ₁	c ₂	σ_k	σε	κ	Ε	Α
0,09	1,0	1,44	1,92	1,0	1,3	0,4187	9,793	26,0

A partir de balanços energéticos pode-se estabelecer as condições de contorno térmicas para o chão e para a cobertura. Para a radiação absorvida pelo chão, utiliza-se um modelo similar ao proposto em Duffie & Beckman (1991) para coletor solar plano. Neste modelo, a radiação absorvida por uma superfície horizontal, segundo o modelo isotrópico de céu, leva em conta uma parcela de radiação direta e uma parcela de radiação difusa.

$$q_{rad} = I_b(\tau \alpha)_b + I_d(\tau \alpha)_d$$
(13)

onde I_b e I_d são as componentes direta e difusa da radiação incidente sobre o coletor e os produtos $\tau \alpha$ representam a frações destas radiações incidentes que serão absorvidas pelo chão.

Tratando-se o solo como um meio semi-infinito, pode-se utilizar a solução exata para a equação diferencial parcial que descreve a condução no solo (Özisik, 1993).

$$T_{solo}(t) = T_{i} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\alpha'}{K_{solo}} \int_{t'=0}^{t} \frac{q_{liq}'(t')}{\sqrt{4\alpha'(t-t')}} dt'$$
(14)

onde α ' e K_{solo} representam a difusividade e condutividade térmicas do solo, respectivamente, T_i a temperatura inicial do solo, t o tempo e q''_{liq} a diferença entre o fluxo de calor de radiação absorvido pelo solo e o fluxo de calor perdido para o escoamento.

O domínio de solução é mostrado na Figura 2. Devido à simetria, resolve-se o problema apenas para metade da geometria. A fronteira leste é uma região de saída de massa, na qual se impõe o regime completamente desenvolvido para temperatura, velocidade, k e ε . A fronteira oeste corresponde à entrada de massa, a temperatura ambiente T_o e com a velocidade atualizada a cada iteração do procedimento numérico pela equação da conservação da massa aplicada entre os volumes de controle vizinhos. Os valores de k e ε são calculados a partir da velocidade v de entrada.

Na fronteira sul, o eixo da chaminé apresenta condições de simetria, a região externa da junção envolve condições de não deslizamento e de isolamento térmico e o solo, além da condição de velocidade nula, mostra condições de temperatura prescrita, de acordo com o modelo de insolação. Na região de parede e de simetria, k e ε apresentam fluxo nulo. Na fronteira norte, para a parede da torre e a face da junção consideram-se condições de não deslizamento e de isolamento térmico. Na cobertura são impostas condições de velocidade nula e de perdas convectivas e radiativas para o vento a temperatura ambiente T_o. Toda a fronteira é região de parede, apresentando fluxo nulo de k e de ε .



Figura 2. Domínio de solução do problema

3. METODOLOGIA COMPUTACIONAL

Para geração da malha foi utilizado um sistema de equações diferenciais elípticas. Para a solução numérica do sistema de equações foi usado o método de Volumes Finitos em Coordenadas Generalizadas. Nesta metodologia, para um sistema bidimensional, as equações de conservação são transformadas do sistema cilíndrico de coordenadas (x,r) para o sistema de coordenadas curvilíneas (ξ , η). Desta forma, a equação geral transformada é dada por Maliska (1995)

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\eta}(\rho r U\phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\epsilon}(\rho r V\phi)$$
$$= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[rJ\Gamma^{\phi}\gamma\frac{\partial\phi}{\partial\eta} - rJ\Gamma^{\phi}\beta\frac{\partial\phi}{\partial\epsilon}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\epsilon}\left[rJ\Gamma^{\phi}\alpha\frac{\partial\phi}{\partial\epsilon} - rJ\Gamma^{\phi}\beta\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right] + \frac{S^{\phi}}{J}$$
(15)

onde U e V são as componentes contravariantes da velocidade, J é o jacobiano da transformação e α , β e γ são os componentes do tensor métrico (Maliska, 1995).

O método SIMPLEC (*Semi Implicit Linked Equations Consistent*) foi utilizado para o acoplamento pressão-velocidade. O método de interpolação WUDS (*Weighted Upstream Differencing Scheme*) e o arranjo desencontrado para armazenamento das variáveis foram utilizados. Desta forma, a equação discretizada para cada volume elementar *P* é dada por:

$$A_{P}\phi_{P} = A_{e}\phi_{E} + A_{n}\phi_{N} + A_{w}\phi_{W} + A_{s}\phi_{S} + A_{ne}\phi_{NE} + A_{nw}\phi_{NW} + A_{se}\phi_{SE} + A_{sw}\phi_{SW} + B$$
(16)

A aplicação das condições de contorno foi feita utilizando-se a técnica dos volumes fictícios. A equação anterior vale para todos os volumes internos do domínio. Devem ser

criadas, portanto, equações para os volumes fictícios em função das condições de contorno existentes. É natural escrever tais equações na mesma forma das equações para os volumes internos (Maliska, 1995).

4. RESULTADOS

A chaminé solar analisada neste trabalho apresenta uma torre com 1m de diâmetro e 20m de comprimento e uma cobertura com um diâmetro de 24m, mantida a 0,5m acima do chão. A junção possui raios interno e externo de, respectivamente, 0,5m e 1m. Na análise numérica, foi adotada uma malha no espaço de 222 x 22 volumes, após a realização de um teste onde os valores dos campos de velocidade, temperatura, pressão e grandezas turbulentas não apresentaram alterações significativas com o aumento do número de volumes de controle. A malha no tempo sofreu teste similar, sendo adotado o incremento de 60s para o processo de marcha da solução transiente.

Como condição inicial, adotaram-se os campos de velocidade, temperatura e grandezas turbulentas (k e ε) obtidos da solução do escoamento turbulento em regime permanente, mantidos, respectivamente, o solo e a cobertura a temperaturas constantes de 300,9K e 300K.

Foram utilizados dados de insolação para Belo Horizonte, ar como fluido no interior do dispositivo, propriedades do vidro para a cobertura e da areia para o solo. O horário adotado para a inicialização do escoamento no dia de simulação foi coincidente com o início do período de brilho solar, isto é, 6:37h para 15 de junho e 5:47h para 15 de outubro. Devido ao grande esforço computacional necessário para a simulação de um ciclo diário completo (24 horas), os resultados se restringem às 3,5 horas iniciais de simulação. Os valores para a radiação média mensal para os meses de junho e outubro são, respectivamente, $H_j=14,52MJ/m^2$ e $H_o=19,32MJ/m^2$ e para o índice de transparência, $Kt_j=0,6$ e $Kt_o=0,5$. A temperatura ambiente foi mantida constante em 300K, durante toda a simulação.

A Figura (3a) mostra o comportamento dinâmico do fluxo de radiação solar absorvido pela superfície do solo (Q_{rad}) e do fluxo líquido de calor armazenado pelo solo (Q_{liq}), determinado a partir do perfil de insolação proposto, para o dia 15 de outubro, para a cidade de Belo Horizonte. Observa-se que, durante a noite, o solo libera, para o escoamento no interior da chaminé solar, parte da energia armazenada durante o dia. A Figura (3b) apresenta, para o fluxo líquido de calor armazenado, o comportamento da temperatura para várias profundidades do solo, onde percebe-se uma tendência de homogeneização da temperatura, até a temperatura ambiente, para maiores profundidades.



Figura 3. Comportamento Térmico do Solo para o Perfil de Insolação Proposto

As condições de contorno de insolação se fizeram representar pela determinação local e instantânea da temperatura da superfície do solo. A Figura (4) apresenta o comportamento da temperatura do solo com a posição radial na cobertura. A temperatura do solo aumenta da periferia da cobertura para o centro do dispositivo, pois a perda de calor para o escoamento na periferia é maior. Além disso, observa-se um gradiente de temperatura no solo muito maior próximo à periferia do dispositivo, pois, nesta região de entrada, o gradiente de temperatura do solo, pois, como o escoamento sempre é admitido na chaminé solar à temperatura ambiente (300K), quanto maior a temperatura média do solo, maior a transferência de calor do solo para o escoamento na região de entrada. A temperatura do solo, para um determinado horário e posição na cobertura, é sempre maior no dia 15 de outubro do que no dia 15 de junho, em virtude de condições de insolação para o mês de outubro mais favoráveis do que as para o mês de junho.



Figura 4. Variação da Temperatura do Solo na Cobertura para Junho (a) e Outubro (b)



Figura 5. Variação dos números de Reynolds (a) e Rayleigh (b) com o horário

O número de Reynolds, em função do horário para os dias simulados (Figura 5a), apresenta um crescimento ao longo da manhã, já que a temperatura do solo aumenta, induzindo maiores forças de empuxo no escoamento e, consequentemente, maiores velocidades de saída. Para um mesmo horário, o número de Reynolds é maior no dia 15 de outubro, dada a maior temperatura do solo em qualquer horário que a de 15 de junho. O número de Rayleigh, em função do horário para os dias simulados (Figura 5b), aumenta

durante o período simulado, em razão da temperatura do solo e, consequentemente, da maior temperatura média de saída do escoamento.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo do comportamento dinâmico do escoamento turbulento de ar em convecção livre no interior de uma chaminé solar, sob condições reais de insolação, utilizando-se dados de radiação média mensal para a cidade de Belo Horizonte.

Foi desenvolvida uma metodologia numérica para a investigação do comportamento termo-hidrodinâmico do ar no interior do sistema. O escoamento foi descrito pelas equações de conservação da massa, do momentum e da energia, além das equações de transporte das grandezas do modelo de turbulência. Foi utilizado o modelo k- ε padrão com funções de parede para representação do fenômeno turbulento na análise do escoamento. A temperatura do solo foi estimada a partir de dados experimentais, em média mensal, da radiação incidente para a localidade escolhida.

Foi desenvolvido um programa computacional utilizando a técnica de Volumes Finitos em Coordenadas Generalizadas para a solução do sistema de equações representativas do modelo matemático.

Foram apresentados a variação da temperatura do solo com a posição e com o horário e o comportamento dos números de Reynolds e de Rayleigh ao longo das 3,5 horas de simulação. Para uma avaliação mais precisa do comportamento dinâmico do escoamento no interior de uma chaminé solar, seria interessante a utilização do fluxo instantâneo da radiação local incidente, considerando a presença de nuvens no céu.

Para a simulação no dia 15 de outubro, no período inicial da manhã até às 9:30h, o escoamento atingiu uma velocidade média de saída ligeiramente inferior a 9m/s e uma temperatura média de saída de, aproximadamente, 316K. É bom ressaltar que estes valores tendem a aumentar até que a temperatura do solo atinja seu valor máximo, logo após o meio dia. Apesar de o período de simulação ter sido pequeno e o modelo de insolação utilizado ainda necessitar de algumas melhorias para uma representação mais precisa das condições reais, a magnitude dos valores de velocidade e de temperatura do escoamento apresentam uma perspectiva otimista quanto a utilização da chaminé solar para secagem e geração elétrica.

6. REFERÊNCIAS

- Bernardes, M.A. dos S.; Valle, R.M.; Cortez, M.F.B., 1999, "Numerical Analysis of Natural Laminar Convection in a Radial Solar Heater", International Journal of Therm. Sci., Vol. 38, pp 42-50.
- Duffie, J. A. and Beckman, W. A., 1991, "Solar Engineering of ThermalProcesses", Jonh Wiley & Sons, Inc. 2nd ed..
- Launder, B. E. and Spalding, D. B., 1974, The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computer Methods in Applied Mechanics, vol 3, pp 269-289.
- Maliska, C.R., 1995, "Transferência de calor e Mecânica dos Fluidos Computacionais", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Özisik, M. N., 1993, "Heat Conduction" Second Edition, John Wiley & Sons.
- Rodi, W., 1993, "Turbulence Models and their Application in Hydraulics A State of Art Review", IAHR, 3rd Edition, Rotterdam, A.A. Balkema.
- Schlaich, J., 1995, "The Solar Chimney Electricity from the Sun", Edition Axel Menges, Stuttgart.

AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE SECADORA VERTICAL DE USO DOMÉSTICO PARA VESTUÁRIO

Jefferson Almeida Ribeiro

Paulo Magalhães Filho

Universidade Estadual Paulista-UNESP, Faculdade de Engenharia, Departamento de Energia, 12500-000, Guaratinguetá, SP, Brasil. E-mail: <u>pfilho@feg.unesp.br</u>

Resumo

A desumidificação em tecidos é feita pelo processo de circulação de ar quente através destes, em secadoras. A circulação do ar é obtida por um ventilador acionado por motor elétrico, e o aumento da temperatura do ar que atravessa os tecidos, com o objetivo de arrastar a sua umidade, é feito com dissipação de calor em resistência elétrica. Este trabalho mostra os resultados de uma modelagem experimental, examinando o comportamento de diversos tecidos numa secadora vertical do tipo suspenso, como: tergal, *cotton-lycra*, flanela, *jeansindigo e* viscose. Foi analisado o comportamento do conteúdo de umidade nestes tecidos, frente aos fluxos de ar em temperaturas controladas, determinando, com isso, o calor necessário para atingir os padrões de secagem exigidos. Os ventiladores dos aparelhos de secagem foram testados para determinação da vazão e consumo de energia, estabelecendo com isso uma relação vazão versus consumo. São apresentados os resultados comparativos entre os vários tipos de tecidos.

Palavras-chave: Secagem de tecidos, Secagem, Consumo de energia.

1. INTRODUÇÃO

A indústria de eletrodomésticos coloca no mercado diferentes alternativas para a secagem de vestuário, não tendo um padrão, e tão pouco normas técnicas brasileiras, para padronização do produto ofertado.

O usuário deste tipo de produto normalmente não tem espaço em sua residência para a secagem do vestuário utilizando a energia solar, por residir em apartamentos, adquirindo o produto sem conhecer o seu desempenho e o seu consumo de energia.

O circuito básico de um sistema suspenso de secagem doméstica de tecidos, consiste de um fluxo de ar quente e seco que é insuflado num ambiente envolto por um filme de plástico.

Secadores elétricos são responsáveis por aproximadamente 3% do consumo de energia em residências nos países do hemisfério norte (onde o aquecimento de ar e água são responsáveis por 75% do total do consumo de energia), e cerca de 10% em regiões de clima moderado a quente.

Embora muitos estudos tenham sido realizados sobre esse assunto, é estimado que o consumo médio anual de energia elétrica em secagem de roupas numa residência típica - família com 4 pessoas - está em torno de 900 kWh, o que está próximo de um número correspondente a 1200 kWh para um forno elétrico.

Do início ao final do funcionamento de um secador elétrico de roupas, estas à temperatura do ambiente externo, a mais evidente e maior perda de energia em cada secador está na exaustão, onde uma grande quantidade de energia é conduzida e perdida para o meio externo na forma de ar quente e úmido.

Em localidades onde a calefação se faz necessária durante o inverno, esse ar pode ser filtrado e conduzido para ambientes fechados a fim de aquecer e umidificar residências, com isso economizando energia. Alternativamente, ele pode ser filtrado, desumidificado e reciclado para o secador, diminuindo a quantidade de energia elétrica necessária para aquecer o novo ar de secagem.

Isso contrasta com o procedimento atual, onde o secador retira o ar do ambiente e o aquece eletricamente, a um custo significante, antes de descarregá-lo continuamente no meio externo. Além disso, a secagem não é uniforme numa mesma peça de roupa ou de uma peça para outra.

Em alguns tipos de secadores é necessário um aquecimento extra, ou apenas um breve aumento de temperatura para os tecidos de secagem rápida, o qual reflete tanto sobre a qualidade da secagem quanto sobre o controle da energia gasta nos secadores elétricos convencionais de roupas (Hamid,1991).

A determinação do desempenho de secadores é de vital importância, uma vez que a secagem é um processo de grande consumo de energia, como pode ser verificado em uma indústria têxtil, onde o tecido passa várias vezes por secadores durante o processo de acabamento. A produtividade dos secadores é o principal fator do qual depende a normalidade do fluxo das operações de produção. Portanto, conhecer as características de desempenho, através da determinação da eficiência térmica e da velocidade de secagem, é essencial para o estudo de secadores de tecidos.

Procedimentos devem ser desenvolvidos através de investigações teóricas e experimentais do processo básico de secagem, assim como através do estudo detalhado de secadores de diversos tipos, para obter-se uma modelagem representativa do processo para posterior simulação.

As informações obtidas podem ser de grande ajuda em estimativas quantitativas de melhoria, adquiridas em cada variação dos fatores que influenciam no desempenho. Baseado nessas grandezas e fatores selecionados pode-se decidir quais serão as variações mais benéficas para a melhoria do desempenho do secador.

Vários são os parâmetros que influenciam o desempenho dos secadores, e na maioria dos casos a natureza da influência e seu papel no mecanismo de secagem devem ser conhecidos, pelo menos nos graus de precisão requeridos para cada aplicação.

Os principais parâmetros são os seguintes: teor (ou conteúdo) de umidade do tecido na entrada e na saída do secador, conteúdo crítico de umidade do tecido, peso específico do tecido, condições de transferência de calor, temperatura do meio de fornecimento de calor, o tipo de envoltório do fluxo de ar, a velocidade e a umidade absoluta do fluxo de ar, a taxa de exaustão, taxa de secagem do sólido, dentre outros (Prabhu & Parajia, 1981).

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PERÍODOS DE SECAGEM

Na secagem de um sólido úmido, mediante um gás a uma temperatura e a uma umidade fixas, temos sempre um determinado tipo de comportamento, mostrado na Figura 1. Pode-se verificar que imediatamente após o contato entre o sólido e o meio secante a taxa de secagem do sólido (R) ajusta-se até atingir um regime permanente. No período de ajuste a taxa de secagem pode tanto crescer (AB) como diminuir (A'B).

No regime permanente a temperatura da superfície do sólido molhado é a própria temperatura de bulbo úmido do meio secante, permanece bastante estável e a taxa de secagem

também permanece constante (BC). O período termina quando o sólido atinge um teor de umidade, a partir do qual a temperatura da superfície começa a se elevar. Este ponto é chamado de teor crítico de umidade (X_{C}). A partir desse ponto a temperatura da superfície do sólido eleva-se e a taxa de secagem cai.



Figura 1. Taxa de secagem e o teor de umidade em condições fixas de secagem

O período de taxa decrescente pode ser bem maior que o de taxa constante, no entanto, a quantidade de líquido removido será muito menor. A taxa de secagem atinge valores próximos de zero num certo teor de umidade de equilíbrio (X_E) , que é o menor teor de umidade atingível no processo de secagem com o sólido nas condições a que está submetido.

Durante o período de secagem à taxa decrescente, entre os pontos C e D, a superfície vai ficando mais pobre em líquido, pois a velocidade do movimento do líquido do interior do sólido para a superfície é menor que a velocidade com que a massa é evaporada na superfície.

No ponto D não há na superfície qualquer região significativamente saturada de líquido. A partir do ponto D, toda a evaporação ocorre a partir do interior do sólido e começa o segundo período de taxa decrescente. Este período termina quando atinge-se o teor de umidade de equilíbrio (X_{E}), e acaba a secagem.

3. COMPORTAMENTO DE TECIDOS DURANTE A SECAGEM

Os tecidos são sólidos com estruturas fibrosas que retêm a umidade como parte integrante da sua estrutura, ou então retêm a mesma no interior das fibras ou de poros delgados internos. Nestes materiais, o movimento da umidade é lento e ocorre pela difusão do líquido através de sua estrutura. As suas curvas de secagem mostram períodos de taxa constante (BC) muito curtos e consequentemente elevados valores de teor crítico de umidade (X $_{\rm C}$). O 1º período de taxa decrescente é muito reduzido, e a maior parte do processo de secagem ocorre no 2º período.

Os teores de umidade de equilíbrio (X_E) são, em geral, elevados em virtude da água presente fazer parte da estrutura dos sólidos, e sua remoção total danificar os tecidos. As camadas superficiais tendem a secar mais rapidamente que o interior, e quando a taxa de secagem é muito elevada, ocorrem tão grandes gradientes no teor de umidade no interior do sólido, que a estrutura se rompe ou se deforma. Podem ocorrer casos com tecidos espessos em que se forma uma camada de material seco relativamente impermeável, dificultando ou impossibilitando o prosseguimento da secagem no interior do mesmo, ou em que se acentue o gradiente do teor de umidade no sólido, e dependendo do material do tecido, causar a sua deterioração.

Em virtude destas circunstâncias, as condições da realização da secagem são relevantes e devem ser escolhidas tendo em vista os efeitos que podem ter sobre a qualidade do material (Foust et *al.*,1982).

Uma das variáveis que freqüentemente devem ter seus valores conhecidos nos experimentos em secagem é a taxa de secagem . Para a determinação da mesma, a massa da amostra (material + líquido) colocada no fluxo de ar deve ser medida em função do tempo. A fim de obter-se resultados que possam ser extrapolados para o protótipo, alguns aspectos devem ser considerados na modelagem: as dimensões da amostra devem acompanhar a escala do protótipo e as condições de secagem (temperatura, superfície, coeficiente de troca de calor) devem, se possível, ser idênticas às condições do processo real (Molnár,1995).

4. AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO DE SECADORAS

Para uma avaliação técnico-econômica realística de uma unidade secadora, certos fatores técnicos de desempenho devem ser definidos. Alguns dos seguintes fatores de desempenho são comumente utilizados: Tempo de Secagem, Eficiência Térmica, Consumo Específico de Potência, Volume Específico do Secador e Consumo Específico de Ar (Pakowski,1992).

Para efeito de estudo teórico de secadoras tem-se um conjunto de equações que devem ser resolvidas simultaneamente. Essas equações normalmente são: equações do balanço de massa e de entalpia, equações cinéticas de transferência de calor e de massa, e equação do tempo de residência. Dependendo do número de incógnitas, essas equações não serão suficientes para as suas resoluções, sendo necessário a obtenção de valores experimentais para completar a modelagem (Gopalnarayanan & Radermacher,1995), (Kesselring & Smith,1996), (Mujumdar,1995), estando neste ponto a contribuição deste trabalho.

4.1 Objetivos da avaliação experimental deste trabalho

- Encontrar as temperaturas ideais para secagem por processo convectivo de tipos diferentes de tecidos utilizados na confecção de vestuário.
- Determinar alguns fatores de desempenho de um aparelho secador do tipo suspenso existente no mercado brasileiro.

4.2 Materiais e métodos

Foi utilizada uma secadora normal de linha disponível no mercado, do tipo suspenso, marca Enxuta. O ventilador responsável pelo insuflamento do ar de secagem foi ensaiado em bando de teste segundo AMCA/ANSI – Standard 210-74, tendo apresentado para o ponto nominal de funcionamento, valores constantes de 3,0 mCAr para a pressão estática e 0,0368 Nm³/s de vazão em 2400 rpm, consumindo uma potência de 96 W. O sistema de aquecimento do ar de secagem é constituído de resistência elétrica dissipando uma potência de 1200 W, com tensão de alimentação regulada em 120 V. Este tipo de secadora, contém 7 suportes para que as roupas sejam penduradas, numa câmara envoltória de filme plástico de 0,105 m³, tendo orifícios laterais para a saída do ar úmido.

As amostras foram confeccionadas nas dimensões 0,465 x 0,340 m, que representaram as áreas de exposição dos vestuários ao fluxo do meio secante, em diversos tecidos normalmente utilizados para sua manufatura: tergal, *cotton-lycra*, flanela, *jeans-indigo*, e viscose.

Com o objetivo de verificar o comportamento da temperatura das superfícies e teor de
umidade das amostras, e o tempo necessário para a desumidificação dessas, foi montada uma bancada de testes cujos instrumentos de medida, aferidos, foram: termopares, termômetros de haste e bulbo, placa de orifício, aparelhos para determinação de grandezas elétricas, balança eletrônica, barômetro, cronômetro, escalas, e sistema de aquisição e armazenamento de dados programado para registrar a cada 120 s.

Na Figura 2, mostra-se a secadora do tipo suspenso, colocada numa balança, através de cintas de *nylon*, de tal forma que durante os testes de secagem fosse registrada a variação do peso do conjunto em função do tempo, devido à massa de líquido evaporada.



Figura 2. Esquema da bancada de testes

Ao mesmo tempo, a temperatura da superfície dos tecidos colocados na secadora foi determinada em diversos pontos, como mostrado na Figura 3, através de termopares fixados por velcros no próprio tecido e introduzidos no mesmo através de orifícios .



Figura 3. Localização dos termopares nas amostras de tecidos

Conjuntos de 7 amostras para cada tecido, após terem sido lavados e centrifugados em lavadora automática, foram imediatamente colocados na bancada de testes, fechando-se o envoltório de filme plástico. Foram realizados um número de testes suficientes para que se tivesse uma confiabilidade nos resultados de cada conjunto de amostras. A variação entre os pesos iniciais das amostras úmidas de cada tipo de tecido, por bateria de testes, foi estabelecida em um valor máximo de 3%. Cada bateria de testes se encerrava no momento em que se estabilizava o peso do conjunto secador, isto é, ou com a repetição do valor de duas ou mais medidas consecutivas registradas, ou quando a diferença entre essas fosse desprezível.

4.4 Resultados

Para a apresentação dos resultados, definimos que o teor de umidade dos tecidos (X') é a razão entre a massa de líquido no tecido num determinado instante e a massa do tecido seco. Definimos também que a taxa de secagem do tecido (R) é a razão entre a vazão mássica de líquido evaporado em determinado instante e a área das superfícies dos tecidos expostas ao fluxo de ar. A Tabela 1 mostra os valores médios da massa de cada conjunto de amostras secas dos tecidos.

[g]
Ş

Tergal	Cotton-lycra	Flanela	Jeans-indigo	Viscose
0,2770	0,4927	0,2701	0,5608	0,1686

Os resultados do comportamento do teor de umidade médio de cada conjunto de amostras em função do tempo de secagem são mostrados para cada tipo de tecido na Figura 4, e os do comportamento da taxa de secagem de cada tipo de tecido em função do respectivo teor de umidade são mostrados na Figura 5.



Figura 4. Teor de umidade médio dos conjuntos de amostras de cada tecido em função do tempo



Figura 5. Taxa de secagem dos conjuntos de amostras de cada tecido em função do seu respetivo teor de umidade

Devido a disposição dos termopares na superfície das amostras, e ao insuflamento de ar ser descendente, ilustramos na Figura 6 o comportamento das temperaturas médias dessas superfícies, nas regiões superior, mediana e inferior, no conjunto de amostras de flanela.



Figura 6. Comportamento típico das temperaturas das superfícies do conjunto de amostras de flanela nas suas diferentes regiões

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

As curvas do comportamento do teor de umidade para cada tecido durante a secagem indicam a necessidade de diferentes tempos de exposição dos mesmos ao meio secante. Isto mostra que deve haver uma seleção das peças de vestuário segundo o material de que são confeccionadas para cada carregamento da secadora, permitindo assim haver um melhor controle da qualidade e dos tempos de secagem.

Confirmou-se a previsão teórica, com os tecidos escolhidos para análise neste trabalho, haver um curto período de taxa de secagem constante em comparação com os seus respectivos períodos de taxa decrescente, para condições fixas de secagem.

Os valores obtidos para os parâmetros escolhidos para avaliação do desempenho da secadora, mostrados na Tabela 2, indicam a necessidade de equipar tais aparelhos com dispositivos para variação da temperatura e fluxo do meio secante, e do volume da câmara de secagem, com o objetivo de reduzir o consumo de energia no processo.

	unidade	Tergal	Cotton-Lycra	Flanela	Jeans-Indigo	Viscose
Tempo de Secagem	min	22	72	38	56	18
Eficiência Térmica	g _{água evapor.} / kJ	0,172	0,157	0,153	0,162	0,157
Cons.Espec. de Potência	W/ g tecido seco	4,677	2,631	4,798	2,311	7,686
Vol.Espec. da Secadora	m ³ / kg _{tecido seco}	0,379	0,213	0,389	0,187	0,623
Cons.Espec. de Ar	Nm ³ / s.kg _{tecido seco}	0,133	0,075	0,136	0,066	0,218

Tabela 2. Resultados dos parâmetros de avaliação de desempenho da secadora

6. REFERÊNCIAS

- Foust, A S., Wenzel, L.A, Clump, C.W., Maus, L., Andersen, L.B., 1982, "Princípios das Operações Unitárias", 2º Ed., Guanabara Dois, Rio de Janeiro.
- Gopalnarayanan, S., Radermacher, R.,1995," Simulation of a Vapor Compression Dehumidification System for Batch Drying Processes", Proceedings of the 30th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Ortando, Vol. 2.
- Hamid, M.,1991," Microwave Drying of Clothes", Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy, Vol. 26. N° 2.
- Kesselring, J. P., Smith, R. D.,1996, "Development of a Microwave Clothes Dryer", Transactions on Industry Applications, Vol.32, Nº 1.
- Molnár, K.,1995 " Experimental Techniques in Drying", In: Handbook of Industrial Drying, 2° Ed., Marcel Dekker, Inc.
- Mujumdar, AS.,1995, "Handbook of Industrial Drying", Vol. 1 e 2, 2° Ed., Marcel Dekker, Inc.
- Pakowski, Z.,1992, "Advances in Drying", Vol. 5, Ed. Hemisphere, New York.
- Prabhu, M. R., Parajia, J. S., 1981, "Performance Relations and Norms for Textile Contact and Convection Dryers", Ahmedabad Textile Industry's Research Association, Ahmedabad, India.

ESTUDO DA CONVECÇÃO MISTA NUM DUTO RETANGULAR HORIZONTAL COM UM CILINDRO INTERNO AQUECIDO

João Batista Dias Genésio José Menon Dênio Lemos Panissi

EFEI – Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, 37500-000, Itajubá, MG, Brasil. E-mail: <u>genesio@iem.efei.br</u>

Resumo

No presente trabalho analisa-se a convecção mista laminar no interior de um duto retangular horizontal com um cilindro interno aquecido. Considera-se que o duto retangular é isolado termicamente e que o cilindro interno tem fluxo de calor axial uniforme com temperatura circunferencial uniforme. O método de elementos finitos, com o elemento triangular linear, é utilizado na solução das equações de conservação na forma adimensional para a função corrente (ψ), vorticidade (ω), temperatura (θ) e velocidade axial (W). O número de Nusselt médio (Nu) e o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds (fRe) são calculados em função da geometria e do número de Rayleigh (Ra). São mostradas as distribuições de temperatura e de função corrente em função do número de Rayleigh. É mostrada uma comparação entre a transferência de calor por convecção mista (Ra \neq 0) e por convecção forçada (Ra = 0).

Palavras-chave: Convecção mista, Método de elementos finitos, Transferência de calor, Métodos numéricos.

1. INTRODUÇÃO

Vários trabalhos têm sido feitos com o objetivo de estudar a transferência de calor em tubos horizontais. Nieckele & Patankar (1985) e Kaviany (1986), estudaram a convecção mista entre tubos concêntricos com aquecimento uniforme no tubo interno e isolamento no tubo externo. O método de elementos finitos foi utilizado por Ribeiro (1992) para estudar a convecção mista laminar entre tubos concêntricos e excêntricos com duas condições de contorno, na primeira o tubo externo foi isolado e o tubo interno aquecido com fluxo de calor axial uniforme e temperatura circunferencial uniforme, e na segunda as condições foram invertidas. A convecção mista, tridimensional, laminar, não desenvolvida, em um tubo com uma placa longitudinal concêntrica, foi estudada por Hsieh & Wen (1996). Um estudo numérico da transferência de calor em um tubo com uma placa longitudinal excêntrica, sendo o tubo aquecido e a placa isolada, foi feito por Hung et al. (1997). A convecção mista de ar entre tubos concêntricos, causada pela rotação do tubo externo e pela diferença de temperatura existente entre eles foi estudada por Yoo (1998a). Mais recentemente, Yoo (1998b) estudou a convecção natural entre tubos concêntricos para uma pequena razão de raios com número de Prandtl menor ou igual a 0,3.

O presente trabalho utiliza o método de elementos finitos para estudar a convecção mista em um duto retangular, com um cilindro colocado longitudinalmente em seu centro. O cilindro tem aquecimento axial uniforme com temperatura circunferencial uniforme e o duto retangular é mantido isolado. O cálculo da vorticidade nas paredes é feita de uma forma matricial utilizando os valores de função corrente de todo o domínio e como condição de contorno os valores da vorticidade nos demais pontos do domínio. Esta forma de cálculo da vorticidade nas paredes permite uma maior flexibilidade na geração da malha.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho estuda-se a transferência de calor por convecção mista no interior de um duto retangular com um cilindro interno. O duto é termicamente isolado enquanto que o cilindro tem fluxo de calor axial uniforme com temperatura circunferencial uniforme. São admitidas as seguintes hipóteses simplificadoras: o escoamento é laminar, bidimensional, incompressível, desenvolvido térmica e hidrodinamicamente; as propriedades do fluido são constantes com a temperatura, exceto a densidade nos termos de empuxo; a pressão axial é desacoplada da pressão transversal. A geometria para o problema é mostrada na figura 1.



Figura 1. Geometria do problema

Levando-se em conta as hipóteses simplificadoras, as equações de conservação na forma adimensional, para este problema, são:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \omega = 0 , \qquad (1)$$

$$\Pr\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}\right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X}\frac{\partial W}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y}\frac{\partial W}{\partial X} + \Pr\right) = \frac{\partial W}{\partial \tau} , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X}\frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y}\frac{\partial \theta}{\partial X} - C_g \frac{W}{\overline{W}}\right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} , \qquad (3)$$

$$\Pr\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X}\frac{\partial \omega}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y}\frac{\partial \omega}{\partial X}\right) + \operatorname{Ra}\operatorname{Pr}\frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \omega}{\partial \tau},\tag{4}$$

sendo ψ a função corrente, ω a vorticidade, \overline{W} a velocidade axial média adimensional.

Os parâmetros adimensionais utilizados para generalizar a análise teórica são dados por:

$$\tau = \frac{\alpha t}{d^2} , \quad X = \frac{x}{d} , \quad Y = \frac{y}{d} , \quad U = \frac{u d}{\alpha} , \quad V = \frac{v d}{\alpha} ,$$

$$W = \frac{w}{-\frac{d \overline{p}}{d z} \frac{d^2}{\rho v}} , \quad P = \frac{p^* d^2}{\rho v \alpha} , \quad \theta = \frac{T - T_w}{\frac{\overline{q} d}{k}} , \quad d = 4 \frac{A_m}{P_m} ,$$
(5)

sendo: z a coordenada na direção axial; u, v e w as velocidades nas direções x, y e z ; t o tempo; ρ a massa específica; p a pressão; g a aceleração da gravidade; β o coeficiente de expansão térmica; T a temperatura; T_w a temperatura na parede do cilindro; v a viscosidade cinemática; α a difusividade térmica do fluido; τ o tempo adimensional; X e Y as coordenadas adimensionais; d o diâmetro hidráulico; U, V e W as velocidades adimensionais nas direções x, y e z; P a pressão adimensional; θ a temperatura adimensional; \overline{q} o fluxo de calor através do cilindro e k a condutividade térmica do fluido. O número de Prandtl (Pr), o número de Rayleigh (Ra) e a constante geométrica (Cg) são dados por:

$$Pr = \frac{\rho v c_p}{k} \quad , \quad Ra = \frac{\rho c_p g \beta \overline{q} d^4}{v k^2} \quad , \quad C_g = 4 \frac{P_q}{P_m} . \tag{6}$$

sendo: P_m o perímetro molhado da seção (perímetro do duto mais perímetro do cilindro); P_q o perímetro aquecido (cilindro); c_p o calor específico a pressão constante e A_m a área molhada da seção (área livre da seção). Para o problema em estudo A_m , P_q e P_m são dados por:

$$A_m = H L - \frac{\pi D^2}{4}$$
, $P_q = \pi D$, $P_m = \pi D + 2(H + L)$, (7)

sendo: H e L as dimensões do duto nas direções y e x, e D o diâmetro do cilindro.

As condições iniciais e de contorno para o problema, na forma adimensional, são:

Para
$$\tau = 0$$
:
 $\psi = \theta = \omega = W = 0$. (8)

Para $\tau > 0$:

$$\theta = 0$$
 (cilindro), $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ (duto), (9)

 $\Psi_{\rm w} = 0$ (cilindro e duto), $W_{\rm w} = 0$ (cilindro e duto), (10)

sendo n a direção normal à superfície.

No eixo de simetria, a vorticidade tem o valor zero, para qualquer tempo. Nas paredes do duto e do cilindro a vorticidade tem o valor zero para o tempo inicial e é recalculada para cada passo de tempo, como será visto no método de solução.

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

As equações (1), (2), (3) e (4) são resolvidas através do método de elementos finitos com o elemento triangular linear.

Para cada passo de tempo são calculadas as distribuições de função corrente, de velocidade axial, de temperatura e de vorticidade. São calculados ainda o número de Nusselt médio (Nu) e o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds (fRe). Todos estes cálculos são feitos na sequência descrita abaixo.

- Calcula-se a distribuição da função corrente utilizando os valores de ω do tempo anterior.
- Calcula-se a distribuição de velocidade axial e a velocidade axial média utilizando os valores da velocidade axial do tempo anterior e os valores calculados da função corrente.
- A distribuição de temperatura é calculada utilizando os valores de θ do tempo anterior e os valores calculados da função corrente, da velocidade axial e da velocidade axial média.
- Calcula-se a média do produto da velocidade axial pela temperatura ($W\theta$).
- O cálculo da vorticidade utiliza os valores da vorticidade do tempo anterior e os valores calculados da função corrente e da temperatura
- A vorticidade nas paredes é calculada utilizando os valores calculados da função corrente e, como condição de contorno, os valores da vorticidade nos demais pontos nodais. Este cálculo é feito na seguinte forma matricial para o elemento:

$$\begin{bmatrix} C^e \end{bmatrix} \left\{ \omega^e \right\} = \begin{bmatrix} K^e_{\psi} \end{bmatrix} \left\{ \psi^e \right\} \quad , \tag{11}$$

sendo que:

$$\begin{bmatrix} C^{e} \end{bmatrix} = \frac{A_{e}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} , \quad \{\omega^{e} \} = \begin{cases} \omega_{i} \\ \omega_{j} \\ \omega_{k} \end{cases} , \quad \{\psi^{e} \} = \begin{cases} \psi_{i} \\ \psi_{j} \\ \psi_{k} \end{cases} ,$$
(12)

$$\begin{bmatrix} K_{\Psi}^{e} \end{bmatrix} = \frac{1}{4 A_{e}} \begin{bmatrix} b_{i} b_{i} + c_{i} c_{i} & b_{i} b_{j} + c_{i} c_{j} & b_{i} b_{k} + c_{i} c_{k} \\ b_{j} b_{i} + c_{j} c_{i} & b_{j} b_{j} + c_{j} c_{j} & b_{j} b_{k} + c_{j} c_{k} \\ b_{k} b_{i} + c_{k} c_{i} & b_{k} b_{j} + c_{k} c_{j} & b_{k} b_{k} + c_{k} c_{k} \end{bmatrix},$$
(13)

$$b_i = Y_j - Y_k$$
, $b_j = Y_k - Y_i$, $b_k = Y_i - Y_j$, (14)

$$c_i = X_k - X_j$$
, $c_j = X_i - X_k$, $c_k = X_j - X_i$, (15)

 A_e é a área do elemento, o índice e representa o elemento e os índices i, j, k representam os pontos nodais do elemento.

 Calcula-se o número de Nusselt médio (Nu) e o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds (fRe), na seguinte forma:

$$Nu = -\frac{\overline{W}}{\overline{W\theta}} , \quad f Re = \frac{2}{\overline{W}} .$$
 (16)

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para a validação do código computacional desenvolvido neste trabalho, foi resolvido o problema de tubos concêntricos com o tubo interno aquecido com fluxo de calor axial uniforme e temperatura circunferencial uniforme e o tubo externo isolado termicamente. Este problema foi estudado por Nieckele & Patankar (1985) e por Ribeiro (1992). Na tabela 1 são apresentados os resultados para razão de raios RR = 3 e número de Prandtl Pr = 0,7.

	Ni	eckele & Pa (1985)	tankar		Ribeiro (1992)	Presente trabalho (1999)		
Ra	Nu	Desvio %	Nu/Nu ₀	NuDesvio %Nu/Nu0			Nu	Nu/Nu ₀
0	6,98	-0,04	1,00	7,058	-1,15	1,00	6,977	1,00
10^{5}	8,38	-1,66	1,20	8,479	-2,81	1,20	8,241	1,18
10^{6}	10,47	0,54	1,50	11,081	-5,00	1,53	10,527	1,51

Tabela 1. Número de Nusselt para RR = 3 e Pr = 0.7

Na tabela 1 os resultados de Nieckele & Patankar (1985) para Ra = 0 são obtidos de uma solução analítica exata. Pode-se notar que o presente trabalho tem um desvio muito pequeno (-0,04 % para o número de Nusselt) em relação a esta solução analítica. Os desvios do presente trabalho em relação aos outros dois são pequenos, sendo que o máximo é de -5,00 % (para o número de Nusselt) em relação a Ribeiro (1992) com Ra = 10^6 . Os resultados para Nu/Nu₀ representam a razão entre o número de Nusselt médio da convecção forçada (Ra = 0). O presente trabalho também obteve valores de Nu/Nu₀ muito próximos aos encontrados por Nieckele & Patankar (1985) e por Ribeiro (1992).

	Nieckele & Patankar				Ribeiro	Presente Trabalho		
	(1985)				(1992) (1999)			99)
Ra	fRe	Desvio %	fRe/(fRe) ₀	fRe Desvio % fRe/(fRe) ₀			fRe	fRe/(fRe) ₀
0	94,2	-1,78	1,00	95,687	-3,31	1,00	92,521	1,00
10^{5}	98,1	-3,36	1,02	97,973	-3,23	1,02	94,805	1,02
10^{6}	105,5	-0,34	1,12	108,561	-3,15	1,13	105,143	1,14

Tabela 2. Produto do fator de atrito pelo número de Reynolds para RR = 3 e Pr = 0.7

Na tabela 2 os resultados de Nieckele & Patankar (1985) para Ra = 0 também são obtidos de uma solução analítica exata. O presente trabalho apresenta um desvio de apenas -1,78 % (para fRe) em relação a esta solução. Os desvios em relação aos trabalhos de Nieckele & Patankar (1985) e Ribeiro (1992) são pequenos, sendo que o máximo é de apenas -3,36 % (para fRe) em relação a Nieckele & Patankar (1985) com Ra = 10^5 . O termo fRe/(fRe)₀ representa a

razão entre o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds para a convecção mista (Ra \neq 0) e este mesmo produto para a convecção forçada (Ra = 0). Os resultados para fRe/(fRe)₀ são quase coincidentes com os obtidos pelos outros dois trabalhos. A malha utilizada para estas duas tabelas foi de 229 pontos nodais e 400 elementos e foi analisada apenas a metade da geometria.

O código computacional, após ter sido validado pelo problema dos tubos concêntricos, é aplicado para o problema proposto. São feitas aplicações para Pr = 0,7 (que é o número de Prandtl do ar), H^*/L^* igual a 8/4, 5/4, 4/4, 4/5 e 4/8 e Ra igual a 0, 10^4 , 10^5 e 10^6 , sendo os parâmetros H^* e L^* definidos por:

$$H^* = \frac{H}{D}$$
 , $L^* = \frac{L}{D}$ (17)

Na figura 2 são apresentados resultados de Nu em função do número de Rayleigh, para as diversas razões H^*/L^* . Pode-se observar que Nu aumenta com o aumento de Ra para todas as geometrias e que este aumento pode ser de mais de 100% ($H^*/L^* = 4/8$). Para Ra $\ge 10^5$, Nu aumenta com a diminuição da razão H^*/L^* e este aumento é maior para valores mais altos de Ra.

Na figura 3 são mostrados resultados do produto fRe em função de Ra, para as diversas razões H^*/L^* . As geometrias 8/4 e 4/8 têm uma razão de raios de 8,94, as geometrias 5/4 e 4/5 têm uma razão de raios de 6,40 e a geometria 4/4 tem uma razão de raios de 5,66. A razão de raios é dada pela razão entre o raio da circunferência circunscrita à seção do duto retangular e o raio do cilindro. Analisando a figura 3 nota-se que fRe aumenta com o aumento de Ra e este aumento pode ser de até cerca de 17% (para Ra = 10^6 e $H^*/L^* = 4/8$). O produto fRe aumenta com a diminuição da razão de raios.



Figura 2. Número de Nusselt médio em função de Ra para as várias relações H^*/L^* .

Figura 3. fRe em função de Ra para as várias relações H^*/L^* .

Na figura 4 são apresentados resultados da razão Nu/Nu₀ em função de Ra, para as diversas razões H^*/L^* . Pode-se observar que quanto menor a relação H^*/L^* maior a razão Nu/Nu₀, ou seja, maior a transferência de calor na convecção mista em relação à convecção forçada e quanto maior o número de Rayleigh maior também a relação Nu/Nu₀, para todas as relações H^*/L^* .

Na figura 5 são mostrados resultados da razão $fRe/(fRe)_0$ em função de Ra, para as diversas razões H^*/L^* . A razão $fRe/(fRe)_0$ aumenta com o aumento de Ra. Levando-se em conta a razão H^*/L^* , o comportamento de $fRe/(fRe)_0$ varia de acordo com Ra, da seguinte forma: para Ra \leq

 10^5 , quanto maior a razão H^*/L^* maior a relação fRe/(fRe)₀; para Ra = 10^6 quanto maior a razão de raios maior é o valor da relação fRe/(fRe)₀ e para Ra entre 10^5 e 10^6 existe uma transição.



Figura 4. Relação Nu/Nu₀ versus Ra para as várias relações H^{*}/L^{*}.

Figura 5. Relação fRe/(fRe)₀ versus Ra para as várias relações H^*/L^* .

Na figura 6 estão mostradas as isotermas da geometria $H^*/L^* = 5/4$, para Ra variando de 0 a 10^6 . Quando Ra = 0, as isotermas são simétricas em relação a um plano horizontal passando pelo centro do cilindro. Isto significa que não existe o escoamento secundário, caracterizando, assim, apenas a convecção forçada. Para Ra = 10^4 , começa a existir uma assimetria em relação àquele plano horizontal, pois as isotermas localizadas logo abaixo do cilindro estão mais próximas umas das outras, do que as localizadas logo acima do cilindro. Isto mostra o início de um fluxo transversal (fluxo secundário) causado pela convecção natural. Com o aumento de Ra para Ra = 10^5 e Ra = 10^6 , a assimetria em relação ao plano horizontal se intensifica ainda mais, indicando um escoamento secundário ainda mais forte devido ao empuxo. Este escoamento caracteriza uma forte influência da convecção natural no escoamento principal.



Figura 6. Isotermas ($\Delta \theta = 0,015$) para H^{*}/L^{*} = 5/4, com Ra variando de 0 a 10⁶.

A distribuição de ψ da geometria $H^*/L^* = 5/4$, para Ra variando de 0 a 10^6 , pode ser vista na figura 7. Quando Ra = 0, a função corrente tem valor zero para todos os pontos, o que significa dizer que não há fluxo secundário, ou seja, não há convecção natural. Para Ra = 10^4 existe apenas uma grande célula de escoamento secundário. Para Ra = 10^5 , existe uma grande célula na parte superior da geometria e um espaço na parte inferior, o que indica o início da formação de um nova célula de escoamento, que não aparece devido ao pequeno número de linhas representado e aos baixos valores de ψ . A nova célula de escoamento já pode ser vista para Ra = 10^6 . Os valores das linhas de função corrente atingem valores mais elevados com o aumento de Ra, indicando um aumento da velocidade do escoamento secundário.



Figura 7. Distribuição de função corrente para $H^*/L^* = 5/4$

5. REFERÊNCIAS

- Hsieh, S.S. and Wen, M.Y., 1996, "Developing Three-dimensional Laminar Mixed Convection in a Circular Tube Inserted with Longitudinal Strips", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 39, n. 2, pp. 299-310.
- Hung, C.I., Lin, Y.S. and Chen, J.D., 1997, "Numerical Study of Heat Transfer Enhancement of a Horizontal Tube with an Eccentrically Inserted Plate", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, n. 7, pp. 1687-1692.
- Kaviany, M., 1986, "Laminar Combined Convection in a Horizontal Annulus Subject to Constant Heat Flux Inner Wall and Adiabatic Outer Wall", Journal of Heat Transfer, Vol. 108, pp. 392-397.
- Nieckele, A.O. and Patankar, S.V., 1985, "Laminar Mixed Convection in a Concentric Annulus with Horizontal Axis", Journal of Heat Transfer, Vol. 107, n. 4, pp. 902-909.
- Ribeiro, M.M., 1992, "Estudo da Transferência de Calor por Convecção Mista no Interior de Tubos Horizontais Concêntricos e Excêntricos", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá, M.G., Brasil, 124p.
- Yoo, J.S., 1998a, "Mixed Convection of Air between Two Horizontal Concentric Cylinders with a Cooled Rotating Outer Cylinder", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, n. 2, pp. 293-302.
- Yoo, J.S., 1998b, "Natural Convection in a Narrow Horizontal Cylindrical Annulus: Pr ≤ 0.3", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, n. 20, pp. 3055-3073.

CONVECÇÃO MISTA NUMA CAVIDADE RETANGULAR COM ENTRADA E SAÍDA DE FLUIDO

Rogério Fernandes Brito Genésio José Menon João Batista Dias

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica Av. BPS, 1303 – 37500-000 – Itajubá – MG – Brasil – E-mail: <u>genesio@iem.efei.br</u>

Resumo

No presente trabalho estuda-se numericamente a convecção mista causada pelas forças de empuxo e pelo escoamento de fluido que entra numa cavidade retangular semi-aberta. A cavidade tem as superfícies verticais direita e esquerda mantidas, respectivamente, nas temperaturas adimensionais $\theta = 1$ e $\theta = 0$. As superfícies horizontais são mantidas isoladas termicamente. A superfície vertical esquerda tem duas aberturas por onde circula um fluido. O fluido entra frio com temperatura adimensional $\theta = 0$ pela abertura inferior e sai adiabaticamente pela abertura superior. O escoamento é considerado em regime laminar e as propriedades físicas do fluido são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo. As equações de conservação bidimensionais são escritas em termos de variáveis adimensionais, utilizando a formulação função corrente-vorticidade. O problema é resolvido através do método de elementos finitos e os resultados são apresentados para o regime permanente. O número de Nusselt médio na parede quente (Nu_h) é calculado para os números de Grashof (Gr) iguais a 0, 10⁴, 10⁵ e 5×10⁵, para os números de Reynolds (Re) iguais a 1, 10, 50 e 100, para número de Prandtl (Pr) igual a 0,7 e razão de aspecto da cavidade (A) igual a 2. São mostradas as distribuições de função corrente adimensional (ψ) e de temperatura adimensional (θ).

Palavras-chave: Convecção Mista, Transferência de Calor, Elementos Finitos.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção mista em cavidades semi-abertas é de interesse em várias aplicações industriais, tais como: no resfriamento de centrais termelétricas, tanques de armazenamento de fluidos, resfriamento de equipamentos eletrônicos e outros.

O processo de convecção mista que ocorre numa cavidade semi-aberta, contendo um fluido que circula nesta cavidade, pode ser analisado como resultante de duas formas básicas de convecção, sendo elas: a convecção natural causada por forças de empuxo e a convecção forçada devido à circulação de fluido frio que entra na cavidade com uma determinada distribuição de velocidades.

A convecção natural ocorre quando um fluido fica sujeito a um gradiente horizontal de temperatura, na presença de um campo gravitacional. Devido a esse gradiente, provoca-se uma variação na densidade, resultando-se no aparecimento de forças de empuxo. A partir do instante que estas forças superam as forças de resistência viscosa do fluido, dá-se o início do processo de transferência convectiva do calor. A intensidade da convecção natural é caracterizada pelo número de Grashof (Gr).

A convecção forçada ocorre quando um fluido está sujeito a uma certa distribuição de velocidades, forçando-se assim, a transferência de calor entre o fluido e o equipamento em questão. A intensidade da convecção forçada é caracterizada pelo número de Reynolds (Re).

São vários os estudos da convecção mista em cavidades semi-abertas. Alguns bons trabalhos desenvolvidos por pesquisadores são: Oosthuizon e Paul (1985), Safi e Loc (1994), etc.

Oosthuizon e Paul (1985) utilizaram o método de elementos finitos e analisaram numericamente a transferência de calor, devido ao processo de convecção mista, numa cavidade retangular semi-aberta com duas aberturas para o escoamento do fluido. Variam-se as posições das aberturas da cavidade, bem como o sentido de escoamento através destas aberturas.

Safi e Loc (1994) estudaram numericamente a transferência de calor de um fluido escoando numa cavidade retangular semi-aberta. A cavidade era formada por uma entrada, localizada na região superior da superfície vertical à esquerda, e uma saída localizada na região inferior da superfície vertical à direita. Foram considerados dois tipos de condições de contorno para as superfícies verticais e horizontais. No primeiro, as superfícies eram condutoras e no segundo, eram consideradas adiabáticas.

No presente trabalho é estudada numericamente a convecção mista causada pelas forças de empuxo e pela circulação de fluido que entra na cavidade retangular, conforme ilustra a Figura 1. A cavidade tem razão de aspecto A=H/L=2, sendo H a altura da cavidade e L a largura. O comprimento adimensional da região de entrada e saída de fluido é D=0,2. O fluido entra frio em A'B' com um perfil de velocidades parabólico na parte inferior da cavidade. O modelo numérico considera que o fluido sai em E'F' adiabaticamente na parte superior da cavidade com um perfíl de velocidades também parabólico. Os resultados numéricos foram obtidos, utilizando-se o método de elementos finitos, a partir de um programa computacional desenvolvido pelos autores, em linguagem FORTRAN. Para o presente estudo foi utilizada uma malha uniforme com 2970 elementos triangulares lineares, conforme mostra a Figura 2. O programa computacional calcula o número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) em função dos diversos parâmetros geométricos e térmicos. São apresentadas as distribuições de função corrente adimensional (ψ) e temperatura adimensional (θ).

2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

2.1 Adimensionalização

Com a finalidade de generalizar a análise teórica são definidas através da Equação (1), as seguintes grandezas adimensionais: tempo, coordenada horizontal, coordenada vertical, velocidade horizontal, velocidade vertical, pressão e temperatura.

$$\tau = \frac{U_o t}{H}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_o}, V = \frac{v}{U_o}, P = \frac{p}{\rho U_o^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$
(1)

sendo: U_o a velocidade média de fluido na entrada da cavidade; u, v as componentes de velocidades nas direções x, y; t o tempo; p a pressão; T a temperatura; T_c a temperatura da superfície fria e T_h a temperatura da superfície quente.



Figura 1 – Cavidade estudada.

Figura 2 – Malha de elementos finitos utilizada.

2.2 Equações governantes

O estudo da convecção mista é baseado nas equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. Na formulação do problema, são consideradas as seguintes hipóteses:

- a) regime não permanente;
- b) escoamento bidimensional e laminar;
- c) escoamento incompressível;
- d) a função dissipação viscosa foi desprezada;
- e) as propriedades físicas do fluido (ρ, μ, c_p, K) são constantes, exceto a densidade nos
 - termos de empuxo;
- f) sem geração interna de calor;
- g) os efeitos de compressibilidade são desprezados.

Mediante as considerações acima, as equações de conservação adimensionais, em termos de função corrente adimensional (ψ), temperatura adimensional (θ) e vorticidade adimensional (ω), são as seguintes:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\omega, \qquad (2)$$

$$\frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}}\left(\frac{\partial^{2}\theta}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2}\theta}{\partial Y^{2}}\right) + \left(\frac{\partial\psi}{\partial X}\frac{\partial\theta}{\partial Y} - \frac{\partial\psi}{\partial Y}\frac{\partial\theta}{\partial X}\right) = \frac{\partial\theta}{\partial\tau},$$
(3)

$$\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \omega}{\partial \tau};$$
(4)

onde a função corrente adimensional (ψ) e a vorticidade adimensional (ω) são definidas por:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} = U \ , \ -\frac{\partial \Psi}{\partial X} = V \ e \ \omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}, \tag{5}$$

e os números adimensionais de Prandtl (Pr), Grashof (Gr) e Reynolds (Re) são dados, respectivamente, por:

$$Pr = \frac{v}{\alpha}, Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{v^2}, Re = \frac{U_oH}{v},$$
(6)

sendo: v a viscosidade cinemática, α a difusividade térmica, g a aceleração da gravidade e β o coeficiente de expansão volumétrica.

O cálculo do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) é dado por:

$$Nu_{h} = \frac{1}{S} \int_{S} Nu_{x} dS e Nu_{x} = \frac{\partial \theta}{\partial X} \bigg|_{S} = \frac{1}{2A_{e}} \Big[\Big(Y_{j} - Y_{k} \Big) \theta_{i} + \Big(Y_{k} - Y_{i} \Big) \theta_{j} + \Big(Y_{i} - Y_{j} \Big) \theta_{k} \Big], (7)$$

sendo: A_e é a área do elemento, os índices i, j, k representam os pontos nodais do elemento e Nu_x o valor do número de Nusselt local na superfície quente.

2.3 Condições iniciais e de contorno

As condições iniciais para todo o domínio computacional (Ω), conforme mostra a Figura 1, são para $\tau = 0$:

$$\Psi = \Theta = \omega = 0. \tag{8}$$

As condições de contorno adotadas nas paredes e nas fronteiras abertas consideraram as seguintes hipóteses: a) não existe escorregamento do fluido nas paredes; b) a parede vertical esquerda é fria e isotérmica; c) a parede vertical direita é quente e isotérmica; d) as paredes horizontais são adiabáticas; e) o fluido entra frio e isotérmico na fronteira inferior; f) o fluido sai adiabaticamente na fronteira superior.

Com estas considerações, as condições de contorno são as seguintes, para $\tau > 0$: a) nas paredes horizontais (0 < X < L/H, Y = 0 e 1):

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \ \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \ \omega_{W} = \frac{3(\psi_{B} - \psi_{N})}{\ell^{2}} - \frac{\omega_{N}}{2};$$
(9)

b) na fronteira aberta inferior de entrada de fluido (X = 0, 0 < Y < D):

$$\theta = 0, \ \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \ \Psi = \frac{1}{2}D + \frac{3}{2}\delta - \frac{2\delta^3}{D^2}, \ \omega = \frac{12\delta}{D^2};$$
(10)

c) na parede vertical esquerda (X = 0, D < Y < 1 - D):

$$\theta = 0, \ \frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \ \Psi = D, \ \omega_{W} = \frac{3(\Psi_{B} - \Psi_{N})}{\ell^{2}} - \frac{\omega_{N}}{2};$$
(11)

d) na fronteira aberta superior de saída de fluido (X = 0, 1 - D < Y < 1):

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \ \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0, \ \psi = \frac{1}{2}D - \frac{3}{2}\delta + \frac{2\delta^3}{D^2}, \ \omega = -\frac{12\delta}{D^2};$$
(12)

e) na parede vertical direita (X = L/H, 0 < Y < 1):

$$\theta = 1, \ \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \ \omega_{W} = \frac{3(\psi_{B} - \psi_{N})}{\ell^{2}} - \frac{\omega_{N}}{2};$$
(13)

onde: δ é a coordenada vertical medida a partir do centro das fronteiras abertas, conforme mostra a Figura 1; ω_w é a vorticidade do fluido junto ao contorno; ψ_B é o valor da função corrente no contorno; ψ_N é o valor da função corrente num ponto situado a uma pequena distância ℓ do contorno; ω_N é o valor da vorticidade também situado a uma distância ℓ do contorno.

3. RESULTADOS

Para a escolha da malha utilizada neste trabalho, fez-se um estudo da influência do refinamento da malha sobre os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) . As malhas utilizadas foram 360, 1190, 1520 e 2970 elementos. Observou-se que a convergência dos valores do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) ocorreu à medida que o número de elementos aumenta. Para uma malha com 1520 elementos o desvio do resultado do número de Nusselt (Nu_h) , em relação à malha com 2970 elementos, foi menor do que 0,40%, o que pode ser considerado satisfatório. Mesmo assim, escolheu-se a malha com espaçamento uniforme de 2970 elementos para o estudo deste trabalho.

Para efeito de validação do código computacional, foi estudado o caso limite quando Re $\rightarrow 0$, o qual recai no caso de convecção natural. Esta situação limite foi testada usando programas de convecção natural, em cavidades retangulares fechadas estudadas por Brito (1999), e mista, desenvolvido no presente trabalho, com a finalidade de verificar os desvios nos resultados obtidos para o número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h). Neste teste foram considerados os seguintes parâmetros: número de Grashof Gr = 10^4 , 10^5 e 5×10^5 ; número de Prandtl fixo em Pr = 0,7 e razão de aspecto da cavidade A = 2. Foi utilizada uma malha uniforme 28×56 equivalente a 2970 elementos. O maior desvio no cálculo do número de Nusselt médio da superfície quente (Nu_h) foi de -7,95% para Gr = 5×10^5 e o menor desvio foi de -4,53% para Gr = 10^4 . Por outro lado, o programa computacional desenvolvido por Brito (1999), para o estudo de convecção natural em

cavidades retangulares fechadas, foi testado e comparado com o caso estudado experimentalmente por Ozoe et al. (1974). O valor do desvio encontrado foi de 6,65%, para $Gr = 2 \times 10^4$ e Pr = 0,733.

A Figura 3 mostra as linhas de corrente e as isotermas desenvolvidas dentro da cavidade retangular semi-aberta, após o sistema atingir o regime permanente.

A Figura 4 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) versus o número de Reynolds (Re). O número de Grashof (Gr) variou de Gr = 0 a 5×10^5 , com número de Prandtl Pr = 0,7 e razão de aspecto A = 2.

A Figura 3 mostra as distribuições da função corrente adimensional (ψ), no lado esquerdo da página. O valor do número de Reynolds foi fixado em Re = 1 e variou-se o valor de Grashof de Gr = 0 a 10⁵. Das Figuras 3a e 3e para Gr = 0, observa-se um caso de convecção forçada pura, onde as linhas de corrente mostram como se comporta o escoamento no interior da cavidade. Quando as linhas da função corrente encontram-se mais próximas uma das outras, maior é a velocidade neste local. Com o aumento do número de Grashof, aumenta-se a vazão de fluido que circula dentro da cavidade retangular semi-aberta. Das Figuras 3b e 3f, como se tem um baixo valor do número de Reynolds (Re = 1), predomina-se o efeito da convecção natural.

As distribuições da temperatura adimensional (θ) aparecem no lado direito da Figura 3. As diferenças de temperaturas entre duas isotérmicas próximas é constante. Da Figura 3e para Re = 1 e Gr = 0, o fluxo de calor ocorre, predominantemente por condução, a qual pode ser visto pelas distribuições, quase que paralelas, entre as isotermas em quase toda região de fluido da cavidade. Da Figura 3f, com o aumento do número de Grashof, aumenta-se a circulação de fluido na cavidade, implicando em maiores trocas de calor nas regiões de fluido onde as linhas isotérmicas se encontram próximas uma das outras.

Para as Figuras 3c, 3d, 3g e 3h, observa-se agora uma pequena recirculação de fluido somente para um valor de Grashof mais alto, conforme é mostrado na Figura 3d para $Gr = 10^5$. Para todos os valores de Grashof, a convecção forçada predomina sobre a convecção natural. À medida que se aumenta o número de Grashof, maior é o fluxo de calor na parede isotérmica quente. Ainda das Figuras 3c, 3d, 3g e 3h, observa-se que devido ao aumento do número de Reynolds, aumenta-se a região de fluido frio na cavidade e consequentemente, maior é o fluxo de calor próximo à parede isotérmica quente.

Da Figura 4, observou-se que quando cresce o número de Reynolds, o valor do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) também cresce para toda a faixa do número de Reynolds. Para um dado valor do número de Reynolds, por exemplo Re = 10, tem-se valores diferentes do Nusselt (Nu_h) para cada valor de Grashof (Gr). Notou-se que os valores de Nusselt (Nu_h) , para o caso de Re $\rightarrow 0$, recaem no problema de convecção natural.

4. CONCLUSÕES

Através dos resultados obtidos neste estudo, foi possível analisar a influência das variações dos números de Reynolds (Re) e Grashof (Gr) nos resultados do número de Nusselt médio (Nu_h) e assim, verificar qual o tipo predominante de convecção. Também observou-se que com o aumento do número de Reynolds (Re), para todos os valores de Grashof (Gr), aumentou-se consideravelmente a região de fluido, na temperatura alta, próxima à parede quente com altos gradientes de temperatura, mostrando assim a importância do efeito da convecção forçada no processo de resfriamento da parede quente. Para valores baixos do número de Reynolds (Re), observou-se que os resultados do Nusselt (Nu_h) se



Figura 3 – Distribuições da função corrente (ψ) e da temperatura adimensional (θ) para Pr = 0,7 ; A = 2 ; D = 0,2.



Figura 4 – Número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) versus número de Reynolds (Re).

apresentaram muito próximos dos resultados do número de Nusselt (Nu_h) para problemas de convecção natural numa cavidade retangular fechada. Com os resultados obtidos, pode-se visualizar, por meio das linhas de correntes e isotermas, as regiões com maiores velocidades e maiores gradientes de temperaturas, e assim, prever em qual situação haverá uma maior troca de calor com a superfície quente. Observou-se que, para a faixa do número de Reynolds (Re) estudada, para valores baixos de (Re), predominou-se o efeito da convecção natural e para um valor maior deste, predominou-se o efeito da convecção forçada, independente da faixa do número de Grashof utilizada neste trabalho.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brito, R. F., 1999, "Simulação Numérica da Transferência de Calor e do Escoamento de Fluidos", Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá, M.G., Brasil, 162p.
- Oosthuizon, P.H. e Paul, J.T., 1985, "Mixed Convective Heat Transfer in a Cavity", Proceedings of the 23th National Heat Transfer Conference, Denver, U.S.A., pp. 159-169.
- Ozoe, H., Yamamoto, K., Sayama, H. e Churchill, S. W., 1974, "Natural Circulation in an Inclined Rectangular Channel Heated on One Side and Cooled on the Opposing Side", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 17, pp. 1209-1217.
- Safi, M. J. e Loc, T. P., 1994, "Development of Thermal Stratification in a Two-Dimensional Cavity: a Numerical Study", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, pp. 2017-2024.

PRESENCE OF BAFFLES IN A SHALLOW FLUIDIZED BED HEAT EXCHANGER

Oscar Maurício Hernández Rodriguez Araí Augusta Bernárdez Pécora Waldir Antonio Bizzo Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica CEP 13083-970, Campinas, SP, Brasil. E-mail: arai@fem.unicamp.br

Abstract

The energy recovery has been emphasized in the industrial scenery, once it represents, besides an often significant economy, an advance in the quality of the productive process and a greater concern about the environment, agreeing with an environmental policy which is more active each day. The design of heat exchangers with gas-solid fluidized bed depends also of the previous knowledge of the heat transfer involving the gas-solid system. A heat exchanger with a shallow gas-solid fluidized bed was experimentally studied in order to analyze the energy recovery from solid particles leaving a combustion process. The experiments were carried out in order to verify the influence of presence of baffles and the results showed its influence in the bed temperature and in the suspension-tube heat transfer coefficient. The solid utilized was sand and its inlet temperature at the heat exchanger was about 500°C. An increment of about 55% in the suspension-wall heat transfer coefficient was verified in experiments with the presence of the baffles.

Keywords: Shallow fluidized bed, Suspension-wall heat transfer coefficient, Experimental coefficients, Heat Exchanger, Heat recovery.

1. INTRODUCTION

The great technological development of the last decades has caused a considerable increase in the consumption of energy. Since then, the concern with a more rational usage of the existing energy reservoirs and the search for economically practicable alternative energy sources have been increasing. Energy recovery is been emphasized in the industrial scenery, once it represents, besides an often significant economy, an advance in the quality of the productive process and a greater concern about the environment, agreeing with an environmental policy which is more active each day.

The analysis of literature shows a strongly empiric factor in the study of energy recovery of heated particled solids, requiring experimental results when a heat exchanger is analyzed. The analysis of the suspension-wall heat transfer coefficient along the fluidized bed heat exchanger length, where the fluid-dynamical characteristics between the solid inlet and solid outlet vary considerably, has not been found in literature, although it is an important data when dimensioning such equipment.

Many papers have already been written searching correlations for the prediction of heat transfer coefficients in fluidized beds, however only a few of them have considered the heat recovery from solid particles. A heat exchanger with shallow fluidized bed and immersed heating surfaces was studied by Elliot and Holne (1976), that have recommended its usage

due to the great advantage of not allowing the formation of bubbles, which prejudices the heat transfer. McGraw (1976) has also theoretically and experimentally analyzed the cooling of hot particles by gas in a shallow fluidized bed and a correlation for the gas-particle heat transfer coefficient was proposed.

Brookes and Reay (1982) made a literature review where the various types of heat recovery equipment are described in detail. Considering the features of fluidized bed heat exchangers, the authors mention compact geometry, high heat transfer coefficient, capacity of operating in severe environment with high temperature differences and easy maintenance. When considering limitations, lack of higher understanding of the system and the existence of only a few of industrial examples are mentioned.

Vedamurthy et al. (1990) have formulated generalized analytical correlations, based on experimental data presented in literature, relating the suspension-wall heat transfer coefficient, gas mass flow rate, diameter and pitch of the immersed tubes and size of the particles. The authors have demonstrated that computational models of fluidized bed heat exchangers help in the optimization of geometry and power requirements. With this, the initial investments and operation costs can be simultaneously minimized.

Tardin et al (1997) studied experimental data of a fluidized bed heat exchanger with an immersed tube constructed on a pilot scale. The results were applied to verify the correlations available for the bed-tube heat transfer coefficient. The heat exchanger had four baffles distributed along the longitudinal direction and an immerse horizontal tube. It was designed to recover the heat of the ashes produced by a pilot plant of a 1 MW circulating fluidized bed boiler. According to the authors, the correlations of Molerus et al. (1995) and Andeen and Glickisman (1976) (the latter reaffirmed also by Aihara et al., 1993) presented good approximations with experimental data, with less than a 20% of deviation.

The design of heat exchangers with gas-solid fluidized bed depends also on previous knowledge of heat transfer involving the gas-solid system.

This research shows the experimental study of the influence of the presence of baffles in the performance of a shallow fluidized bed heat exchanger through the experimental obtaining of the bed longitudinal temperature profile.

2. EXPERIMENTAL SET UP

The experimental system was composed basically by the equipment shown in Figure 1. At the beginning of the process there was a bin for the sand particles. The bin was connected to a pneumatic valve, which was used to feed the fluidized bed combustor where the sand particles were heated. The hot solid material discharge leaving the combustor was controlled through a conic feeding valve. The hot solids from the combustion chamber fed the heat exchanger with shallow fluidized bed. After the heat recovery process, the cold solid material left the heat exchanger towards a solid material reservoir.

The temperatures along the heat exchanger length and in the combustor were measured through thermocouples connected to a data acquisition system. The pressure measurements, concerning the measures of gas flow rate and pressure drop inside the fluidized bed, were obtained through a workbench of U tubes. Figure 1 shows a the experimental set up.

The shallow fluidized bed heat exchanger is the subject of this research. It was made of carbon steel with five (5) copper tubes where the water flowed and it was composed of plenum, distributor plate, shell and hood, as shown in Figure 2.



Figure 2-Heat exchanger without baffles

The first half of tests was accomplished in a heat exchanger without baffles and the second half in a heat exchanger with five baffles distributed along the longitudinal direction (Figure 3).

In each experiment the gas, solid and water mass flow rate were measured, together with the temperature profile along the heat exchanger. The experiments were performed according to a 2⁴ factorial planning, in order to study the effect of the parameters: particle diameter (d_p), gas mass flow rate (\dot{m}_g), solids mass flow rate (\dot{m}_s) and presence of baffles, on the suspension-wall heat transfer coefficient. A total of 16 experiments was performed, besides some replicates. The parameters set in each test are presented in Table 1.



Figure 3 – View of the heat exchanger with baffles

The experimental data were obtained when the system reached the steady state identified through the constant solids, air and water mass flow rates and through the verification of the thermal balance between the heat exchanger and vicinities. For all the tests, the mass flow rate of water, inside the tubes, was maintained constant (220 kg/h).

		d _p [μm]	ṁg [kg/h]	ḿ _s [kg/h]			d _p [μm]	ṁg [kg/h]	\dot{m}_{s} [kg/h]
No Baffles	1	254	46	80		9	254	46	80
	2	254	50	80		10	254	50	80
	3	254	46	50	70	11	254	46	50
	4	254	50	50	fle	12	254	50	50
	5	385	46	80	Baf	13	385	46	80
	6	385	50	80		14	385	50	80
	7	385	46	50		15	385	46	50
	8	385	50	50		16	385	50	50

Table 1 - Organization of the experimental data

The experimental uncertainties depend on the longitudinal position where the measure was taken and they were obtained according to Holman (1994). More information regarding the experimental setup and the uncertainty analysis can be found in Rodriguez (1998).

3. SUSPENSION-WALL HEAT TRANSFER COEFFICIENT

Using the experimental data obtained, a methodology to obtain the suspension-wall heat transfer coefficient was developed based on the experimental measures of temperature of the fluidized bed along the exchanger $(T_{b,x})$.

Considering the counterflow between the bed and the water flowing inside the immersed tubes, the following temperature profiles were expected, at steady state, for a heat exchanger of length L (Figure 4):



Figure 4 - Profiles of temperatures of the Bed and of the water inside the tubes

Supposing that there is no exchange of heat with the vicinities of the heat exchanger, the energy balance for step n, with length of Δx , provides:

$$\dot{q}_{n} = \dot{m}_{b} \cdot c_{b} \cdot \left(T_{b_{n}} - T_{b_{n+1}}\right) = -\dot{m}_{w} \cdot c_{w} \cdot \left(T_{w_{n+1}} - T_{w_{n}}\right)$$
(1)

and

$$\dot{\mathbf{q}}_{n} = \overline{\mathbf{U}}_{n} \cdot \left(\mathbf{n}_{t} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{d}_{t} \cdot \Delta \mathbf{x}\right) \cdot \mathbf{L} \mathbf{M} \mathbf{D} \mathbf{T}_{n} \quad (2)$$

where $\dot{m}_b c_b \cong \dot{m}_s c_s$.

The energy balance described in Equation (1) allows the water temperature profile $(T_{w,x})$ to be obtained in the exchanger.

The average logarithmic difference of the temperature in the interval "n" can be then calculated:

$$LMDT_{n} = \frac{(T_{b_{n}} - T_{w_{n}}) - (T_{b_{n+1}} - T_{w_{n+1}})}{Ln \frac{(T_{b_{n}} - T_{w_{n}})}{(T_{b_{n+1}} - T_{w_{n+1}})}}$$
(3)

The substitution of this value in Equation (2) allows the average heat transfer global coefficient in step n, \overline{U}_n , to be obtained.

Neglecting the thermal resistance to the tube wall and fouling deposits, the average suspension-wall heat transfer coefficient, \overline{h}_{b_n} , at interval n, is given by:

$$\frac{1}{\overline{U}_n} = \frac{1}{\overline{h}_{b_n}} + \frac{1}{\overline{h}_{w_n}}$$
(4)

where the coefficient of heat transference to the water flowing inside the tubes, \overline{h}_{w_n} , can be calculated by classic correlations existing in literature.

Experimental methodology to obtain the suspension-wall heat transfer coefficient is based on the hypothesis of practically instantaneous thermal equilibrium between the fluidizing gas and the solid particles. The mechanism of heat transfer between gas and solid particles shows that the thermal balance happens quickly and just some millimeters of bed height are necessary for gas and solids to reach the same temperature. Therefore, for shallow fluidized beds, operating with small particles diameters (dp <1 mm), the hypothesis of gassolid thermal equilibrium is quite reasonable and such hypothesis was verified experimentally (Molerus, 1997).

4. RESULTS AND DISCUSSION

4.1 Temperature profiles:

The influence of the presence of baffles, in the bed temperature profile, can be visualized in the Figure 5 (tests 3 and 11). It was noticed that the bed temperature was lower in the heat exchanger with baffles, what can be attributed to an increment in the suspension-wall heat transfer coefficient due to the presence of baffles.



Figure 5 - Profiles of temperature in function of the presence of baffles

4.2 Profiles of suspension-wall heat transfer coefficient

Analyzing Figure (6), the existence of a profile of the suspension-wall heat transfer coefficient along the heat exchanger can be noticed. For the heat exchanger without baffles the values of the suspension-wall heat transfer coefficient experimentally obtained were lower than the ones predicted by the correlations (Fig. 6-a). However for the heat exchanger with baffles, values of the suspension-wall heat transfer coefficient closer or larger than those foreseen by the correlations of literature were verified (Fig.6-b). Such results depicts an inadequacy of the correlations to the studied shallow bed. For all of the tests performed, a relatively small value of the suspension-wall heat transfer coefficient was noticed in the second measure done in the bed, this result may be attributed to an incorrect positioning of the thermocouple.



Figure 6 - Average suspension-tube heat transfer coefficient along the heat exchanger; a) Heat exchanger without baffles; b) Heat exchanger with baffles.

Figure 7 shows the influence of the presence of baffles in the suspension-wall heat transfer coefficient. Larger coefficients were observed in the heat exchanger with baffles showing that a more compact equipment can be constructed when baffles are introduced on the fluidized bed. Such result reaffirms the liquid-like behavior of the shallow fluidized bed.



Figure 7 - Average suspension-tube heat transfer coefficient, along the heat exchanger, in function of the presence of the baffles

The uncertainty in the h_b results were about 2% at x/L around 0.11 and about 12% at x/L around 0.87. This behavior is a function of the bed temperature profile that showed smaller gradients for x/L greater than 0.5.

5. CONCLUSIONS

The analysis of the experimental date resulted in the following conclusions:

- It was observed that the bed temperature profile presented itself as a decreasing assynthotic curve
- The plug-flow of the shallow fluidized bed was observed, to have particled solid movement in a horizontal direction, towards the exchanger solids output.
- There was a decreasing assynthotic profile of the suspension-wall heat transfer coefficient in the shallow bed.
- For the heat exchanger without baffles, the suspension-wall heat transfer coefficients calculated through experimental data were lower than the predicted by literature correlations and for the heat exchanger with baffles they were closer or larger than those foreseen them by the correlations. Such results depict that correlations of literature were not adequate for the considered system.
- The increment in the heat transfer coefficient was significant with the addition of baffles (55% on average). Such behavior, quite significant, has not yet been verified in literature.

6. ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to acknowledge FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), process 97/12684-7, for financially supporting this research.

7. REFERENCES

- Aihara, T., Maruyama, S., Tanaka, K., Yamaguchi, J., 1993, "Heat Transfer and Fluidization Characteristics of a High-Temperature Shallow Fluidized Bed" Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 6, pp. 282-291.
- Andeen, B.R., Glicksman, L.R., 1976, "Heat Transfer to Horizontal Tubes in Shallow Fluidized Beds" Asme-Aiche Heat Transfer Conference, Missouri, ASME paper 76-HT-67.
- Brookes, G., Reay, D. A., 1982, "Comparative Merits of Heat Recovery Equipment" Heat Recovery Systems, Vol. 2, n. 1, pp. 31-36.
- Elliot, D.E., Holme, B.G., 1976, "Fluidized Bed Heat Exchangers" Institute of Chemical Engineers , U.K.
- Holman, J.P., 1994, "Experimental Methods for Engineers", MacGraw-Hill, New York, 616p.
- McGraw, D.R., 1976, "Heat Transfer In Shallow Cross Flow Fluidized Bed Heat Exchangers" International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 19, pp. 665-671.
- Molerus, O., 1997, "Particle-to-Gas Heat Transfer in Particle Beds at Pecklet Number Pe ≤ 10" Powder Technology, Vol. 90, pp. 47-51.
- Molerus, O., Burschka, A., Dietz, S., 1995, "Particle Migration at Solid Surfaces and Heat Transfer in Bubbling Fluidized Beds II. Prediction of Heat Transfer in Bubbling Fluidized Beds" Chemical Engineering Science, Vol. 50, n. 5, pp. 879-885.
- Rodriguez, O.M.H, 1998, "Heat recovery study from particulate solids using a shallow fluidized bed", Master Thesis (in Portuguese), College of Mechanical Engineering, Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, Brazil, 180p.
- Tardin Jr, P. R., Goldstein Jr, L., Casavechia, L. C., 1997, "An Investigation on Heat Transfer in an Industrial Fluidized Bed Heat Exchanger" Proceedings, XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering, dez 8-12, Bauru.
- Vedamurthy, V. N., Janakirajan, T., Natarajan, S., Sarathy, C. P., 1990, "Optimization of the Controlling Design Parameters of Fluidized Bed Gas-Solid Heat Exchangers" Mathematical Computing Modelling, Vol. 14, pp. 832-836.

ESTUDO DE REDUÇÃO DO TEMPO NO PROCESSO DE RESFRIAMENTO DE BOBINAS DE ALUMÍNIO

Pedro Magalhães Sobrinho

Paulo Magalhães Filho

UNESP- Universidade Estadual Paulista, Departamento de Energia, Guaratinguetá, SP, Brasil, 12500–000, E-mail: sobrinho@feg.unesp.br

Resumo

Neste trabalho avalia-se o processo de resfriamento de bobinas de alumínio de peso aproximado igual a 9 toneladas. O resfriamento é uma etapa do processo produtivo que, dependendo da forma em que é realizado, pode ser demorado. Neste estudo, propõe-se alternativas para reduzir em 50% o tempo gasto nesta etapa. Faz-se uma análise teórica do processo de resfriamento e, a partir de uma modelagem experimental em escala 1:8, são obtidas soluções que se mostraram adequadas quando da aplicação de escala 1:1. Apresenta-se resultados comparativos do comportamento térmico da bobina, face a diferentes condições de insuflamento do ar de resfriamento, avaliando-se a possibilidade dele ser usado nas condições ambientes. Para cada caso apresenta-se as relações de potência e vazão do ventilador, a serem empregadas.

Palavras-chave: Alumínio, Transferência de Calor, Resfriamento

1. INTRODUÇÃO

O estudo visa propor uma solução destinada à redução do tempo de resfriamento de bobinas de alumínio em um determinado processo de laminação. Através de um trabalho de parceria entre a ALCAN Alumínio do Brasil e a UNESP - Campus de Guaratinguetá, criou-se a oportunidade, do desenvolvimento do estudo, buscando encontrar uma otimização no processo de produção, já que os procedimentos até então empregados, não mais satisfaziam as crescentes necessidades da empresa.

O conjunto estudado é composto de um carretel, no qual, é enrolada a chapa de liga de alumínio ASTM 3004, que, possui características na faixa de temperatura de estudo, entre 40 a 380 °C, segundo Metals (1979) e Aluminum (1984), tais como; condutividade térmica em função da temperatura (k_{al}) = 148,395+(8,311 x 10⁻²)T– (1,147 x 10⁻⁴) T² [W/mK]; calor específico (Cp_{al}) = 892 [J/kgK]; massa específica (ρ_{al}) = 2707 kg/m³. As dimensões da bobina são (ALCAN,1999); diâmetro externo (d_{eB}) = 1,7 m; diâmetro interno (d_{eB}) = 546,1 x 10⁻³ m; comprimento (L_B)= 1,6 m.

As características do carretel, cujo material é de aço centrifugado, são(ALCAN,1999); diâmetro externo (d_{Ee}) = 546,1 x 10⁻³ m; diâmetro interno (d_{Ie}) = 508 x 10⁻³ m; espessura (e_E) = 19,05 x 10⁻³ m; comprimento (L_E) = 2,050 m; coeficiente de condutividade térmica ($k_{aço}$) = 43 [W/mK]; calor específico ($C_{p aço}$)= 473 [J/kg K]; massa específica [kg/m³] ($\rho_{aço}$) = 7800 [kg/m³].

2. ESTIMATIVA DO COEFICIENTE DE PELÍCULA

Para a determinação da quantidade de calor armazenada, considera-se a faixa de temperatura do estudo, temos:

- Para o carretel:

$$Q_e = \rho_{aco} V_E C p_{aco} (T_m - T_a)$$
⁽¹⁾

onde: Q_e = quantidade de calor do carretel [W] T_a = temperatura ambiente [°C] T_m = temperatura do material [°C] V_E = volume do carretel [m³]

e para a bobina;

$$Q_b = \rho_{al} V_B C p_{al} (T_m - T_a)$$

onde: Q_b = quantidade de calor da bobina [W] V_B = volume da bobina [m³]

Substituindo os valores considerados, tem-se como quantidade de calor armazenada por conjunto carretel - bobina , 2,7588 x 10^9 [J].

(2)

Utilizando um modelo por análise concentrada, estamos admitindo que a resistência térmica interna a transmissão de calor por condução do sistema é tão pequena que a temperatura dentro do sólido é praticamente uniforme em qualquer instante. Essa simplificação se justifica quando a resistência térmica externa entre a superfície do sistema e o meio envolvente, é tão grande, comparada à resistência térmica interna do sistema, que a primeira controla o processo de transmissão de calor. Para tal devemos ter o número de Biot (Arpaci, 1966), igual a:

$$\frac{h\left(\frac{V}{A}\right)}{k} < 0,1 \tag{3}$$

onde:

A = área $[m^2]$ h = coeficiente de película $[W/m^2 \circ C]$ k = coeficiente de condutividade térmica [W/mK]V=volume $[m^3]$.

Analisa-se então, separadamente o conjunto carretel-bobina.

Considerando, para a bobina, que a direção principal da troca de calor é no sentido radial, a superfície de troca será então, $A_B = 8,545 \text{ m}^2$. Substituindo os dados na equação (3), e observando a faixa de temperatura de 313K (40°C) a 653 K (380 °C), tem-se para a temperatura de fim de processo 313K, h_{313K} <42,81W/m² °C, e para a temperatura de início de processo 653K, h_{653K} <40,34 W/m² °C. Comparando os coeficientes de película encontrados, verifica-se que a situação mais crítica encontra-se no final do processo.

Para o carretel, a direção principal da troca de calor é também no sentido radial e a superfície de troca será então, $A_E = 3,272 \text{ m}^2$. Da equação (3), tem-se que; h<217,594 W / m² °C.

Com base nos cálculos apresentados, pode-se afirmar que, qualquer valor do coeficiente de película, inferior a 40,342 W/m² °C para a superfície da bobina, satisfaz a condição do estudo do modelo por análise concentrada. Esse modelo considera duas situações independentes, para o aço e para o alumínio. Tem-se as trocas de calor representadas pela equação (4):

$$q = h A \left(T - T_{\infty} \right) = -C_{p} \rho V \frac{\partial T}{\partial \zeta}$$
(4)

onde:

 C_p =calor específico [J/kg K] q = quantidade de calor [J] T = temperatura as superfície [K] T_{∞} = temperatura do fluxo de ar [K]

Cuja solução é dada por :

$$\frac{\mathbf{T} - \mathbf{T}_{\infty}}{\mathbf{T}_{0} - \mathbf{T}_{\infty}} = \mathbf{e}^{-\mathbf{D}}$$
(5)

onde:

T_o =temperatura inicial [K]

$$D = \frac{h A \zeta}{\rho C_{p} V}$$
(6)

onde: $\zeta = n$ úmero de horas [h]

resultando em :

$$h = \frac{-\rho C_{p} V}{A\zeta} \left(ln \frac{T - T_{\infty}}{T_{o} - T_{\infty}} \right)$$
(7)

3. PROPOSTAS PARA REDUÇÃO DO TEMPO DE RESFRIAMENTO

As características encontradas para o sistema de resfriamento existente na planta industrial, consistem de: seis ventiladores; vazão nominal do ventilador: 88.781 Nm³/h; velocidade de descarga nominal: 20 m/s; disposição dos ventiladores: axial ao conjunto de uma fila de bobinas.

Com o objetivo da redução do tempo de resfriamento estuda-se alternativas, que são propostas a seguir:

- a) Diminuição da temperatura de insuflamento do ar sobre a superfície de resfriamento das bobinas
- b) Aumento da velocidade de passagem do ar pela superfície de resfriamento das bobinas

3.1-Diminuição da temperatura de insuflamento do ar sobre a superfície de resfriamento das bobinas

Utilizando a equação 7, variando o valor da temperatura de insuflamento do ar (T_{∞}) , e alternando as propriedades para o aço e para o alumínio, obteve-se as curvas de

comportamento do coeficiente de película nas condições de 20 horas e 8 horas, apresentadas na Figura 1.

3.2) Aumento da velocidade de passagem do ar pela superfície de resfriamento das bobinas

Para análise desta condição, fez-se necessário a coleta de dados na planta industrial, onde o processo de resfriamento se caracterizava por filas de 4 bobinas. A estimativa do valor do coeficiente de película, baseia-se em situações médias, encontradas para a bobina mais próxima do ventilador (bobina 1) e a última bobina da fila, conforme descrito a seguir:



Figura 1: Influência da temperatura de insulflamento do ar no coeficiente de película, na situação de 20 horas e de 8 horas

- Condição do ar dentro do carretel (bobina 1) : Pr = 0,7; velocidade no interior (V_{ar e1}) = 16,58 m/s; coeficiente de condutividade térmica (k_{ar}) = 0,027 W/m °C; calor específico (C_{p ar}) = 1006,5 J /kg K; massa específica (ρ_{ar}) = 1,13 kg / m³; temperatura na entrada do carretel (t_{eE}) = 33,6 °C; temperatura na saída do carretel (t_{eS}) = 36,2 °C; viscosidade cinemática (ν_{ar}) = 16,95 x 10⁻⁶ m²/s.

Assim para a situação, tem-se; Re = 4,97 x 10^5 e $\frac{L_E}{d_{iE}}$ = 4,035.

Sendo o número de Nusselt dado por Allen e Eckert (1964):

Nu_d = 0,036 Re_d^{0,8} Pr^{$$\frac{1}{3}$$} $\left(\frac{d_{iE}}{L_E}\right)^{0,055}$ = 1080,27 (8)

(9)

ou por Dittus e Boelter $Nu_d = 0,023 Re_d^{0,8} Pr^{0,3} = 745,2$

Considerar-se-á o menor valor, $Nu_d = 745.2$, assim,

$$Nu_{d} = \frac{hd_{iE}}{k_{rr}}$$
(10)

Substituindo os dados considerados na equação (10), temos $h = 39.6 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$.

- Condição do ar dentro do carretel (última bobina): velocidade no interior do carretel (V_{aren})= 9,8 m/s; t_{eE} =35,8 °C; t_{eS} = 36,8 °C.

Assim, considerando os demais dados anteriores como constantes, tem-se para a situação; Re = 2,93 x 10⁵. Substituindo os valores nas equações (8), (9) e (10), tem-se:, h = 26 W/m² °C.

Tanto na situação da bobina 1 quanto da última bobina, o coeficiente de película está abaixo do valor limite para a modelagem concentrada, conforme mostrado no item 2.

A vazão de ar que passa no interior do carretel determina-se pela equação (11):

$$m_{ar} = \frac{V_{are1} + V_{aren}}{2} \times S_{iE} \times \rho_{ar}$$
(11)

onde:

m_{ar} = vazão mássica de ar [kg/s]

Substituindo, tem-se a vazão de 2,7 Nm³/s. Como a vazão do ventilador é de 24,7 Nm³/s, restam 22,0 Nm³/s, os quais passam pela parte de fora das bobinas. Considerar-se-á então, para efeito de cálculo de Reynolds, uma região cilíndrica com diâmetro externo de 2,3 m envolvendo a bobina.

-Condição para a bobina 1:

Os mesmos valores das grandezas utilizados no cálculo do escoamento no interior do carretel; velocidade na bobina 1 ($V_{ar b1}$) = 8,67 m/s e, consequentemente, Re = 3,07 x 10⁵, substituindo os valores nas equações (8), (9) e (10), tem-se Nu_d = 508,3 e h = 22,87 W /m²K.

-Condição para a última bobina:

Para a última bobina, temos: $V_{ar bn} = 2,83$ m/s, portanto, Re = 1,00 x 10⁵, Nu_d = 206,7 e h= 9,3 W / m²K.

Verifica-se que para a situação que se deseja, ou seja diminuir o tempo de resfriamento, é necessário aumentar o coeficiente de película para atingir o objetivo desejado.

Visando determinar a melhor maneira de insulflamento de ar na bobina, foi desenvolvido um banco de ensaio, adaptado de forma a se conseguir uma condição apropriada para atender os modelos em escala 1:8. Empregou-se para a obtenção dos resultados experimentais os seguintes equipamentos: anemômetro, placa de orifício, termopares do tipo cobre-constantan, termômetro digital e cronômetro. Os testes foram realizados em bancada conforme norma AMCA/ANSI -STANDART -210/74.

Para o monitoramento da temperatura tomou-se a temperatura de 5 pontos em cada bobina. Os pontos foram dispostos da seguinte maneira: um na superfície da bobina, dois próximos ao carretel e dois no centro da bobina.

Definiu-se que, o estudo do resfriamento seria subdividido nos seguintes casos; resfriamento com a bobina dentro de um bocal (metade da bobina dentro do bocal); resfriamento com a bobina afastada do bocal (completamente fora do bocal); resfriamento com a bobina invertida ao eixo (posição de mesmo eixo longitudinal ao bocal).

Os resultados obtidos nos ensaios são apresentados nas Figuras 2 e 3, em valores de temperatura de superfície da bobina.

4. CÁLCULO DE PARÂMETROS PARA EMPREGO DAS SOLUÇÕES ESTUDADAS

4.1. Vazão de ar necessária por bobina

Empregando a equação (12), com a temperatura de saída do ar após a passagem pela bobina (t_{ars})=36,2°C (valor real obtido no local, após a primeira bobina), variando o tempo de

resfriamento (ζ) entre 8 e 16 horas, e a temperatura do ar de insuflamento entre 25 e 34,5 °C, tem-se os resultados apresentados na Figura 2.

(12)



Figura 2: Tempo de resfriamento comparativo (superfície) entre bobina afastada x bobina encostado no bocal.



Figura 3: Comparativo do tempo de resfriamento (superfície) nas condições de bobina invertida x bobina frontal ao fluxo



Figura 4: Vazão de ar em função da temperatura do ar de insulflamento para tempos diferenciados de resfriamento

4.2. Potência do ventilador

A massa de ar que passa por dentro do carretel é 7,2 % da massa total de ar de resfriamento. Portanto $m_{ar T} = 1,072 m_{ar}$.

Serão considerados no cálculo os seguintes dados; pressão estática (H_{est}) = 30 [mmCA]; rendimento do ventilador (η_v) = 65 %; pressão dinâmica = 20,38 [mCAr]; V = 20 [m/s] (velocidade do ar na saída do ventilador); pressão total (H_{total}) = 50 [mmCA].

Então a potência necessária para o ventilador será dada por:

Pot =
$$\frac{\rho \times g \times m_{ar} (H_{total}) \times 1,072}{736 \times \eta_{v}} [cv]$$
(13)

substituindo, tem-se os resultados são apresentados na Figura 5.

5.CONCLUSÃO

O análise teórica efetuada, baseada em um modelo concentrado, para a situação encontrada na planta industrial se apresentou indicada, e considerada de grande importância no estudo de viabilidade, visando a modificação do projeto do sistema de resfriamento a ser desenvolvido posteriormente.

A análise experimental demonstra a importância de se realizar estudos em modelos reduzidos, otimizando custos e o tempo, demostra também que, a distância entre a bobina e o bocal é um fator importante no rendimento, mesmo que, esta distância seja pequena, bem como, o posicionamento da bobina em relação ao fluxo de ar, o qual, também determina o rendimento do processo de resfriamento.

É importante salientar que o estudo apresentado serviu de base para uma importante modificação no processo de produção da empresa, reduzindo o tempo real de resfriamento em cerca de 50% do tempo anterior.



Figura 5: Potência do ventilador em função da temperatura de insulflamento

6. REFERÊNCIAS

- ALCAN Alumínio do Brasil S.A., 1999, Informações coletadas pelo autor.
- Allen, R.W., Eckert, E.R.G., 1984, "Friction and heat transfer measurement to turbulent pipe flow of water (Pr =7 e 8) at uniform wall heat flux", J. Heat Transfer, ser.c, v 86, pp 301.
- Aluminum-Properties and Physical Metallurgy, 1984, American Society for Metals, Metals Park, Ohio.
- Arpaci, V.S., 1966, "Conduction heat transfer", Massachusetts: Addison Willey Publishing.
- Holman, J. P,1983,"Transferência de Calor", São Paulo: Mc Graw Hill do Brasil.
- Kreith, F,1977,"Princípios da transmissão de calor", 3 ed, : Edgard Blucher, São Paulo.
- Mavey,G.E,1971,"Heat transfer in coiled strip", Alcan International Ltd Baundury Laboratory Progress, Report n. BP PH 14/71, November.
- Metals Handbook, 1979, Properties an nonferrous alloys and pure metals, 9 ed., v. 2, American Society for Metals.
- Sonntag, R. E., Van Wyley, G. J.,1998,"Introduction to thermodinamics: classical and statistical",: J. Wiley, New York.
CONVECÇÃO INTERNA TRANSIENTE COM DIFUSÃO AXIAL: SOLUÇÃO VIA TRANSFORMADA INTEGRAL E FILTRO EM REGIME PERMANENTE

Gondim, Romberg Rodrigues

Universidade Federal da Paraíba - CT/DTM, Campus I, Laboratório de Energia Solar Cx. P. 5115 – CEP 58051-970 – João Pessoa, PB, Brasil. E-mail: romberg@les.ufpb.br **Cotta, Renato Machado**

Laboratório de Transmissão e Tecnologia do Calor - Engenharia Mecânica, EE/COPPE/UFRJ Universidade Federal do Rio de Janeiro, Cx. P. 68503 - CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ. E-mail: cotta@serv.com.ufrj.br

Resumo

O problema de convecção forçada transiente entre placas paralelas é resolvido para um escoamento completamente desenvolvido e em desenvolvimento térmico, considerando-se a presença do termo de difusão axial na equação da energia. A análise realizada utiliza a Técnica da Transformada Integral Generalizada com dupla transformação e uma solução filtro puramente difusiva em regime permanente. Esta simulação permite uma avaliação da variação do número de Peclet na situação transiente, como também reproduz os resultados disponíveis na literatura para o caso mais crítico computacionalmente de número de Peclet infinito.

Palavras-chave: Convecção Transiente, Transformada Integral, Difusão Axial, Solução Filtro

1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção forçada transiente tem sido objeto de interesse em muitas pesquisas, devido a sua crescente importância prática na engenharia, em particular no controle ativo de equipamentos térmicos. A literatura se mostra bastante vasta em soluções e simulações para convecção forçada no interior de dutos para situações em regime permanente (Shah & Bhatti, 1987), em particular para escoamentos laminares. Soluções analíticas e/ou puramente numéricas para regime permanente encontram-se facilmente disponíveis para uma série de situações de interesse prático. Os problemas transientes por sua vez ainda apresentam desafios e motivações tanto sob o ponto de vista da proposição de algoritmos de solução quanto de interpretação física.

Dentre os problemas de convecção forçada transiente tratados na literatura recente, as situações de perturbações abruptas ou periódicas de alta frequência nas condições de entrada e de contorno dos canais representam casos-teste de difícil tratamento analítico e computacional. Na presente breve revisão citamos apenas algumas contribuições que utilizaram variações e combinações de métodos analíticos e numéricos nos últimos anos,

como a combinação de Transformada Integral e Transformada de Laplace (Cotta&Ozisik, 1986, Kim et al., 1990, Macedo & Quaresma, 1997), Transformada Integral no domínio complexo (Cotta & Ozisik, 1986b, Guedes et al., 1989, Kakaç et al., 1990, Santos et al., 1995), Diferenças Finitas com esquema *upwind* modificado (Cotta et al., 1986), e Transformada Integral combinada a Diferenças Finitas(Cotta & Gerk, 1994, Santana et al., 1999).

Mais recentemente, tem-se utilizado a Técnica da Transformada Integral Generalizada – G.I.T.T. (Cotta, 1993, Cotta, 1998), como ferramenta de solução híbrida analítico – numérica, em que a idéia básica consiste na transformação de um sistema de equações diferenciais parciais num sistema de equações diferenciais ordinárias, eliminando a dependência espacial em formulações transientes. Tem-se então a vantagem de não requerer geração de malha em relação aos métodos numéricos clássicos e de permitir um controle sobre o erro relativo dos resultados, estabelecido *a priori* e controlado automaticamente.

No presente trabalho busca-se a solução do problema de convecção forçada transiente diretamente via Transformada Integral, por transformação dupla da equação de energia para o problema bidimensional em geometria de placas paralelas. O termo de difusão longitudinal de calor é mantido na equação de energia para escoamento laminar completamente desenvolvido hidrodinâmicamente e em desenvolvimento térmico, e a solução completa do problema é encontrada com a utilização da Técnica da Transformada Integral Generalizada - GITT (Gondim, 1997). Apresenta-se uma análise de convergência das expansões duplas propostas numa ampla faixa do número de Peclet. Esta formulação mais geral também permite um estudo mais aprofundado sobre os valores do número de Peclet adotados como critério de emprego ou não do termo de difusão axial na equação de energia para a situação transiente.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

É analisado um escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido no interior de um duto de placas paralelas, submetido a convecção forçada transiente em desenvolvimento térmico. Considera-se o escoamento incompressível, as propriedades físicas constantes e os efeitos de dissipação viscosa, convecção livre e conjugação com a parede desprezíveis.

O sistema em estudo é constituído por um duto de placas paralelas infinitas na largura, de comprimento L^* , no interior do qual escoa um fluido newtoniano. O sistema assim definido está inicialmente em equilíbrio térmico a uma temperatura T_o . É então provocada uma perturbação em degrau na temperatura de entrada do fluido no canal, T_e . As paredes são sólidas, impermeáveis e são mantidas à temperatura T_o . O escoamento laminar e completamente desenvolvido ocorre na direção x sendo simétrico em relação a y, conforme mostrado na fig. 1.



Figura 1 - Sistema de coordenadas e geometria do problema

2.1 Adimensionalização do Problema

Considerando os grupos adimensionais:

$$x = \frac{x^{*}/b}{Re Pr} = \frac{x^{*}}{bPe}; \quad y = \frac{y^{*}}{b}; \quad u = \frac{u^{*}}{4u_{av}}; \quad t = \frac{\alpha t^{*}}{b^{2}}; \quad L = \frac{L^{*}/b}{Re Pr};$$
$$T = \frac{T^{*} - T_{o}}{T_{e} - T_{o}}; \quad Re = \frac{u_{av} 4b}{v}; \quad Pr = \frac{v}{\alpha}; \quad Pe = Re Pr = \frac{u_{av} 4b}{\alpha}$$
(1)

onde T^{*} representa o campo de temperatura, u^{*} a velocidade (longitudinal), α a difusividade térmica, x^{*} a coordenada longitudinal, y^{*} a coordenada transversal e t^{*} o tempo.

O problema é definido matematicamente pelo sistema diferencial parcial a duas dimensões espaciais:

$$\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} + u(y) \cdot \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} + \frac{1}{Pe^2} \cdot \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2}; \quad 0 < y < 1, x > 0, t > 0$$
(2)

$$T(x, y, 0) = 0$$
 , $x \ge 0$, $0 \le y \le 1$ (3)

$$T(0, y, t) = 1, T(L, y, t) = 0, t > 0 , 0 \le y \le 1 (4, 5)$$

$$\frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y} = 0, \qquad T(x,1,t) = 0, \qquad t > 0 \quad , \quad x \ge 0$$
(6,7)

onde Re, Pr, Pe, u_{av} e v representam o número de Reynolds, o número de Prandtl, o número de Peclet, a velocidade média e a viscosidade cinemática do fluido, respectivamente.

3. TRANSFORMAÇÃO DO PROBLEMA

Com o intuito de acelerar a convergência das expansões em autofunções, separa-se o potencial T(x,y,t), da Eq. (2), da seguinte forma:

$$T(x, y, t) = \theta(x, y, t) + F(x, y)$$
(8)

onde F(x,y) é solução de um problema difusivo em regime permanente, funcionando como filtro para homogeneizar as condições de contorno do problema original, e $\theta(x, y, t)$ é o novo potencial a ser determinado via transformação integral.

3.1 Cálculo do Filtro F(x,y)

Para determinar F(x,y) apoia-se no seguinte problema de difusão em regime permanente:

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2} + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2} = 0 ; \quad F(0,y) = 1, \quad F(L,y) = 0, \quad 0 \le y \le 1$$
(9,10,11)

$$\frac{\partial F(x,0)}{\partial y} = 0, \qquad F(x,1) = 0, \qquad x > 0$$
 (12,13)

A solução para o filtro transformado e sua inversão foram encontradas com o auxílio da Técnica da Transformada Integral Clássica, em Gondim (1997), e são dadas por:

$$\overline{F}_{g}(x) = \overline{f}_{g} e^{-(Pe\beta_{g}x)}; \quad F(x,y) = \sum_{g=1}^{\infty} \widetilde{Y}_{g}(y) \overline{f}_{g} e^{-(Pe\beta_{g}x)}; \quad \text{onde, } \overline{f}_{g} = \frac{(-1)^{g+1}}{NY_{g}^{1/2}\beta_{g}}.$$
(14, 15, 16)

3.2 Aplicação da Solução Filtro

Aplicando o Filtro (8) nas eqs. (2-7), tem-se:

$$\frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial t} + u(y) \quad \frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta(x,y,t)}{\partial y^2} + \frac{1}{Pe^2} \quad \frac{\partial^2 \theta(x,y,t)}{\partial x^2} + G(x,y)$$
(17)

$$\theta(x, y, 0) = -F(x, y)$$
, $\theta(0, y, t) = 0$, $\theta(L, y, t) = 0$ (18,19, 20)

$$\frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial y} \bigg|_{y=0} = 0, \qquad \theta(x, 1, t) = 0, \text{ onde,} \quad G(x, y) = -u(y) \quad \frac{\partial F(x, y)}{\partial x}$$
(21,22,23)

3.3 Transformação do Problema na Direção "y"

Para resolver a Eq.(17), usando a Técnica da Transformada Integral Generalizada, GITT, é necessário como primeiro passo, definir um problema auxiliar de autovalor, o qual fornecerá a autofunção usada para propor a expansão do potencial:

$$\frac{d^2 \tilde{Y}_g(y)}{dy^2} + \beta_g^2 \tilde{Y}_g(y) = 0; \ 0 < y < 1; \ \frac{d \tilde{Y}_g(0)}{dy} = 0; \ \tilde{Y}_g(1) = 0$$
(24,25,26)

onde $\,\widetilde{Y}_{g}\,$ e $\beta_{g}\,$ são as autofunções normalizadas e os autovalores, Gondim (1997).

Escreve-se a função $\theta(x, y, t)$ como uma expansão que tem como base as autofunções oriundas do problema de autovalor, onde $\overline{\theta}_n(x, t)$ é uma função desconhecida que depende de x e t. Usando o operador $\int_0^1 \widetilde{Y}_n(y) dy$ e observando-se a propriedade de ortogonalidade do problema auxiliar, obtém-se o par de fórmulas, Transformada – Inversa, respectivamente:

$$\overline{\theta}_{n}(x,t) = \int_{0}^{1} \widetilde{Y}_{n}(y) \theta(x,y,t) dy; \qquad \theta(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \widetilde{Y}_{n}(y) \overline{\theta}_{n}(x,t)$$
(27,28)

Operando a Eq.(17) com o operador $\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) dy$ e aplicando a Eq. da Inversa (28) a cada termo, a equação filtrada fica transformada no sistema diferencial parcial:

$$\frac{\partial \overline{\theta}_{n}(x,t)}{\partial t} + \sum_{m=1}^{\infty} A \mathbf{1}_{nm} \frac{\partial \overline{\theta}_{m}(x,t)}{\partial x} = -\beta_{n}^{2} \overline{\theta}_{n}(x,t) + \frac{1}{Pe^{2}} \frac{\partial^{2} \overline{\theta}_{n}(x,t)}{\partial x^{2}} + \overline{G}_{n}(x)$$
(29)

onde:

$$A1_{nm} = \int_{0}^{1} \widetilde{Y}_{n}(y) \widetilde{Y}_{m}(y) u(y) dy, \ e, \ \overline{G}_{n}(x) = -\int_{0}^{1} u(y) \widetilde{Y}_{n}(y) \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} dy$$
(30,31)

E, transformando a condição inicial (18) e as condições de contorno (19,20):

$$\overline{\theta}_n(\mathbf{x},0) = -\overline{\mathbf{f}}_n e^{-(\operatorname{Pe}\beta_n \mathbf{x})}; \qquad \overline{\theta}_n(0,t) = 0; \qquad \overline{\theta}_n(L,t) = 0 \qquad (32,33,34)$$

3.4 Transformação na Direção Longitudinal e Reordenamento das Expansões Duplas

Objetivando a simplificação da análise matemática, e uma melhor performance no código computacional, faz-se uma mudança de variável no domínio de x, considerando um truncamento do duto, numa posição suficientemente afastada da entrada (L):

$$\xi = \frac{x}{L} \tag{35}$$

Para transformar o sistema (29-34) na direção " ξ ", define-se previamente o problema auxiliar (Gondim, 1997) nesta direção:

$$\frac{d^2 \tilde{X}_k(\xi)}{d\xi^2} + \lambda_k^2 \tilde{X}_k(\xi) = 0; \quad 0 < \xi < 1; \quad \tilde{X}_k(0) = 0; \quad \tilde{X}_k(1) = 0$$
(36,37,38)

onde $\widetilde{X}_k(\xi)$ e λ_k são as autofunções normalizadas e os autovalores, respectivamente.

Considerando o potencial $\overline{\theta}_n(\xi,t)$ como uma expansão que tem como base as autofunções do problema de autovalor associado, após manipulações matemáticas, encontrase o par Transformada - Inversa:

$$\overline{\overline{\theta}}_{nk}(t) = \int_{0}^{1} \widetilde{X}_{k}(\xi) \overline{\theta}_{n}(\xi, t) d\xi ; \qquad \overline{\theta}_{n}(\xi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \widetilde{X}_{k}(\xi) \overline{\overline{\theta}}_{nk}(t)$$
(39,40)

Operando cada termo da equação (29), observando a transformação do domínio (35), e, com o objetivo de reduzir os custos, otimizando o código computacional, transforma-se os somatórios duplos das expansões em somatório simples, através de um processo de préseleção dos termos das expansões, a partir do ordenamento dos autovalores originais. Esta redução gera um agrupamento de dois índices em um, ou seja, $\overline{\overline{\theta}}_{nk}(t) \rightarrow \overline{\overline{\theta}}_i(t) e \ \overline{\overline{\theta}}_{nl}(t) \rightarrow \overline{\overline{\theta}}_j(t)$.

Assim, a Eq.(29) e a condição inicial (32), são reescritas como:

$$\widetilde{\overline{\theta}_{i}}'(t) + \sum_{j=1}^{\infty} C1_{ij} \widetilde{\overline{\theta}_{j}}(t) = \widetilde{\overline{G}}_{i} \qquad ; \qquad \widetilde{\overline{\theta}_{i}}(0) = -\overline{f}_{n} \left(\int_{0}^{1} \widetilde{X}_{k}(\xi) e^{-(\operatorname{Pe}\beta_{n} L\xi)} d\xi \right)$$
(41,42)

onde:

$$C1_{ij} = \frac{1}{L} \left(A1_{nm} B1_{kl} \right) + \phi_i^2 \delta_{nm} \delta_{kl}; \quad \phi_i^2 = \beta_n^2 + \frac{\lambda_k^2}{Pe^2 L^2}; \quad \widetilde{\overline{G}}_i = \int_0^1 \widetilde{X}_k(\xi) \overline{G}_n(\xi) d\xi$$
(43,44,45)

O processo de seleção para o reordenamento é feito através do autovalor global ϕ_i^2 , e estes são ordenados em ordem crescente segundo o esperado grau de importância dos termos individualmente no somatório simples.

4. ALGORITMO COMPUTACIONAL

O sistema diferencial ordinário infinito dado pelas equações (41-45), deve ser truncado numa determinada ordem finita, de tal forma que se permita obter soluções convergidas numa determinada precisão preestabelecida. O truncamento será aqui assumido em nt termos para a expansão global após o reordenamento.

Substituindo a equação (40) na equação (28), fazendo o agrupamento de índices e introduzindo o truncamento da expansão global em nt termos, e ng termos para a expansão do filtro, obtém-se o potencial original a partir da Eq.(8):

$$T(\xi, y, t) = \left[\sum_{i=1}^{nt} \widetilde{Y}_{n}(y)\widetilde{X}_{k}(\xi)\overline{\overline{\theta}}_{i}(t)\right] + \left[\sum_{g=1}^{ng} \widetilde{Y}_{g}(y)\overline{f}_{g}e^{-(\beta_{g}PeL\xi)}\right]$$
(46)

Considerando o perfil de velocidade do fluido no escoamento completamente desenvolvido, a temperatura média de mistura é dada por:

$$T_{av}(\xi,t) = \frac{3}{2} \left\{ \int_0^1 \left(1 - y^2 \left\{ \sum_{i=1}^{nt} \widetilde{Y}_n(y) \widetilde{X}_k(\xi) \overline{\overline{\theta}}_i(t) + \sum_{g=1}^{ng} \widetilde{Y}_g(y) \overline{f}_g e^{-(\beta_g \operatorname{PeL}\xi)} \right] dy \right\}$$
(47)

O termo fonte do filtro é encontrado aplicando o perfil de velocidade na Eq.(31), com o domínio modificado, e redefinindo, $\overline{F}_g(x)$, Eq.(14), em função de ξ , e observando a definição de \overline{f}_g dada por (16); tem-se então da Eq.(45):

$$\begin{split} \widetilde{\overline{G}}_{i} &= \frac{3}{2} \frac{Pe}{NY_{n}^{0.5}} \Biggl\{ \left((-1)^{n+1} \int_{0}^{1} \widetilde{X}_{k}(\xi) e^{-(\beta_{n} PeL\xi)} d\xi \right) - \\ &- \sum_{g=1}^{ng} (-1)^{g+1} \Biggl(\int_{0}^{1} \widetilde{Y}_{n}(y) \widetilde{Y}_{g}(y) y^{2} dy \Biggr) \Biggl(\int_{0}^{1} \widetilde{X}_{k}(\xi) e^{-(\beta_{g} PeL\xi)} d\xi \Biggr) \Biggr\} \end{split}$$
(48)

5. RESULTADOS E ANÁLISE

O código computacional foi elaborado na linguagem Fortran (Microsoft Powerstation). A solução numérica do problema de valor inicial é encontrada com a utilização da subrotina DIVPAG, disponível na biblioteca IMSL (1989), para resolver sistemas de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem com alto grau de rigidez. O controle de erro relativo é preestabelecido na subrotina e foi aqui adotado com o valor 10⁻⁴. Os tempos adimensionais de interesse selecionados para este estudo foram 0.01 e 0.05, , que serviram para a validação do código numa comparação com os resultados em formulação de camada limite (Pe $\rightarrow\infty$) por Cotta e Gerk(1994), fazendo o número de Peclet tender para infinito na presente formulação, quando o termo correspondente à difusão axial torna-se progressivamente menos relevante, conforme Figuras 2 e 3, e os dois conjuntos de solução *benchmark* tendem a se aproximar.

Os números de Peclet adotados foram, Pe = 1, 10, 100, 1000 e 2000, onde pode-se avaliar o comportamento da solução do problema com a progressiva diminuição da presença da difusão axial. Observa-se que mesmo para os maiores valores de Pe (1000 e 2000), certamente já dentro da faixa usualmente recomendada para o abandono da difusão térmica axial na formulação, na região da frente térmica transiente é ainda percebida a difusão de calor na direção x, tendo em vista a combinação específica de condições inicial e de contorno que leva ao acentuado gradiente térmico na direção axial nessa região.

Uma análise de convergência foi feita para a solução nos diferentes valores do número de Peclet, adotando-se para cada um deles, um comprimento de duto, L, grande o suficiente para que a imposição da condição de contorno a jusante (x = L) não perturbasse os resultados na região de entrada térmica, e a síntese desta análise é mostrada na Tabela 1.

Pe = 1.0 e L = 1.0 t = 0.01							
$nt \setminus x$.0187500	.0937500	.1687500	.2437500	.3187500		
100	.8925	.5035	.2304	.0838	.0239		
300	.8917	.5007	.2286	.0839	.0246		
350	.8915	.4996	.2284	.0838	.0250		
400	.8917	.5004	.2285	.0839	.0247		
Pe = 1.0 e L = 1.0 t = 0.05							
nt $\setminus x$.0333333	.1666667	.3000000	.4333333	.5666667		
100	.9105	.5755	.3273	.1721	.0995		
300	.9071	.5757	.3275	.1722	.0996		
350	.9071	.5758	.3276	.1722	.0996		
400	.9071	.5759	.3278	.1723	.0996		
Pe = 2000.0 e L = 0.006 t = 0.01							
$nt \setminus x$.0000458	.0002292	.0004125	.0005958	.0007792		
100	.9766	.9595	.9076	.7698	.5585		
300	.9880	.9646	.8996	.7859	.5235		
350	.9886	.9647	.9015	.7880	.5280		
400	.9894	.9641	.8999	.7742	.5127		
Pe = 2000.0 e L = 0.006 t = 0.05							
$nt \setminus x$.0002083	.0010417	.0018750	.0027083	.0035417		
100	.9701	.9280	.8881	.7606	.5854		
300	.9740	.9258	.8800	.7902	.6276		
350	.9745	.9253	.8794	.7916	.6294		
400	9749	9266	8803	7904	6268		

Tabela 1 - Comportamento da convergência da temperatura média transiente, Tav(x,t), em várias posições, x, para :



Figuras 2 e 3 – Perfis de temperatura média para t = 0,01 e t = 0,05, respectivamente: Comparação entre modelos com e sem difusão axial.

Graficamente, todas as soluções das figuras 2 e 3 já atingiram convergência na escala utilizada. Entretanto, pode ser claramente observada a dificuldade de convergência para quatro dígitos significativos na região da frente térmica transiente, onde o filtro permanente não representa bem a solução, e acaba por produzir um termo fonte na formulação filtrada que se torna de alguma importância nesta faixa da solução. Como alternativa de solução para

obtenção de resultados com altíssima precisão pode-se propor a solução analítica do sistema diferencial ordinário transformado, factível tendo em vista seu caráter linear, buscando-se ordens de truncamento mais elevadas a custos computacionais ainda moderados. Entretanto, a proposição de filtros transientes adaptativos (Macêdo et al., 1999) parece representar a alternativa mais adequada a essas situações, pelo acompanhamento analítico e explícito da frente térmica transiente onde os efeitos da convecção longitudinal não-transformável exatamente se tornam mais relevantes.

6. REFERÊNCIAS

- Cotta, R.M., 1993, Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow, CRC Press, Boca Raton, Fl.
- Cotta, R.M., Ed., 1994, The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Sciences and Engineering, Begell House, Inc., New York, 1998.
- Cotta, R.M. & M.N. Ozisik, Transient Forced Convection in Laminar Channel Flow with Stepwise Variations of Wall Temperature, Can J. Chem. Eng., V. 64, pp. 734-742, 1986.
- Cotta, R.M., M.N. Ozisik, & D.S. McRae, Transient Heat Transfer in Channel Flow with Step Change in Inlet Temperature, Num. Heat Transfer, V. 9, pp. 619-630, 1986.
- Cotta, R.M. and M.N. Ozisik, Laminar Forced Convection in Ducts with Periodic Variation of Inlet Temperature, Int J. Heat Mass & Transfer, V. 29, N^o 10, pp. 1495-1501, 1986.
- Cotta, R.M. & Gerk, J.E.V., Mixed Finite-Difference/Integral Transform Approach for Parabolic-Hyperbolic Problems in Transient Forced Convection, Numerical Heat Transfer, Part B, V.25, pp.433-448, 1994.
- Gondim, R.R., 1997, Convecção Forçada Transiente Interna com Difusão Axial: Solução Via Transformada Integral, D.Sc. Tese, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE-PEM, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- Guedes, R.O.C., M.N. Ozisik, and R.M. Cotta, Conjugated Periodic Turbulent Forced Convection in a Parallel Plate Channel, J. Heat Transfer, V. 116, pp. 40-46, February 1994.IMSL Library, Math/Lib., Houston, Texas, 1989.
- Kakaç, S., W. Li and R.M. Cotta, Unsteady Laminar Forced Convection in Ducts with Periodic Variation of Inlet Temperature, J. Heat Transfer, V. 112, pp. 913-920, 1990.
- Kim, W.S., R.M. Cotta, and M.N. Ozisik, Laminar Internal Forced Convection with Periodically Varying, Arbitrarily Shaped Inlet Temperature, 9th Int. Heat Transfer Conference, Paper # 16-TR-17, pp. 383-388, Jerusalem, Israel, August 1990.
- Macedo, E.N. and J.N.N. Quaresma, Transient Laminar Forced Convection Heat Transfer in Circular and Parallel-Plates Ducts of Herschel-Bulkley Fluids, Proc. of the 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COBEM 97, Bauru, São Paulo, Brasil, December 1997 (CD-ROM).
- Macedo, E.N., R.M. Cotta, and H.R.B. Orlande, Local-Instantaneous Filtering in the Integral Transform Solution of Nonlinear Diffusion Problems, Computational Mechanics, V.23, pp.524-532, 1999.
- Santana, L.F.M., R.M. Cotta, and L.C.G. Pimentel, Hybrid Approach for Fully Transient Turbulent Forced Convection Inside Smooth Parallel-Plate Channels, Proc. of the 15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COBEM 99, Águas de Lindóia, São Paulo, Brasil, December 1999 (CD-ROM); also, Hybrid Meth. Eng., V.2, no.3, in press.
- Santos, C.A.C., D.M. Brown, S. Kakaç and R.M. Cotta, Analysis of Unsteady Forced Convection in Turbulent Duct Flow, J. Thermophysics & Heat Transfer, Vol. 9, N^o 3, pp. 508-515, 1995.
- Shah, R.K. & M.S. Bhatti, Laminar Convective Heat Transfer in Ducts, in:S. Kakaç, R.K. Shah, and W. Aung (eds.), Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer, chap.3, pp.3.1-3.137, Wiley, 1987.

FENÔMENOS DE DIFUSÃO TRANSIENTE EM PARALELEPÍPEDOS SÓLIDOS

José Jefferson da Silva Nascimento¹ Francisco Antônio Belo² Antonio Gilson Barbosa de Lima³ Luiz Renato de Araújo Pontes⁴

^{1,2,4}Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, Cep 58059900, João Pessoa, PB, Brasil. E-mail: belo@les.ufpb.br

^{1,3}Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, 58109-970, Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: gilson@dem.ufpb.br.

Resumo

A solução da equação de difusão transiente é muito importante tecnologicamente, especialmente na secagem de materiais cerâmicos, onde torna-se necessário conhecer a distribuição de temperatura e umidade no interior dos mesmos. A solução analítica da equação de difusão aplicada a geometria paralelepípeda, considerando propriedades de transporte constante e condição de contorno convectiva é apresentada. Como aplicação, o modelo foi usado para descrever a transferência de calor em um tijolo cerâmico e resultados da temperatura adimensional no interior do sólido ao longo do processo são apresentadas. Discussões do ponto de vista da secagem deste sólido também são dadas.

Palavras- chave: Difusão, Massa, Calor, Cerâmica, Analítico.

1. INTRODUÇÃO

A secagem é um processo de transferencia de calor e massa e variações dimensionais simultâneas. Os materiais cerâmicos são classificados de acordo com a temperatura de queima, como: cerâmica tradicional (telhas, tijolos, objetos decorativos, etc.), técnica (pisos e revestimentos, louça de mesa, porcelana, etc.) e avançada(caixa de motores, revestimentos de naves espaciais, próteses dentárias, etc.), Norton (1975). Durante o processo de secagem de um produto mineral argiloso como é o caso dos tijolos de cerâmica vermelha usada na construção civil, ocorrem significativas variações de temperatura e umidade dentro do sólido, que podem gerar fortes tensões termo-mecânicas, podendo ocasionar trincas, fraturas e deformações, comprometendo a qualidade final do produto. Soluções analíticas da equação de difusão para esfera, cilindros, placas e paralelepípedos são reportadas por Gebhart (1993), Özisik (1985), Luikov (1968), Kakaç & Yener (1993). Para sólidos esferóidais prolatos, pode ser citado os trabalhos de Lima *et al.* (1999) e Lima (1999). O objetivo desta pesquisa é desenvolver uma solução analítica tridimensional transiente para descrever a transferência de calor e massa no interior de paralelepípedos sólidos considerando propriedades constantes e condição de contorno convectiva,

direcionando o estudo para materiais cerâmicos. Procurando situar o avanço atual desta pesquisa, constatou-se que vários trabalhos sobre difusão de calor e massa em materiais cerâmicos para o caso unidimensional podem ser encontrados na literatura, (Nishikawa *et al.* 1994; Santos & Baldo, 1995; Nishikawa *et al.* 1995; Pereira *et al.* 1995), no entanto a conhecimento dos autores nenhum trabalho com abordagem tridimensional foi encontrado. Neste sentido, esta pesquisa é incipiente na forma como está abordada neste trabalho.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Visando simplificar o modelo matemático proposto as seguintes considerações são adotadas:

- Propriedades termofísicas constantes;
- Sem geração interna de energia;
- Corpo homogêneo e isotrópico;
- Distribuição da propriedade uniforme no inicio do processo;
- Simetria em torno do centro do sólido;
- Condição de contorno convectiva na superfície do sólido.
- Não-existência de variação de volume;



Figura 1 Configuração geométrica do problema físico

Considere a figura 1, que representa um paralelepípedo sólido de dimensões $2R_1x 2R_2x2R_3$. A equação diferencial geral que descreve o fenômeno de difusão neste sólido é da forma:

$$\frac{\partial(\xi\Phi)}{\partial t} = \nabla .(\Gamma^{\Phi}\nabla\Phi) + \Phi^{'''} \tag{1}$$

Onde $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$ é o operador diferencial ou nabla.

Na equação (1), têm-se para massa $\xi = \rho$; $\Phi = M$; $\Gamma^{\Phi} = \rho D$; onde ρ , M e D são a densidade, teor de umidade e coeficiente de difusão do sólido respectivamente, enquanto que para

a temperatura $\xi = \rho c_p$; $\Phi = T$; $\Gamma^{\Phi} = k$, onde c_p , T e k são o calor específico, temperatura e condutividade térmica do sólido, respectivamente. Φ^{m} é ageração interna de massa ou energia.

Devido a simetria que existe, considera-se apenas 1/8 do volume do sólido. Sendo assim as condições inicial,de simetria e de contorno para o problema são as seguintes:

□ Condição inicial:

$$\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t} = 0) = \Phi_0 \tag{2}$$

□ Condição de simetria:

$$-\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} = -\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = -\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial z} = 0 \quad \text{em } x=0, y=0, z=0 \quad \text{et}>0$$
(3)

Condições de contorno na superfície :

$$-\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} = h[\Phi(x, y, z, t) - \Phi_{\infty}] \text{ em } t > 0 \text{ e } x = R_1$$

$$(4)$$

$$-\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = h[\Phi(x, y, z, t) - \Phi_{\infty}] \text{ em } t > 0 \text{ e } y = R_2$$
(5)

$$-\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = h[\Phi(x, y, z, t) - \Phi_{\infty}] \text{ em } t > 0 \text{ e } z = R_3$$
(6)

onde Φ_{∞} representa a temperatura do fluido externo ao sólido ou o seu teor de umidade de equilíbrio.

A resolução da equação diferencial de difusão tridimensional transiente com as condições de contorno especificadas nas equações (4), (5), (6) é obtida pela superposição de problemas unidimensionais em coordenadas cartesianas e no tempo de placas infinitas, cuja interseção forma o paralelepípedo, Gebhart (1993). Assim realizando uma seqüência de procedimentos matemáticos obtêm-se a equação (7), solução geral do problema proposto:

$$\Phi^{*}(x, y, z, t) = \sum_{n=lm=l}^{\infty} \sum_{k=l}^{\infty} A_{nl} A_{m2} A_{k3} Cos(\beta_{n1}x) Cos(\beta_{m2}y) Cos(\beta_{k3}z) e^{-[\beta_{n1}^{2} + \beta_{m2}^{2} + \beta_{k3}^{2}] \frac{\Gamma^{\Psi}}{\xi} t}$$
(7)

onde:

$$\Phi^* = \frac{\Phi - \Phi_{\infty}}{\Phi_0 - \Phi_{\infty}} \tag{8}$$

As constantes A_{ij} são determinadas usando condição inicial e a propriedade de ortogonalidade das funções trigonométricas. Assim sendo, têm-se que:

$$A_{n1} = \frac{2\text{Sen}(\beta_{n1}R_1)}{\beta_{n1}R_1 + \text{Sen}(\beta_{n1}R_1)\text{Cos}(\beta_{n1}R_1)}$$
$$A_{m2} = \frac{2\text{Sen}(\beta_{m2}R_2)}{\beta_{m2}R_2 + \text{Sen}(\beta_{m2}R_2)\text{Cos}(\beta_{m2}R_2)}$$

$$A_{k3} = \frac{2\text{Sen}(\beta_{k3}R_3)}{\beta_{k3}R_3 + \text{Sen}(\beta_{k3}R_3)\text{Cos}(\beta_{k3}R_3)}$$

Os autovalores β_{ij} da equação (7) são as raízes das seguintes equações:

$$\operatorname{Cotg}(\beta_{n1}R_1) = \frac{\beta_{n1}R_1}{B_{11}}$$
(9)

$$\operatorname{Cotg}(\beta_{m2}R_2) = \frac{\beta_{m2}R_2}{B_{i2}}$$
(10)

$$Cotg(\beta_{k3}R_3) = \frac{\beta_{k3}R_3}{B_{i3}}$$
 (11)

onde $Bi_j = h_j k/R_j$ é chamado número de Biot de transferência para a face j do sólido.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como aplicação, o método foi usado para descrever a transferencia de calor num tijolo refratário com dimensões ($R_1xR_3xR_2$) 0.100x0.045x0.025m³. A Norma Técnica EB-19 estabelece dois tamanhos $2R_1x2R_2x2R_3$ para tijolo cheio ou maciço: $(0.240\pm5)x(0.115\pm2)x(0.052\pm2)m^3$ e $(0.200\pm5)x(0.045\pm2)x(0.053\pm2)m^3$, mas nem sempre é obedecida pelas olarias (Bauer, 1992). As propriedades do material estudado são mostradas na tabela 1 (Pereira *et al.* 1995).

ρ (kg/m ³)	2100
k (W/mK)	1.13 a 100°C
c _p (J/kgK)	1064

Tabela 1. Propriedades do tijolo refratário

Para obtenção dos resultados, foi implementado um programa computacional utilizando-se o software Mathematica[®], considerando um coeficiente de transferencia de calor h=20W/m²K, em todas as faces do sólido. As Figuras 2, 3 e 4, apresentam a distribuição de temperatura adimensional (T^{*}) no interior do sólido, nos planos Z=0.000m, 0.0225m e 0.045m, para os instantes t=50, 200, 500 e 2000s, respectivamente, obtidas para uma temperatura de aquecimento de 100 °C, de acordo com a Tabela 1.

A análise das figuras evidencia as linhas isotérmicas e a existência de altos gradientes de temperatura na região próxima ao vértice do sólido, com a temperatura adimensional apresentando os maiores resultados no centro do mesmo em qualquer tempo de secagem. Além disso, percebe-se o decréscimo da temperatura adimensional ao longo do tempo, em qualquer posição (x, y), consequentemente a temperatura dos sólido aproxima-se da temperatura do meio externo. Verifica-se em t=500s que existe uma maior diferença da temperatura adimensional entre o centro e o vértice, exceto para Z=0.0000m, onde neste caso ocorre em t= 200s.



(c)



Figura 2 Perfis bidimensionais, mostrando os gradientes de temperatura no plano Z=0.000m, nos tempos: a) t=50s, b) t=200s, c) t=500s e d) t=2000s



Figura 3 Perfis bidimensionais, mostrando os gradientes de temperatura no plano Z=0.0225m, nos tempos: a) t=50s, b) t=200s, c) t=500s e d) t=2000s



Figura 4 Perfis bidimensionais, mostrando os gradientes de temperatura no plano Z=0.0450m, nos tempos: a) t=50s, b) t=200s, c) t=500s e d) t=2000s

Uma comparação das figuras 2c, 3c e 4c, mostram que, como esperado, os gradientes de temperatura são maiores no plano Z=0.045m, que corresponde a superfície do tijolo que está em contato direto com o ar de secagem. Sendo assim, esta região é mais propicia a existência de choque térmico e consequentemente trincas, fraturas e deformações, que comprometem a qualidade do produto obtido.

Analisando o problema sob o ponto de vista da secagem, as regiões de maior aquecimento nas figuras apresentadas, representam regiões de maior perda de água, e portanto mais secas. Na superfície do sólido, as partículas argilosas apresentam cargas elétricas negativa, que repelem-se entre si e tendem a ficarem afastadas uma das outras, cujo espaço é preenchido por água. Pelos resultados expostos, durante o processo de secagem, a camada externa da peça (e particularmente nos vértices)se aquece mais rápido que o seu centro, essa região contrai-se primeiro (não levada em consideração pelo modelo), produzindo uma redução nas dimensões do corpo e consequentemente no seu volume. Esta redução de volume do corpo corresponde exatamente a perda de água evaporada do mesmo, o que dificulta a saída de água. Geram-se então tensões de sentidos contrários entre a camada externa e a interna e, quanto maior a perda de água (secagem mais intensa), maior também será a tensão dela resultante, fazendo o material deformar-se e inclusive com possibilidade de trincar (Fricke, 1977). As maiores tensões (de compressão) ocorrem na superfície do material, onde o material está mais frágil e quebradiço. No interior da partícula, as tensões são de tração. A trinca ocorrerá quando a tensão de cisalhamento excede a tensão de cisalhamento máxima do material (Keey, 1992).

De acordo com Bauer (1994), o tijolo comum (cerâmica vermelha estrutural), por exemplo, conserva cerca de 1 kg de água após a moldagem. Se a argila for levada ainda úmida para o forno, a umidade interior ficará retida pela crosta externa, gerando tensões internas e fendilhamento. Sendo assim, a água presente nas etapas de conformação devem então ser eliminadas antes da queima, de forma lenta e cuidadosa, impedindo rachas e trincas nas peças, que possam diminuir a sua qualidade ao final do processo (Fernandes, 1998).

Uma secagem prévia, controlada, é de grande importância. Se a secagem não for uniforme, aparecerão distorções nas peças, mas, se for muito lenta, a produção tornar-se-á antieconômica. Para se ter uma secagem uniforme (gradientes de temperatura e umidade minimizados) é importante moderar adequadamente a intensidade da secagem, pelo controle das velocidade, umidade relativa e temperatura do ar de secagem, forma do corpo, particularmente a relação área/volume e a porosidade do material. Para se ter uma idéia, barros maleáveis perdem na secagem de 5 a 8% do seu volume, enquanto que os menos maleáveis cerca de 3 a 5%, dependendo da granulometria das partículas de argila. No entanto, betonite, por exemplo, que é um material bastante maleável, de grão muito fino (baixa porosidade), chega a perder de 10 a 15% do seu volume quando posta para secar. Uma discussão detalhada dos defeitos em materiais cerâmicos oriundos do processo de secagem pode ser encontrada na literatura recente (Sanchez & Barba, 1998).

Portanto, apesar de se utilizar um único coeficiente de transferência de calor para todas as faces do sólido, pode-se afirmar que o controle das propriedades termodinâmicas e velocidade do ar de secagem, conduz a um produto industrial de qualidade aceitável comercialmente.

O controle dos parâmetros de secagem, gera como conseqüência o controle dos coeficientes de transferência convectiva de calor e massa na superfície do sólido. De acordo com Nishikawa *et al.* (1994), poucos trabalhos tem investigado o coeficiente de transferência de calor durante o choque térmico de materiais cerâmicos, neste sentido, este trabalho ajudará pesquisadores na estimativa deste parâmetro associado ao processo de secagem e choque térmico destes materiais.

Como um comentário final, pelo exposto, apesar desta formulação ter sido usada para descrever fenômenos de transferência de calor (aquecimento ou resfriamento), podendo ser estendida facilmente para transferência de massa (secagem ou umidificação), considera propriedades constantes e não-existência de retração do material, neste sentido recomenda-se que novos estudos sejam conduzidos neste sentido.

4. REFERÊNCIAS

- Bauer, L. A. F., 1994, "Materiais de Construção 2", LTC Editora, Rio de Janeiro. 935p.
- Fricke, J., 1977, "A Cerâmica", Editora Presença Ltda., Lisboa. 152p.
- Gebhart, B., 1993, "Heat Conduction and Mass Diffusion", Ed. McGraw-Hill, Inc., New York.
- Kakaç, S. & Yener Y., 1993, "Heat Conduction", Ed. Taylor & Francis Inc., Washington.
- Keey, R. B., 1992, "Drying of Loose and Particulate Material", Hemisphere Publishing corporation, New York. 504p.
- Lima, A.G. B., Nebra, S. A., Sakauaka, P. H., 1999, "Analytical Solution of Mass Diffusion Equation Applied to Ellipsoid of Revolution", Proceedings of the Brazilian Congress of Mechanical Engineering, CD-ROM, Águas de Lindóia, Brazil.
- Lima, A. G. B., 1999, "Fenômenos de Difusão em Sólidos Esferóidais Prolatos. Estudo de Caso: Secagem de Banana", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, SP., Brasil, 263p.
- Luikov, A. V., 1968, "Analytical Heat Diffusion Theory", Academic Press, Inc. Ltd., Lodon., 684p.
- Nishikawa, T., Mizui, T. and Takatsu, M. and Misutani Y., 1995, "Effect of the Temperature of Thermal Properties on the Thermal Shock Tests of Ceramics", Journal of Materials Science 30, pp5013-5019.
- Nishikawa, T., Gao T, Hibi M., Takatsu, M., and Ogawa, M., 1994, "Heat Transmission During Thermal Shock Testing of Ceramics", Journal of Materials Science 29, pp 213-219.
- Norton, F. H., 1975, "Elements of Ceramics", Ed. Addison Wesley, Massachucets.
- Özisik, M. N., 1985, "Heat Transfer", Ed. Mc. Graw Hill, Inc.
- Fernandes, D. M. P., 1998, "Design e Tecnologia Aplicados a Produtos Domésticos em Grês Cerâmico". Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, SC., Brasil, 212p.
- Pereira, R., Noronha, R.T.T., Mattos, U., Pandofelli, V.C., Scudeller, L. A.M., 1995, "Avaliação do Comportamento Termomecânico de Refratários para Lingotamento Indireto de Aços Através de Simulação por Análise Não-linear de Elementos Finitos", 39° Congresso Brasileiro de Cerâmica, Vol 1, Águas de Lindóia-SP, pp. 466-471.
- Sanchez, E.; Barba, A., 1998, "Defeitos em Revestimento Cerâmicos: Suas Causas e Soluções", Notas de aula. Associação Brasileira de Cerãmica. LaRC-Laboratório de Revestimentos Cerâmicos, DEMa, UFSCar, São Carlos.
- Santos, N. W., Baldo, J. B., 1995, "Comportamento da difusividade térmica de uma argila plástica refratária em função da temperatura de sinterização", 39º Congresso Brasileiro de Cerâmica, Vol 1, Águas de Lindóia-SP, pp. 484-488.

SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE DERRAMAMENTO DE GASOLINA ACRESCIDA DE ÁLCOOL NO SOLO

Jonas Cordazzo Clovis Raimundo Maliska Departamento de Engenharia Mecânica Henry Xavier Corseuil Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental

Universidade Federal de Santa Catarina, 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil. E-mail: jonas@sinmec.ufsc.br

Resumo

Este trabalho propõe uma solução numérica bidimensional para o escoamento na região saturada do solo, conhecida como lençol freático, em volumes finitos, com modelo de biodegradação de 1a. ordem, adaptado para a situação da gasolina brasileira, isto é, considerando a influência do etanol na biodegradação dos constituintes BTEX da gasolina e no fenômeno de co-solvência do etanol na gasolina, assumindo que a solubilidade dos compostos hidrofóbicos na água aumenta log-linearmente. O efeito de sorção (retardo da pluma) da gasolina também é considerado no modelo, supondo uma sorção linear. A equação de transporte resolvida numericamente leva em consideração a dispersão, advecção, sorção e a biodegradação dos compostos BTEX, bem como do etanol. Também é resolvido numericamente o campo de velocidades da água subterrânea, através das equações de Darcy, possibilitando que regiões de baixa permeabilidades sejam consideradas.

Palavras-chave: Contaminação, Aqüíferos, Gasolina, Etanol, Solução Numérica

1. INTRODUÇÃO

Dados estatísticos das agências de proteção ambiental vem demonstrando que o solo tem sido contaminado freqüentemente com problemas decorrentes de vazamentos, derrames e acidentes durante a exploração, refinamento, transporte e operações de armazenamento do petróleo e seus derivados. Destes, a gasolina merece destaque, seja pela quantidade envolvida, ou pela periculosidade, verificada pela liberação, ao entrar em contanto com a água subterrânea, dos compostos BTEX (benzeno, tolueno, etil-benzeno e xilenos), que são substâncias depressoras do sistema nervoso central e causadoras de leucemia. No Brasil este problema com a gasolina acentua-se, pois a maioria dos tanques de armazenamento de combustível foram construídos na década de 70, e como a vida média destes tanques, estimada em 25 anos, está próxima do final, pode-se esperar um aumento da ocorrência de vazamentos nos postos do país (Corseuil e Martins, 1997).

Existem na literatura muitos modelos que fornecem soluções analíticas e numéricas para o problema mencionado anteriormente. O software "Bioscreen" (Newell *et al.*, 1996), por exemplo, é uma das ferramentas disponíveis para simulação de derramamento de contaminantes. Ele inclui três diferentes modelos: transporte de soluto sem decaimento, transporte de soluto com processo de decaimento de primeira ordem modelado com biodegradação e, transporte de soluto com biodegradação modelada com reação de biodegradação "instantânea" (Newell *et al.*, 1996). Baseia-se no modelo analítico de

Domenico (1987) que assume uma fonte plana vertical de concentração constante e infinita. Entende-se por decaimento aqui, a queda temporal da concentração do componente.

Mais recentemente Rifai et al. (1998) elaboraram o "Bioplume III", que é um modelo bidimensional, em diferenças finitas para simulação da atenuação natural de contaminantes orgânicos em águas subterrâneas, incluindo os processos de advecção, dispersão, sorção e biodegradação. Para tanto, esta ferramenta numérica está baseada no Método das Características (MOC). O modelo acopla as equações hidrodinâmicas da água com as equações de transporte do soluto (Konikow e Bredehoeft, 1978).

No entanto, a gasolina comercializada no Brasil é bastante diferenciada de outros países, pois, atualmente, é misturada com 24 % de álcool (etanol), que pode causar um comportamento completamente diferente no deslocamento da pluma (Fernandes e Corseuil, 1996). Este trabalho apresenta a formulação matemática e numérica do problema em questão, as hipóteses assumidas e resultados preliminares comparados com a solução analítica.

2. CONSIDERAÇÕES FÍSICAS DO PROBLEMA

A gasolina é constituída de uma mistura de hidrocarbonetos voláteis, cujos componentes maiores são cadeias ramificadas de parafinas, cicloparafinas e compostos aromáticos, incluindo constituintes como benzeno, tolueno, etilbenzeno e xilenos (denominados grupo BTEX), os quais representam os compostos mais solúveis e mais móveis encontrados na gasolina (Poulsen *et al.*, 1992).

2.1 A influência do etanol na biodegradação dos BTEX

Expressões cinéticas tem sido desenvolvidas para estimar a bio-transformação de contaminantes orgânicos. Uma alternativa simples para determinar a razão de degradação envolve o uso de uma *equação de primeira ordem* (Bedient *et al.*, 1994), do tipo

$$\frac{dC}{dt} = -\lambda C \tag{1}$$

onde *C* é a concentração biodegradada e λ é o coeficiente de decaimento de primeira ordem.



Figura 1. Efeito de concentrações do etanol sobre a biodegradação aeróbica do benzeno

A modelagem da biodegradação de dois contaminantes misturados, como etanol e compostos BTEX (gasolina brasileira), não foi encontrada nos trabalhos pesquisados. Porém, foi comprovado por Santos (1996), que há preferencialmente a degradação do etanol por parte dos microorganismos, retardando a degradação do compostos BTEX, conforme ilustra a Fig. 1 para o benzeno. Percebe-se, pela figura, que a amostra do contaminante puro foi totalmente

consumida em menos de quatro dias, ao passo que misturado a uma grande concentração de etanol (300 mg/l), em doze dias não foi verificado biodegradação significativa.

A causa mais provável para a não degradação dos compostos BTEX em presença de etanol, deve-se a preferencial degradação dos microorganismos pelo etanol que é um substrato mais simples em relação ao benzeno, tolueno, etilbenzeno e xileno, o que ocasiona uma demanda de oxigênio suficiente para tornar o meio anaeróbico (Santos, 1996).

2.2 Efeito de co-solvência do etanol na gasolina

A solubilidade efetiva de um composto orgânico presente na gasolina, pode ser estimado a partir da solubilidade do composto puro e sua fração molar na gasolina. A solubilidade na gasolina aumenta se o composto orgânico conter oxigênio, como o álcool e o éter. Quando a gasolina entra em contato com a água, o álcool existente neste combustível, completamente miscível em água, irá migrar para a água subterrânea (Corseuil e Fernandes, 1999).

Portanto, uma alta concentração de etanol na água pode facilitar a transferência dos BTEX presentes na gasolina para a fase aquosa, aumentando a solubilidade do hidrocarbonetos aromáticos na água subterrânea, num processo chamado de "efeito de co-solvência" (Banerjee e Yalkowsky, 1988).

Um modelo matemático simples para predizer o possível aumento da solubilidade de contaminantes na presença de etanol na água subterrânea, consiste em assumir que a solubilidade dos compostos hidrofóbicos na água (BTEX, por exemplo) aumenta *log-linearmente* com o aumento da fração volumétrica dos solventes orgânicos completamente miscíveis na água, numa mistura binária. Esta relação pode ser expressa matematicamente como o proposto por Yalkowsky e Roseman (1981):

$$\log(S_m) = \log(S_w) + f_c \overline{\beta} \tag{2}$$

onde S_m é a solubilidade dos compostos BTEX ou outros compostos hidrofóbicos na mistura binária de solventes, S_w é a solubilidade dos compostos BTEX ou outros compostos hidrofóbicos na água pura, f_c é a fração volumétrica do co-solvente (etanol, por exemplo) na mistura de solventes binários e $\overline{\beta}$ é definido como o aumento relativo de solubilidade dos compostos hidrofóbicos orgânicos com o aumento da fração de co-solvente, e pode ser determinado a partir de (Corseuil e Fernandes, 1999):

$$\overline{\beta} = 1.02 \log(K_{ow}) - 1.52 \tag{3}$$

onde K_{ow} é o coeficiente de partição octanol-água e representa a hidrofobicidade dos compostos (Bedient *et al.*, 1994). Para os compostos BTEX, o log(K_{ow}) assume valores entre 2 e 3 (Howard, 1990). Os experimentos de laboratório demonstram que a massa total dos compostos BTEX aumenta, aproximadamente, 30% para uma fração de 10% de etanol na água (Corseuil e Fernandes, 1999).

2.3 O efeito de sorção - a interação do contaminante com o solo

A sorção é determinada experimentalmente pela mensuração do parcionamento do contaminante em um sedimento particular, solo ou rochas. Os diversos modelos aplicados em sistemas ambientais relatam a quantidade de soluto, *S*, retardada por unidade de fase sólida. Os resultados são plotados em um gráfico, originando expressões avaliadas em um sistema

fixo de temperatura, conhecido como "isoterma de sorção". A isoterma de Freundlich é o modelo não-linear mais largamente utilizado (Weber Jr *et al.*, 1991), e é dado por

$$S = K_d C^b \tag{4}$$

onde K_d é o coeficiente de distribuição e *b* é um coeficiente obtido experimentalmente. Se *b* = 1, a Eq. 4 é conhecida como isoterma linear. A isoterma linear é apropriada para casos em que o potencial da sorção aumenta uniformemente com o aumento da concentração. Este modelo tem sido considerado adequado em alguns casos, mais comumente em casos de concentrações baixas de contaminante e para sólidos com baixo potencial de sorção (Weber Jr *et al.*, 1991).

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O modelo matemático a ser resolvido envolve a solução das equações de Darcy no meio poroso (que são as equações do movimento para este caso), acrescidas das equações de transporte de soluto (concentração) para os elementos BTEX e o etanol. Propõe-se aqui uma formulação matemática que será resolvida numericamente.

A principal equação diferencial que descreve o transporte de elementos reativos dissolvidos em um meio poroso saturado é dada por (Bedient *et al.*, 1994)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}\right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho C V_i) - \lambda \rho \left[C + \frac{\rho_b}{n}S\right] + \frac{\rho_b}{n} \frac{\partial}{\partial t} (\rho S) + \frac{W\rho}{n\Delta x \Delta y} \left[C + \frac{\rho_b}{n}S\right]$$
(5)

onde D_{ij} é o tensor dispersão, λ é o coeficiente de decaimento de 1a. ordem, ρ_b a densidade do aqüífero, *n* a porosidade, *W* o fluxo volumétrico de contaminante por unidade de comprimento, e *S* a massa de soluto adsorvida por unidade de massa seca do meio poroso, calculada a partir da Eq. 4. Assumindo a hipótese de *b*=1 na isoterma de Freundich, e substituindo na Eq. 5, obtém-se a equação de transporte, que aqui será utilizada para os elementos BTEX e o etanol,

$$\frac{\partial(\rho C)}{\partial t} = \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial(\rho C V_i)}{\partial x_i} \right] - \lambda \rho C + \frac{W \rho C}{n \Delta x \Delta y}$$
(6)

onde R é o chamado fator de retardo, que tem o efeito de retardar as espécies adsorvidas em relação a velocidade advectiva da água subterrânea, dado por

$$R = 1 + \frac{\rho_b}{n} K_d \tag{7}$$

Caso for injetado no domínio uma concentração prescrita, a última parcela da Eq. 6 será um termo fonte (conhecido) desta equação. Como na maioria dos casos o termo advectivo é o mais importante no transporte de contaminantes, justifica-se portanto, a contribuição deste trabalho também na determinação do campo de velocidades da água subterrânea, que será utilizado na determinação dos campos de concentração. Neste ponto, os modelos pesquisados, com exceção do "Bioplume III", apresentaram-se deficientes por não possibilitarem a determinação do campo de velocidades. Em um meio poroso, a velocidade de escoamento é proporcional ao gradiente de pressão. Esta é a chamada Lei de Darcy (Bejan, 1995). A equação para o caso monofásico e meio isotrópico é dada por

$$\vec{V'} = -\frac{k}{\mu}\nabla P \tag{8}$$

onde *k* é a permeabilidade absoluta e μ é a viscosidade.

Finalmente, considera-se importante a determinação do campo de velocidades, uma vez que quando existir um bombeamento de água subterrânea, o campo de velocidades, que poderia estar sendo considerado unidimensional, alterar-se-á consideravelmente.

4. FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Conforme já foi mencionado anteriormente, a metodologia numérica adotada aqui é a dos volumes finitos e é prática deste método obter a aproximação numérica da equação diferencial, a partir de sua integração no volume elementar apresentado na Fig. 2.



Figura 2. Volume elementar e seus vizinhos. Situação bidimensional

Portanto, integrando a Eq. 6 no tempo e no espaço bidimensional, conforme proposto por Maliska (1995) e, avaliando as derivadas cruzadas nos pontos *e, w, n* e *s* por aproximações de segunda ordem (do tipo diferenças centrais), enquanto que a avaliação das funções e suas outras derivadas nestes mesmos pontos, pela função de interpolação WUDS (*Weighted Upstream Differencing Scheme*), chega-se a equação geral para o transporte de concentração dada por

$$A_{p}C_{P} = A_{e}C_{E} + A_{w}C_{W} + A_{n}C_{N} + A_{s}C_{S} + A_{ne}C_{NE} + A_{se}C_{SE} + A_{nw}C_{NW} + A_{sw}C_{SW} + B$$
(9)

onde A_i são coeficientes, os sub-índices E, W, N, S, SE, NE, NW e SW são os pontos onde são avaliadas as propriedades e B é o termo fonte.

As componentes da velocidade média intersticial u e v são dadas pela velocidade de Darcy (velocidade média no volume) dividida pela porosidade n, na forma,

$$\vec{V} = \frac{\vec{V}'}{n} = -\frac{k}{n\mu}\nabla P \tag{10}$$

A Eq. 10 pode ser aproximada de forma conveniente para contemplar a heterogeneidade do meio, resultando em expressões para a velocidade do tipo da Eq. 11 para a componente *u* avaliada na face leste do volume de controle apresentado na Fig. 2, por exemplo.

$$u_{e} = \frac{u_{e'}}{n} = -\frac{1}{n\mu} \frac{2k_{E}k_{P}}{(k_{E} + k_{P})} \frac{(P_{E} - P_{P})}{\Delta x_{e}}$$
(11)

Substituindo as equações de u_e , u_w , v_n e v_s na equação da conservação da massa para meios porosos (Bejan, 1995),

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho n) + \frac{\partial(\rho u')}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v')}{\partial y} = 0$$
(12)

obtém-se uma equação geral para a pressão dada por

$$A_{p}P_{p} = A_{e}P_{E} + A_{w}P_{W} + A_{p}P_{N} + A_{s}P_{s} + B$$
(13)

onde A_i são coeficientes, os sub-índices E, W, $N \in S$ são os pontos onde são avaliadas as propriedades e B é o termo fonte. Uma vez determinado o campo de pressões, retorna-se às expressões do tipo da Eq. 11 e determina-se o campo de velocidades.



Figura 3. Comparação entre os resultados numéricos de Davis *et al.* (1994), com aqueles obtidos pelo presente trabalho e a solução analítica dada por Bear (1979)

5. RESULTADOS

O problema unidimensional de transporte de benzeno, supondo decaimento de 1a. ordem, sem retardo, foi resolvido e comparado com os resultados de Davis *et al.* (1994), para o caso da velocidade da água subterrânea u = 0,1524 m/d, dispersividade $\alpha_L = 6,858$ m, e o domínio limitado em 150 m, para um tempo de aproximadamente 4 anos. A meia-vida do contaminante foi assumida como sendo $t_{1/2} = 50$ d. A condição inicial é C(x,0) = 0. Já as condições de contorno são C(0,t) = 15 mg/l e derivada nula à jusante. Este problema tem solução analítica dada por Bear (1979). A Fig. 3 apresenta um gráfico que demonstra que os resultados aqui obtidos concordam com a solução analítica.

A solução numérica do problema mostrado na Fig. 4, bidimensional, com decaimento de 1a. ordem, com velocidade constante e horizontal, e com retardo é apresentada por Macquarrie *et al.* (1990). A solução analítica deste problema é encontrada em Sudicky (1985). A comparação entre as soluções analítica e aquelas obtidas a partir da metodologia de volumes finitos proposta neste trabalho pode ser observado na Fig. 5, de onde se conclui que os resultados aqui obtidos podem ser considerados muito bons.



Figura 4. Condições de contorno e domínio do problema bidimensional analisado, com u = 0.09 m/d, $\alpha_L = 0.6 \text{ m}$, $\alpha_T = 0.005 \text{ m}$, $R = 1.2 \text{ e } \lambda = 0.007 \text{ d}^{-1}$



Figura 5. Comparação entre as soluções analítica e numérica para o perfil de concentração (*a*) longitudinal (z = 0) e (*b*) transversal (x = 10 m)

Nos casos resolvidos, para permitir comparação com a solução analítica, o campo de velocidades foi admitido unidimensional e constante, e neste caso as componentes do tensor dispersão D_{ij} diferentes de zero, desprezada a difusão molecular, são dadas por (Bear, 1969)

$$D_{xx} = \alpha_L u \quad e \quad D_{yy} = \alpha_T u \tag{14}$$

6. CONCLUSÕES

Os resultados do presente trabalho, mesmo preliminares, mostraram que o modelo matemático para previsão de contaminantes no lençol freático considerando sorção, retardo, biodegradação e, principalmente, a influência do etanol na biodegradação de 1a. ordem e na co-solvência dos BTEX, pode ser resolvido eficientemente com o método dos volumes finitos. A possibilidade de determinar o campo de velocidades através das equações de Darcy permitem que escoamentos mais complexos, envolvendo bombeamentos e sucções no solo, possam ser fornecidos às equações de conservação dos contaminantes, conferindo ao método características que o tornam importante ferramenta na área de engenharia ambiental.

7. REFERÊNCIAS

- Banerjee, S., Yalkowsky, S. H., 1988, "Cosolvent-Induced Solubilization of Hidrophobic Compounds into Water". Analytical Chemistry, v. 60, p. 2153-2155.
- Bear, J., 1979, "Hydraulics of Groundwater", McGraw-Hill, New York, pp. 268-269.
- Bear, J., 1969, "Flow through Porous Media", (R. J. M. De Wiest, ed.), pp. 109-199. Academic Press, New York.

- Bedient, P. B., Rifai, H. S., Newell, C. J., 1994, "Ground Water Contamination: Transport and Remediation". Prentice-Hall PTR, NEW JERSEY.
- Bejan, A., "Convection Heat Transfer". John Wiley & Sons, New York (1995).
- Corseuil, H. X., Fernandes, M., 1999, "Co-Solvency Effect in Aquifers Contaminated with Ethanol-Amended Gasoline". Dep. Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- Corseuil, H. X., Martins, M. D. M., 1997, "Contaminação de Águas Subterrâneas por Derramamentos de Gasolina: O Problema é Grave?" In: Engenharia Sanitária e Ambiental, Vol. 2, Nº. 2, Abril/Junho (1997).
- Davis, J. W., Kliker, N. J. And Carpenter, C. L., 1994, "Natural Biological Attenuation of Benzene in Ground Water Beneath a Manufacturing Facility", Ground Water, Vol. 32, No. 2, pp. 215-226.
- Domenico, P. A., 1987, "An Analytical model for Multidimensional Transport of a Decaying Contaminant Species". Journal of Hydrology, 91, 49-58.
- Fernandes, M., Corseuil, H. X., 1996, "Contaminação de Águas Subterrâneas por Derramamento de Gasolina: Efeito Cossolvência". In: 3º. Simpósio Ítalo-Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental (SIBESA), Gramado, Junho.
- Howard, P. H., 1990, "Handbook of Environmental Fate and Exposure Data for Organic Chemicals". Vol. I and II, Lewis Publishers, Inc, Chelsea, MI.
- Konikow, L. F., Bredehoeft, J. D., 1978, "Computer Model of Two-Dimensional Solute Transport and Dispersion in Ground Water". Techniques of Water Resources Investigation of the United States Geological Survey, Book 7, Reston, VA.
- Macquarrie, K. T. B., Sudicky, E. A., And Frind, E. O., 1990, "Simulation of Biodegradable Organic Contaminants in Groundwater: 1. Numerical Formulation in Principal Directions", Water Resources Res. 26(2): 207-222.
- Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC Livros Técnicos e Científicos S.A., Rio de Janeiro, Brasil.
- Newell, C. J., Mcleod, R. K., Gonzalez, J. R., 1996, "BIOSCREEN User's Manual. National Attenuation Decision Support System". *Version 1.3*, National Risk Management Research Laboratory, EPA/600/R-96/087, August.
- Poulsen, M.; Lemon, L.; Barker, J. F., 1992, "Dissolution of Monoaromatic Hydrocarbons into Groundwater from Gasoline – Oxygenate mixtures". Environ. Sci. Technol., Vol. 26, pp. 2483-2489.
- Rifai, H. S., Newell, C. J., Gonzalez, J. R. Dendrou, S. Kennedy, L., Wilson, J. T., 1998, "BIOPLUME III Natural Attenuation Decision Support System". National Risk Management Research Laboratory, EPA/600/R-98/010, January.
- Santos, R. C. dos., 1996, "Impacto do Etanol na Biodegradação de Compostos Hidrocarbonetos Monoaromáticos em Aqüíferos Contaminados por Derramamento de Gasolina". Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Ambiental. UFSC, Florianópolis.
- Sudicky, E. A., 1985, "A Collection of Analytical Solutions for Solute Transport in Porous and Fractured Porous Media", report, Inst. For Groundwater Res., University of Waterloo, Ont.
- Weber Jr, W. J., Mcginley, P. M., And Lynn, E. K., 1991, "Sorption Phenomena in Subsurface Systems: Concepts, Models and Effects on Contaminant Fate and Transport". Water Res., Vol. 25, No. 5, pp. 499-528.
- Yalkowsky, S. H. & Roseman, T.,1981, "Solubilization of Drugs by Cosolvents. Techniques of Solubilization of Drugs". Yalkowski, S. H., Ed. Marcel Dekker, Inc: New York, p. 91-134.

INFLUÊNCIA DA PRESSÃO NA EBULIÇÃO NUCLEADA PLENAMENTE DESENVOLVIDA DO R-11 EM UMA SUPERFÍCIE CILÍNDRICA HORIZONTAL DE COBRE

Evandro Fokink da Silva Gherhardt Ribatski José M. Saiz Jabardo Samuel Freire de Barros Laboratório de Refrigeração Departamento de Engenharia Mecânica Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo Av. Dr. Carlos Botelho, 1465 CEP. 13560-120 - São Carlos -SP

Resumo. No presente estudo foram levantadas curvas de ebulição abrangendo os regimes de convecção natural, ebulição nucleada parcial e plenamente desenvolvida. Obtiveram-se dados experimentais para o R-11 em superfícies tubulares horizontais de cobre de 19mm de diâmetro, para fluxos de calor variando entre 2,4 e 140 kW/m² e pressões de saturação de 0,385, 0,55, 1,47, e 4,1 bar. Constatou-se, para o regime de ebulição nucleada, a elevação na taxa de transferência de calor com a pressão de saturação. Os resultados foram comparados a correlações da literatura, tendo se constatado que aquela proposta por Cooper era a mais adequada.

Palavras-chaves: Ebulição Nucleada; Refrigerantes Halogenados; Transferência de Calor

1. INTRODUÇÃO

A transferência de calor através do mecanismo de ebulição nucleada é encontrada em inúmeras aplicações científicas e industriais. Na refrigeração, uma delas, está relacionada aos resfriadores de água do tipo centrífugo. Estes consistem em evaporadores inundados, operando com água circulando no interior de tubos metálicos e refrigerante evaporando do lado externo. Durante a fase de projeto do evaporador, a avaliação precisa do coeficiente de transferência de calor é importante no sentido de propiciar um equipamento do tamanho e desempenho adequados à particular aplicação. A predição do coeficiente de transferência de calor é difícil, devido a complexidade do fenômeno e ao número elevado de variáveis que o influenciam, tais como, pressão, aceleração gravitacional, propriedades de transporte do refrigerante, condições da superfície, temperatura de ebulição, impurezas, etc.

Como pode ser demonstrado por modelos de nucleação heterogênea^{*}, a elevação da pressão tende a reduzir o superaquecimento da superfície aquecida necessário para a

^{*} Nucleação heterogênea é aquela em que a mudança de fase é um processo que não depende exclusivamente das condições termodinâmicas, uma vez que agentes externos passam a interferir no processo, fazendo com que a formação de bolhas ocorra nas superfícies aquecidas ou elementos estranhos ao líquido.

nucleação. Tal efeito desloca a curva de ebulição para a esquerda. A análise da literatura permite concluir que a melhora de desempenho com a elevação da pressão é mais significativa para valores reduzidos de fluxo de calor e da pressão reduzida, p_r . Para pressões reduzidas, a rugosidade parece exercer um papel importante na nucleação. Este comportamento pode ser resultante do aumento da tensão superficial, o qual, devido a efeitos capilares, facilita a retenção de vapor nas cavidades maiores. Assim, além da necessidade de um menor superaquecimento para a nucleação nestas cavidades, próximas nucleações são favorecidas.

A Tabela 1 apresenta um resumo de estudos experimentais que analisam, entre outros fatores, o efeito da pressão na taxa de transferência de calor. Nesta tabela é interessante destacar, com exceção de trabalhos envolvendo o propano, as reduzidas faixas de p_r envolvidas. Os resultados experimentais levantados nestes estudos são utilizados no ajuste de correlações para o coeficiente de transferência de calor. Nestas correlações, a pressão pode ser encontrada explicita ou implicitamente, sendo, neste caso, através das propriedades do fluido. Correlações como as de Cooper (1984), Gorenflo et al (1994), Leiner (1994) e Ribatski (1999) envolvem uma dependência explicita de p_r . No desenvolvimento de tais correlações é importante trabalhar com bancos de dados que envolvam faixas de pressão relativamente amplas, apesar de, eventualmente, envolverem condições atípicas.

Autor	Ano	Fluido	p_{sat} (pressão de saturação) ou T_{sat} (termorreture de saturação)	
Furse	1965	R-11 e R-12	$10, -3,9, -17,8 \text{ e} -31,7^{\circ}\text{C}$	
Vachon et al.	1968	H ₂ O, n-pentano, CCl ₄	1 atm	
Kartsounes	1975	R-11	-17,7 ,-12,2 e -6,6°C	
Sauer. et al	1975	R-11	não especificada	
Corman e McLaughlin	1976	R-22, H ₂ O	110, 138, 207kPa	
Czikk et al.	1981	R-11	1,07°C	
Nishikawa et al.	1984	água	1 atm	
Tewari. et al.	1986	água e mistura de água com HEC (aditivo)	8 a 100 kPa	
Wanniarachchi et al.	1987	R-114 e mistura R-114 e óleo	-2,2 e 6,7°C	
Silva	1989	R11, R113 e R114 e suas misturas com óleo lubrificante	30,7 , 36,1 , 40,0 ; 47,5, 60,0 , 70,0 ; 6,0 , 14,0 e 24,0°C	
Sokol et al.	1990	propano e propileno	$0,05 \le p_r \le 0,5$	
Palm, B.	1991	R-11, R-22, R-134a	1, 2, 5, 8; 1, 3; 3 e 5 bar	
Webb e Pais	1992	R-11, R-12, R-22R-113, R-134a	4,44 e 26,7°C	
Gorenflo et al	1993	R-134a, R-152a, R-227,proprano	$0,035 \le p_r \le 0,5$	
Hsieh e Hsu	1994	R-114, água, R-134a	14,8 , 99,9 e 4,4°C	
Kudritski e Kolomiets	1995	H ₂ O	0,02 e 0,1MPa	
Benjamin e Balakrihnan	1997	H ₂ O, CCl ₄ , n-hexano e acetona	1 atm	
Chang e You	1997	FC-87 e R123	1 atm	
Hsieh e Weng	1997a	água, R-134a e suas misturas com óleo	99,9 e 4,4°C	
Hsieh e Weng	1997b	R-134a, R-407c	4,4°C	
Luke	1997	propano	<i>p_r</i> =0,1, 0,2, 0,4 e 0,5	

Dentro deste contexto, o presente trabalho analisa o efeito da pressão na taxa de transferência de calor na ebulição nucleada para o refrigerante R11 na superfície exterior de um tubo de cobre. Nesse sentido, foi construído uma aparato experimental que permite cobrir amplas faixas de temperatura de saturação (-10 a 70°C), tendo tal aparato permitido levantar

curvas de ebulição para as seguintes pressões reduzidas: 0,0088, 0,0125, 0,0227, 0,0335, 0,0931.

2. EQUIPAMENTO EXPERIMENTAL

A bancada experimental foi desenvolvida tendo por objetivo permitir o controle da temperatura de saturação de um banho de refrigerante, ao mesmo tempo em que proporciona valores de fluxo de calor, resultante de aquecimento elétrico, e temperatura da superfície ensaiada, parâmetros que permitem o levantamento da curva de ebulição. A Fig. 1 apresenta um diagrama esquemático do aparato. Este consiste dos seguintes componentes básicos: cuba de ebulição, superfície de testes, sistema de controle de temperatura e vazão da solução resfriadora, sistema de alimentação de potência e sistema de aquisição de dados. A cuba de ebulição foi construída em aço-carbono, com o interior bicromatizado. Na sua tampa está conectada uma resistência elétrica de 1500W/220V, cujo objetivo é facilitar manobras de refrigerante e permitir, no caso de ensaios com temperaturas elevadas, uma rápida obtenção das condições experimentais. A temperatura nas regiões inundadas e secas da cuba, são determinadas através de termopares blindados do tipo T. Os resultados fornecidos por estes termopares (embora possam apresentar pequena diferença devido ao efeito de coluna do refrigerante) podem ser contrastados com a temperatura de saturação, avaliada por intermédio da pressão na cuba, determinada por um transdutor de pressão.



Figura 1- Diagrama ilustrativo do equipamento experimental

O fluido de refriamento é constituído de uma solução de 50% de etileno-glicol em água, tendo como funções condensar o vapor gerado na superfície de testes e controlar a pressão no interior da cuba de ebulição. O controle da temperatura da solução é realizado por um circuito frigorífico (compressor, condensador, válvula de expansão e evaporador) e uma resistência de aquecimento, cuja potência elétrica pode ser ajustada por um dispositivo eletrônico.

A superfície de testes é constituída de um tubo de cobre polido externamente, de diâmetro externo e espessura de parede respectivamente iguais a 19,0 e 3,1mm. O tubo é sustentado por um suporte de latão, fixado através de rosca na tampa da cuba. A superfície de ensaio foi fixada neste suporte através de uma peça de latão e um anel de teflon com uma das

extremidades chanfrada. Este anel, ao ser pressionado contra a superfície cônica interna do suporte, através da peça externa, permite o estancamento da cuba, conforme ilustrado na Fig.2.



Figura 2 – Diagrama esquemático da superfície de testes

O aquecimento da superfíce é proporcionado por uma resisitência de cartucho instalada no interior do tubo de testes, apresentando a mesma uma potência nominal de 1500 W para uma tensão de 220 V, para um comprimento de 210 mm e diâmetro de 19,0 mm. A resistência é alimentada por um variador de voltagem, podendo proporcionar um fluxo de calor específico máximo de 140 kW/m². O espaço entre a resistência e a superfície foi preenchido com graxa de silicone de condutividade térmica igual a 1,2 W/m.ºC. Oito termopares tipo T (cobre-constantan), bitola 30 AWG, são utilizados na medida da temperatura superficial, sendo posicionados no interior de canais abertos na superfície interior do tubo pelo processo de eletro-erosão e fixados com uma resina epoxi condutora térmica.

A medida da potência elétrica e, indiretamente, do fluxo de calor, é efetuada por intermédio de um transdutor de potência ativa. Como equipamento auxiliar na medida da potência é utilizado um transformador de corrente, reduzindo o valor desta grandeza para níveis compatíveis com o sistema de aquisição.

Os sinais elétricos resultantes dos transdutores (termopares tipo T, termopares blindados, transdutor de pressão e transdutor de potência) são processados por um sistema de aquisição de dados da marca STRAWBERRY TREE, USA, incluindo 2 terminais de temperatura para 8 canais cada um (12 bits de resolução), 1 terminal (8 canais cada um) para sinais elétricos e 2 placas conversoras A/D, de 16 canais cada uma, além do "software" "Work Bench for Windows 3.11".

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Inicialmente era realizado vácuo no sistema (cuba de ebulição e condensador) até uma pressão absoluta de 0,45 kPa, mantida durante período superior à 12 horas, após o que o sistema era carregado com R11. A existência de gases não condensáveis era verificada pela correspondência entre as temperaturas dos temopares blindados (do banho) e a pressão. A aquisição de dados era realizada para condições fixas de pressão e fluxo de calor. Este último

parâmetro, tinha seu valor elevado gradativamente até um valor máximo, sendo, em seguida, reduzido, cobrindo uma faixa de 2,4 a 140kW/m². Para o início da aquisição, verificava-se a possibilidade de ocorrência de subresfriamento do líquido, comparando a diferença entre as temperaturas indicadas pelos termopares blindados, que deveria ser inferior à 0,1K. A vazão e a temperatura da solução de etileno-glicol eram ajustadas para cada fluxo de calor, permitindo manter constante a pressão no interior da cuba. Para cada condição experimental foram realizadas seguintes medições:

- i. Potência elétrica fornecida pela resistência
- ii. Temperatura em 8 diferentes posições da superfície
- iii. Temperatura do refrigerante e pressão do sistema.

A temperatura de saturação foi avaliada como sendo a média aritmética dos valores obtidos nos termopares blindados. Na determinação da temperatura da parede, considerou-se, a média dos valores na seção central do tubo. Este valor foi corrigido para considerar o efeito de resitência térmica da parede do tubo, assumindo que os termopares estejam localizados junto a superfície externa dos canais onde estão alojados. As demais medidas foram utilizadas na verificação de efeitos de condução longitudinal. Estes efeitos não foram considerados, já que verificou-se que eram desprezíveis. O fluxo de calor foi referido à área da superfície exterior do tubo (πD_0L).

4. ANÁLISE DE INCERTEZAS

Considerando os erros causados pelos procedimentos adotados e instrumentos de medida foi realizada uma análise de incertezas. Na calibração dos termopares e do sistema de medição de potência foi adotado o procedimento sugerido por Abernethy e Thompson (1973). Os termopares foram calibrados para uma faixa de temperaturas entre -30 e 90° C, com termômetros de precisão, $1/20^{\circ}$ C, e um banho termostático. Verificou-se uma incerteza na medida da temperatura igual a ± 0,15 K. Na calibração da potência fornecida pela resistência elétrica de aquecimento, foram utilizados como valores padrões os resultados obtidos em um voltímetro e um amperímetro de precisão. Para a determinação das incertezas relativas ao superaquecimento da parede e ao fluxo específico de calor, variáveis não medidas diretamente, adotou-se o procedimento sugerido por Abernethy e Thompson (1973). Estes resultados são apresentados na Tabela 2.

Parâmetros	Incertezas
Fluxo mínimo de calor $q/A=2,4$ kW/m ²	±2,61%
Fluxo máximo de calor $q/A=140$ kW/m ²	±1,16%
Superaquecimento da parede, $(T_p$ - $T_{sat})$, para o fluxo mínimo de calor	±0,2 K
Superaquecimento da parede, $(T_p$ - $Ts_{at})$, para o fluxo máximo de calor	±0,3 K
Temperatura de saturação	±0,15K
Área de transferência de calor	±0,26%

Tabela 2 - Estimativa de incertezas

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As curvas de ebulição foram levantadas para as seguintes pressões de saturação: 0,385, 0,55, 1,47 e 4,1 bar. A Fig. 3 ilustra, apenas, os resultados obtidos com a redução do fluxo de calor. Nesta figura, observa-se que, para um mesmo nível de fluxo de calor, o superaquecimento da superfície, (T_p-T_{sat}) , é menor para pressões maiores. Ou seja, a transferência de calor eleva-se com a pressão. Esta tendência se intensifica para valores reduzidos de p_r . Assim, para um fluxo de calor de 130 kW/m², a elevação da pressão reduzida

de 0,0088 para 0,0333 (278%) implica na redução de, aproximadamente, 12 °C no valor de (T_p-T_{sat}) , ao passo que a elevação da pressão reduzida de 0,0333 para 0,0929 (178%) resulta num decréscimo do superaquecimento da superfície de apenas 7°C.



Figura 3 – Efeito da pressão reduzida na taxa de transferência de calor.

Embora tenha sido observada a redução no superaquecimento necessário para o início da ebulição com o aumento da pressão, o incremento deste parâmetro, resultou, para a curva levantada para valores crescentes de fluxo de calor, na elevação da diferença entre a temperatura máxima para o regime de convecção natural e a temperatura para o início da ebulição nucleada. No presente estudo, para $p_r=0,00888$, esta diferença foi de aproximadamente 4°C, já, para $p_r=0,0124$, foi de 9°C.

A Fig. 4 apresenta a comparação entre os resultados experimentais e as correlações de Cooper (1984) e Stephan e Abdelsalan (1978), para uma rugosidade superficial, Rp, de 2,0 μ m, valor típico de superfícies consideradas lisas. Embora ambas as correlações tenham correlacionado razoavelmente os resultados experimentais, a de Cooper resultou a mais adequada, tendo apresentado um desvio médio*, no valor do coeficiente de transferência de calor, em relação aos resultados experimentais de 7,35%, inferior a 14% daquela de Stephan e Abdelsalan.



Figura 3. Comparação dos resultados experimentais com Correlações da literatura



6. CONCLUSÕES

Os ensaios levados a cabo no presente estudo, envolvendo a ebulição nucleada do refrigerante R-11 sobre tubos de cobre polidos, proporcionaram resultados adequados, dos quais foi possível levantar as seguintes conclusões:

- Para o regime de ebulição nucleada ocorre uma redução no superaquecimento com o aumento da pressão, sendo tal comportamento mais acentuado em baixas pressões reduzidas.
- > O superaquecimento necessário para o início da ebulição aumenta com a pressão.
- Os resultados obtidos permitem confirmar a proposta de Thome (1996), segundo a qual a correlação que mais se adequa aos resultados experimentais é a de Cooper(1984). Tal resultado, entretanto, contrasta com a proposta de Webb e Pais (1992), cujos resultados experimentais foram melhor correlacionados pelo modelo empírico de Stephan e Abdelsalan (1979).

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, pelo auxílio concedido através de uma bolsa de doutorado e às empresas APEMA Ltda, Danfoss do Brasil Ind. e Com. Ltda. e Bitzer Compressores Ltda. Pelo apoio dado à presente pesquisa, através da doação de componentes para o aparato experimental. Os autores gostariam de estender seus agradecimentos ao Sr. José Roberto Bogni pela preciosa colaboração no desenvolvimento e construção da bancada experimental.

8. REFERÊNCIAS

- Abernethy, R. B., Thompson, J. W., 1973, "Handbook, uncertainty in gas turbine measurements", Arnold Engineering Development Center, Arnold Air Force Station, Tennessee
- Benjamin, R. J., Balakrishnan, A. R., 1997, "Nucleation site density in pool boiling of saturated pure liquids: Effects of surface microroughness and surface and liquid physical properties", Experimental Thermal and Fluid Science, Vol.15, pp. 32-42
- Chang, J. Y., You, S. M., 1997c, "Enhanced boiling heat transfer from micro-porous cylindrical surfaces in saturated FC-87 and R-123", Journal of Heat Transfer, Vol.119, pp.319-325
- Cizikk, A. M., Gotzzmann, C. F., Ragi, E. G., Withers, J. G., Habdas, E. P., 1981, "Performance of advanced heat transfer tubes in refrigerant-flooded liquid coolers", ASHRAE Transactions, Vol.76, part. I, pp. 96-109
- Cooper, M. G., 1984, "Heat flow rates in saturated nucleate pool boiling A wide ranging examination using reduced properties", Advances in Heat Transfer, Vol.16, pp.157-238
- Corman, J. C., McLaughlin, M. H., 1976, "Boiling augmentation with structured surfaces" ASHRAE transactions, Vol.71, part.1, pp.231-237
- Furse, F. G., 1965, "Heat transfer to refrigerants 11 and 12 boiling over a horizontal cooper surface", ASHRAE transactions, Vol.71, part.1, pp.231-237
- Gorenflo, D., Caplanis, S., Künstler, W., 1993, "Enhanced pool boiling heat transfer to new refrigerants" Em: INTERNATIONAL CONFERENCE ENERGY EFFICIENCY IN REFRIGERATION AND GLOBAL WARMING IMPACT, Comissão B1/2, International Institute of Refrigeration, University of Ghent, Bélgica, pp. 327-334
- Gorenflo, D., Luke, A., Künstler, W., Buschmeier, M., 1994, "Prediction of pool boiling heat transfer with new refrigerants", Em : CFC'S THE DAY AFTER, Padova, spt 21-23, pp.557-563

- Hsieh, S. S., Hsu, P. T., 1994, "Nucleate boiling characteristics of R-114, distilled water (H₂O) and R-134a on plain and rib-roughened tube geometries", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.37, pp.1423-1432
- Hsieh, S. S., Weng, C. J., 1997a, "Nucleate pool boiling heat transfer coefficients of distilled water (H₂O) and R-134a/oil mixtures from rib-roughened surfaces", Journal of Heat Transfer, Vol.119, pp.142-151
- Hsieh, S.S., Weng, C.J., 1997b, "Nucleate pool boiling from coated surfaces in saturated R-134a and R-407c", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.40, pp.519-532
- Kartsounes, G. T., 1975, "A study of treatment on pool boiling heat transfer in refrigerant 12", ASHRAE Transactions, Vol.18, pp. 320-326
- Kudristskii, G. R., Kolomiets, E. A., 1994, "Effect of geometric characteristics of heating surfaces on heta transfer and the onset of boiling of heat transfer agent", Heat Transfer Research, Vol 16, pp.18-21
- Leiner, W., 1994, "Heat transfer by nucleate pool boiling general correlation based on thermodynamic similarity", Int. J. Heat Mass Transfer , Vol.37, pp.763-769
- Luke, A., 1997, "Pool boiling heat transfer from horizontal tubes with different surface roughness", Int. J. Refrig., Vol.20, pp. 561-574
- Nishikawa, K., Fujita, Y., Ushida, S., Ohta, H., 1984, "Effects of surface configuration on nucleate boiling heat transfer", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.27, pp.1559-1571
- Palm, B.,1991, "Enhancement of boiling heat transfer by aid of perforated metal foils", Tese de doutorado, Departament of Applied Thermodynamics and Refrigeration, The Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suécia, 214p
- Ribatski, G., Jabardo J. M. S.,1999, "Uma correlação para o coeficiente de transferência de calor em ebulição nucleada", 15º Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Águas de Lindóia, Brasil
- Sauer, Jr. H. J., Medrow, R. A., Sinnarwalla, A. M., 1975, "Effects of surface Condittion on nucleate boiling of refrigerant-11", ASHRAE Transactions, Vol.81, part. 2, pp. 274-281
- Silva, C. L., 1989, "Investigação experimental da ebulição de misturas refrigerante-óleo". Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo São Paulo, São Paulo, Brasil, 261p
- Sokol, P., Blein, P., Gorenflo, D., Rott, W., Schömann, H., 1990, "Pool boiling heat transfer from plain and finned tubes to propane and propylene", Heat Transfer 1990: Proceedings of the 9th Int Heat Transfer Conf., Vol.1, pp.75-86
- Tewari, P. K., Verma, R. K., Ramani, M. P. S., 1986, "Effect of surface roughness e polymeric additive on nucleate pool boiling at subatmospheric pressures", Int. Comm. Heat mass transfer., Vol.13, pp.503-514
- Thome, J. R., 1996, "Boiling of new refrigerants: a state-of-the-art review", Int. J. Refrig., Vol.19, pp.435-457
- Vachon, R. I., Nix, G. H., Tanger, G. E., 1968, "Evaluation of constants for the Rohsenow pool-boiling correlation", Journal of Heat Transfer, may, pp.239-247
- Wanniarachchi, A. S., Marto, P. J., Reilly, J. T., 1987, "Effect of oil on pool boiling performance of R-114 from enhanced surfaces", 2nd ASME-JSME, Thermal Engineering Joint Conference, Honolulu, HI.
- Webb, R. L., Pais, C., 1992, "Nucleate pool boiling data for five refrigerants on plain, integral-fin and enhanced tube geometries", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.35, pp.1893-1904

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DA REGIÃO DE SECAGEM DE PAREDE NA EVAPORAÇÃO DO REFRIGERANTE R-134a EM TUBOS HORIZONTAIS

Enio Pedone Bandarra Filho

José Maria Saiz Jabardo

Laboratório de Refrigeração, Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Av. Dr. Carlos Botelho 1465, CEP.13560-970, São Carlos - SP, Brasil. e-mail: bandarra@sc.usp.br

Resumo

O escoamento com mudança de fase no interior de tubos horizontais pode ser classificado, essencialmente, em três regiões: (1) região de domínio da ebulição nucleada; (2) de domínio da ebulição estritamente convectiva; (3) de deficiência de líquido. O presente trabalho, além de relacionar as principais pesquisas desenvolvidas sobre secagem de parede, apresenta resultados experimentais envolvendo tal região. Nos ensaios realizados o fluxo específico de calor máximo imposto na seção de testes foi de 35 kW/m². Foi possível verificar a oscilação da temperatura da parede em função do tempo de aquisição, pois numa determinada seção, a superfície interna do tubo seca e, devido a certas instabilidades no escoamento, o líquido volta a molhar a superfície fazendo com que tal temperatura diminua. Tal comportamento foi verificado por alguns pesquisadores em trabalhos realizados no passado.

Palavras-chave: Secagem de Parede, Refrigerante R-134a, Ebulição convectiva.

1. INTRODUÇÃO

A região de secagem de parede tem sido pouco estudada no passado, especialmente em aplicações fora do âmbito das nucleares. Nestas, o estudo e análise dos mecanismos de secagem de parede assume significativa importância em virtude dos elevados fluxos específicos de calor com que se opera nos reatores. O potencial para a ocorrência de secagem de parede, mesmo em condições de ebulição local, com o líquido ainda subresfriado, justifica as preocupações com o fenômeno na área nuclear. A secagem de parede, mesmo que local, implica em elevadas temperaturas superficiais, o que pode comprometer a integridade dos materiais envolvidos. Nas aplicações em que os fluxos de calor específico são relativamente reduzidos, a secagem de parede ocorre de forma mais amena, envolvendo elevações da temperatura superficial muito inferiores, como resultado de uma redução progressiva na camada de líquido em contato com a superfície aquecida. A secagem sob estas condições é denominada de "*dryout*" na literatura em inglês.

Na mudança de fase convectiva para aplicações industriais, os fluxos de calor são inferiores ao fluxo crítico, podendo atingir valores máximos da ordem de 50 kW/m² no caso da refrigeração. Na região que antecede a secagem de parede, para velocidades mássicas elevadas, $G > 300 \text{ kg/s.m}^2$, verifica-se o padrão anular de escoamento, caracterizado por elevados valores do coeficiente de transferência de calor devido à reduzida resistência térmica

da película de líquido junto à superfície, associada a sua espessura. Como esta diminui no sentido do escoamento em virtude da evaporação do líquido, o coeficiente de transferência de calor se incrementa na mesma proporção, atingindo seu valor máximo na região que antecede a seção de secagem da parede. Nessa seção, a superfície aquecida sofre uma elevação de temperatura como resultado do contato direto com o vapor, condição em que o coeficiente de transferência de calor é, caracteristicamente, muito inferior ao da região anterior, assumindo valores típicos do escoamento monofásico de vapor. No caso de velocidades mássicas reduzidas, $G < 100 \text{ kg/s.m}^2$, o padrão estratificado prepondera ao longo do evaporador, conferindo ao coeficiente de transferência de calor um valor relativamente constante até a completa secagem da parede, seção em que se verifica um leve aumento da temperatura superficial, sem, entretanto, atingir os níveis observados no caso do padrão anular.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em tubos horizontais a secagem da parede pode ocorrer em duas etapas. Em virtude da menor espessura da película de líquido na região superior do tubo, como resultado da ação dos efeitos gravitacionais, numa primeira etapa, ocorre a secagem dessa região, permanecendo a região inferior do tubo em contato com líquido. Essa condição denomina-se de "secagem parcial". Numa segunda etapa, o líquido remanescente se seca, deixando a totalidade da superfície em contato direto com o vapor. Collier & Thome (1994) denominaram tal região de "região de deficiência de líquido", sendo caracterizada pela redução do coeficiente de transferência de calor e, consequentemente, pelo aumento da temperatura da parede do tubo. A Fig. 1 ilustra a variação da temperatura ao longo do comprimento da região de mudança de fase no interior de tubos. É interessante observar que no ponto de secagem da parede, a temperatura da superfície do tubo sofre um incremento significativo, depois se eleva gradualmente até que as gotículas de líquido no centro do tubo se evaporam, determinando o início da fase de vapor superaquecido.



Figura 1. Variação da temperatura da parede e do fluido durante a mudança de fase de refrigerantes no interior de tubos. Collier & Thome (1994).

A complexidade do mecanismo físico que determina a secagem da parede está relacionada a instabilidades térmicas, aparentemente aleatórias, que se verificam nessa região. A origem dessas instabilidades não é muito clara, tendo sido objeto de análise por parte de alguns pesquisadores no passado.

Um dos primeiros estudos da secagem da parede foi o desenvolvido por Wedekind & Stoecker (1968), tendo por objetivo o controle do sistema com realimentação constituído pela válvula de expansão termostática e o evaporador. A instalação de termopares na região de saída do evaporador, permitiu àqueles autores levantar o caráter aleatório do mecanismo de secagem da parede. Não lhes foi possível, entretanto, estabelecer qualquer mecanismo físico

relacionado com a origem dessas instabilidades. Nessa linha de abordagem, outros pesquisadores têm constatado a ocorrência de uma região na saída do evaporador onde a temperatura superficial oscila de forma supostamente aleatória caracterizando a referida instabilidade, Saiz Jabardo (1976).

Outro dos raros estudos levantados sobre a região de secagem de parede na ebulição convectiva foi o realizado por Varma (1970), que, em sua tese de doutoramento, desenvolveu um estudo experimental através do refrigerante R-22. A seção de testes foi dividida em três partes, cada uma constituída de um tubo de aço inoxidável de 0,3m de comprimento, apresentando diâmetro interno de 9,52mm. Foram instalados 93 termopares ao longo da seção de testes, sendo alojados na aresta superior, na lateral e na aresta inferior do tubo. As duas primeiras seções apresentavam 18 termopares distribuídos ao longo do comprimento e a terceira 57 termopares, número superior às demais, com o objetivo de melhor observar a secagem de parede. De acordo com o referido autor, os parâmetros que mais afetam o coeficiente de transferência de calor bem como o início da secagem de parede são: o fluxo de calor, ϕ , e a velocidade mássica, G. Para uma velocidade mássica constante, a elevação do fluxo de calor constante, a elevação da velocidade mássica, desloca a seção de secagem para jusante, como seria de esperar.

O trabalho mais recente foi o de Kattan *et al* (1998), que estudaram a ebulição convectiva de cinco fluidos refrigerantes, R134a, R-402A, R-404A, R-502 e R123, incluindo a região de secagem da parede. Inicialmente, na parte 1, desenvolveram um mapa de padrão de escoamento, baseado no mapa de Steiner (1993) apud Kattan *et al* (1998), incluindo a região de escoamento em névoa. A descrição do aparato experimental é apresentada na parte 2, onde, afirmam que há uma influência definida do fluxo de calor no ponto de secagem da parede e que a utilização de aquecimento elétrico mostrou-se inadequado para ensaios com títulos elevados. Optaram, assim, por um aquecimento com água, que circulava no espaço anular entre dois tubos concêntricos. As condições operacionais dos ensaios variaram da seguinte forma: velocidade mássica entre 100 e 500 kg/m².s, fluxo de calor entre 0,5 e 36 kW/m², título entre 1,6 e 100% e a temperatura de saturação entre -1,3 e 30°C.

3. DESCRIÇÃO DA BANCADA

3.1 Circuito de Refrigerante

A bancada experimental se compõe de três circuitos distintos: o do resfriador ("chiller"), o de solução anti congelante, constituída de solução a 60% de etileno glicol/água, e o de ensaios ou de refrigerante. Dado que os outros dois circuitos são de apoio, somente o circuito envolvendo o refrigerante, cujo diagrama esquemático se encontra na Fig. 2, será aqui considerado. A circulação do refrigerante é proporcionada por uma bomba de engrenagens de "teflon", o que evita a contaminação do refrigerante pelo óleo de lubrificação, que inevitavelmente acompanha o refrigerante em compressores. A vazão máxima proporcionada pela bomba é de 9,8 l/min, o que permitiria operar com velocidades mássicas de até 1000 kg/s.m² (dependendo, é claro, do diâmetro do tubo). A vazão de refrigerante é controlada por intermédio de um variador de freqüência, que atua sobre a rotação do motor de acionamento da bomba. O título do refrigerante na entrada da seção de testes é ajustado pela potência elétrica dissipada no denominado pré-aquecedor. Este é constituído de uma serpentina de tubos de cobre com resistências elétricas tipo fita enroladas na superfície exterior, perfazendo um total de 9 kW. A potência elétrica dissipada é controlada por um variador de tensão (VARIAC) de acionamento manual. O pré-aquecedor foi confinado em um envoltório de placas de espuma de poliuretano para reduzir as perdas para o exterior. Precedendo o pré-
aquecedor encontra-se um subresfriador do refrigerante líquido proveniente da bomba. Este trocador de calor, do tipo tubos concêntricos, foi instalado com o objetivo de prevenir qualquer possibilidade de formação de vapor na entrada do pré-aquecedor em virtude do efeito de coluna, o que tornaria impossível conhecer o estado do refrigerante na entrada do mesmo sem uma avaliação experimental do título, envolvendo um procedimento relativamente complexo. A potência elétrica total dissipada no pré-aquecedor e na seção de testes é removida pelo condensador. Este é do tipo carcaça/tubos, sendo resfriado pela solução de etileno glicol/água. Outros acessórios foram agregados ao circuito de refrigerante, como o filtro secador e o visor de líquido, indicados na Fig. 2. Digno de nota é o depósito de refrigerante que opera como acumulador, constituído de uma garrafa comercial de refrigerante. O referido depósito está instalado acima da bancada, sendo útil pela forma simples com que permite a retirada ou adição de refrigerante ao circuito.



Figura 2. Diagrama esquemático do circuito experimental.

3.2 Seção de testes

A seção de testes, cuja representação esquemática se encontra na Fig. 3, é constituída de um tubo de cobre de 2 m de comprimento, aquecido eletricamente por resistências de fita, confeccionadas em "Kapton", e enroladas na superfície exterior, proporcionando um total de 2,4 kW. A potência elétrica dissipada é controlada por um variador de tensão (VARIAC) de acionamento manual. O tubo utilizado nos ensaios aqui relatados apresentava um diâmetro interior de 12,7mm e espessura de parede de 1,3mm. Para reduzir ao máximo as perdas de calor para o exterior, o conjunto tubo e resistências foi recoberto sucessivamente por uma camada de lã de vidro de 50mm de espessura e outra de espuma de borracha de 25mm de espessura. Visores tubulares de vidro "pirex", de 100mm de comprimento, e diâmetro igual ao do tubo de cobre utilizado nos ensaios foram instalados na entrada e saída da seção de testes com o objetivo de permitir observações visuais dos padrões de escoamento.



Figura 3. Detalhe da seção de testes e da instalação dos termopares de medida da temperatura superficial.

3.4 Instrumentos de Medida

Os locais de medida da temperatura e pressão ao longo do circuito de refrigerante estão indicados na Fig. 2. A Fig. 3 apresenta a localização e o detalhe de instalação dos termopares de medida da temperatura superficial ao longo do tubo. A temperatura é medida por intermédio de termopares do tipo T (cobre - constantan) de bitola AWG 30. Na medida da pressão são utilizados transdutores de pressão com escalas de pressão absoluta variando de 0 a 25 bar e 0 a 13 bar, respectivamente. Os de menor fundo de escala são utilizados na medida da variação da pressão ao longo da seção de testes. Os transdutores proporcionam saída em corrente, 4-20 mA. A vazão (massa) é medida por intermédio de um medidor do tipo efeito Coriolis, cujo sensor está instalado no local indicado na Fig. 2, de forma a garantir a passagem de líquido pelo local. O fundo de escala do aparelho é de 1000 kg/h, tendo o fabricante fornecido um certificado de calibração segundo o qual a precisão do aparelho é de 0,15% do fundo de escala para a faixa de vazões de interesse. A potência elétrica dissipada no préaquecedor e na seção de testes é lida por intermédio de transdutores de potência com saída em corrente, 4-20 mA. A precisão do aparelho foi determinada com sendo igual a 0,5% do fundo de escala através de aferição levada a efeito por intermédio de um multímetro de precisão, com leitura de corrente e tensão. A aferição foi efetuada com os transdutores conectados ao sistema de aquisição de dados.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A secagem de parede ("*dryout*") está associada a uma significativa elevação da temperatura da superfície aquecida, como observado anteriormente, comportamento que permite o acompanhamento do referido fenômeno. A Fig. 4 ilustra a variação da temperatura superficial média nas quatro seções de medida da seção de testes em função do tempo. É interessante observar o comportamento da temperatura média na seção 4, distante 1,6m da entrada, distinguido daquele das seções precedentes em que permanece constante. De fato, a partir do instante 40 segundos observa-se uma significativa elevação da temperatura, que atinge um máximo da ordem de 60^oC, voltando posteriormente aos níveis originais a partir do instante 70 segundos. O comportamento da seção 4 ilustra a ocorrência da secagem na região onde a mesma está localizada. Entretanto, logo após a secagem, a superfície é novamente molhada por líquido, o que determina a rápida redução da temperatura superficial. Durante os ensaios realizados, observou-se que o mecanismo de alternação entre os períodos de superfície seca e molhada se prolongava indefinidamente, com origem supostamente em interações hidrodinâmicas a montante da seção de testes.



Figura 4. Distribuição de temperatura superficial na seção de testes em função do tempo. Refrigerante R-134a; T_{evap}=6,2°C; G=175 kg/s.m²; φ=25 kW/m².

O acompanhamento da temperatura superficial de forma detalhada, através de medidas realizadas na aresta superior, lateral e inferior da seção 4 do tubo de testes é ilustrado na Fig. 5 para as mesmas condições da Fig. 4. É interessante destacar que a temperatura da aresta superior é a maior na seção nos instantes inicias, prévios à secagem completa da parede. Tal comportamento está associado à ocorrência de um padrão de escoamento estratificado, com a região inferior permanecendo efetivamente molhada e a superior parcialmente seca, mas submetida ao efeito de resfriamento das regiões inferiores, por efeito de condução pela parede do tubo. Uma vez estabelecida a completa secagem do tubo, as temperaturas nos três pontos de medida se elevam rapidamente, tendendo a apresentar um valor uniforme, como se observa no intervalo de tempo em torno do máximo de temperatura. A seguir, uma vez restabelecida a condição original, as temperaturas reassumem o comportamento anterior.

A Fig. 6 apresenta resultados de secagem para fluxo de calor superior ao das figuras anteriores. No caso, operou-se com o máximo disponível na seção de testes. Como pode se observar, o comportamento da temperatura superficial na seção em que ocorre a secagem (a 4, como no caso anterior) é qualitativamente distinto do caso anterior. Não mais se observa a oscilação, mas a temperatura média da superfície permanece razoavelmente constante em níveis significativamente elevados (ordem de 80°C). Nas seções a montante a temperatura média superficial permanece sem alterações em níveis inferiores (da ordem de 15^oC). No passado, pesquisadores como Wedekind & Stoecker (1968), trabalhando com a evaporação completa, sugeriram uma região de instabilidades da temperatura superficial associada à secagem da parede do tubo, como observado anteriormente. O comportamento observado nas Figs. 4 e 5 parece satisfazer aquele modelo. Entretanto, a elevação do fluxo de calor a níveis elevados para as aplicações frigoríficas, como é o caso da Fig. 6, parece limitar a extensão da região de instabilidades. Nesse caso, a seção 4 estaria na região de vapor superaquecido e a de instabilidades se localizaria entre as seções 3 e 4, indicando que sua extensão depende explicitamente do fluxo de calor e, possivelmente, da velocidade mássica, cujo efeito não foi reproduzido neste contexto.



Figura 5. Variação temporal da temperatura superficial nas arestas superior, lateral e inferior da seção 4 para as condições da Fig. 4.



Figura 6. Variação temporal da temperatura média superficial nas seções de medida do tubo de testes. Refrigerante R-134a; $T_{evap}=6.5^{\circ}$ C; G=170 kg/s.m²; $\phi=35$ kW/m².

5. CONCLUSÕES

Os resultados relativos ao comportamento da temperatura superficial na região de secagem da parede permitiram extrair as seguintes conclusões:

- (1) Os parâmetros físicos que mais influenciam essa região são: fluxo de calor e velocidade mássica.
- (2) Observou-se uma região onde a temperatura superficial oscila significativamente, obedecendo a um mecanismo físico de exposição alternada a vapor e líquido, cuja origem parece estar relacionada a aspectos hidrodinâmicos prévios à entrada da seção de testes.
- (3) A região de instabilidades é significativamente afetada pelo fluxo de calor, reduzindo-se em extensão com este.
- (4) A velocidade mássica é outro dos parâmetros que afetam a extensão da região de instabilidades, não tendo sido objeto de análise no presente estudo.
- (5) O fenômeno descrito no presente trabalho requer estudos mais minuciosos e de maior nível de profundidade, tendo como aplicação prática a análise da alimentação de evaporadores por válvulas de expansão termostática.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, pelo apoio dado à presente pesquisa e a concessão de uma bolsa de doutoramento ao primeiro autor. Gostariam, ainda, de estender seus agradecimentos à empresa DuPont do Brasil pelo fornecimento do fluido refrigerante e ao Sr. José Roberto Bogni pelo diligente trabalho realizado no desenvolvimento e construção da bancada de ensaios.

6. REFERÊNCIAS

- Bandarra Filho, E.P.; Jabardo, J.M.S. e Lima, C.U.S. 1999. Estado da Arte das Correlações para a Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor no Escoamento com Mudança de Fase de Refrigerantes. IV – Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica – CIDIM'99, Santiago – Chile, 22-26/11.
- Collier, J.G.and Thome, J.R. 1994. Convective Boiling and Condensation, 3th Edition, Oxford Science Publications, New York, 596p.
- Jabardo, J.M.S.; Bandarra Filho, E.P. e Lima, C.U.S. 1999. New Correlation for Convective Boiling of Pure Halocarbon Refrigerants Flowing in Horizontal Tubes. RBCM Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences. v. 21, N. 2, p. 245-258.
- Kattan, N.; Thome, J.R. and Favrat, D. 1998. Flow Boiling in Horizontal Tubes: Part 1-Development of a Diabatic Two-Phase Flow Pattern Map. Journal of Heat Transfer. Transaction of the ASME, v. 120, N. 1, p. 140-147.
- Kattan, N.; Thome, J.R. and Favrat, D. 1998. Flow Boiling in Horizontal Tubes: Part 2-New Heat Transfer Data for Five Refrigerants. Journal of Heat Transfer. Transaction of the ASME, v. 120, N. 1, p. 148-155.
- Lavin, J.G. 1963. Heat Transfer to Refrigerants Boiling Inside Plain Tubes and Tubes with Internal Turbulators. Doctoral Thesis, University of Michigan, 145p.
- Saiz Jabardo, J. M., 1976. Dinâmica de Evaporadores Resfriadores de Ar. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica Universidade de São Paulo, 123p.
- Varma, H.K. 1970. Experimental Investigation of Dry-Out in Forced Convection Evaporation. Doctoral Thesis, Duke University, 132p.
- Wedekind, G.L. and Steocker, W.F. (1968). Transient Response of the Mixture-Vapor Transition Point in Horizontal Evaporating Flow. Trans. of ASHRAE, v.72, p. IV 2.1–2.6.

GAS PARAMETERS OF A HYDROGEN PEROXIDE GAS GENERATOR

Ulisses Côrtes Oliveira Instituto de Aeronáutica e Espaço — ASE-E/IAE/CTA 12228-904 — São José dos Campos–SP, Brazil E-mail: ulisses@iae.cta.br

$\mathbf{Abstract}$

Several factors — economic, ecological, safety, reliability, etc. — have driven the renewed interest in aerospace applications of hydrogen peroxide (H_2O_2). Although considerable information has been published on the properties and applications of hydrogen peroxide, there is a dearth of public information on design calculations of H_2O_2 decomposition. In this paper a technique is discussed for calculation of composition and thermodynamic parameters of decomposition products of hydrogen peroxide aqueous solutions at high concentrations. The resulting equations are potentially of great value to the rocket field, and are in a form that can be used readily for gas generators and rocket performance calculations. Some results of calculation are shown in order to illustrate the applicability of the given method. Finally, a useful and simple two-parameter formula for the adiabatic decomposition temperature is obtained by fitting the data resulting from calculations.

Keywords: Hydrogen peroxide, High test peroxide, Monopropellant gas generator, Monopropellant decomposition, Tank pressurization.

1. INTRODUCTION

Concentrated hydrogen peroxide was one of the leading rocket propellants up to early 60-decade (Bloom et al., 1950; Andrews, 1990; Oliveira, 2000-a). Then, progressively, it became to be substituted, in several of its functions, by liquid oxygen, nitrogen tetroxide, nitric acid, and hydrazine and its derivatives. The factors which influenced this abandon of hydrogen peroxide were, sometimes, not so reasonable, as pointed out in (Oliveira, 2000-a).

The restored and increasing interest in use hydrogen peroxide in aerospace applications as alternative to the widely employed cryogenic and hypergolic propellant combinations is due to a variety of factors. These factors include environmental concerns, personnel hazards associated with toxic propellants, and heightened sensitivity to cost to develop and operate systems for toxic or cryogenic propellants (Oliveira, 2000-a).

Hydrogen peroxide aqueous solutions with high concentrations, now commonly referred to as *high test peroxide* or HTP, meet almost all desirable characteristics for aerospace purposes. It is specially attractive for use as monopropellant or oxidizer in a bipropellant systems developed in accordance with design-to-cost methodologies (Oliveira, 2000-a). Major current end uses of hydrogen peroxide include pulp/paper and textiles bleaching, chemical synthesis, environmental treatment and metals processing (Jeff 1999). It is commonly used in low concentrations (3%) as an antiseptic, and in slightly higher concentrations as a hair bleach. In 30% concentrations, it is commonly used as a laboratory oxidant and by semiconductor industry (in this case, with high levels of purity). In concentrations of 70 through 99% by mass it is being used in many applications today. It was first used in rockets in 1936 in 80% concentrations, both as a monopropellant and as an oxidizer. Currently, 90% solutions are commonly used, and nominal 98% solutions are commercially available in some countries (Oliveira, 2000-a).

In Brazil, solutions with concentrations up to 70% are commercially available. The main local manufacturers are *Peróxidos do Brasil* (associated to the Solvay Interox), with production capacity of 80,000 tons (expressed as 100% H₂O₂) in plants at Santo André-SP and Curitiba-PR, and *Degussa-Huels*, with installed capacity of 40,000 tons per year in the production plant located in Aracruz-ES (Oliveira, 2000-a). The total availability in Brazil must be investigated. However, up to now it's known that the mentioned producers could sell HTP manufactured in another countries, without any restriction. Moreover, in case of demand enough to justify the investments, the local production plants can be adequate to produce rocket grade solutions (above 70%).

Traditionally, HTP has the following applications in the aerospace field:

- 1. An oxidant in a rocket engine or reaction control system with various fuels,
- 2. A hypergolic oxidant with fuels such as hydrazine or other similar type of fuels, or
- 3. A source of high-temperature gas after decomposition in a catalyst chamber for:
 - (a) Monopropellant rocket engines.
 - (b) Liquid bipropellant or hybrid rocket engines with auto-ignition of the fuel charge assured.
 - (c) Turbine drives.
 - (d) Servo-mechanism usage plus other hot gas drives.
 - (e) Self-pressurization of H_2O_2 tanks, or pressurization of other oxidizer tanks.
 - (f) Production of heat.
 - (g) Oxygen gas for breathing and potable water for drinking as required for space travel applications.
 - (h) Source of clean hot gases for test uses or application purposes.

The use of liquid monopropellants simplifies engineering problems by reducing the number of tanks and feed lines required, but a large penalty is paid in the reduction of the specific impulse obtained. Similarly, with true solid monopropellants, there is greater simplicity and no problem of compatibility, but the specific impulse is again low. There are many applications, however, where small rocket motors are needed for attitude control, vernier modifications of trajectory, or gas generator applications, where high specific impulse is not important. The low chamber temperature of these systems is usually desirable in these applications, and system simplicity is usually an absolute requirement. Moreover, there are many other systems where the specific impulse is not the main figure of merit, and the performance is better evaluated in terms of density-impulse (the product of mass density by specific impulse) (Oliveira, 2000-a).

Any compound which can be made to decompose exothermically is theoretically able to be used as a monopropellant. However, there are often difficulties in obtaining smooth decomposition. In addition, some compounds such as unsymmetrical dimethyl hydrazine (UDMH), hydrazine (N_2H_4) , isopropyl nitrate, ethylene oxide, and other substances are too toxic and/or hazardous to be used without analyse another alternatives. HTP has been used as monopropellant gas generant in many applications. It permits a simple generator system and does not require mixture-ratio adjustments. This system is relatively easy to control and the gases are generated at predictable temperatures. Unless the monopropellant is also employed as one of the engine's main propellants, however, the generator system introduces a third propellant, often requiring special handling and tankage.

In modern aerospace vehicles the single-component gas generators working on hydrogen peroxide H_2O_2 are particularly attractive due to its nontoxic characteristic and also to the ecologically clean decomposition products (water and oxygen). Usually it is used on aqueous solution containing at least 80–85% by mass of hydrogen peroxide. Solutions with lower concentration yield a gas with a lower temperature (and efficiency).

The main goal of this paper is describe the method used for determine the adiabatic temperature of decomposition of hydrogen peroxide solutions at high concentrations. Additionally are determined other parameters of initial solution and decomposition products. It's assumed concentration enough high in such way that the decomposition products be in superheated zone. This paper is extracted from (Oliveira, 2000-b), where a computer program and a detailed discussion are presented.

2. HYDROGEN PEROXIDE GAS GENERATOR

High test hydrogen peroxide (HTP) can be decomposed reliably into superheated oxygen gas and water vapor at a predetermined temperature depending upon the HTP concentration and the initial temperature of the solution.

Liquid hydrogen peroxide can be decomposed by exposure to heat, as in a rocket thrust chamber, by exposure to a liquid catalyst such as a potassium permanganate-water solution, or by exposure to a solid catalyst. The decomposition catalyst used to the greatest extent is the solid samarium oxide coated silver screen. However, decomposition via a liquid catalyst is feasible and it has been employed in systems where short firing durations are used. When using a liquid catalyst the major problem is the necessary provision to ensure uniform mixing of the two liquids.

Traditionally, macroscopic metallic screens and coated ceramic pellets have been used as catalysts for the decomposition of hydrogen peroxide as applied to monopropellant thrusters, liquid rocket engines, and hybrid rocket systems. Catalyst activity depends on available catalytic surface area; elemental catalysts can be severely degraded by oxidation under use conditions. New approaches to forming robust, highly active and stable decomposition catalyst systems for flightweight applications were discussed by Rusek (1996). More recently, Rusek and Anderson (1999) discussed the synthesis, characterization, and evaluation of high surface area catalyst beds, and made comparisons with traditional propulsion catalysts.

Figure (1) shows a schematic of a typical monopropellant gas generator using hydrogen peroxide. The catalytic bed consists of alternate layers of stainless steel mesh and silver-platedbrass-wire screens secured by perforated end-plates or grids, which are applied with proper preload.

The treated silver screen catalyst normally is arranged in a tightly compressed pack. When the hydrogen peroxide passes over and around the wires of the pack screens, silver ions pass into the H_2O_2 solution. These silver ions react with the H_2O_2 molecule decomposing it into oxygen gas and water vapor with heat being liberated. This heat increases the reaction rate by raising the temperature of the screens and the H_2O_2 . In a matter of milliseconds the H_2O_2 reaction rate has increased to a point where the adiabatic decomposition temperature of the H_2O_2 is reached. This reaction rate continues indefinitely if required unless foreign matter poisons the silver. However, the operational life of the catalyst pack is limited by gas pressure drop, which in turn depends upon several parameters (Davis and McCormick, 1960).

Hydrogen peroxide decomposition is a significantly exothermic process (96.3 MJ/kg-mole of H_2O_2 at 25° C). Large volumes of oxygen are evolved as it decomposes. If the peroxide strength is high enough, the material will boil and large volumes of steam will also be generated.



Figure 1: Scheme of a monopropellant gas generator.

For concentrations up to 64.7% H₂O₂, the maximum adiabatic decomposition temperature that may be experienced is 100° C; i.e., there is sufficient water present to absorb the total heat of decomposition by generation of steam. For concentrations above 64.7%, the final adiabatic temperature that may be attained increases with increase in initial H₂O₂ concentration. For 70% H₂O₂, the heat of decomposition is 1984.2 kJ/kg solution and the adiabatic decomposition temperature is 240° C, with a volume expansion of 2,580 times the starting volume. For 85% H₂O₂, the heat of decomposition is 2453 kJ/kg with a potential adiabatic temperature of 620° C and a volume expansion ratio of 4,600.

3. DECOMPOSITION PROCESS

The decomposition of hydrogen peroxide always involves the over-all reaction

$$H_2O_2 \longrightarrow H_2O + \frac{1}{2}O_2 \qquad \Delta H_{dec} < 0.$$
⁽¹⁾

Here, $\Delta H_{\rm dec}$ denotes the enthalpy of the decomposition reaction. For anhydrous H₂O₂ at 0° C the enthalpy of the decomposition is $\Delta H_{\rm dec} = -12648$ kcal/kg-mole. The water in this case is considered to be in the gaseous state.

The mechanisms and rates of decomposition may differ, however, depending on the type of decomposition. The liquid-phase decomposition has been studied by Whittaker and Drew (1957), who derived the rate equation

$$k = 104 \exp(-14400/\mathcal{R}T) \quad \text{mole/liter-s},$$
 (2)

and suggested that the decomposition is not entirely heterogeneous. Numerous materials substantially catalyze the decomposition. As the catalysts can be used permanganates of alkaline metals (NaMnO₄, KMnO₄) or grids of silver wire. A review of the effects of various materials is given by Schumb, Satterfield and Wentworth (1955).

The working process of the HTP gas generator consists in the catalytic decomposition of H_2O_2 in accordance with the thermochemical equation (1). The heat released during the decomposition of the H_2O_2 solution is used to vaporize the ballast water, and heat the mixture of water vapor and molecular oxygen.

4. COMPOSITION AND THERMODYNAMIC PARAMETERS

The calculation of composition and thermodynamic parameters of the steam and gas is done as follows. Note that it is assumed concentration high enough to vaporization of all liquid water in the decomposition products. Thus, the products are in the superheated region.

4.1 Mass Density of the Hydrogen Peroxide Solution

Assuming that there is no volume contraction after the dissolution, then the total volume of the liquid solution is the sum of the individual volumes of water and peroxide, i.e., $V_{\rm s} = V_{\rm H_2O} + V_{\rm H_2O_2}$. Taking into account that the total mass of the liquid solution is the sum of component masses ($m_{\rm s} = m_{\rm H_2O} + m_{\rm H_2O_2}$), and considering that $V_{\rm s} = m_{\rm s}/\rho_{\rm s}$, then the mass density of the solution is given by

$$\frac{1}{\rho_{\rm s}} = \frac{1-c}{\rho_{\rm H_2O}} + \frac{c}{\rho_{\rm H_2O_2}} , \qquad (3)$$

where c accounts for the peroxide mass concentration in the aqueous solution, i.e.,

$$\frac{m_{\rm H_2O_2}}{m_{\rm s}} = c , \qquad \frac{m_{\rm H_2O}}{m_{\rm s}} = 1 - c .$$
(4)

4.2 Mol Fraction of Water in the Solution

Considering the fact that all the gaseous oxygen came from the H_2O_2 decomposition, since the H_2O dissociation is negligible at the involved temperatures, the decomposition of the *aqueous* solution can be expressed as follows:

$$H_2O_2 \cdot y H_2O \longrightarrow (1+y) H_2O + \frac{1}{2}O_2 \qquad \Delta H_{dec} < 0, \qquad (5)$$

where y denotes the number of moles of H_2O per 1 mol of H_2O_2 present in the solution.

The mass concentration of H_2O_2 in the solution, c, can be expressed as function of y:

$$c = \frac{34.016}{34.016 + 18.016\,y} \,. \tag{6}$$

Therefore,

$$y = \frac{34.016}{18.016} \left(\frac{1}{c} - 1\right) \,. \tag{7}$$

4.3 Mass Fractions in Decomposition Products

In accordance with equation of reaction, Eq. (1), the mass fractions of water $w_{\rm H_2O}$ and oxygen $w_{\rm O_2}$ in the decomposition products of **anhydrous** H₂O₂ are

$$w_{\rm H_2O} = \frac{\mathcal{M}_{\rm H_2O}}{\mathcal{M}_{\rm H_2O_2}} = \frac{18.016}{34.016} \,, \tag{8}$$

$$w_{O_2} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}_{O_2}}{\mathcal{M}_{H_2O_2}} = \frac{1}{2} \frac{32.000}{34.016} = \frac{16.000}{34.016} , \qquad (9)$$

where \mathcal{M}_{H_2O} , \mathcal{M}_{O_2} , and $\mathcal{M}_{H_2O_2}$ are the molecular masses of water, oxygen, and hydrogen peroxide, respectively. Obviously, $w_{H_2O} + w_{O_2} = 1$.

If the mass concentration of H_2O_2 in the solution is c, 1 kg of solution contains c kg of pure H_2O_2 . Since the oxygen forms only from H_2O_2 in the quantity 16.000/34.016 kg per 1 kg of

 H_2O_2 , the mass fraction of oxygen in 1 kg of hydrogen peroxide solution with concentration c will be

$$w_{\rm O_2} = \frac{16.000}{34.016} c \,, \tag{10}$$

while the mass fraction of water is

$$w_{\rm H_2O} = 1 - w_{\rm O_2} = 1 - \frac{16.000}{34.016} c \,. \tag{11}$$

The temperature of the forming steam and gas does not exceed 1400 K, and at this temperature the degree of dissociation of H_2O and O_2 is negligible. Thus, due to these facts, the composition of the steam-gas mixture does not depend on the pressure and is determined only by the concentration of the H_2O_2 solution and, of course, by the initial temperature of solution. Certainly, if the concentration is below a given value, the released heat could not be enough to vaporize all the water, and results a heterogeneous system with two phases.

4.4 Mol Fractions in Decomposition Products

The mol fractions of the decomposition products are obtained from (5):

$$n_{\rm H_2O} = \frac{1+y}{1.5+y} \,, \tag{12}$$

$$n_{\rm O_2} = \frac{0.5}{1.5 + y} \,. \tag{13}$$

4.5 Partial Pressures of Decomposition Products

Assuming Dalton's Law to hold accurately, which is the case only with perfect gases, the fractional *partial pressure* is equal to the mol fraction, and

$$p_{\rm H_2O} = n_{\rm H_2O} \, p_{\rm p} \,\,, \tag{14}$$

$$p_{\rm O_2} = n_{\rm O_2} \, p_{\rm p} = p_{\rm p} - p_{\rm H_2O} \,. \tag{15}$$

Here, $p_{\rm p}$ denotes the pressure of mixture at reaction chamber.

4.6 Determination of Thermodynamic Properties

Decomposition of the H_2O_2 solution in the flow at the gas generator occurs at constant pressure and under adiabatic conditions. The isobaric-adiabatic process in the flow is accomplished, as it is known, with constant enthalpy of the working fluid. Therefore, the theoretical temperature of the steam-gas T_p can be determined from the condition of conservation of total enthalpy:

$$H_{\rm s} = H_{\rm p} , \qquad (16)$$

where H_s is the total specific enthalpy of the H₂O₂ solution with concentration c at initial temperature T_s (at the temperature at the gas-generator inlet); H_p is the total specific enthalpy of steam-gas mixture at the unknown temperature T_p .

The left and right sides of Eq. (16) are calculated as follows:

$$H_{\rm s} = c H_{\rm H_2O_2} + (1 - c) H_{\rm H_2O,l} + \Delta H_{\rm dis} , \qquad (17)$$

$$H_{\rm p} = w_{\rm H_2O} \, H_{\rm H_2O,g} + w_{\rm O_2} \, H_{\rm O_2} \,, \tag{18}$$

where $H_{\rm H_2O_2}$ is the total specific enthalpy of anhydrous $\rm H_2O_2$ at temperature $T_{\rm s}$; $H_{\rm H_2O,l}$ is the total specific enthalpy of water at temperature $T_{\rm s}$; $\Delta H_{\rm dis}$ is the heat of dissolution of solution of $\rm H_2O_2$ in water, a function of the solution concentration c; $H_{\rm H_2O,g}$ is the total specific enthalpy of water vapor at temperature $T_{\rm p}$ and pressure $p_{\rm H_2O}$; $H_{\rm O_2}$ is the total specific enthalpy of gaseous oxygen at temperature $T_{\rm p}$ and pressure $p_{\rm O_2}$.

The values of the total enthalpies of H_2O_2 , $(H_2O)_l$, $(H_2O)_g$, $(O_2)_g$, and ΔH_{dis} are taken from appropriate handbooks. Here, ΔH_{dis} was estimated as explained in (Oliveira, 2000-b), and the other needed enthalpies were evaluated by using the fitting curves presented on NASA SP-273 (Gordon and McBride, 1976). Such equations hold for thermally perfect gases (and, therefore, are independent of the pressure). So, the results deviates from the real values for high pressures $(p_p > 20 \text{ bar})$.

5. PROCEDURE FOR CALCULATING SUPERHEATED STEAM REGION

The calculation is done according to the formulas given in the previous sections. Since the temperature of the steam-gas mixture $T_{\rm p}$ is unknown before the calculation, it is determined by the trial-and-error method. The order of operations in this case is as follows: assume c, $T_{\rm s}$ and $p_{\rm p}$; calculate the value of $H_{\rm s} = H_{\rm s}(c, T_{\rm s})$ from relationship (17); give several values of $T_{\rm p}$, close to the expected value, and calculate $H_{\rm p} = H_{\rm p}(T_{\rm p})$ by relationship (18). The true value of the theoretical temperature of the steam-gas $T_{\rm p}$ will be that value for which Eq. (16) is satisfied.

The complete algorithm for calculation of the temperature of decomposition products is given below. It is assumed mass composition high enough for vaporization of water in the products.

1. Assume the mass concentration c, the initial temperature $T_{\rm s}$ of the solution, and the reaction chamber pressure $p_{\rm p}$.

2. Calculate the mass fractions of steam and gaseous oxygen in the products:

$$w_{\rm O_2} = \frac{16.000}{34.016} c ,$$

 $w_{\rm H_2O} = 1 - w_{\rm O_2} .$

3. Calculate the total enthalpy of the liquid solution at the initial temperature T_s (this the temperature at the inlet of the gas generator):

$$H_{\rm H_2O_2} = H_{\rm H_2O_2}(T_{\rm s})$$

 $H_{\rm H_2O,l} = H_{\rm H_2O,l}(T_{\rm s})$

 $\Delta H_{\rm dis} = \Delta H_{\rm dis}(T_{\rm s})$

$$H_{\rm s} = c H_{\rm H_2O_2} + (1 - c) H_{\rm H_2O,l} + \Delta H_{\rm dis}$$

4. Estimate the partial pressures of decomposition products using Dalton's Law:

$$p_{\rm H_2O} = n_{\rm H_2O} p_{\rm p}$$

 $p_{\rm O_2} = n_{\rm O_2} p_{\rm p} = p_{\rm p} - p_{\rm H_2O}$.

5. Assume $T_{\rm p}$ and calculate the total enthalpy of the gaseous products:

$$H_{\rm H_2O,g} = H_{\rm H_2O,g}(T_{\rm p}, \, p_{\rm H_2O})$$

$$H_{\rm O_2} = H_{\rm O_2}(T_{\rm p}, p_{\rm O_2})$$

 $H_{\rm p} = w_{\rm H_2O} H_{\rm H_2O,g} + w_{\rm O_2} H_{\rm O_2}$.

6. Repeat the step 5 for different $T_{\rm p}$'s until meeting the total enthalpy conservation:

 $H_{\rm s} = H_{\rm p}$.

The true temperature of the steam-gas is 3-5% lower than the theoretical adiabatic temperature due to incomplete decomposition of H_2O_2 . After determining the composition and temperature of the steam-gas, its remaining parameters are calculated as the parameters of a gaseous mixture whose composition is known.

6. RESULTS AND FINAL REMARKS

In this paper a technique was discussed for calculation of parameters of HTP decomposition. Some results are shown next.

Figure (2-a) shows the theoretical temperature of decomposition (T_p) versus the mass concentration of H₂O₂ (c), for different solution's temperatures (25° C and 60° C). As can be seen, fixed T_s , the behavior $T_p = T_p(c)$ is linear.

The theoretical variations of temperature of decomposition (T_p) due to changes in the solution's temperatures (T_s) are presented on Fig. (2-b). The results are parameterized by the mass concentration of H₂O₂ (c), and T_s variates in the range from 25° C up to 60° C. These results shown that, fixing c, T_p changes linearly with T_s .





The above decomposition temperature results can be summarized in the following expression, obtained by curve fitting process, and considering the linear variations with the solution initial temperature and concentration:

$$T_{\rm p} = 1.43 \, T_{\rm s} + (2523.18 \, c - 1676.4) \,. \tag{19}$$

This formula could be useful during the preliminary design of a space system which uses hydrogen peroxide decomposition in some of its sub-systems.

For pressures above 20 bar the water vapor departs from the thermally perfect gas behavior, and the influence of pressure become important. This fact, although considered in the given method, was not taken into account in the above results.

After calculation of composition and temperature of the decomposition products of HTP, by the given method, another parameters of the gaseous mixture can be evaluated using the formulae presented in the appendix. The given method and resulting equations of composition and thermodynamic properties are potentially of great value to the rocket field, and are in a form that can be used readily for space vehicles performance calculations. They apply to a gas generator for: (1) monopropellant engine; (2) tank pressurization in a liquid rocket engine (LRE) or a hybrid rocket engine (HRE); and (3) gaseous oxidizer in a restartable bipropellant engine system.

Finally, must be remembered that, sometimes, HTP is used as oxidizer of the basic propellant of a LRE or HRE; therefore, by using HTP as substance for gas generation one can simplify the design of the engine, increase its reliability, and facilitate rocket operation.

References

- [1] Andrews, David, 1990, "Advantages of hydrogen peroxide as a rocket oxidant," *Journal of the British Interplanetary Society*, Vol. 43, pp. 319–328, July.
- [2] Bloom, R. Jr.; Davis, Noah S. Jr.; and Levine, Samuel D., 1950, "Hydrogen Peroxide as a Propellant." *Journal of the American Rocket Society*, Number 80, March.
- [3] Davis, Noah S. Jr.; and McCormick, James C., 1960, Design of Catalyst Packs for the Decomposition of Hydrogen Peroxide. Presented at the ARS Propellants, Combustion and Liquid Rockets Conference, The Ohio State University, Columbus 10, Ohio, July 18-19.
- [4] Gordon, S.; and McBride, B. J., 1976, Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations. NASA SP-273.
- [5] Jeff, Martin, 1999, "Hydrogen Peroxide The Safe Supply and Handling of HTP." 2nd International Hydrogen Peroxide Propulsion Conference, November 7-10, Purdue University, West Lafayette, Indiana, U.S.A.
- [6] Oliveira, Ulisses C., 2000-a, *Study of Propellants for Pressure-Fed Propulsion Systems*. IAE Internal Technical Report (to be divulged).
- [7] Oliveira, Ulisses C., 2000-b, Composition and Thermodynamic Properties of High Test Peroxide Decomposition. IAE Internal Technical Report (to be divulged).
- [8] Rusek, J. J., 1996, "New Decomposition Catalysts and Characterization Techniques for Rocket-Grade Hydrogen Peroxide," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 12, No. 3.
- [9] Rusek, J. J.; Anderson, N. M., 1999, "Heterogeneous Decomposition of Rocket Grade Hydrogen Peroxide." 2nd International Hydrogen Peroxide Propulsion Conference, November 7-10, Purdue University, West Lafayette, Indiana, U.S.A.
- [10] Schumb, W. C., Satterfield, C. N., and Wentworth, R. L., 1955, "Hydrogen Peroxide," New York, Reinhold Publishing Corp.
- [11] Whittaker, A. G., and Drew, C. M., 1957, J. Phys. Chem., 61, 382.

APPENDIX

ADDITIONAL PARAMETERS OF DECOMPOSITION PRODUCTS

After determination of n_{O_2} and n_{H_2O} and T_p , it's possible to know the other parameters of gaseous mixture resulting from the decomposition:

$$\mathcal{M}_{\rm p} = n_{\rm H_2O} \, \mathcal{M}_{\rm H_2O} + n_{\rm O_2} \, \mathcal{M}_{\rm O_2}$$

$$\mathcal{R}_{\mathrm{p}} = rac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}_{\mathrm{p}}}$$

 $c_{p,p} = n_{H_2O} c_{p,H_2O} + n_{O_2} c_{p,O_2}$

$$c_{v,p} = c_{p,p} - \mathcal{R}_p$$

$$k_{\rm p} = \frac{c_{p,\rm p}}{c_{v,\rm p}}$$

$$c^* = \sqrt{\frac{1}{k_{\rm p}} \left(\frac{k_{\rm p}+1}{2}\right)^{\frac{k_{\rm p}+1}{k_{\rm p}-1}} \mathcal{R}_{\rm p} T_{\rm p}}$$

It was used the notation: \mathcal{M}_{p} – molecular mass, \mathcal{R}_{p} – gas constant, $c_{p,p}$ – specific heat at constant pressure, $c_{v,p}$ – specific heat at constant volume, k_{p} – specific heat ratio, and c^{*} – characteristic exhaust velocity.

If $V_{\rm s}$ and $\rho_{\rm s}$ denote, respectively, the volume and mass density of the solution and, since the the mass of products of decomposition $m_{\rm p}$ is equal to the mass of the solution $m_{\rm s}$, then $m_{\rm p} = m_{\rm s} = V_{\rm s} \rho_{\rm s}$.

Assume, in first approximation, that the gaseous mixture formed after decomposition of HTP has a thermally perfect gas behavior. Therefore the ratio of the products to the solution volumes is

$$\frac{V_{\rm p}}{V_{\rm s}} = \rho_{\rm s} \, \frac{\mathcal{R}_{\rm p} \, T_{\rm p}}{p_{\rm p}} \,,$$

where $p_{\rm p}$ is pressure at the decomposition chamber.

CALCULATION OF THE MAIN PARAMETERS OF STORED-GAS PRESSURIZATION SYSTEM

Ulisses Côrtes Oliveira

Instituto de Aeronáutica e Espaço 12228-904 — São José dos Campos–SP, Brazil E-mail: ulisses@iae.cta.br

Abstract

This paper describes a simple analysis and the calculation methods used to estimate design parameters of pressurization system of pressure-fed liquid rocket engines. The method applies to stored-gas systems without heating, and doesn't take into account the heat transfer between the pressurant and propellants, neither between the fluids and its environments (walls and internal hardware). It is devised for use during the preliminary design of storable propellant systems, although it can be used (with caution) for rough estimates in cryogenic propellant systems. A computational algorithm is also given. Results of the methods applied to a typical Reaction Control System of a launch vehicle illustrate its use in practical situations.

Keywords: Pressurization system, Tank pressurization, Rocket design, Liquid rocket engine, Reaction control system.

1. INTRODUCTION

Planning for launch and space vehicle and mission requirements necessitates continuing optimization of propellant tank pressurization systems. This optimization is realized in an accurate determination of pressurant requirements for any given set of operating parameters, such as tank pressure, inlet gas temperature, liquid outflow rate, and tank size. This knowledge will allow the design of a system that carries only the mass (pressurant gas and associated tankage) necessary to accomplish the mission.

Pressurant gas and total stored-gas requirements for launch and space vehicles may be predicted by different models of the pressurization process. However, preliminary design studies require a fast and reasonably accurate method of predicting without resorting to complex computer programs.

Several simple studies have been made to predict the mass requirements in pressurizing storage vessels. Some studies, as in (Momenthy, 1964), use the *saturation rule*, which usually predicts gas requirements that are 10 to 15% conservative (larger than actually required) if only pressurization and transfer are considered (no hold time).

In more sophisticated studies, improved accuracy generally has been achieved in calculating pressurant mass. Thermal stratification and other thermochemical process inside a propellant tank are considered in some computer programs (Naumov et al., 1999).

The computer program described in (Masters, 1974) is relatively uncomplicated and has been used for numerous trade-study calculations; although never used specifically for propellants other than cryogens, the program is considered suitable for storable-propellant applications. In addition to these computer programs, there have been a number of programs developed for specific applications (these programs are for private use and, therefore, not divulged in open literature).

Although the most accurate method of predicting pressurant requirements is with a computer program that had been adjusted and verified by experiments, it is advantageous to have a fast, reasonably accurate method to determine the total mass of pressurant gas required without resorting to complex computer programs. This type of analysis is necessary in comparison and optimization studies for preliminary design, where the number of possibilities to be considered precludes a detailed computer analysis of each case.

This report presents a discussion of the problem and a simple approximate method for estimation the total required mass of pressurant. The technique to be described here is devised for use in preliminary design analysis, including the optimization calculations on design of pressurization systems. It is extracted from (Oliveira, 2000), where there is a complete analysis and the program listing, and must be used with reserve for situations besides those explicitly cited in the text. Sample cases are included to illustrate the use of this methodology, which is restrict to pressurant models of perfect gas and real gas by compressibility formulae or tables (other gas models could be easily implemented).

2. STORED-GAS PRESSURIZATION SYSTEMS

Stored-gas pressurization systems are widely used. The gas is usually stored in a tank at an initial pressure ranging up to 700 bar (although rarely overcome 250 to 300 bar) and supplied to the propellant tanks at a specified pressure controlled by a regulator. These systems have achieved a high level of reliability.

A commonly used configuration of stored-gas system without heating is shown schematically in Fig. 1. It consists of a high-pressure storage tank, a start and shutdown valve, a pressure regulator, and a thrust chamber. Regulated pressurant gas is dueled directly to the propellant tanks. This has the advantage of great simplicity. However, the mass of the system is relatively high because of the low temperature and mass density of the gas. In some expulsion methods are used metallic (as that depicted on Fig. 1) or elastomeric diaphragms, or inflatable elastomeric bladders. The following discussions will be restricted to configurations like that shown on Fig. 1.

The basic design parameter of a pressurization system is the quantity of gas required to pressurize the propellant tanks. However, the gross mass of the stored gas required for a given system depends also on the system design, on the expansion process during operation, and on the environmental temperature range within which the system must function.

3. DETERMINATION OF PRESSURANT REQUIREMENTS

The physical and chemical processes which take place during the expulsion of a liquid propellant from a tank by a gas or gas mixture are numerous and difficult to analyze. Even the simplest systems require simultaneous, time-dependent modeling of the fluid flow and heat transfer. Applicable experimental data for a selected system are often limited. Thus, the basis for the analytical approach is frequently narrow and uncertain. As a result, the initial design calculations of the quantity of pressurant gas required must be considered approximate until verified experimentally. The refinement of the analytical approach to minimize discrepancies between theoretical predictions and actual test results an art requiring experience and thorough understanding of the physical processes.

The required mass of gas required for accomplish the propellant tank pressurization is a function of the ullage mean temperature at cutoff, which is derived with the gas equation of



Figure 1: Stored-gas pressurization system without heating.

state and the energetic balance of the process of transformation between the initial and the final states.

If the system operating duration is relatively short, or if the pressurant temperature is close to the propellant and hardware temperatures, heat transfer and pressurant/propellant masstransfer effects can be neglected. The required pressurant mass in the propellant tanks can then be calculated as follows:

$$m_{\rm uf} = Z_{\rm uf} \frac{p_{\rm u} V_{\rm l}}{\mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm uf}} \,, \tag{1}$$

where: $m_{\rm uf}$ – required pressurant mass in the propellant tanks; $p_{\rm u}$ – propellant tank ullage pressure; $V_{\rm l}$ – volume of propellants expelled; $\mathcal{R}_{\rm g}$ – gas constant of the pressurant; $T_{\rm uf}$ – mean temperature of entering pressurant; $Z_{\rm uf}$ – compressibility factor of pressurant at ullage end condition.

4. VARIATION IN PRESSURANT TEMPERATURE

4.1 Final Gas Temperature in Pressurant Tank

High pressure gas outflows from pressurant tank, after start/shutdown valve is opened, throttles in pressure regulator up to the feeding pressure, and enters the propellant tanks. The remaining gas in pressurant tank begins to expand, with the corresponding temperature decrease. As a result of gas temperature decrease, occurs heat transfer from tank's wall to the remaining gas in the pressurant tank. But, due to the rather small heat transfer, as a result one can consider a decrease in the gas temperature, or in other words, it takes place a process of polytropic expansion of gas with polytropic exponent n lower than adiabatic exponent k (1 < n < k).

Assuming known the initial gas temperature T_{gi} and pressure p_{gi} at the pressurant tank, the final gas temperature T_{gf} in the pressurant tank can be estimated by use of the equation of a polytropic process of transformation from the initial state (T_{gi}, p_{gi}) to the initial one (T_{gf}, p_{gf}) :

$$T_{\rm gf} = T_{\rm gi} \frac{Z_{\rm gi}}{Z_{\rm gf}} \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{n-1}{n}},\tag{2}$$

where Z_{gi} and Z_{gf} are the compressibility factors of the pressurant gas at the initial and final states in the vessel. Thus, $Z_{gi} = Z_g(T_{gi}, p_{gi})$ and $Z_{gf} = Z_g(T_{gf}, p_{gf})$.

The intensity of heat transfer to the pressurant will depend on the operation cycle, on the particular construction of the tank, on the gas nature, and eventually on the existence of heat sources inside the tank.

If a heating source is provided inside the pressurant tank, the expansion process of the gas within would be polytropic (1 < n < k) and, depending on the intensity of heat transfer to the gas, isothermic (n = 1). For a system without heating inside the storage tank, the expansion process of the gas can be assumed to be isentropic (n = k), i.e., no heat is transferred between gas and tank walls. The exponent for the polytropic expansion process, n, is estimated during analytical treatment and verified experimentally.

If a perfect gas model is adopted, then, instead of Eq. (2), the following relation can be used to calculate the final gas temperature in the storage tank: $\frac{T_{\text{gf}}}{T_{\text{gi}}} = \left(\frac{p_{\text{gf}}}{p_{\text{gi}}}\right)^{\frac{n-1}{n}}$.

4.2 Final Gas Temperature in Propellant Tank

As a result of gas outflow, its temperature at the pressurant tank decreases continuously from $T_{\rm gi}$ down to $T_{\rm gf}$, as seen above. Before reaches the propellant tank, it passes by start/shutdown valve and pressure regulator (Fig. 1). During the gas throttling in the pressure regulator, the temperature of a real gas usually not remains constant. Particularly for air and nitrogen it decreases, and for helium it increases slightly. Moreover, after entering in propellant tanks, the gas change heat with walls and hardware inside the tanks. It is difficult to calculate theoretically all these temperature changing.

For most analyses, it has been found adequate to assume an adiabatic flow process through regulator and lines. It is a characteristic of this process that the total (or "stagnation") temperature remains constant. Since the gas essentially comes to rest in the propellant tank and no further compression takes place following initial propellant-tank pressurization, it is assumed that the propellant-tank temperature is an average from the temperatures in the pressurant tank.

In order to simplify the consideration of the process of the gas temperature variation inside the ullage volume of propellant tank, it is supposed the following scheme: every gas portion entering the propellant tank has temperature equal to the gas temperature in pressurant tank, at the same moment. So, at starting, the first gas portion arrives to the propellant tank with temperature $T_{\rm gi}$; and the last one, at the end of engine work, with temperature $T_{\rm gf}$. All these portions are mixed up in the tank, so that the average bulk gas temperature in the tank at end of process of propellant expulsion will be in the range from $T_{\rm gf}$ to $T_{\rm gi}$, i.e., $T_{\rm gf} < T_{\rm uf} < T_{\rm gi}$.

Here, in accordance with the above assumptions, the average bulk gas temperature in the tank at end of process of propellant expulsion will be assumed as the arithmetic mean between $T_{\rm gf}$ and $T_{\rm gi}$:

$$T_{\rm uf} = \frac{T_{\rm gi} + T_{\rm gf}}{2} \,.$$
 (3)

5. DETERMINATION OF STORED-GAS REQUIREMENTS

The main purpose of a pressurization system is to provide the quantity of gas required to pressurize the propellant tanks. However, significant part of the initial pressurant mass remains in storage vessels, feedlines, valves and regulators. So, the total stored-gas requirement must accounts for all these masses. Actually, the gross mass of the stored gas required for a given system depends also on the system design, on the expansion process during operation, and on the environmental temperature range within which the system must function.

Normally, at preliminary design, the main purpose of calculations is to determine the necessary vessel's volume and gas mass supply. Sometimes, at this phase, there is no detailed information about tank configuration, length of feedlines, characteristics of pressure regulators, etc., and it is necessary to assume values for some parameters.

5.1 Initial Data

The following data must be available before initiate the calculations:

- total volume of expelled propellants, $V_{\rm l}$, or total volume of fuel and oxidizer tanks, $V_{\rm t}$;
- pressure of pressurization, $p_{\rm u}$, or propellant tanks pressure, $p_{\rm t}$;
- gas constant \mathcal{R}_{g} and initial temperature of gas in pressurant tank T_{gi} .

The storage pressure, i.e., the initial gas pressure in vessel, p_{gi} , is usually chosen in such way to permit a small and lightweight gas tank design. It is determined by the feeding conditions. It ordinarily ranges between 12 and 35 MPa and is usually 4 to 8 times as high as the propellant tank pressure (Oliveira, 2000).

The final pressure in vessel, $p_{\rm gf}$, must be greater than ullage pressure at propellant tank, $p_{\rm u}$, and the difference must be equal to or greater than the minimum necessary pressure difference on the pressure regulator, $\Delta p_{\rm reg}$, for ensure normal work (Oliveira, 2000).

5.2 Mass and Volume Relations

Considers the states of pressurant gas before and after the feeding process. Before feeding, all the gas is stored in the high pressure tank. Then, using the equation of state for the pressurant gas, the initial mass of gas in the vessel, m_{gi} , is given by

$$m_{\rm gi} = \frac{p_{\rm gi} V_{\rm g}}{Z_{\rm gi} \mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm gi}} \,. \tag{4}$$

At the end of feeding process, part of the gas is in the vessel and part in the propellant tanks. Then, from the equation of state applied to this end condition, the mass of the remaining gas in the vessel can be expressed as

$$m_{\rm gf} = \frac{p_{\rm gf} V_{\rm g}}{Z_{\rm gf} \mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm gf}} \,, \tag{5}$$

where $p_{\rm gf}$ and $T_{\rm gf}$ are, correspondingly, pressure and temperature of the remaining gas in the vessel at the end of expulsion/feeding process.

The mass of gas in the ullage at the end of feeding process, $m_{\rm uf}$, is the gas mass which enters the tank up to the shutdown of the system. As seen in section 3, it is calculated from the gas state in the propellant tanks at end of feeding process:

$$m_{\rm uf} = \frac{p_{\rm uf} V_{\rm l}}{Z_{\rm uf} \mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm uf}} \,. \tag{6}$$

Here, V_l is the displaced volume of liquid propellants from their tanks. If the initial ullage and the gas in feedlines are disregarded, and assuming that at end condition the tanks are completely empty, then the end ullage volume is the total volume of propellant tanks, i.e., $V_l = V_t$.

Due to the conservation of the mass of pressurant during the pressurization process, the total mass of gas in vessel and tanks at the end of work is equal to the initial one. Hence, $m_{\rm gi} - m_{\rm gf} = m_{\rm uf}$ and, from these mass relations results:

$$V_{\rm g} = \frac{p_{\rm uf} V_{\rm l}}{Z_{\rm uf} T_{\rm uf}} \left(\frac{p_{\rm gi}}{Z_{\rm gi} T_{\rm gi}} - \frac{p_{\rm gf}}{Z_{\rm gf} T_{\rm gf}} \right)^{-1} \,. \tag{7}$$

Taking into account the Eq. (2), the previous equation can rewritten as

$$V_{\rm g} = \frac{Z_{\rm gi} T_{\rm gi}}{Z_{\rm uf} T_{\rm uf}} \frac{p_{\rm uf}}{p_{\rm gi}} V_{\rm l} \left[1 - \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{1}{n}} \right]^{-1} .$$
(8)

This equation shows basically that the vessel's volume is independent on the gas constant of pressurant (\mathcal{R}_{g}), and proportional to the pressure ratio p_{uf}/p_{gi} , to the temperature ratio T_{gi}/T_{uf} , and to the volume V_{l} of expelled liquid propellant. As expected, increasing the ratio p_{uf}/p_{gi} , will demand a higher vessel volume. The ratio of compressibility factors Z_{gi}/Z_{uf} indicates that is better to have low compressibility on storage conditions and high compressibility at ullage; but in general this is not the case, as can be seen in (Oliveira, 2000). Fixed all the other parameters, the vessel's volume decreases if is increased the initial pressure p_{gi} and/or the ullage temperature T_{uf} . This last effect can be obtained by heating the gas before its entrance in propellant tanks.

Knowing the pressurant tank volume, $V_{\rm g}$, then the initial mass of gas in the pressurant tank, $m_{\rm gi}$, can be obtained from the Eq. (4). However, for further analysis it is interesting to an explicit expression for $m_{\rm gi}$. From Eqs. (4) and (8) results:

$$m_{\rm gi} = \frac{p_{\rm uf} V_{\rm l}}{Z_{\rm uf} \mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm uf}} \left[1 - \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{1}{n}} \right]^{-1} \,. \tag{9}$$

It shows that the required supply of gas in the bottle $m_{\rm gi}$ is directly proportional to the pressurization pressure $p_{\rm uf}$ and the volume of the displaced liquid $V_{\rm l}$, and inversely proportional to the gas constant $\mathcal{R}_{\rm g}$ and to the ullage temperature $T_{\rm uf}$.

The mass of gas depends from its properties: it is lower for a gas with higher gas constant; so the application of helium instead of air or nitrogen allows to decrease gas mass about 7 times.

To decrease m_{gi} it is also advisable to increase the initial pressure in the bottle p_{gi} and consume the gas to the lowest possible final pressure p_{gf} . This latter is usually selected as previously indicated.

The **pressurant use factor**, $f_{\rm p}$, defined as the ratio of stored-gas requirement to the net mass of pressurant utilized in the propellant tank, can be now calculated: $f_{\rm p} = \frac{m_{\rm gi}}{m_{\rm of}}$.

5.3 Simplifications of Model

In order to simplify the analysis for the influences of different parameters on the pressurant tank volume, it is convenient to rewrite $T_{\rm gf}$ and $T_{\rm uf}$ in more simple ways. Firstly, the temperature of the residual gas in the pressurant vessel can be expressed by

$$T_{\rm gf} = c_1 T_{\rm gi} , \qquad c_1 = \frac{Z_{\rm gi}}{Z_{\rm gf}} \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{n-1}{n}} .$$
 (10)

The value of c_1 depends on the pressure ratio $p_{\rm gf}/p_{\rm gi}$ and on the exponent *n*, which is determined by heat transfer intensity from vessel's wall to gas. Usually, one can consider values of *n* in the range (1.15 – 1.33). Analogously, one can assume that the gas temperature in the tank at the end of feeding is proportional to the initial temperature at the vessel:

$$T_{\rm uf} = c_2 T_{\rm gi} , \qquad c_2 = \frac{1+c_1}{2} .$$
 (11)

Here, the coefficient c_2 is a factor of proportionality which, for the present simplified model, is obtained from Eqs. (3), (10) and (11).

Taking into account the relationships for initial and the final parameters, as expressed by Eqs. (10) and (11), and assuming perfect gas, then after simple transform of Eq. (7) one can get:

$$V_{\rm g} = c_3 \frac{p_{\rm uf}}{p_{\rm gi}} V_{\rm l} , \qquad c_3 = \frac{2c_1}{1+c_1} \frac{1}{c_1 - p_{\rm gf}/p_{\rm gi}} .$$
 (12)

The vessel's volume is proportional to the pressure p_{uf} and the volume V_l of displaced liquid propellant; it decreases with initial pressurant pressure p_{gi} increase, and it is independent on the gas constant of pressurant (\mathcal{R}_g).

It is shown in (Oliveira, 2000) that the coefficients c_1 , c_2 and c_3 decrease with crescent $p_{\rm gi}/p_{\rm gf}$. All the previous equations holds for real gases. In particular, for a perfect gas, c_1 and, therefore, c_2 and c_3 are functions only of $p_{\rm gf}/p_{\rm gi}$ and n. Hence,

$$V_{\rm g} = V_{\rm g} \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}, \frac{p_{\rm uf}}{p_{\rm gi}}, V_{\rm l}, n \right) , \qquad c_3 = \frac{2}{1 - \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{1}{n} - 1} - \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{2}{n} - 1}} .$$
(13)

From the relation for c_3 in Eq. (13), the functional relation (13) and considering that $c_1 < 1$, $c_2 < 1$ and $c_3 > 1$, it is concluded that, for a perfect gas as pressurant, the required storage volume of pressurant increases with higher $p_{\rm gf}/p_{\rm gi}$, $p_{\rm uf}/p_{\rm gi}$, n and $V_{\rm l}$. An interesting way to represent this relations is a plot of the parametric form $V_{\rm g}/V_{\rm l} = c_3 p_{\rm uf}/p_{\rm gi}$, as shown on Fig. 2, for a perfect gas and n = 1.2.



Figure 2: Parametric relations for vessel volume of a perfect gas (n = 1.2).

Since the volume of the bottle $V_{\rm g}$ is known and its shape had been selected, further calculation of the gas-stored system reduces to determining the dimensions and the thickness of the walls of the pressurant vessel, using familiar dependences (Oliveira, 2000).

6. APPLICATION RESULTS

The present methods will be applied to the design calculations of a Reaction Control System similar to the illustrated on Fig. 1 (in reality, there is a bunch of thrust chambers).

The pressurant is compressed nitrogen stored in a spherical aluminum tank of 8 L. The fuel is unsymmetrical dimethylhydrazine (UDMH) and the oxidizer is nitrogen tetroxide (NTO). The propellants are stored in individual aluminum spherical tanks with equal volumes of 25 L, being separated from the pressurant by metallic diaphragms. The pressure difference between the gas and the liquid sides of diaphragm, in each propellant tank, is less than 2 bar. It is necessary to determine the pressurant storage volume and mass for compressed nitrogen for this system.

The nominal pressurant storage pressure is taken as $p_{gi} = 220$ bar. The initial gas temperature in the pressurant vessel is $T_{gi} = 285.15$ K. The nominal pressure in the liquid cavities of both propellants is $p_t = 13$ bar. Then, considering that the metallic diaphragm introduces a pressure drop of 2 bar, the gas side (i.e., the ullage) must be at $p_u = 15$ bar. It will be disregarded the initial ullage and the gas inside feedlines, valves and regulators. It will be considered as end state the moment when occurs the total expulsion of the propellants; so, the final ullage will

parameter	value	unit
Pressurant (nitrogen) properties		
$\mathcal{M}_{ m g}$	0.0280	kg/mol
$\mathcal{R}_{ m g}^{-}$	296.940	J/(mol K)
n^{-}	1.200	
Initial condition at pressurant tank		
$V_{ m g}$	-6.489	L
$p_{ m gi}^-$	220.000	bar
$\overline{T_{\rm gi}}$	285.15	Κ
$m_{ m gi}$	1.686	kg
Final condition at pressurant tank		
$p_{ m gf}$	80.000	bar
$T_{\rm gf}$	240.9	Κ
$m_{ m gf}$	0.726	kg
Final condition at	propellant	tank
$V_{ m t}$	50.000	L
$p_{ m uf}$	15.000	bar
$T_{ m uf}$	263.0	Κ
$m_{ m uf}$	0.960	kg

Table 1: Results for the RCS nominal operation.

occupies all the propellant tanks volume: $V_{\rm l} = V_{\rm t} = 50 \,{\rm L}$. The final pressure level in pressurant vessel at the end of propellant expulsion process is taken equal to $p_{\rm gf} = 80 \,{\rm bar}$.

The main results for the nominal conditions, assuming pressurant as a perfect gas and n = 1.2, are presented on Tab. 1. The calculated ullage temperature was 263 K. Ideally, this value should be a little higher than the freezing temperature of NTO ($\approx 262 \text{ K}$). Any way, for pulsed regime of work the calculated value is conservatively a lower limit for the ullage temperature and, so, can be considered that the estimated value satisfies this restriction.

If were used helium as pressurant instead of nitrogen, kept constant all the other conditions, the required mass of pressurant would be $m_{\rm gi} = 0.241$ kg. For nitrogen, the estimated value was $m_{\rm gi} = 1.686$ kg, a value seven times greater (and equal to the ratio between the molecular masses of nitrogen and helium). The required volume of pressurant would be the same ($V_{\rm g} = 6.489$ L) for both gases, as previously forecasted.



Figure 3: Influence of final pressure of pressurant vessel on gas mass requirement and gas temperature.

Figure 3 show the behavior of the required and residual pressurant mass, and pressurant final temperatures at ullage and vessel, all as function of the final pressure in the pressurant vessel. Obviously, as predicted in previous sections, all these parameters increase with the pressure of remaining gas in the vessel.

The variations on the main parameters due to changes in the pressurant storage pressure (p_{gi}) are presented on Fig. 3. The pressurant storage volume and mass, as well as the other

shown parameters, decrease with increasing pressurant storage pressure. Note, in Fig. 3, that the residual mass on the pressurant vessel decreases more quickly than the initial mass, as expected. For the pressure range analyzed, the storage vessel decrease less intensively for high pressures.



Figure 4: Variations of volume and initial and residual mass of pressurant at different storage pressure for perfect and real gas.

The compressibility effects on vessel's volume and initial and residual masses of pressurant, for different storage pressures, also are shown on Fig. (4). The values computed with real gas model are lower than those ones estimated using perfect gas model. Thus, for the analyzed case, the perfect-gas model gives more conservative results.

7. CONCLUDING REMARKS

This paper presents an analysis to predict the pressurant gas requirements and other design parameters of a stored-gas pressurization system for the discharge of storable liquid propellants from storage tanks. The study deals with the expulsion of the liquid at an uniform pressure (pressure-regulated system) of pressure-fed liquid rocket engines. The model of analysis involves approximations of the final temperature for the tank ullage. It is disregarded the heat transfer between the ullage gas and the tank wall, and also the heat transfer from the ullage to the liquid interface and to the hardware components. Another important simplification is that the heat transfer between the pressurant and the vessel's wall wasn't calculated, and its effect was included in calculations by assuming a polytropic expansion process.

A computational algorithm is also given. Sample case is included to illustrate the use of the described methods. The validity of the analysis presented herein has not been completely verified yet, due to absence of adequate experimental data.

Although prior knowledge of the operating conditions for a fluid system is needed for an analysis, the use of the simple methods resulting from the present analysis do not necessitate that experimental data derived from prototype systems be available. Thus, they are advantageous for preliminary design and optimization studies where the use of detailed computer programs becomes inadequate and sometimes impossible (due to the lack of needed input information).

The analysis cover the models of perfect gas and real gas. In the last case, are used compressibility formulae or tables. An easy extension of this analysis could be the implementation of Peng-Robinson and Redlich-Kwong equations of state in the calculation process.

References

- [1] Masters, P. A., 1974, Computer Program for Pressurization (Ramp) and Pressurized Expulsion from a Cryogenic Liquid Propellant Tank. NASA TN D-7504.
- [2] Momenthy, A. M., 1964, "Propellant Tank Pressurization System Analysis." Advances in Cryogenic Engineering, Vol. 9, pp. 273–283. Plenum Press, New York.
- [3] Naumov, V. et al., 1999, Mathematical Modeling and Analysis of Liquid Propulsion Systems Propellant Tank Pressurization. Paper presented at the 15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Águas de Lindóia.
- [4] Oliveira, U. C., 2000, Calculation of the Main Parameters of Sored-Gas Pressurization System. Technical Report, Instituto de Aernonáutica e Espaço, São José dos Campos.

Appendix: ALGORITHM OF PRESSURIZATION WITH REAL GAS

Final Gas Temperature in Pressurant Tank (Known: p_{gi} , p_{gf} , T_{gi})

$$Z_{\rm gi} = Z_g(T_{\rm gi}, p_{\rm gi}), \qquad Z_{\rm gf} = Z_g(T_{\rm gf}, p_{\rm gf}), \qquad T_{\rm gf} = T_{\rm gi} \frac{Z_{\rm gi}}{Z_{\rm gf}} \left(\frac{p_{\rm gf}}{p_{\rm gi}}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Average Bulk Temperature at Propellant Tanks

$$T_{\rm uf} = \frac{T_{\rm gi} + T_{\rm gf}}{2}$$

Pressurant Tank Volume

$$V_{\rm g} = \frac{p_{\rm uf} V_{\rm l}}{T_{\rm uf}} \left(\frac{p_{\rm gi}}{T_{\rm gi}} - \frac{p_{\rm gf}}{T_{\rm gf}} \right)^{-1}$$

Initial Mass of Gas in the Pressurant Tank

$$m_{\rm gi} = \frac{p_{\rm gi} V_{\rm g}}{Z_{\rm gi} \mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm gi}}$$

Gas Mass in Pressurant Tank at End of Propellant Expulsion

$$Z_{\rm gf} = Z_g(T_{\rm gf}, p_{\rm gf}), \qquad m_{\rm gf} = \frac{p_{\rm gf}V_{\rm g}}{Z_{\rm gf}\mathcal{R}_{\rm g}T_{\rm gf}}$$

Final Mass of Gas in the Propellant Tanks

$$Z_{\rm uf} = Z_g(T_{\rm uf}, \, p_{\rm uf}) \,, \qquad m_{\rm uf} = m_{\rm gi} - m_{\rm gf} = \frac{p_{\rm uf} V_{\rm l}}{Z_{\rm uf} \mathcal{R}_{\rm g} T_{\rm uf}} \,.$$

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE MASSA EM ESFERÓIDES OBLATOS

João E. F. Carmo¹ Antonio G. B. Lima²

¹ Universidade Federal da Paraiba (UFPB), CCT, Departamento de Física, 58109-970, Campina Grande-PB, Brasil

² Universidade Federal da Paraiba (UFPB), CCT, Departamento de Engenharia Mecânica, 58109-970, Campina Grande-PB, Brasil E-mail: gilson@dem.ufpb.br

Resumo

Uma solução numérica da equação de difusão para descrever transferência de massa dentro de esferóides oblatos considerando coeficiente de difusão e condição de contorno constantes é apresentado. A equação de difusão no sistema de coordenadas esferoidais oblato foi usado, para um caso de bidimensional, e o método de volumes finitos foi empregado para discretizar a equação básica. A equação foi resolvida iterativamente usando o método de Gauss-Seidel. Como aplicação vários gráficos para várias razões de aspecto são apresentados. Os efeitos do número de Fourier e da razão de aspecto do corpo na taxa de secagem e teor de umidade durante o processo são apresentados. Para investigar o efeito da razão de aspecto, diferentes resultados do teor de umidade médio, são mostrados. Os resultados indicam que o modelo é consistente e pode ser usado para resolver outros casos como aqueles que incluem disco e/ou esfera com propriedades variáveis sob pequenas modificações.

Palavras Chave: Numérico, Secagem, Esferóide Oblato, Elipsóide

1. INTRODUÇÃO

As análises e previsões sobre um determinado processo físico geralmente são feitas a partir da solução de uma ou mais equações diferenciais que descrevem o problema. A solução é obtida conhecendo-se a priori as condições iniciais e de contorno da grandeza física que define o processo. Em vários problemas, as condições de contorno são tais que são melhor especificadas se estiverem definidas sobre superfícies esféricas, cilíndricas ou esferoidais quaisquer; e nestes casos, a equação diferencial em coordenadas cartesianas não é a forma adequada para se resolver o problema, e outro sistema de coordenadas deve ser utilizado.

A predição da secagem de sólidos úmidos envolve a solução de equações para transferência de calor e massa simultâneas, e portanto o tratamento em cálculos de Engenharia são mais complicados. No entanto simplificações são geralmente efetuadas para reduzir a complexidade do problema, por exemplo, assumir que a secagem ocorre sem os efeitos dos gradientes de temperatura dentro do sólido.

A descrição matemática de um fenômeno é tanto mais complexa quanto mais o modelo utilizado se aproxima da realidade, por exemplo, em processos de secagem pode haver um encolhimento do material e os coeficientes de difusão podem variar com o teor de umidade, portanto uma representação matemática pode resultar em equações não lineares tornando a solução analítica que representa um processo físico real muitas vezes de difícil obtenção. Nestes casos, uma solução numérica para o problema é bastante recomendável pois são mais gerais e podem incorporar com facilidade as mudanças sofridas pelo sólido durante o processo. As soluções analíticas e/ou numéricas da equação de difusão para vários casos, com coeficiente de difusão constante ou variável e condições de contorno constantes ou de tipo convectivo, para várias geometrias, podem ser encontradas em Carslaw & Jaeger (1957); Luikov (1968); Crank (1992) e Gebhart (1993); todos para paralelepípedo, cilindro e esferas. Para esferóides prolatos podem ser citados Haji-Sheikh & Sparrow (1966); Lima et al. (1997), Lima & Nebra (1999a), enquanto que para esferóide oblato cita-se Haji-Sheikh (1986).

O objetivo deste trabalho é apresentar o desenvolvimento e solução numérica de um modelo de difusão de massa em corpos sólidos com geometria do tipo esferoidal oblata, tendo por base a lei de Fick formulada com base num sistema de coordenadas esferoidais oblato, considerando a difusão da água na fase líquida e condição de equilíbrio na superfície do sólido. Desta forma, obteve-se através de simulações, a distribuição do teor de umidade no interior de corpos com geometria esferoidal oblata e o seu valor médio em função do tempo de secagem.

2. A MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Formulação analítica

A equação de Fick no sistema de coordenadas cartesianas é dada por.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial M}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial M}{\partial z} \right)$$
(1)

onde M é o teor de umidade e D o coeficiente de difusão. A equação (1) escrita em coordenadas cartesianas (x,y,z) é ideal para descrever a difusão de massa em corpos com geometria retangulares tais como placas e paralelepípedos devendo ser transformada para o sistema de coordenadas esferoidais oblato em acordo aos objetivos do trabalho. A Figura 1 mostra um corpo com a geometria esferoidal oblato.



Figura 1. Características de um corpo esferoidal oblato

Vê-se que um corpo sólido pode ser formado a partir da rotação da superfície mostrada em torno do eixo z. As relações entre o sistema de coordenadas cartesianas (x, y ,z) e esferoidal oblato (μ , ϕ , ω), são dadas por (Stratton et al., 1941; Flammer, 1957; Abramowitz & Stegun, 1972):

 $x=L \cosh \mu \operatorname{sen} \varphi \cos \omega;$ $y=L \cosh \mu \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \omega;$ $z=L \operatorname{sen} h \mu \cos \varphi$ (2)

onde $L = (L_2^2 - L_1^2)^{1/2}$. Definindo ξ =senh μ , η =cos ϕ e ζ =cos ω , considerando a existência de simetria em torno de ω e D constante, com os cálculos dos coeficientes métricos e o laplaciano para o novo sistema de coordenadas, pode-se escrever a equação de difusão da seguinte forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \left[\frac{1}{L^2 \left(\xi^2 + \eta^2\right)} \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\left(\xi^2 + 1\right) D \quad \frac{\partial M}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{L^2 \left(\xi^2 + \eta^2\right)} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad \left(\left(1 - \eta^2\right) D \quad \frac{\partial M}{\partial \eta} \right) \right] \quad (3)$$

Assumindo que o teor de umidade é inicialmente uniforme no interior do material e a existência de condições de equilíbrio na superfície do sólido tem-se:

$$M(\xi, \eta, t=0)=M_{o}; \qquad M(\xi=L_{1}/L, \eta, t)=M_{e} \quad (\text{na superfície})$$

$$\frac{\partial M(\xi, \eta=1, t)}{\partial \eta} = 0 \qquad \frac{\partial M(\xi, \eta=0, t)}{\partial \eta} = 0 \qquad \frac{\partial M(\xi=0, \eta, t)}{\partial \xi} = 0 \quad (4)$$

onde os valores apresentados para os gradientes, são decorrentes da simetria existente no interior do corpo. O elemento de volume diferencial no novo sistema de coordenadas, para o caso tridimensional vale:

$$dV = \frac{L^3(\xi^2 + \eta^2)}{\sqrt{1 - \zeta^2}} d\xi \, d\eta \, d\zeta \tag{5}$$

A difusão de umidade no sólido é gerada a partir de um gradiente de umidade no interior do mesmo. Como apresentado o teor de umidade no interior do sólido é dado em função da posição e do tempo, logo pode-se definir para o sólido um teor de umidade médio dado por:

$$\overline{\mathbf{M}} = \frac{1}{\mathbf{V}} \int_{\mathbf{V}} \mathbf{M} d\mathbf{V}$$
(6)

onde V é o volume total no domínio considerado ($0 \le \xi \le L_1/L$ e $0 \le \eta \le 1$).

2.2 Formulação numérica.

A formulação numérica para um problema qualquer começa com a identificação do domínio de interesse em questão, e, a partir daí a sua subdivisão em um número finito de sub-domínios. A proposta que se teve em mente desde o início deste trabalho é a difusão de massa num sólido gerado pela rotação Figura 1 em torno do eixo z. Pode ser observado para este sólido, planos de simetria que passam pelos pontos (x=0, y=0, z=0) e (x=0, y=0, z = L), em particular , o plano zy, e ainda com y \ge 0 e z \ge 0. Na Figura 2 são mostradas as linhas de ξ e η constantes, e que delimitam cada um dos pontos nodais P distribuídos pelo domínio. Os pontos N, S, E, W são pontos do domínio vizinhos a P. Esta é uma representação usual, com as letras significando Norte, Sul, Leste e Oeste, respectivamente.



Figura 2. Representação esquemática do volume de controle utilizado

Utilizando os seguintes parâmetros adimensionais .

$$\eta^* = \eta$$
 $\xi^* = \xi$ $t_m^* = \frac{Dt}{L^2}$ $V^* = \frac{V}{L^3}$ $M^* = \frac{M - M_e}{M_o - M_e}$ (7)

Derivando e substituindo na equação (3), têm-se.

$$\frac{\partial \mathbf{M}^{*}}{\partial \mathbf{t}_{m}^{*}} = \frac{1}{\left(\boldsymbol{\xi}^{*}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\eta}^{*}\right)^{2}} \left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\xi}^{*}} \left(\left(\boldsymbol{\xi}^{*}\right)^{2} + 1 \right) \frac{\partial \mathbf{M}^{*}}{\partial \mathbf{t}_{m}^{*}} \right] + \frac{1}{\left(\boldsymbol{\xi}^{*}\right)^{2} + \left(\boldsymbol{\eta}^{*}\right)^{2}} \left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}^{*}} \left(\mathbf{l} - \left(\boldsymbol{\eta}^{*}\right)^{2} \right) \frac{\partial \mathbf{M}^{*}}{\partial \boldsymbol{\eta}^{*}} \right]$$
(8)

Na formulação, utilizando as variáveis adimensionais, as condições inicial e de contorno e de simetria e o valor médio assumem a forma:

$$M^{*}\left(\xi^{*} = \frac{L_{1}}{L}; \eta^{*}, t_{m}^{*}\right) = 0; \qquad M^{*}\left(\xi^{*}, \eta^{*}, t_{m}^{*} = 0\right) = 1; \qquad \overline{M}^{*} = \frac{1}{V^{*}} \int_{v^{*}} M^{*} dV^{*}$$
$$\frac{\partial M^{*}\left(\xi^{*}, \eta^{*} = 1, t_{m}^{*}\right)}{\partial \eta^{*}} = 0; \qquad \frac{\partial M^{*}\left(\xi^{*}, \eta^{*} = 0, t_{m}^{*}\right)}{\partial \eta^{*}} = 0; \qquad \frac{\partial M^{*}\left(\xi^{*} = 0, \eta^{*}, t_{m}^{*}\right)}{\partial \xi^{*}} = 0 \qquad (9)$$

Uma solução numérica do problema é obtida a partir da equação (8), integrando-se no volume e no tempo. Seguindo a formulação implícita e a prática B (Maliska,1995; Patankar, 1980) pode ser obtida a seguinte equação linear:

$$A_{P}M_{P}^{*} = A_{E}M_{E}^{*} + A_{W}M_{W}^{*} + A_{N}M_{N}^{*} + A_{S}M_{S}^{*} + A_{P}^{0}M_{P}^{0}$$
(10)

onde:

$$A_{E} = \frac{\left(1 - \left(\eta_{e}^{*}\right)^{2}\right)}{\delta\eta_{e}^{*}}\Delta\xi; \qquad A_{W} = \frac{\left(1 - \left(\eta_{W}^{*}\right)^{2}\right)}{\delta\eta_{W}^{*}}\Delta\xi^{*}; \qquad A_{P} = A_{E} + A_{W} + A_{N} + A_{S} + A_{P}^{0}$$
$$A_{N} = \frac{\left(\left(\xi_{n}^{*}\right)^{2} + 1\right)}{\delta\eta_{n}^{*}}\Delta\eta^{*} \quad ; \qquad A_{S} = \frac{\left(\left(\xi_{S}^{*}\right)^{2} + 1\right)}{\delta\xi_{s}^{*}}\Delta\eta^{*} \qquad A_{P}^{0} = \frac{\left(\left(\xi_{P}^{*}\right)^{2} + \left(\eta_{P}^{*}\right)^{2}\right)}{\Delta t_{m}^{*}}\Delta\eta^{*}\Delta\xi^{*}$$

A equação (10) é válida para todos os elementos internos do domínio inclusive os pontos de fronteira. Os cálculos foram iniciados com as condições iniciais já descritas e convergido quando os seguintes critérios foram alcançados em todos os pontos do domínio.

$$\left|\mathbf{M}^{*^{n-1}} - \mathbf{M}^{*^{n}}\right| \le 10^{-7}; \qquad \frac{\sum(\mathbf{A}_{K})}{\mathbf{A}_{P}} \le 1 \qquad \text{Para todos as equações.}$$
(11)

Onde n representa a n-ésima iteração num mesmo instante de tempo. Para resolver o conjunto de equações gerado a partir da equação (12) foi utilizado um programa computacional codificado em Fortran, desenvolvido por Lima (1999) e adaptado para esferóides oblatos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O modelo matemático apresentado foi utilizado para predizer o teor de umidade em vários esferóides oblatos, variando sua forma desde esfera $(L_2/L_1=1,00)$ até disco circular $(L_2/L_1\rightarrow\infty)$, casos estes particulares extremos de um esferóide oblato. Uma malha uniforme de 20x20 pontos e um $\Delta t=20$ s forneceu resultados satisfatórios, uma vez que as razões de umidade ficaram praticamente independentes do número de pontos da malha e do incremento de tempo adimensional. Admitiu-se $L_2=1,00$, em todos os casos estudados.

Para validar o modelo, resultados numéricos do teor de umidade adimensional no centro de um esferóide oblato com razão de aspecto $L_2/L_1=2,00$, são comparados com resultados analíticos reportados por Haji-Sheikh (1986) conforme mostra a Figura 3.



Figura 3. Comparação entre os teores de umidade adimensional numérico e analítico (Haji-Sheikh, 1986), no centro de um esferóide oblato com $L_2/L_1=2,00$

A Figura 4 ilustra o efeito do número de Fourier na cinética de secagem de vários sólidos esferoidais oblatos com dimensões diferentes. A análise das curvas indica que o teor de umidade médio decresce com o aumento do Fo para qualquer razão de aspecto L_2/L_1 . É possível também verificar que para qualquer número de Fourier fixo, corpos com aproximação para disco e esfera, este decréscimo se dá com maior e menor rapidez, respectivamente. Isto é devido a maior área, o maior volume e a menor relação área/volume apresentado pela esfera comparado aos demais

sólidos. Estes resultados podem ser estendidos facilmente para o problema de difusão de calor, se a taxa de secagem for substituída pela taxa de resfriamento do corpo.

Com relação ao elipsóide com $L_2/L_1=1,001$, a partir dos resultados do teor de umidade obtidos no interior do material, pode-se dizer que, é um corpo aproximadamente esférico, inclusive apresentando independência do teor de umidade com a coordenada angular, ou seja, a razão de umidade é dependente da coordenada radial apenas, devido a simetria existente em torno do eixo x. Já com respeito ao elipsóide $L_2/L_1=100,0$ pode-se afirmar que é aproximadamente um disco circular, com teor de umidade praticamente independente da coordenada radial devido ao fato de $L_1\rightarrow 0$.



Figura 4. Teor de umidade médio adimensional em função de Fo, para vários esferóides oblatos

Nas Figuras 5a-b apresentam-se a distribuição do teor de umidade adimensional em função das coordenadas radial (η =1) e angular (ξ =0), respectivamente, para um esferóide oblato com L₂/L₁= 5,00, em vários número de Fourier. Observa-se após análise das curvas que o teor de umidade decresce em função do aumento de Fo; é fortemente dependente das coordenadas radial e angular, decrescendo com o aumento de ξ e o decréscimo de η .

As Figuras 6a-b mostram a distribuição do teor de umidade no interior do elipsóide com $L_2/L_1=1,43$, para vários Fo, em função das coordenadas $\xi \in \eta$, respectivamente. Verifica-se que o teor de umidade decresce com o aumento do número de Fourier e que sua dependência com a coordenada angular diminuiu substancialmente, quando comparada com o caso $L_2/L_1=5,00$. A forte dependência com a coordenada radial também é notada.

Um comportamento bastante interessante foi observado em corpos com geometria elíptica. Existem duas regiões distintas para difusão de massa: uma nas proximidades do ponto focal e a outra no restante do corpo. A medida que a relação L_2/L_1 aumenta, a difusão de massa nas proximidades do ponto focal aumenta, decrescendo para regiões mais afastadas do mesmo. Este efeito é reduzido com o decréscimo de L_2/L_1 até o caso limite de $L_2/L_1=1,0$, onde as regiões se fundem formando uma única região, com um comportamento da difusão de massa independente da coordenada angular.



Figura 5. Distribuição do teor de umidade no interior de um esferóide oblato em função das coordenadas a)radial e b) angular, para vários Fo e $L_2/L_1=5,00$



Figura 6. Distribuição do teor de umidade no interior de um esferóide oblato em função das coordenadas a)radial e b) angular, para vários Fo e $L_2/L_1=1,43$

Como um comentário final pode-se dizer que o modelo é muito versátil, podendo ser utilizado para descrever a variação do teor de umidade em corpos elipsoidais com variadas geometrias, com coeficiente de difusão constante ou variável e com diferentes condições de contorno sob pequenas modificações.

4. REFERÊNCIAS

- Abramowitz, M., Stegun, I. A., 1972, "Handbook of mathematical functions", Dover Publications, Inc., New York, USA, p. 752-772.
- Carslaw, H. S.; Jaeger, J. C., 1959, "Conduction of Heat in Solids", Oxford University Press, New York, USA, 510p.
- Crank, J., 1992, "The Mathematics of Diffusion", Oxford Science Publications, New York, USA, 414p.
- Flammer, C., 1957, "Spheroidal wave functions". Stanford University Press, Stanford, 220p.
- Gebhart, B., 1993, "Heat Conduction and Mass Diffusion", McGraw-Hill, Inc., New York, USA, 634p.
- Haji-Sheikh, A , Sparrow, E. M., 1966, "Transient heat conduction in a prolate spheroidal solid"; Transactions of the ASME: Journal of Heat Transfer, v. 88, n. 3, p. 331-333.
- Haji-Sheikh, A., 1986, "Integral methods in science and engineering". Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, Chapter: On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions, p. 467-479.
- Lima, A. G. B., Nebra, S. A., Altemani, C. A. C., 1997, "Simulation of the drying kinetics of the silkworm cocoon considering diffusive mechanism in elliptical coordinate", Proceedings of Inter-American Drying Conference (IADC), Vol. B, Itu-SP, Brasil, p. 317-324.
- Lima, A. G. B.; Nebra, S. A., 1997, "Influência de parâmetros geométricos na cinética de secagem de elipsóides sólidos", Anais do XXV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados (XXV ENEMP), Vol.1, São Carlos-SP, Brasil, p. 195-202.
- Luikov, A.V., 1968,."Analytical Heat Diffusion Theory". Academic Press, Inc. Ltd., London, England, 684p.
- Maliska, C. R., 1995, "Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional", LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 424 p.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Coorporation, New York, USA, 197p.
- Stratton, J. A., Morse, P. M., Chu, L. J., Little, J. D. C., Huntner, R. A., 1941, "Elliptic cylinder and Spheroidal wave functions", The Tech. Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 127p.

EFEITO DO FENÔMENO DE ENCOLHIMENTO NA DIFUSÃO DE UMIDADE EM SÓLIDOS ESFEROIDAIS PROLATOS

Antonio Gilson Barbosa de Lima¹ Silvia Azucena Nebra²

 ¹ Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), 58109-970, Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: gilson@dem.ufpb.br
 ² Departamento de Energia, FEM, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 13083-970, Campinas, SP, Brasil. E-mail: sanebra@fem.unicamp.br

Resumo

O efeito do encolhimento na difusão de umidade durante o processo de secagem é considerado. O método de volumes finitos é explorado para resolver o problema de encolhimento e transporte de umidade simultâneos, em corpos esferoidais prolatos. Equações adimensionais para difusão e encolhimento volumar e superficial são dadas, e soluções numéricas, para o caso bidimensional, com vários coeficiente de encolhimento são mostradas. A análise dos resultados evidencia que a taxa de secagem é maior, quando ocorre encolhimento, em comparação à obtida quando não se considera este efeito, e que esta mesma taxa cresce proporcionalmente ao aumento do coeficiente de encolhimento.

Palavras-chave: Modelagem, Difusão, Massa, Encolhimento, Numérico

1. INTRODUÇÃO

A dinâmica do movimento de umidade em um material biológico é de muito interesse prático, particularmente os processos de secagem e umidificação. Para descrever a transferência de umidade dentro do material e explanar os efeitos de certos parâmetros na sua cinética de secagem, é necessário que o transporte de umidade dentro de uma partícula individual do material, seja muito bem representada por um modelo matemático. Vários parâmetros afetam a cinética de secagem de produtos biológicos, tais como: mecanismo de transporte de calor e umidade dentro do sólido; coeficiente de difusão variável, transferência de calor e massa simultâneas; condições ambientais externas na vizinhança da partícula, encolhimento, entre outros. Assim, inserindo-se ao máximo estes efeito dentro dos modelos matemáticos, torna-se possível descrever com grande realismo o fenômeno físico, e aumentar consideravelmente a confiabilidade dos resultados obtidos. Encolhimento de materiais sólidos durante a secagem é um fenômeno físico observável, que ocorre simultaneamente com a difusão de umidade, principalmente em produtos biológicos alto teor de umidade inicial como é o caso de frutas e vegetais. Assim sendo, o encolhimento pode ter um significante efeito na difusividade de massa, e consequentemente na taxa de remoção de umidade. Considerar-se o volume do corpo, fixo durante a secagem, tem gerado erros maiores entre os dados experimentais e teóricos, em comparação com os observados ao considerar-se este efeito na cinética de secagem. Vale salientar que materiais deformáveis, por exemplo madeira, o encolhimento é pequeno, geralmente menor que 15%, (Puiggali & Quintard, 1992).

Considerar os feitos de encolhimento nos modelos de secagem é bastante complicado em virtude da falta de informações na literatura sobre os coeficientes de encolhimento, assim como de relações matemáticas entre a difusividade de massa, encolhimento e densidade da matéria seca. Apesar deste inconveniente, vários trabalhos incluem o efeito de encolhimento volumar no estudo do processo de secagem, fornecendo interpretações teóricas sobre o mesmo, (Misra & Young, 1980 e Sokhansanj & Patil, 1996). Contudo, ao conhecimento dos autores, relativamente pequena pesquisa tem sido dada na literatura sobre estudos do fenômeno de encolhimento em problemas bidimensionais (Fusco et al., 1991; Jomaa & Puiggali, 1991), e tridimensional (Rovedo et al., 1995).

O estudo do fenômeno de encolhimento é de fundamental importância para melhor elucidar o fenômeno de secagem, fornecer subsídios para realizar-se secagem ótima sob o ponto de vista energético, e prevenir trincas no interior do sólido, durante o processo. O objetivo deste trabalho é examinar o efeito do encolhimento no fenômeno de difusão de sólidos esferoidais prolatos. O modelo matemático utilizando o método de volumes finitos apresentado por Lima et al. (1997), Lima & Nebra (1997), Lima & Nebra (1999), Lima (1999) e Lima & Nebra (2000) será aplicado para estudo dos sólidos com diferentes formas, que variam desde esfera até cilindro, inclusive elipsóides de revolução. Estes autores obtiveram soluções numéricas para estas geometrias, considerando coeficiente de difusão constante e negligenciando o encolhimento do material. Aqui é apresentado relações matemáticas de encolhimento que foi incorporada ao modelo original, considerando que o volume do corpo varia linearmente com a diferença entre o teor de umidade médio inicial do sólido e o seu teor de umidade médio em qualquer instante do processo.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Tendo por base informações prévias de trabalhos experimentais e teóricos sobre encolhimento de produtos biológicos, assim como do modelo utilizado, as seguintes considerações foram assumidas:

- Dilatação devido a elevação de temperatura do sólido durante a secagem é desprezível;
- o encolhimento elástico devido a contrações no encolhimento livre exercida pelas células adjacentes é negligenciada. Assim, as ações de forças puramente mecânicas intercelulares são desprezíveis;
- o encolhimento plástico é desprezível;
- o encolhimento durante a secagem, devido a perda de umidade varia linearmente com o teor de umidade médio do sólido;
- O produto é assumido ser homogêneo;
- O processo de difusão na partícula individual ocorre sob taxa decrescente, e portanto o encolhimento ocorre abaixo do ponto de saturação;
- O teor de umidade é considerado axi-simétrico em torno do eixo z e constante e uniforme no início do processo;
- As propriedades termofísicas foram assumidas serem independente da posição no interior do produto e do seu teor de umidade;
- o fenômeno ocorre sob condição convectiva na superfície,
- o material é composto unicamente de água na fase líquida e matéria sólida.

Com as hipóteses dadas acima, a equação de difusão de massa em coordenadas esferoidais prolato ($\eta \in \xi$) (Figura 1), assumindo simetria com respeito ao eixo x, tem a forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \left[\frac{1}{L^2(\xi^2 - \eta^2)}\frac{\partial}{\partial\xi}\left((\xi^2 - 1)D\frac{\partial M}{\partial\xi}\right)\right] + \left[\frac{1}{L^2(\xi^2 - \eta^2)}\frac{\partial}{\partial\eta}\left((1 - \eta^2)D\frac{\partial M}{\partial\eta}\right)\right]$$
(1)

Como esta equação diferencial parcial é de segunda ordem, na posição e de primeira ordem no tempo, a sua solução requer no mínimo duas condições de contorno. As condições de contorno são:

$$-\frac{D}{L}\sqrt{\frac{\left(\xi^{2}-1\right)}{\left(\xi^{2}-\eta^{2}\right)}}\frac{\partial M}{\partial\xi}\Big|_{\xi=\xi_{f}} = h_{m}\left[M\left(\xi=\xi_{f},\eta,t\right)-M_{e}\right] \qquad M(\xi,\eta,t=0)=M_{o}=cte \qquad (2)$$

Nas equações (1) e (2), M, D, h_m indicam o teor de umidade, o coeficiente de difusão e o coeficiente de transferência de massa, respectivamente. O parâmetro $L=(L_2^2-L_1^2)^{1/2}$ indica o comprimento focal do elipsóide, sendo L_2 e L_1 mostrados na Figura 2. As grandezas η e ξ são as coordenadas esferoidais angulares e radias, respectivamente.



Figura 1. Sistema de coordenadas esferoidal prolato

Considerando por definição as seguintes variáveis adimensionais:

$$M^{*} = \frac{M - M_{e}}{M_{o} - M_{e}} ; \eta^{*} = \eta ; \xi^{*} = \xi ; V^{*} = \frac{V}{L^{3}} ; Fo = \frac{Dt}{L^{2}} ; S^{*} = \frac{S}{L^{2}} ; Bi = \frac{h_{m}L}{D}$$
(3)

substituindo na equação (1), e discretizando o resultado obtido, considerando uma formulação implícita e a prática B (Patankar, 1980 e Maliska, 1995) obtém-se a seguinte equação:

$$A_{P}M_{P}^{*} = A_{E}M_{E}^{*} + A_{W}M_{W}^{*} + A_{N}M_{N}^{*} + A_{S}M_{S}^{*} + A_{P}M_{P}^{*0}$$
(4)

Maiores detalhes do sistema de coordenadas esferoidal prolato, da formulação numérica, dos métodos de solução do conjunto de equações gerado e o critério de convergência são encontrados nas referências Lima et al. (1997), Lima & Nebra (1997), Lima & Nebra (1999), Lima (1999) e Lima & Nebra (2000). Na equação (3), S, V, Fo e Bi, representam a área, o volume do sólido e os números de Fourier e Biot de transferência, respectivamente.

Neste modelo, o encolhimento volumar existe, e então o volume do corpo é mudado a cada intervalo de tempo. Normalmente é assumido que o material se contrai linearmente com o teor de umidade. No caso de materiais biológicos, o encolhimento pode ser anisotrópico, modificando a estrutura. Baseando-se nos trabalhos de Keey (1992), Queiroz (1994), Queiroz
& Nebra (1996) e Sokhansanj & Patil (1996), os autores propõem uma equação para a determinação do volume do corpo em qualquer tempo. A seguinte relação para encolhimento volumétrico abaixo do ponto de saturação, foi assumida:

$$(\mathbf{V})_{t} = \mathbf{V}_{o} \left(\overline{\beta}_{1} + \overline{\beta}_{2} \overline{\mathbf{M}} \right)$$
(5)

Para a determinação do volume em um certo intervalo de tempo, considere a Figura 1. Como assumido, considerou-se que a taxa de variação de L₁ relaciona-se à taxa de variação de L₂, de tal forma que a relação L₂/L₁, permanece constante durante todo o processo. Assim, o coeficiente angular da reta rr na Figura 2 é constante em cada instante de tempo. Isto é $Tg\theta=(L_2/L_1)_t=cte$.

Desde que, em t=0, $\overline{M} = \overline{M}_{o}$ e (V)_t = V_o, tem-se por substituição direta na equação 5:

$$\frac{(\mathbf{V})_{t}}{\mathbf{V}_{o}} = 1 - \overline{\beta}_{2} \left(\overline{\mathbf{M}}_{o} - \overline{\mathbf{M}} \right)$$
(6)

ou ainda, na forma adimensional:

$$\frac{\left(\mathbf{V}\right)_{t}^{*}}{\mathbf{V}_{o}^{*}} = 1 - \overline{\beta} \left(\overline{\mathbf{M}}_{o}^{*} - \overline{\mathbf{M}}^{*}\right)$$
(7)

com $\overline{\beta} = (\overline{M}_o - \overline{M}_e)\overline{\beta}_2$. Assim, conhecendo-se o valor do parâmetro $\overline{\beta}$, determina-se o novo volume do corpo em qualquer instante do processo. Contudo, devido ao realismo físico, o seu valor deve ser positivo e finito. Assim, pode-se mostrar que o intervalo de validade dos coeficientes de encolhimento $\overline{\beta}_2 e \overline{\beta}$ serão:

$$0 \le \overline{\beta}_2 < \left[\frac{1}{\left(\overline{M}_o - \overline{M}_e\right)}\right] \qquad e \qquad 0 \le \overline{\beta} < 1 \tag{8}$$

onde a igualdade é válida para a condição de não-existência de encolhimento.



Figura 2. Encolhimento de um sólido esferoidal prolato durante o processo de difusão

Por outro lado, conhecendo-se o volume de um elipsóide, (Provenza, 1989):

$$(V)_{t} = \frac{4}{3}\pi (L_{2})_{t} (L_{1})_{t}^{2}$$
(9)

e da relação:

$$\left(\frac{L_2}{L_1}\right)_t = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)_{t=0} = Tg\theta$$
(10)

pode-se determinar as dimensões do corpo em qualquer instante.

O encolhimento de uma partícula quando esta sendo secada, também causa uma contração da área superficial do corpo, e portanto da área exposta à energia que está produzindo o fenômeno. No caso de esferóide prolato $L_2>L_1$, sua área superficial é dada por, (Pólya & Szegö, 1945):

$$(\mathbf{S})_{t} = 2\pi (\mathbf{L}_{1})_{t} (\mathbf{L}_{2})_{t} \left\{ \frac{(\mathbf{L}_{1})_{t}}{(\mathbf{L}_{2})_{t}} + \frac{\arcsin\left[\sqrt{\left[1 - \left(\frac{(\mathbf{L}_{1})_{t}}{(\mathbf{L}_{2})_{t}}\right)^{2}\right]}\right]}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{(\mathbf{L}_{1})_{t}}{(\mathbf{L}_{2})_{t}}\right)^{2}\right]}} \right\}$$
(11)

Desta forma a área superficial pode ser obtida em qualquer instante do processo, e a redução da área é determinada.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Um programa computacional foi implementado para simular a transferência de umidade e encolhimento simultâneas, durante a secagem de sólidos esferoidais prolatos. Como aplicação foi selecionado três sólidos com razões de aspecto $L_2/L_1=1.1$, 1.5 e 5.0, Bi infinito e com o coeficiente de encolhimento variando de 0.0 até 0.6.

De acordo com a Figura 2, o encolhimento esta direcionado sobre a reta rr, proporcionando um encolhimento unidimensional. Contudo, diferentes deformações são geradas nas direções y e z, dando ao fenômeno um caráter bidimensional. A Figura 3 apresenta a forma do material durante a secagem, em vários números de Fourier, considerando-se o coeficiente de encolhimento fixo e igual a 0.3. como pode ser observado, o encolhimento no eixo z é maior que no eixo y. Este comportamento esta em concordância com os resultados numéricos apresentados por Lima & Nebra (1997), onde afirmam que na região próxima de L₂, o material seca com maior velocidade, a medida que a razão de aspecto L_2/L_1 cresce. Assim, tal como foi assumido, a contração do material contrabalancea exatamente a perda de umidade.

A Figura 4 apresenta o teor de umidade com função do número de Fourier, $\beta = 0.0$; 0.3 e 0.6. É evidente a significante influência do encolhimento na taxa de remoção de umidade. Observa-se que o crescimento do coeficiente de encolhimento reduz o número de Fourier. Este mesmo efeito é ilustrado nas Figuras 5a e 5b, onde apresenta-se a distribuição do teor de umidade no interior do sólido, para Fo=0.1098, com $\overline{\beta}$ =0.0 (sem encolhimento) e $\overline{\beta}$ =0.3.

Do ponto de vista prático, o aumento no coeficiente de encolhimento adimensional β pode ser obtido: aumentando o teor de umidade inicial do material; decrescendo o teor de umidade de equilíbrio do material, que geralmente, para a maioria deles, ocorre devido a uma

elevação da temperatura e/ou um decréscimo da umidade relativa do ar de secagem, e finalmente, aumentando o coeficiente de encolhimento real do produto $\overline{\beta}_2$. Geralmente produtos biológicos com teores de umidade elevados (>70%), tais como frutas e vegetais, apresentam coeficientes de encolhimento maiores.

Convém ressaltar que a dependência entre a umidade relativa e a temperatura do ar com o teor de umidade de equilíbrio de um particular produto, se dá através da isoterma de sorção deste produto.



Figura 3. Variações dimensionais de um sólido esferoidal prolato com razão de aspecto $L_2/L_1=1.5$, $\overline{\beta}=0.3$ e Bi infinito, durante a secagem.



Figura 4. Efeito do coeficiente de encolhimento na cinética de secagem de um esferóide com razão de aspecto $L_2/L_1=1.5$ e Bi infinito

A Figura 6 ilustra o efeito das dimensões do corpo na cinética de secagem de elipsóides de revolução com razões de aspecto $L_2/L_1=1.1$, 1.5 e 5.0. Observa-se que corpos com razão de

aspecto menor secam mais rápido, tendo em vista que estes possuem um volume menor e uma relação área/volume maior.

O fato da relação área/volume afetar as taxas de transferência, tanto de massa quanto de calor, tem levado pesquisadores a definir o número de Biot, tendo como comprimento característico o inverso desta relação (Sokhansanj, 1987). Desta forma, se a relação área/volume do corpo se modifica (devido, por exemplos, a encolhimento ou dilatação), consequentemente haverá uma modificação no número de Biot, que por sua vez originará uma mudança nas taxas de transferência, modificando as cinéticas de difusão de calor e/ou massa do material.



Figura 5. Distribuição do teor de umidade no interior de um esferóide prolato com razão de aspecto $L_2/L_1=1.5$ e Bi infinito para $\overline{\beta} = 0.0$ (4a) e $\overline{\beta} = 0.3$ (4b), em Fo=0.1098

Na Figura 7a é apresentado a contração da área do corpo como função do número de Fourier, durante o fenômeno de difusão, para três valores do coeficiente de encolhimento. A Figura 7b ilustra a contração volumétrica do corpo para as mesmas condições. Nas curvas, é evidente que o comportamento do encolhimento em ambos os casos são muito similares às clássicas curvas de secagem. Enquanto o volume do sólido variou 0, 30 e 60 %, respectivamente, sua área se contraiu 0, 21 e 46 %, respectivamente.

Do exposto, convém dá maior atenção ao estudo quantitativo das variações de área superficial e volume durante o processo de desidratação, especialmente em condições mais complexas, como por exemplo, deformações multi-direcionais e condições não-isotérmicas simultâneas. Deformações multi-direcionais ocorrem por exemplo, na secagem para obtenção de uva-passa, onde no final da secagem o produto apresenta-se com uma textura totalmente enrugada, ao contrário do que o modelo aqui considerado assume.

Nesta formulação, considera-se que todo o volume de água evaporada do sólido é igual a diminuição de volume que o sólido sofre, durante o processo de secagem. Contudo, vale ressaltar que para a maioria dos produtos biológicos e, particularmente para os estágios finais de secagem, esta relação de linearidade não é verdadeira. Geralmente nestes casos, a variação de volume do sólido é menor que o volume da água removida (Suzuki et al., 1976).



Figura 6. Teor de umidade em função do número de Fourier para três esferóides prolatos com $L_2/L_1=1.1$, 1.5 e 5.0, para $\overline{\beta}=0.3$ e Bi infinito.



Figura 7. Cinética de encolhimento superficial (6a) e volumar (6b)de um elipsóide de revolução com razão de aspecto $L_2/L_1=1.5$, Bi infinito para $\overline{\beta}$ =0.0, 0.3 e 0.6.

Como um comentário final, nenhum resultado analítico ou experimental foi comparado com os dados numéricos. Contudo, os resultados obtidos são gerais, independentes do tipo de material e suas propriedades física, térmica, química ou mecânica, e podem ser utilizados em qualquer corpo com geometria esferoidal.

O realismo físico dos resultados evidencia a correta metodologia usada, e a aplicabilidade da solução numérica para descrever o problema aqui considerado. Apesar de, neste estudo, como aplicação, é dada maior ênfase a corpos com razão de aspecto $L_2/L_1=1.5$, o modelo pode ser extendido para qualquer geometria que varie desde esfera $(L_2/L_1=1.0)$ até cilindro $(L_2/L_1\rightarrow\infty)$, inclusive elipsóides de revolução $(1.0<L_2/L_1<\infty)$, podendo também ser usado para solucionar problemas de transferência de calor e dilatação/contração de sólidos.

4. REFERÊNCIAS

- Fusco, A. J.; Aguerre, r. J.; Gabitto, J. F., 1991, "A diffusional model for drying with volume change"; Drying Technology, Vol. 9, n.2, p.397-417.
- Jomaa, W.; Puiggali, J.R., 1991, "Drying of shrinkage materials: modellings with shrinkage velocity"; Drying Technology, Vol. 9, n.5, p.1271-1293
- Keey, R. B., 1992, "Drying of loose and particulate materials", Hemisphere Publishing Coorporation, New York, USA, 502 p.
- Lima, A. G. B., Nebra, S. A., 1997, "Influência de parâmetros geométricos na cinética de secagem de elipsóides sólidos"; XXV ENEMP XXV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, São Carlos. Vol.1, p. 195-202.
- Lima, A. G. B.; Nebra, S. A., "Heat conduction process modeling in prolate spheroids". In XX Iberian Latin-American Congress on Computational methods in Engineering, 1999, São Paulo. *Proceedings...*, CD-ROM
- Lima, A. G. B., 1999, "Fenômeno de Difusão em Sólidos Esferoidais Prolatos. Estudo de Caso: Secagem de Banana", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, S.P., 265 p.
- Lima, A. G. B., Nebra, S. A., Altemani, C. A. C., 1997, "Simulation of the drying kinetics of the silkworm cocoon considering diffusive mechanism in elliptical coordinate"; Proceedings of the Inter-American Drying Conference, Vol. B, Itu, Brazil, p. 317-324.
- Lima, A. G. B., Nebra, S. A., 2000, "Theoretical analysis of the diffusion process inside prolate spheroidal solids", Drying Technology, Vol. 18, n. 1&2, p.21-48.
- Misra, R. N.; Young, J. H., 1980, "Numerical solution of simultaneous moisture diffusion and shrinkage during soybean drying"; Transactions of the ASAE, Vol. 23, p. 1277-1282.
- Pólya, G.; Szegö, G., 1945, "Inequalities for the capacity of a condenser"; American Journal of Mathematics, Vol. LXVII, p. 1-32.
- Provenza, F., 1989, "Projetista de Máquinas", Editora F. Provenza, São paulo, S.P., Brasil, pp. 2.47.
- Puiggali, J. R.; Quintard, M., 1992, "Advances in Drying", Hemisphere Publishing Corporation, Vol.5, New York, USA, p. 109-143.
- Queiroz, M. R., 1994, "Estudo Teórico-Experimental da Cinética de Secagem de Bananas". Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, campinas, S.P., Brasil, 176p.
- Queiroz, M. R.; Nebra, S. A., 1996, "Theoretical and Experimental Analysis of the Drying Kinetics of Bananas"; Proceedings of the International Drying Symposium, Part. B, Krakow, Poland, p. 1045-1052.
- Rovedo, C. O.; Suarez, C.; Viollaz, P. E., 1995, "Drying Simulation of a Solid with Three Dimensional Shrinkage"; Drying Technology, Vol. 13, n.1 e 2, p.371-393.
- Sokhansanj, S.; Patil, R. T., 1996, "Kinetics of Derydration of Green Alfafa"; Drying Technology, Vol. 14, n.5, p.1197-1234.
- Sokhansanj, S., 1987, "Improved heat and mass transfer models to predict grain quality"; Drying Technology, Vol. 5, n.4, p.511-525.
- Suzuki, K.; Kubota, K.; Hasegawa, T.; Hosaka, H., 1976, "Shrinkage in dehydration of root, vegetables"; Journal Food Science, Vol. 41, p.1189-1194.

MODELOS CONCENTRADOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA APLICADOS A CORPOS COM FORMA ARBITRÁRIA

Antonio Gilson Barbosa de Lima¹ Silvia Azucena Nebra²

 ¹ Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), 58109-970, Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: gilson@dem.ufpb.br
 ² Departamento de Energia, FEM, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 13083-

970, Campinas, SP, Brasil. E-mail: sanebra@fem.unicamp.br

Resumo

Os modelos concentrados descrevem as taxas de transferência de calor e/ou massa em um sólido, admitindo que a grandeza de interesse (temperatura ou massa) dentro do sólido seja espacialmente uniforme em qualquer instante durante o processo transiente, portanto considera-se desprezível os gradientes térmicos e/ou de massa no interior do corpo. Neste trabalho apresentam-se modelos matemáticos baseados numa análise concentrada que descrevem a transferência de calor e massa simultâneas em corpos com geometria arbitrária, considerando existência de geração interna de massa e energia, convecção térmica e de massa, evaporação e aquecimento do vapor produzido na superfície do produto. Equações adimensionais para descrever o processo de secagem são dadas, e soluções analíticas são mostradas. Vários resultados dos efeitos dos parâmetros adimensionais tais como, número de Biot, geração interna de massa e energia e relação área/volume do corpo, sobre a cinética de secagem e o aquecimento do sólido são apresentados e analisados.

Palavras-chave: Modelos, Análise concentrada, Analítico, Calor e massa

1. INTRODUÇÃO

Operações de desidratação ou secagem são importantes passos nas indústrias química e de processamento de alimentos, como também no armazenamento e processamento de grãos e outros produtos biológicos. Durante a secagem de produtos biológicos ocorrem variações nas suas características físicas, químicas e biológicas, que, dependendo da intensidade do efeito, podem causar a sua perda ou inutilidade para uma determinada função. Um vasto número de estudos tem sido conduzidos para analisar o processo de secagem. Uns consideram as condições externas do ar, tais como, temperatura, umidade relativa e velocidade, correlacionadas à taxa de secagem do sólido, enquanto outros consideram as condições internas ao produto com ênfase aos mecanismos de movimento de umidade e seus efeitos sobre o mesmo. O conhecimento dos mecanismos de movimento de umidade no interior dos materiais é de fundamental importância e precede a tentativa de descrever a migração de umidade na massa de um sólido. Uma detalhada discussão sobre os mecanismos de transferência de umidade durante a secagem podem ser encontradas em Fortes & Okos (1980), Alvarenga et al. (1980), Fortes (1982), Strumillo & Kudra (1986), Keey(1992), Lima (1995) e Dand (1986), citado por Ibrahim et al. (1997).

Na tentativa de correlacionar dados experimentais da secagem de um material particular à um modelo matemático, os pesquisadores da área de secagem, tem difundido uma gama de modelos que representam a cinética de secagem deste particular material, podendo serem divididos em três grandes grupos: modelos empíricos e semi-empíricos; modelos difusivos e modelos baseados na termodinâmica dos processos irreversíveis (Fortes & Okos, 1980; Parry, 1985; Jayas et al., 1991; Parti, 1993 e Lima, 1999).

O objetivo deste trabalho é modelar e apresentar soluções analíticas para transferência de calor e massa em corpos com geometria arbitrária, baseando-se numa análise concentrada.

Procurando situar o avanço atual deste trabalho dentro da linha de pesquisa de transferência de calor e massa, constatou-se que inúmeros trabalhos dos modelos empíricos e semi-empíricos para descrever a secagem de produtos biológicos foram publicados, em geral, contudo, escassos são os dados em relação a corpos com forma arbitrária que levam em consideração fenômenos acoplados de transferência de calor e massa, considerando existência de geração interna de massa e energia, convecção, evaporação e aquecimento do vapor produzido na superfície do produto.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta pesquisa envolve a determinação da transferência de calor e massa em produtos com geometria arbitrária sob o ponto de vista da análise concentrada, e foi baseado no trabalho de Schneider (1985).

Para este estudo, considere um corpo sólido de forma arbitrária como ilustrado na Figura 1. O sólido pode receber (ou ceder) um fluxo de Φ por unidade de área em sua superfície (Φ '') e ter geração interna de Φ por unidade de volume uniformemente distribuída (Φ '''). Admitindo que Φ do sólido seja espacialmente uniforme em qualquer instante durante o processo transiente, isto é, que os gradientes de Φ no interior do sólido sejam desprezíveis, todo o fluxo de Φ recebido e gerado difundirá instantaneamente através do mesmo. Isto acontece quando Γ^{ϕ} (uma propriedade de transporte, por exemplo, condutividade térmica) for suficientemente alta ($\Gamma^{\phi} \rightarrow \infty$). Embora esta condição não seja possível, ela será bem aproximada se a resistência ao fluxo de Φ no sólido for muito menor que a resistência à transferência de Φ entre o sólido e a sua vizinhança.



Figura 1. Corpo de forma arbitrária

Aplicando um balanço de Φ num elemento infinitesimal na superfície do sólido, em qualquer sistema de coordenadas, assumindo propriedades termo-físicas constantes e variações dimensionais desprezíveis, tem-se as seguintes equações para massa e energia, respectivamente:

$$V\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi''S + \Phi'''V \tag{1}$$

$$\nabla \rho \frac{1}{dt} = -\frac{1}{c_{\rm P}} S + \frac{1}{c_{\rm P}} V$$
⁽²⁾

onde $c_{\text{p}},~\rho,~V$ e S são calor específico, densidade, volume e área do sólido úmido, respectivamente.

As quantidades Φ'' e Φ''' podem ser positivas ou negativas, podendo também serem constantes ou dependentes do tempo. Particularmente com respeito a energia, a quantidade Φ'' pode ser convectiva, radiativa, evaporativa e/ou aquecimento de vapor. A hipótese de ausência de gradientes de Φ internamente ao sólido não é apenas uma simplificação matemática, mas também uma forma simplificada para tratamento de problemas mais complexos (mais realista fisicamente). A presente formulação pode ser aplicada em regiões de transferência de calor e massa simultâneas. O caso particular ocorre quando os dois fenômenos são completamente independentes. Os dois fenômenos são acoplados quando adsorção e desorção na região são acompanhadas de efeitos térmicos.

2.1 Análise para transferência de massa

No caso de processos transientes de transporte de massa, Φ'' pode ser dado nas formas de convecção de massa e/ou reação heterogênea (resultante do contato entre os reagentes e uma superfície), enquanto que para Φ''' , pode ser dada por difusão com reações químicas homogêneas, por exemplo. As reações homogêneas envolvem a geração de espécies químicas no interior do sólido.

Assumindo condição convectiva para Φ'' e admitindo Φ''' constante, trocando-se Φ por \overline{M} , o teor de umidade do material em base seca, tem-se:

$$V\frac{d\overline{M}}{dt} = -h_{\rm m}S(\overline{M} - \overline{M}_{\rm e}) + \dot{M}V$$
(3)

com a seguinte condição inicial $\overline{M}(t = 0) = \overline{M}_{o}$. Na equação (3), \overline{M}_{e} , h_{m} e \dot{M} indicam o teor de umidade de equilíbrio, o coeficiente de transferência de massa, a geração interna de massa por unidade de volume e o tempo, respectivamente.

Separando as variáveis da equação (3), integrando desde a condição inicial tem-se:

$$\frac{\left(\overline{M} - \overline{M}_{e}\right) - \frac{MV}{h_{m}S}}{\left(\overline{M}_{o} - \overline{M}_{e}\right) - \frac{\dot{M}V}{h_{m}S}} = Exp\left[-\left(\frac{h_{m}S}{V}\right)t\right]$$
(4)

Definindo as seguintes variáveis adimensionais:

$$\mathbf{S}^* = \frac{\mathbf{SL}_1}{\mathbf{V}}; \qquad \mathbf{P}^* = \frac{\mathbf{ML}_1}{\mathbf{h}_m \mathbf{S}^* (\overline{\mathbf{M}}_o - \overline{\mathbf{M}}_e)}; \mathbf{Fo}_m = \frac{\mathbf{Dt}}{\mathbf{L}_1^2}; \quad \mathbf{Bi}_m = \frac{\mathbf{h}_m \mathbf{L}_1}{\mathbf{D}} \quad \overline{\mathbf{M}}^* = \frac{\mathbf{M} - \mathbf{M}_e}{\overline{\mathbf{M}}_o - \overline{\mathbf{M}}_e}$$
(5)

substituindo na equação (4), obtém-se esta equação na forma adimensionalizada:

$$\overline{\mathbf{M}}^* = \mathbf{P}^* + (\mathbf{1} - \mathbf{P}^*) \mathbf{Exp} \left[-\mathbf{S}^* \mathbf{Bi}_{\mathbf{m}} \mathbf{Fo}_{\mathbf{m}} \right]$$
(6)

Na equação (5), L_1 e D indicam um comprimento característico do sólido e a sua difusividade de massa, respectivamente

2.2 Análise para transferência de calor

Procedendo-se similarmente ao caso para transferência de massa e assumindo-se que na superfície do sólido ocorre convecção térmica, evaporação e aquecimento do vapor, trocando-se Φ por $\overline{\theta}$, a temperatura do sólido, a equação (2), pode ser escrita como:

$$\rho V \frac{d\overline{\theta}}{dt} = \frac{\left[h_{c}\left(\overline{\theta}_{\infty} - \overline{\theta}\right) + \frac{\rho_{s}V}{S} \frac{d\overline{M}}{dt} \left(h_{fg} + c_{v}\left(\overline{\theta}_{\infty} - \overline{\theta}\right)\right)\right]}{c_{p}} S + \frac{\dot{q}V}{c_{p}}$$
(7)

com a seguinte condição de inicial $\overline{\theta}(t=0) = \overline{\theta}_o$. Para este caso, Φ''' pode ser, por exemplo para frutas, o calor de respiração. Na equação (7), h_c, h_{fg}, \dot{q} , c_v e $\overline{\theta}_{\infty}$ são o coeficiente de transferência de calor, o calor latente de vaporização da água, a geração interna de calor, o calor específico do vapor e a temperatura do sólido em equilíbrio com o meio externo, respectivamente.

Substituindo $\frac{d\overline{M}}{dt}$ e \overline{M} , das equações (3) e (4), na equação (7), obtém-se:

$$\frac{d\overline{\theta}}{dt} = \left\{ \left[\left(-\rho_{s}h_{m}\left(\overline{M}_{o}-\overline{M}_{e}\right) + \frac{\dot{M}V\rho_{s}}{S} \right) \frac{h_{fg}S}{\rho Vc_{p}} \right] Exp \left[-\left(\frac{h_{m}S}{V}\right) t \right] + \left[\frac{h_{c}S}{\rho Vc_{p}} + \left(-\rho_{s}h_{m}\left(\overline{M}_{o}-\overline{M}_{e}\right) + \frac{\dot{M}V\rho_{s}}{S} \right) \frac{c_{v}S}{\rho Vc_{p}} Exp \left[-\left(\frac{h_{m}S}{V}\right) t \right] \right] \left(\overline{\theta}_{\infty}-\overline{\theta}_{o}\right) \right\} + \frac{\dot{q}}{\rho c_{p}}$$
(8)

A equação diferencial ordinária de 1^ª ordem, não-linear e não-homogênea, equação (8), até então não pode ser resolvida de forma fechada para fornecer uma solução exata. Contudo, mediante métodos numéricos, uma solução aproximada pode ser obtida. As soluções exatas da equação (8) podem ser obtidas, nas versões simplificadas. Por exemplo, negligenciando a energia necessária para aquecer o vapor de água desde a temperatura na superfície do sólido até a temperatura do fluido, esta equação reduz-se a:

$$\frac{d\overline{\theta}}{dt} = \left[\left(-\rho_{s}h_{m}\left(\overline{M}_{o} - \overline{M}_{e}\right) + \frac{\dot{M}V\rho_{s}}{S} \right) \frac{h_{fg}S}{\rho Vc_{p}} \right] Exp \left[-\left(\frac{h_{m}S}{V}\right) t \right] + \left[\frac{h_{c}S}{\rho Vc_{p}} \right] \left(\overline{\theta}_{\infty} - \overline{\theta}\right) + \frac{\dot{q}}{\rho c_{p}}$$
(9)

Resolvendo esta equação, usando a condição de contorno para a equação (7), tem-se que:

$$\overline{\theta} - \overline{\theta}_{\infty} = \left[\frac{\left(-\rho_{s}h_{m}(\overline{M}_{o} - \overline{M}_{e}) + \frac{\dot{M}V\rho_{s}}{S} \right)h_{fg}}{h_{m}S\rho c_{p} - h_{e}S} - \frac{\dot{q}V}{h_{e}S} + \left(\overline{\theta}_{o} - \overline{\theta}_{\infty}\right) \right] Exp\left[-\left(\frac{h_{e}S}{\rho Vc_{p}}\right)t \right] - \left[\frac{\left(-\rho_{s}h_{m}(\overline{M}_{o} - \overline{M}_{e}) + \frac{\dot{M}V\rho_{s}}{S} \right)h_{fg}}{h_{m}S\rho c_{p} - h_{e}S} \right] Exp\left[-\left(\frac{h_{m}S}{V}\right)t \right] + \frac{\dot{q}V}{h_{e}S}$$
(10)

Definindo os seguintes parâmetros adimensionais:

$$Fo_{c} = \frac{\alpha t}{L_{1}^{2}}; \quad Bi_{c} = \frac{h_{c}L_{1}}{k} \quad \overline{\theta}^{*} = \frac{\left(\overline{\theta} - \overline{\theta}_{\infty}\right)}{\left(\overline{\theta}_{o} - \overline{\theta}_{\infty}\right)} \quad Q^{*} = \frac{\dot{q}L_{1}}{S^{*}h_{c}\left(\overline{\theta}_{\infty} - \overline{\theta}_{o}\right)}$$

$$V^{*} = \frac{h_{c}\left(\overline{\theta}_{\infty} - \overline{\theta}_{o}\right)}{h_{fg}h_{m}\rho_{s}\left(\overline{M}_{o} - \overline{M}_{e}\right)} \quad R^{*} = \frac{\rho c_{p}\left(\overline{\theta}_{\infty} - \overline{\theta}_{o}\right)}{h_{fg}\rho_{s}\left(\overline{M}_{o} - \overline{M}_{e}\right)}$$

$$(11)$$

onde ρ_s é a densidade do sólido seco, k é a condutividade térmica do sólido e $\alpha = k/(\rho c_p)$, é a sua difusividade térmica; utilizando destes e dos parâmetros adimensionais apresentados anteriormente na equação (5) e rearranjando os termos, a equação (10) pode ser adimensionalizada assumindo a forma:

$$\overline{\theta}^{*} = \left(\frac{P^{*} - 1}{V^{*} - R^{*}} + Q^{*} + 1\right) Exp\left[-S^{*}Bi_{c}Fo_{c}\right] - \left(\frac{P^{*} - 1}{V^{*} - R^{*}}\right) Exp\left[-S^{*}Bi_{m}Fo_{m}\right] - Q^{*}$$
(12)

A comparação das equações (6) e (12), evidencia a considerável vantagem em se exprimir o problema na forma adimensional, uma vez que as soluções não dependem das propriedades termo-físicas e das condições inicial e final do sólido. Assim, este procedimento simplifica a apresentação do equacionamento, a solução do problema e generaliza a aplicabilidade da equação em problemas transientes.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para demostrar o mérito relativo da presente solução, no que diz respeito a usabilidade e limitações, foi decidido selecionar, como proposta de ilustração, algumas situações baseandose nos parâmetros adimensionais apresentados. Para a geração dos resultados, foi implementado um programa computacional utilizando o Software Mathematica[®], considerando D=3,428.10⁻¹¹ m²/s e α =9,250.10⁻⁸ m²/s. Em virtude da difusividade térmica do sólido ser aproximadamente 270 vezes maior que sua difusividade de massa, os processos de transferência de calor e massa ocorrem simultaneamente com diferentes taxas, fazendo com que a primeira parcela da equação (12) tenda a zero mais rápido que a segunda

As Figuras 2, 3 e 4 evidenciam os efeitos dos parâmetros P^* , S^* e Bi_m no fenômeno de secagem, respectivamente. Vale salientar que ao estudar-se um dos efeitos citados, os demais parâmetros foram mantidos constantes.

A análise da Figura 2 mostra que, o limite do teor de umidade médio adimensional é o parâmetro P^* e que com o decréscimo deste parâmetro a taxa de secagem aumenta. No entanto o regime permanente é atingido praticamente no mesmo instante (Fo_m≈1000).

A Figura 3 mostra que o aumento do número de Biot de transferência de massa, tem-se um aumento na taxa de secagem do processo. Contudo vale salientar que existe um limite para este parâmetro adimensional que depende da geometria do corpo e da forma como este é definido. Este valor limite identifica o ponto em que a existência de gradientes de umidade dentro do sólido passa a ser significativo, a ponto da análise concentrada não mais poder ser usada com precisão para descrever o processo. Neste caso diz-se que o processo é controlado interna e externamente, e portanto a lei de Fick deve ser usada para predizer o fenômeno. Para se ter uma idéia, Lima (1999) reporta valores máximo do Bi_m=h_mL/D, de 0,05 para elipsóide $(L_2/L_1=2,0)$ e de 0,005 para esfera $(L_2/L_1=1,0)$, onde L= $(L_2^2-L_1^2)^{1/2}$ e L₂ e L₁ são os semi-eixos maior e menor do elipsóide, respectivamente

A Figura 4 ilustra que, para valores fixados de L₁, corpos com maior relação área/volume do corpo, atingem o regime permanente mais rápido, isto é, apresentam altas taxas de secagem. Contudo este efeito é menos visível para valores de $S^*>0,5$.



Figura 2. Teor de umidade médio adimensional em função do número de Fourier de transferência de massa evidenciando o efeito do parâmetro P^{*}.



Figura 3. Teor de umidade médio adimensional em função do número de Fourier de transferência de massa evidenciando o efeito do parâmetro Bi_m.

A Figura 5 ilustra a variação da temperatura média do sólido em função do número de Fourier de transferência de calor (Fo_c) e dos vários parâmetros adimensionais. De uma análise comparativa entre as curvas pode-se verificar que um aumento do parâmetro V^* tem-se um aumento na taxa de aquecimento do sólido (curvas <u>a</u> e <u>b</u>). Por outro lado, um decréscimo do parâmetro Q^* permite um leve decréscimo da taxa de aquecimento, evidenciado pelo deslocamento sofrido pela curva c em relação a curva b.

Verifica-se também que o crescimento do parâmetro $R^* (R^* > V^*)$ gera uma mudança radical no comportamento da curva de aquecimento, apresentado uma região em que a temperatura do sólido supera a do fluido, seguida de um resfriamento até atingir o equilíbrio térmico com o meio (curvas <u>b</u> e <u>d</u>). No entanto, com a redução do número de Biot para transferência de calor, devido ao decréscimo na taxa de aquecimento, este efeito é menos observado (curvas <u>d</u> e <u>e</u> e <u>f</u> e <u>g</u>).



Figura 4. Teor de umidade médio adimensional em função do número de Fourier de transferência de massa evidenciando o efeito do parâmetro S^{*}.



Figura 5. Temperatura média adimensional em função do número de Fourier de transferência de calor para vários condições operacionais

O efeito do parâmetro S^{*} esta evidenciado na comparação das curvas <u>d</u>, <u>h</u> e <u>i</u>. Como pode ser visto, o aumento deste parâmetro permite um crescimento da taxa de aquecimento do sólido. O contrário ocorre com o crescimento de P^{*}, onde neste caso, a taxa de aquecimento do sólido decresce e a temperatura máxima do sólido é menor (curvas <u>h</u> e <u>j</u>).

4. CONCLUSÕES

Da análise dos resultados obtidos pode-se concluir que: o decréscimo do parâmetro P^* e o aumento do número de Biot, aumentam a taxa de secagem do sólido; para um valor de L₁ fixo, corpos com maior relação área/volume apresentam taxas de secagem mais elevadas; os parâmetros V^{*} e Q^{*} afetam diretamente a taxa de aquecimento do sólido, sendo que o Q^{*} tem menos efeito e finalmente, os parâmetros S^{*} e P^{*} também afetam a temperatura do sólido, sendo que o aumento do S^{*} decresce o taxa de aquecimento. Em contraste ocorre com o P^{*}, onde neste caso, a taxa de aquecimento do sólido decresce e a temperatura máxima atingida pelo sólido é menor.

5. REFERÊNCIAS

- Alvarenga, L. C., Fortes, M., Pinheiro Filho, J. B. Hara, T., 1980, "Transporte de Umidade no Interior de Grãos de Feijão Preto sob Condições de Secagem", Revista Brasileira de Armazenamento, Vol. 5, n.1, Viçosa, Brasil, p. 5-18.
- Fortes, M., 1982, "Um Estudo Fundamental das Equações de Transporte de Massa e Energia em Meios Capilares Porosos", Tese (Livre Docência), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, M.G., Brasil, 100 p.
- Fortes, M., Okos, M. R., 1980, "Advances in Drying", Hemisphere Publishing Corporation, 1980, Washington, USA, Vol.1, p. 119-154.
- Ibrahim, M. H., Daud, W. R. W., Talib, M. Z. M., 1997, "Drying Characteristics of Oil Palm Kernels", Drying Technology, Vol 15, n. 3-4, p. 1103-1117.
- Jayas, D. S., Cenkowski, S., Pabis, S., Muir, W. E., 1991, "Review of Thin-layer Drying and Rewetting Equations", Drying Technology, Vol. 9, n. 3, p. 551-588.
- Keey, R.B., 1992, "Drying of Loose and Particulate Materials", Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 502 p.
- Lima, A. G. B., 1995, "Estudo da Secagem e Dimensionamento de Secador de Casulos do Bicho-da-seda", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, P.B., Brasil, 190 p.
- Lima, A. G. B., 1999, "Fenômeno de Difusão em Sólidos Esferoidais Prolatos. Estudo de Caso: Secagem de Banana", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, S.P., 265 p.
- Parry, J. L., 1985, "Mathematical Modelling and Computer Simulation of Heat and Mass Transfer in Agricultural Grain Drying. A Review", Journal of Agricultural Engineering Research, Vol. 32, p. 1-29.
- Parti, M., 1993, "Selection of Mathematical Models for Drying Grain in Thin-layers", Journal of Agricultural Engineering Research, Vol. 54, p. 339-352.
- Schneider, P. J., 1985, "Handbook of Heat Transfer: Fundamentals", McGraw-Hill Book Company, New York, USA, p. 4.1-4.187.
- Strumillo, C., Kudra, T., 1986, "Drying: Principles, Science and Design. Gordon and Breach Science Publishers, New York, USA, 448 p.

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO TERMO-HIDRÁULICO DE CONDENSADORES TUBO ALETADOS COM DIFERENTES GEOMETRIAS DE ALETA

João Roberto Bastos Zoghbi Filho Samuel Freire de Barros José Maria Saiz Jabardo

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Laboratório de Refrigeração, Departamento de Engenharia Mecânica, CEP13560-970, São Carlos-SP, Brasil. E-mail: jrzoghbi@sc.usp.br, samuel@sc.usp.br, mjabardo@sc.usp.br

Resumo

O desempenho termo-hidráulico de condensadores resfriados a ar foi avaliado experimentalmente em uma bancada onde foram simuladas as condições reais de trabalho. Um estudo comparativo da perda de carga do lado do ar e do coeficiente global de transferência de calor foi realizado para condensadores com aletas lisas e aletas ventiladas (*louver*). Os condensadores com aletas ventiladas mostraram incrementos significativos no coeficiente global de transferência de calor em relação aos equivalentes com aletas lisas, apesar do aumento indesejável, porém em menor escala, da perda de carga do lado do ar.

Palavras-chave: Trocadores de calor, Condensadores, Superfícies intensificadoras.

1. INTRODUÇÃO

Trocadores tubo aletados são extensivamente utilizados em aplicações domésticas e de transporte, onde a redução do volume é primordial. Tecnologias de fabricação para obter diversos tipos de configurações de superfícies de troca de calor têm sido desenvolvidas, de forma a minimizar a resistência térmica do lado do ar em trocadores de calor tubo aletados. Essas alterações culminaram em um aumento do coeficiente de transferência de calor e a conseqüente redução da área de troca de calor, permitindo um salto no desenvolvimento tecnológico dos trocadores de calor. A superfície ventilada (*louver*), fruto desta nova tecnologia, permite uma significativa intensificação da troca de calor. Esta resulta do escoamento transversal de ar entre canais, formados por aletas adjacentes, promovido pela janelas. Tal escoamento propicia a ruptura da camada limite, evitando, com isso, seu desenvolvimento, num mecanismo físico que se assemelha ao do "resfriamento por transpiração".

Mediante um extensivo trabalho de pesquisa de avaliação termo-hidráulica de trocadores de calor, Kays e London (1984) levantaram curvas dos coeficientes j (de Colburn) e f (de atrito) em termos do número de Reynolds para trocadores compactos, envolvendo um significativo número de geometrias. Em um interessante estudo experimental, Shah e Webb (1982) apud Webb (1992), além de descreverem em detalhes diversas geometrias de aletas ventiladas, desenvolveram um extenso banco de dados envolvendo o desempenho térmico de cada uma delas. Os referidos trabalhos indicam claramente que as aletas ventiladas se caracterizam por apresentarem um coeficiente de transferência de calor superior àquele das aletas lisas, o mesmo ocorrendo com a perda de carga, o que, neste caso, é inadequado. Garimela et al (1997) realizaram experimentos comparativos entre diversas superfícies intensificadoras e lisas, confirmando as tendências descritas acima.

Em recente trabalho, utilizando modelos em escala de condensadores, Yun e Lee (1999) obtiveram valores de j para trocadores de aletas ventiladas 28,13% maiores que os correspondentes com aletas lisas, para valores de fator de atrito 90% superior. Deve-se notar que os ensaios envolveram vazões reduzidas.

O presente estudo tem por objetivo a análise de resultados obtidos em ensaios envolvendo condensadores do tipo tubo aletado, comparando as características de troca de calor e perda de carga entre unidades dotadas de aletas lisas com aquelas de aletas ventiladas, denominadas na literatura em inglês de *louver*.

2. APARATO EXPERIMENTAL

A Fig. 1 apresenta o diagrama esquemático do aparato experimental, constituído de dois circuitos independentes entre si: o frigorífico e o de ar. O circuito frigorífico, que opera com refrigerante R-22, incorpora componentes básicos como válvula de expansão termostática, compressor, condensador (seção de testes), reservatório de líquido, separador de líquido (acumulador de sucção) e evaporador. Este consiste de uma serpentina de cobre localizada na parte superior de um depósito de refrigerante R-22, tendo a região inferior preenchida por líquido, no qual está imersa uma resistência elétrica de aquecimento. O depósito será denominado genericamente de *boiler*, no presente trabalho. O aquecimento através da resistência promove a evaporação de refrigerante líquido, com condensação ocorrendo na serpentina (evaporador do circuito frigorífico), consituindo, assim, a carga térmica. Esta é controlada pela potência elétrica dissipada na resistência através de um variador de tensão indicado na Fig. 1.

O circuito de ar de condensação é constituído dos elementos necessários para permitir o controle da temperatura e da velocidade do ar. Trata-se de um túnel de vento com possibilidade de recircular o ar, com o objetivo de reduzir a potência de aquecimento, sendo dotado de um ventilador centrífugo. O controle da vazão é realizado por intermédio de registros de descarga, recirculação e admissão do ar no túnel. O controle da temperatura do ar de condensação é realizado por intermédio de aquecimento localizada no circuito de ar, a montante do condensador em teste e do retificador de escoamento, como ilustrado na Fig. 1.

Ambos os circuitos foram instrumentados conforme indicado na Fig.1, tendo sido utilizados termopares do tipo T (cobre-constantan) e transdutores eletrônicos de pressão (no caso do circuito frigorífico) para as medidas de temperatura e pressão. No caso do circuito de ar, a temperatura média nas seções de entrada e saída do condensador era medida através de uma malha de termopares, ligados em paralelo, cobrindo a seção transversal do duto, e a perda de carga do ar no condensador medida com um manômetro de coluna de água. A vazão do refrigerante foi obtida

por intermédio de um medidor de vazão do tipo efeito Coriolis e a vazão de ar no túnel por um método calorimétrico (balanço de energia) tendo sido ratificada por medidas realizadas com um tubo de Pitot que podia ser deslocado verticalmente desde o eixo central do duto até sua parede.

As incertezas de medida associadas aos parâmetros medidos e calculados podem ser encontradas na tabela 2.



Figura 1. Desenho esquemático do aparato experimental, composto dos seguintes equipamentos: (1) Condensador em teste, (2) Registro de retorno, (3) Registro de admissão, (4) Variador de tensão, (5) Bateria de resistências, (6) Duto de aspiração, (7) Filtro de óleo, (8)Duto flexível, (9) *Boiler*, (10) Compressor, (11) Bateria de resistências, (12) Variador de tensão, (13) Tanque de líquido, (14) Separador de líquido, (15) Variador de tensão, (16) Válvula de expansão termostática, (17) Medidor de vazão do tipo Coriolis, (18) Visor, (19) Filtro secador, (20) Retificador de ar, (21) Registro de descarga, (22) Ventilador Centrífugo, (23) Duto de retorno.

3. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E RESULTADOS

O procedimento dos ensaios foi o sugerido pela norma ASHRAE 41.2 (1991) para unidades condensadoras de circuitos frigoríficos, tendo sido realizados com vistas a uma análise

comparativa entre os distintos condensadores, descritos na Tabela 1. Na Fig. 2 são apresentados detalhes da superfície ventilada, que foi objeto de análise neste estudo.

Modelo	Peça	Aleta	Tubo	Comprimento Aletado (mm)	Profundidade (mm)	Altura Aletada (mm)	Área* (m ²)
т	C1	Lisa	Liso	610	108	381	19,97
1	C2	Louver	Liso	610	108	381	19,97
п	C3	Lisa	Liso	640	66	330	9,93
11	C4	Louver	Liso	640	66	330	9,93

 Tabela 1. Características geométricas dos condensadores ensaiados.

* Área total de troca de calor no lado do ar.

Tabela 1. (continuação)

Peça	d _e (mm)	d _i Tubo (mm)	Densidade de Aletas (m ⁻¹)	Passo das Aletas (mm)	Espessura das aletas (mm)	Passo dos tubos (mm)	Número de tubos por fileiras	Diâmetro Hidráulico (mm)
C1	13	11,14	450	2	0,1	30,7	12	3,601
							(4 fileiras)	
C2	13	11,14	450	2	0,1	30,7	12	3,601
							(4 fileiras)	
C3	9,6	8,01	380	2	0,1	25,9	13	4,222
							(3 fileiras)	
C4	9,6	8,01	380	2	0,1	25,9	13	4,222
							(3 fileiras)	



Figura 2. Vista em corte dos condensadores com aletas ventiladas.

Dois parâmetros importantes foram avaliados, o produto do coeficiente global de transferência de calor, U, pela área de transferência de calor, A, e a perda de carga do ar. Para

avaliar o desempenho térmico dos condensadores, uma primeira bateria de ensaios foi realizada com a temperatura de entrada do ar no condensador constante igual a 35°C, e uma velocidade de face de 3,0 m/s, mantendo-se a temperatura de aspiração no compressor constante e igual a 5°C. Em cada temperatura e velocidade do ar de condensação foram levantados entre 4 e 5 pontos experimentais, correspondendo a diferentes cargas térmicas no evaporador impostas pelo variador de tensão do *boiler*. Todos os parâmetros físicos medidos por intermédio dos transdutores (temperaturas, pressões e vazão de refrigerante) tinham seus sinais de saída conectados a um sistema de aquisição de dados por computador. Somente a perda de carga do ar através do condensador (obtida por manômetro de coluna), e a pressão dinâmica (associada ao tubo de Pitot, por intermédio de um manômetro de coluna álcool), eram medidas diretamente pelo operador. A aquisição de dados era iniciada quando o sistema operava em regime permanente. Como observado anteriormente, a vazão de ar foi calculada pelo método calorimétrico, tomando por base um balanço de energia no condensador, de acordo com a seguinte expressão:

$$m_{ar} = \frac{m_r (h_{e,r} - h_{s,r})}{c p_{ar} (T_{s,ar} - T_{e,ar})}$$
(1)

onde, os parâmetros (m_r , vazão de refrigerante; $h_{e,r}$ e $h_{s,r}$, entalpias de entrada e saída do refrigerante no condensador; $T_{e,ar}$ e $T_{s,ar}$, temperaturas de entrada e saída do ar no condensador, cp_{ar}, calor específico do ar) são diretamente medidos ou passíveis de avaliação a partir dos parâmetros medidos, permitindo, assim, a determinação da vazão de ar e, consequentemente, a velocidade de face, V, com a massa específica média do ar e a área de face do condensador.

Para efeito de avaliação do coeficiente global de transferência de calor, o refrigerante foi assumido saturado à temperatura (de condensação) correspondente à pressão média entre a entrada e saída do condensador, no lado do refrigerante. Nessas condições, a taxa de rejeição de calor no condensador, Q_c, pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$Q_c = UA\Delta T_m \tag{2}$$

onde, ΔT_m , a diferença média entre a temperatura do refrigerante, T_c , e a temperatura de entrada do ar, $T_{e,ar}$. Através de manipulação matemática, a Eq. (2) pode ser modificada de forma a obter a seguinte expressão:

$$Q_c = R(T_c - T_{e,ar}) \tag{3}$$

onde,

$$R = m_{ar} c p_{ar} \left[1 - \exp\left(-\frac{UA}{m_{ar} c p_{ar}}\right) \right]$$
(4)

Como o produto $m_{ar}.cp_{ar}$ permanece constante, a Eq. (3) representa a reta de Q_c em termos de $(T_c - T_{e,ar})$. A reta pode ser levantada experimentalmente variando a carga térmica no *boiler*, o que afeta a taxa de rejeição de calor no condensador, Q_c . Esse procedimento foi adotado no levantamento das curvas da Fig. 3, válidas para as unidades ensaiadas. O coeficiente angular da reta proporciona o valor de R, que, pela aplicação da Eq. (4), permite determinar o valor de UA. A Tabela 2 apresenta os valores de UA e o correspondente valor do coeficiente global de

transferência de calor referido à área exterior. Em virtude da limitação de espaço, foram incluídas na tabela as incertezas na avaliação de parâmetros físicos diretamente medidos ou calculados.

Uma segunda bateria de ensaios foi levada a cabo, fixando-se a carga térmica e variando-se a velocidade do ar. Obteve-se, assim, a variação da perda de carga do ar através do condensador, tendo sido levantadas as curvas da Fig. 4.

Peça	UA (kW/°C)	Incertezas UA (kW/°C)	U (W/m ² °C)	Incertezas U (W/°C)	Incertezas V _{ar} (m/s)	Incertezas Temperatura (°C)	Incertezas Pressão (%)	Incertezas Vazão (%)
C1	0,738	0,014 - 0,020	36,9	1,6-1,8	0,097 - 1,30	0,2	0,3	0,15
C2	0,895	0,028 - 0,037	44,8	2,3-2,6	0,089 - 0,91	0,2	0,3	0,15
C3	0,469	0,008 - 0,014	47,2	1,9-2,2	0,08 - 1,40	0,2	0,3	0,15
C4	0,630	0,007 - 0,030	63,4	2,5-3,8	0,07 - 1,22	0,2	0,3	0,15

Tabela 2. Coeficiente global de troca de calor e incertezas associadas a parâmetros físicos revelantes.



Figura 3. Taxa de rejeição de calor no condensador vs diferença entre a temperatura média do ar e a temperatura de condensação para uma velocidade de face de 3,0 m/s.



Figura 4. Perda de carga em função da velocidade de face do ar, V_{ar} , para os condensadores ensaiados.

4. ANÁLISE E CONCLUSÕES

No presente estudo foi analisado o desempenho termo-hidráulico de quatro modelos comerciais de condensadores, descritos na Tabela 1. Com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que:

(1) O efeito das aberturas nas aletas ventiladas é significativo. O uso desse tipo de superfície intensificadora incrementa o valor de UA (e, portanto, de U) de 21,27% no grupo I e 34,33% no grupo II com relação ao valor correspondente da superfíce lisa. Tal comportamento é previsível pois a resistência térmica exterior, associada à transferência de calor do lado do ar, é dominante no processo de transferência de calor nesse tipo de trocador. É importante lembrar que todas as comparações foram feitas para velocidades de face do ar constantes e da ordem de 3,0 m/s.

(2) As aletas ventiladas impõem uma maior perda de carga do lado do ar (Fig. 4). Assim, para uma velocidade de 3,0 m/s, no grupo I observa-se um aumento de 93,33% e, para o grupo II, 36,36% em relação às aletas lisas. O efeito do aletamento ventilado na perda de carga do ar em relação às aletas lisas é mais significativo no caso das unidades do grupo I, o que pode estar relacionado ao fato destas unidades apresentarem um número maior de fileiras de tubos em profundidade (ver tabela 1).

Os resultados, consistentes sob o ponto de vista qualitativo, confirmam as tendências observadas na literatura, segundo as quais, as aletas ventiladas se caracterizam por apresentarem coeficientes de transferência de calor do lado externo superiores às correspondentes aletas lisas, impondo, porém, perdas de carga no ar superiores.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos ao Sr. José Roberto Bogni, responsável pela construção e montagem do aparato experimental. Os autores estendem seus agradecimentos às empresas Danfoss do Brasil, MIPAL, PROJELMEC e APEMA pela gentil doação de diversos controles e componentes utilizados na bancada. E, finalmente, agradecem a Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fomento financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- ASHRAE Standard 41.2-1991, "Standard Methods for Laboratory Air-flow Measurement", American Society of Heating, Refrigerating and air-conditioning Engineers, Inc., Atlanta.
- Garimella, S., Coleman, J. W. e Wicht, A., 1997, "Tube and fin geometry alternatives for the design of absorption heat pump heat exchangers", Enhanced Heat Transfer, Vol. 4, pp. 217-235, 1997.
- Kays, W. M. e London, A. L., 1984, "Compact Heat Exchangers", 3rd Edition, McGraw Hill, New York.
- Yun J. Y., Lee, K. S., 1999, "Investigation of heat transfer characteristics on various kinds of fin-and-tube heat exchangers with interrupted surfaces", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.42, pp.2375-2385.
- Rugh, J. P. Pearson, J. T. and Ramadhyani, S., 1992, "A study of a very compact heat exchangers used for passenger compartment heating in automobiles", in Compact Heat Exchangers for Power and Process Industries, ASME Symp. Ser., HTD-Vol.201, pp.15-24, ASME, New York.
- Shah, R. K., e Webb, R. L, 1982, "Compact and enhanced heat exchangers", in Heat Exchangers: Theory and Practice, J. Taborek, G. F. Hewitt and N. H. Afgan, Eds. Hemisphere Publishing Corporation, Washington, D. C., pp. 425-468.
- Sunden, B. e Svantesson, J., 1992, "Thermal hydraulic performance of new multilouvered fins", in Proceedings of the 3rd UK National Heat Transfer Conference, pp.805-811.
- Webb, R. L., 1994, "Principles of Enhanced Heat Transfer", 3rd Edition, Edt. John Wiley & Sons Inc.

DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES TERMOFISICAS DE MATERIAIS USANDO O METODO DA ALETA

Fernando Fernandes Vieira (*) Carlos Antônio Pereira de Lima (*) Geralda Gilvânia Cavalcante de Lima (*) Zaqueu Ernesto da Silva (**) Carlos Antônio Cabral dos Santos (**)

(*) Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Química, Caixa Postal 781, 58100-970, Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: fernando@les.ufpb.br

(**) Universidade Federal da Paraíba, Laboratório de Energia Solar, CT/CPGEM-DTM, Caixa Postal 5115, 58051-970, João Pessoa, PB, Brasil

Resumo.

A aplicação do método da estimação de parâmetros em problemas de condução de calor em regime transiente, tem por objetivo determinar a difusividade térmica do corpo de prova e o coeficiente de transferência da calor para o ambiente. O método da estimação de parâmetros, fornece ferramentas eficientes para a análise de dados experimentais, usados na obtenção de parâmetros que surgem durante a modelagem matemática de fenômenos físicos. Os modelos podem ser na forma de equações algébricas, diferenciais ou integrais. Inicialmente foi feita a modelagem do sistema, através da resolução das equações diferenciais, obtidas dos balanços de energia sobre o sistema. Foi desenvolvido um código computacional para a simulação dos dados experimentais, como também para a estimação dos parâmetros desejados. Os resultados obtidos para os parâmetros α e h, mostraram que o método da estimação dos parâmetros se adapta perfeitamente a resolução deste tipo de problema

Palavras-chaves: Estimação, Difusividade, Calor, Simulação

1 - INTRODUCAO:

Usualmente assume-se que tanto em aplicações teóricas como práticas, os parâmetros físicos que aparecem nos modelos matemáticos são precisamente conhecidos. Em muitos casos, no entanto, a predição exata destes parâmetros é muito mais difícil que a determinação de uma solução aproximada. A análise do problema inverso de estimação de parâmetros em condução de calor (Beck & Arnold, 1977) tem sido usada com sucesso na caracterização térmica de diferentes tipos de materiais.

A determinação de propriedades termofísicas é feita para caracterizar os materiais; pela necessidade de conhecê-los e consequentemente aperfeiçoá-los. A caracterização térmica dos materiais constitui um domínio importante ligadas á transferência de calor. Quando um material estudado pode ser considerado ideal, os métodos de medidas se aplicam diretamente;

caso contrário tem-se que estabelecer modelos de transferência de calor adaptados ao problema físico em consideração.

De maneira geral, a determinação de uma grandeza termofísica necessita deve seguir os seguintes passos: Desenvolvimento de um modelo termocinético teórico(problema direto) e de uma experiência que leve em conta as características da amostra e o ambiente; Medida das grandezas fundamentais: temperatura e fluído; utilização de um método de identificação de parâmetros(método inverso); Confrontação entre dados teóricos e experimentais.

Os métodos de obtenção de dados experimentais podem ser classificados em: Métodos em regime permanente, onde o tempo não intervém. Esses métodos permitem alcançar unicamente a condutividade térmica e os métodos em regime variável, onde as medidas efetuadas são função do tempo. Esses permitem a identificação de vários parâmetros: condutividade, difusividade, efusividade ou capacidade térmica.

A contribuição das técnicas inversas no domínio da metrologia térmica é particularmente importante em várias direções como na escolha do modelo matemático, dos parâmetros sensíveis(otimização), da variável explicativa(intervalo de tempo e freqüência), de modo geral, a concepção otimizada das experiências.

O problema inverso da condução de calor (IHCP) foi primeiro estudado por Stoltz (1960), desde então muitos métodos tem sido proposto e diversos autores (Beck et al.,1985; Hensel, 1991; Alifanov, 1994; Kurpitz e Novak, 1995) estudaram este problema particular. Em um recente artigo Scarpa e Milano(1995) mostraram como a robusta técnica de filtro de Kalman poderia ser usada para a alta sensibilidade de IHCP para medições dos erros.

O presente trabalho tem como objetivo a aplicação do método da estimação de parâmetros em um problema de condução de calor em regime transiente, para determinar a difusividade térmica do corpo de prova e o coeficiente de transferência de calor para o ambiente. O método de medida utilizado foi o método da barra. Apesar deste método ser usado mais freqüentemente para regime permanente, com este trabalho verifica-se que ele também pode ser utilizado em regime transiente, consequentemente isto é uma contribuição no avanço deste método.

O procedimento computacional para a estimação dos parâmetros térmicos desejados foi desenvolvido em linguagem FORTRAN. Para mostrar a precisão do código computacional, na estimação da difusividade térmica através das medições de temperatura, foi simulada a estimação da difusividade térmica do cobre.

2 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere a seguinte montagem experimental (Fig. 01) para a determinação das propriedades termofísicas de materiais sólidos opacos.



Figura 1. Diagrama esquemático do equipamento para determinar propriedades termofísicas

O sistema encontra-se inicialmente em equilíbrio térmico, caracterizado pela temperatura ambiente (T_{∞}) No instante t = 0, a superfície em x = 0 é exposta a um fluxo da calor constante (q = constante), enquanto que a superfície em x = L é mantida a temperatura constante (T_0). O cilindro troca calor por convecção, em sua superfície lateral, com o ambiente. São consideradas as seguintes hipóteses: propriedades físicas constantes e condução unidirecional transiente.

O objetivo da analise é estimar a difusividade térmica (α) do material e o coeficiente de transferência de calor por convecção (h).

Aplicando um balanço energético no volume de controle da figura 1, obtemos, a seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - M\alpha (T - T_{\infty})$$
⁽¹⁾

onde

$$M = \frac{h.P}{k.A} \quad \text{sendo que}$$

P = perimetro, k = condutividade térmica e A = área da seção transversal

A equação (1), deve ser resolvida, com as seguintes condições de contorno e inicial:

$$q = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \text{para } \mathbf{x} = 0 \tag{2}$$

$$T = T_0 \qquad \qquad \text{para } x = L \tag{3}$$

e condição inicial

$$T(x,0) = T_{\infty}$$
(4)

Para estimar α e *h* foram simulados as colocações de 4 sensores de temperatura (figura 1) no corpo de prova, os quais registraram a temperatura em intervalos de tempos iguais a 1 segundo até o sistema atingir o regime estacionário.

3 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

A resolução do problema direto foi feito usando-se o método das diferenças finitas, usando-se um esquema implícito avançado no tempo e centrado no espaço. A discretização da equação 01 e das condições de contorno e inicial são mostradas a seguir:

$$T_{i}^{t+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^{2}} \left(T_{i-1}^{t+1} - 2T_{i}^{t+1} + T_{i+1}^{t+1} \right) - M \alpha \Delta t \left(T_{i}^{t+1} - T_{\infty} \right) + T_{i}^{t}$$
(5)

$$T_1^{t+1} = T_2^{t+1} + \frac{q\Delta x}{k} \tag{6}$$

$$T_m^{t+1} = T_0 \tag{7}$$

O sistema de equações, resultante da discretização da equação diferencial e das condições de contorno, foi resolvida utilizando-se a subrotina TRIDAG (Press et al, 1989)

4 - MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

A técnica da identificação dos parâmetros foi utilizada para determinar os valores da difusividade térmica (α) e do coeficiente de transferência de calor convectivo (h).

O principio básico dos métodos de estimação de parâmetros, consiste na minimização da função que representa a diferença quadrática entre os valores experimentais (Y_{exp}) e os calculados pelo modelo teórico (Y_{mod}) que representa o sistema experimental.

$$F(\alpha, h, x, t) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left[Y_{exp} - Y_{mod}(\alpha, h, x, t) \right]^{2}$$
(8)

A minimização da função F é feita da seguinte forma: a derivada da função F em relação a cada um dos parâmetros deve ser igual a zero.

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = -2\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left(T_{Exp} - T_{Mod} \right) \frac{\partial T_{Mod}}{\partial \alpha} = 0$$
⁽⁹⁾

$$\frac{\partial F}{\partial h} = -2\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left(T_{Exp} - T_{Mod} \right) \frac{\partial T_{Mod}}{\partial h} = 0$$
(10)

A derivada primeira da variável dependente (Temperatura) com relação ao parâmetro desconhecido (difusividade térmica ou coeficiente de transferência de calor) é chamada de coeficiente de sensibilidade. Estes coeficientes são de extrema importância no processo de identificação de parâmetros, pois fornecem informações sobre a grandeza da variação da resposta do modelo, devido as perturbações dos parâmetros. Alem do mais, eles fornecem informações sobre a identificabilidade do sistema (Beck & Arnold, 1977).

Para que todos os parâmetros de um determinado modelo possam ser identificados simultaneamente, todos os seus coeficientes de sensibilidade devem ser linearmente independentes.

No caso do sistema em estudo os coeficientes de sensibilidade (X_i) foram calculados apartir da derivação numérica da solução direta do problema, da seguinte forma:

$$X_{1} = \frac{\partial T}{\partial \alpha} = \frac{Y_{Mod}(x, t, \alpha + \Delta \alpha, h) - Y_{Mod}(x, t, \alpha, h)}{\Delta \alpha}$$
(11)

$$X_{2} = \frac{\partial T}{\partial h} = \frac{Y_{Mod}(x, t, \alpha, h + \Delta h) - Y_{Mod}(x, t, \alpha, h)}{\Delta h}$$
(12)

5 - PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

Um dos métodos mais simples e eficientes para a minimização da função F (eq. 8) é o método de Gauss (ou método da linearização). Este método além de simples, tem a vantagem de especificar a direção e o tamanho da correção a ser aplicada em cada iteração no vetor dos parâmetros desconhecidos. Este método é eficiente na procura de um mínimo que esteja razoavelmente bem definido e que as estimativas iniciais dos parâmetros estejam próximo da região do mínimo.

O caso em analise trata-se de estimação não linear, neste caso usa-se um processo iterativo para determinar os parâmetros, usando-se as seguintes equações.

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + P\left[X^T \cdot \varepsilon\right]$$
(13)

$$P = \left[X^T . W . X + U\right]^{-1} \tag{14}$$

onde:

Х	: Matriz dos coeficientes de sensibilidade
\mathbf{X}^{T}	: Matriz transposta dos coeficientes de sensibilidade
ε	: Matriz coluna, que representa a diferença entre T_{exp} - T_{mod}
b	: Matriz coluna contendo os parâmetros estimados

O procedimento iterativo inicia com $b^{(0)}$ e em cada iteração o vetor *b* é corrigido até que o critério de tolerância seja alcançado

$$\left|\frac{b^{(k+1)} - b^{(k)}}{b^{(k)} + \xi}\right| < \delta$$
$$\delta = 10^{-3} \quad e \quad \xi = 10^{-10}$$

6 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados experimentais foram obtidos através da simulação numérica, usando a solução direta do problema.

As simulações foram feitas considerando-se um corpo de prova feito de cobre, com as seguintes dimensões: D = 20,00 mm e L = 100,00 mm.

Para validar a metodologia empregada e verificar a influencia da existência de erros de medição sobre os valores dos parâmetros, forma introduzidos erros aleatórios sobre a solução exata, da seguinte forma:

$$T_{\rm exp} = T_{exata} + \overline{\omega}.\sigma \tag{15}$$

Onde ϖ representa números aleatórios, cuja distribuição é Gaussiana e σ é o desvio padrão das medições ($\sigma = 0.05$). Os erros aleatórios forma obtidos através da utilização da subrotina DRNNOR da biblioteca numérica IMSL.

A figura (2) mostra os coeficientes de sensibilidade com relação aos parâmetros identificados, podemos observar que eles são linearmente dependentes, o que torna possível



sua estimação simultânea.

Figura 2. Coeficientes de Sensibilidade dos Parâmetros Identificados

A figura (3) mostra os valores experimentais simulados e o perfil de temperatura ajustado, de acordo com os parâmetros identificados.



Figura 3. Perfil de Temperatura Experimental e Teórico no interior do corpo de prova

Os valores obtidos na estimação da difusividade térmica do cobre e do coeficiente de transferência de calor, foram respectivamente:

PARAMETRO	VALOR
Difusividade Térmica (m ² /s)	$11.16 \times 10^{-5} (\pm 9.10 \times 10^{-13})$
Coeficiente de Transferência de Calor (W/m ² °C)	25,01 (± 0,47)

Tabela 1. Valores Estimados dos Parâmetros

7 – CONCLUSÃO

O problema inverso de condução de calor foi resolvido para estimar a disfusividade térmica de um material opaco e o coeficiente de transferência de calor por convecção, utilizando-se o método da aleta. O perfil de temperatura experimental foi obtido através de simulação numérica e o método de Gauss foi utilizado de forma iterativa para a estimação de parâmetros, tendo em vista que trata-se de um problema de estimação não linear. Os valores estimados da difusividade térmica e do coeficiente de transferência de calor, estão de acordo com os valores encontrados na literatura.

8 - BIBLIOGRAFIA

- Alifanov, O. M., 1994, "Inverse Heat Transfer Problems", Springer-Verlag Publishers, Berlin.
- Beck, J. V., Blackwell, B., and St. Clair Jr., C. R., 1985 "Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems", Wiley-Interscience, New York, USA
- Beck, J.V and Arnold, K. J., 1977,"Parameter Estimation in Engineering and Science", Jonh Willey & Sons, New York, USA, 502p.
- Hensel, E., 1991, "Inverse Theory and Applications for Engineers", Prentice Hall Publishers, Englewood Cliffs, NJ.
- Kurpisz, K., and Nowak, A. J., 1995, "Inverse Thermal Problems", Computational Mechanics Publications, Southampton, United Kingdom.
- Press, W.; Flannery, B. P.; Tenkolsky, S. A. and Vetterling, W. T. "Nuemrical Recipes: The Art of Scientific Computing (FORTRAN Version)", Cambridge Press, Cambridge, 1989
- Scarpa, F., and Milano, G., 1995, "Kalman Smoothing Technique Applied to the Inverse Heat Condution Problem", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 28, pp. 79-96.

NUMERICAL STUDY OF LIQUID INTERNAL CIRCULATION DURING DROPLET-STREAM COMBUSTION

Edson G. Moreira Filho Albino J.K. Leiroz[♠] Department of Mechanical and Materials Engineering Instituto Militar de Engenharia 22290-270 -- Rio de Janeiro – RJ E-mail: leiroz@ime.eb.br

Abstract

A numerical study of interference effects within the liquid-phase of an infinite linear array of spherical droplets in the absence of surrounding convective effects is discussed in the present work. The transient evolution of the flow field, obtained using a vorticity-stream function approach, show the development of two toroidal vortices surrounded by a viscous boundary layers close the liquid-gas interface and by a internal wake in the stream axis region. The evolution of the temperature field is also analyzed. Results indicate that velocity and temperature distributions inside individual stream droplets are significantly different from patterns found for isolated droplets in convective streams.

Keywords: Droplet Combustion, Droplet Vaporization, Numerical Methods, Convection.

1. INTRODUCTION

The atomization of liquid fuel jets, which usually precede the vaporization and combustion in a wide range of important technological applications, invariably leads to sprays with a large droplet volumetric fraction. Within these dense sprays, interaction effects and deviations from the isolated droplet behavior (Spalding, 1953; 1955) become significant and the multidimensionality of the phenomena make pure analytical treatments not applicable.

Reviews of numerical studies of multi-droplet combustion have been presented covering a broad selection of physical situations and stressing the importance of droplet interaction (Sirignano, 1993, Annamalai, 1992). Numerical studies share the compromise of addressing the different spatial and time scales present in the multi-droplet combustion phenomena and are usually limited to arrays with a small number of droplets.

The droplet interaction phenomena can be understood from the nature of the involved physical process. Energy in the form of heat diffuses and convects from the surrounding ambiance or reaction zone to the droplet surface, increasing the liquid droplet temperature and leading to phase-change. Mass diffusion is also present due to species concentration gradients. In a combustion situation, the vaporized liquid is transported to the flame (Stefan Flow) where reaction occurs and heat is released to the ambient and to the condensed phase. Interdroplet

Author to whom correspondence should be addressed. e-mail: *leiroz@ime.eb.br*

effects alter the manner in which an individual droplet receives heat and thus affect its heating and vaporization. In reacting situations, competition for the ambient oxidant affects the flame position and shape, and variations in ignition delays become influenced by the spray denseness.

Liquid circulation studies for isolated droplets in convective stream show the development of a single toroidal vortex surrounded by a viscous boundary layer and an internal wake (Prakash & Sirignano, 1978). Liquid vaporization effects are initially neglected. Results are used to correlate the vortex strength to the shear stress at the liquid-gas interface. Energy diffusion within the recirculation zone is also shown to follow a one-dimensional behavior due to the circulatory flow pattern. For vaporizing liquid droplets, an integral approach is used in the analysis of viscous, thermal and species boundary layers (Prakash & Sirignano, 1980). Results show the importance of transient effects and that the temperature distribution within the discrete phase is nonuniform during the droplet lifetime.

A detailed numerical analysis of a spherical droplet suspended by a thin filament in a convective stream (Shih & Megaridis, 1995). The filament suspended droplet is a typical setup for reactive and nonreactive experimental studies. Results show the influence of the filament on the general liquid internal circulation, which includes the development of secondary vortices. Besides, significant effects of the circulation patterns on the droplet vaporization rate were observed.

In the absence of convective effects, droplet mass vaporization reduction in linear reacting arrays due to interference was found and correlated to interdroplet spacing (Leiroz & Rangel, 1995a; 1995b). Furthermore, the nonconvective quasi-steady results indicate the potential flow solution as a valid approximation for the viscous velocity field, based on a negligible tangential velocity observed along the droplet surface. The droplet surface blowing velocity was found to vary along the liquid-gas interface leading to the observed negligible tangential velocity.

Gas-phase transient results during droplet stream combustion have shown the existence of non-vanishing droplet surface tangential velocities that can lead to shear-induced liquid motion within the dispersed phase (Leiroz, 1996). Nevertheless, similarly to the quasi-steady case, the droplet surface normal velocity was found to vary along the liquid-gas interface. Besides, preferential vaporization near the droplet equatorial plane, that can also induce liquid movement inside the droplet, was also observed. Results also show, for the time intervals investigated, a weak dependence of the droplet mass vaporization rate on the interdroplet spacing.

The transient motion of liquid inside spherical droplets generated by the presence of significant interference effects in droplet streams under stagnant environment conditions is numerically investigated. Constant thermophysical properties and quasi-steady conditions are assumed for the purpose of the calculations. Preferential vaporization effects are also neglected for the present work. The transient energy and momentum governing equations, written in vorticity-stream function formulation, are descretized using the BTCS Finite Difference scheme (Hoffman, 1992). Results show the temporal evolution of the flow and temperature fields, which are also compared with patterns found in isolated droplet in convective conditions.

2. ANALYSIS

In the absence of external convective effects, the study of interactive effects within the dispersed phase of an infinitely long linear array of spherical equidistant droplets, shown in Fig.1a can be performed in the solution domain depicted in Fig.1b. Symmetry considerations around the droplet stream axis, the droplet equatorial plane and the interdroplet mean distance plane are explored in the simplification of the solution domain.

The flow and energy governing equations are written in nondimensional form, assuming constant thermophysical properties, negligible body forces and secondary convective effects, as



Figure 1. Sketch of the center portion of an infinite stream of droplets (*a*) and physical domain and principal dimensions (*b*)

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2u_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(u_\theta\sin\theta\right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta}^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r^2 u_r) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \right]$$
(2)

$$\frac{\partial u_{\theta}}{\partial t} + u_{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{u_{\theta}u_{r}}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{2} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial (u_{\theta} \sin\theta)}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial u_{r}}{\partial \theta} \right]$$
(3)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{Pe} \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right\}$$
(4)

with boundary conditions

$$u_{\theta} = u_{\theta,s}(\theta), \ u_r = 0, \ T = 1; \ r = 1, \ 0 < \theta < \pi/2$$
(5)

$$u_{\theta} = 0, \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0; \ \theta = 0, \ 0 \le r \le 1$$
(6)

$$u_{\theta} = 0, \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0; \ \theta = \pi/2, 0 \le r \le 1$$
(7)

and initial conditions

$$u_{\theta} = 0, \ u_r = 0, T = 0; \ 0 \le r \le 1, \ 0 \le \theta \le \pi/2$$
 (8)

which corresponds to the instantaneous injection of the droplet stream into a surrounding gas environment.

The nondimensional variables in Eqs. 1-8 are defined as

$$r = \frac{r^{*}}{R}; \ u_{\theta} = \frac{u_{\theta}^{*}}{u_{s,max}^{*}}; \ u_{r} = \frac{u_{r}^{*}}{u_{s,max}^{*}}; \ p = \frac{p^{*}}{\rho(u_{s,max}^{*})^{2}}; \ t = \frac{t^{*}}{R/u_{s,max}^{*}}; \ T = \frac{T^{*} - T_{0}^{*}}{T_{s}^{*} - T_{0}^{*}}$$
(9)

where the droplet radius (R) and the maximum tangential velocity along the droplet surface $(u_{s,max}^*)$ are used as length and velocity characteristic quantities, respectively.

According to the nondimensional variables defined in Eq. 9, the Reynolds (Re), Prandtl (Pr) and Peclet (Pe) numbers are defined as

$$Re = \frac{u_{s,max}^* R}{v}; \ Pr = \frac{v}{\alpha}; \ Pe = Re \cdot Pr$$
(10)

where v and α represent the kinematic viscosity and the thermal diffusivity, respectively.

In order to decouple the pressure and velocity fields and reduce the number of equations necessary for the flow analysis, the primitive variable formulation described by Eqs. 1-3 are rewritten in vorticity-stream function form as

$$\frac{\partial \xi_{\phi}}{\partial t} + u_{r} \frac{\partial \xi_{\phi}}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial \xi_{\phi}}{\partial \theta} = \frac{\xi_{\phi}}{r} (u_{r} + u_{\theta} \cot \theta) + \frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{2} \frac{\partial \xi_{\phi}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\xi_{\phi} \sin \theta) \right] \right\}$$
(11)

$$-\xi_{\phi} = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\psi}{r} \right) \right] - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right]$$
(12)

with boundary conditions

$$\Psi = 0; r = 1, 0 < \theta < \pi/2$$
 (13)

$$\Psi = 0, \, \xi_{\phi} = 0; \, \theta = 0, \, 0 \le r \le 1 \tag{14}$$

$$\Psi = 0, \ \xi_{\phi} = 0; \ \theta = \pi/2, \ 0 \le r \le l$$
 (15)

and initial conditions

$$\psi = 0, \ \xi = 0; \ 0 \le r \le 1, 0 < \theta < \pi/2$$
(16)

Vorticity (ξ_{ϕ}) and stream function (ψ) are respectively defined by the radial and tangential velocity components as

$$\xi_{\phi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_{\theta}) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}$$
(17)

and

$$u_r = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}; \ u_\theta = -\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$
(18)

The vorticity value at the liquid-gas interface is initially unknown and is determined by an iterative solution procedure of Eqs.10-15, which also accounts for the treatment of the non-linear terms present in Eq.10.

3. NUMERICAL CONSIDERATIONS

In order to improve solution convergence and control computational costs, clustering of points in the radial direction close to the liquid-gas interface is introduced. The clustering of points is motivated by the high solution gradients expected close to the droplet surface. During the grid generation procedure, an analytical transformation expressed by (Anderson *et al.*, 1984)

$$\eta = I + \frac{1}{\tau} \sinh^{-1} \left[(r - I) \sinh(\tau) \right]$$
⁽¹⁹⁾

is applied, where the clustering parameter τ allows the control of the radial point distribution. Analytically obtained metrics are used to rewrite Eqs. 4, 11 and 12, using the introduced transformed variable η .



Figure 2: Discretizing grid in the physical domain for $\tau \rightarrow 0$ (*a*), and $\tau = 5$ (*b*) - 21×21 points

The transformed equations are discretized into algebraic form using a BTCS Finite-Difference scheme (Anderson *et al.*, 1984). The resulting system of algebraic equation is solved by iterative methods with local error control. Once convergence is achieved, Eq.19 is analytically inverted and solution profiles within the physical domain are obtained. Discretizing grids within the physical domain are depicted in Fig.2 for different values of the clustering parameter. As shown in Fig.2a, regularly spaced grids are recovered for vanishing clustering parameter values. For the present work, tangential droplet surface velocity components functional dependence on the angular position is obtained from gas-phase transient calculations (Leiroz, 1996).

4. RESULTS

The developed numerical procedure was initially validated for the limiting case of an isolated droplet for which the transient droplet surface velocity induced by interference vanishes. An analytical solution for the energy equation is obtained neglecting the convective terms. A convergence study is also performed in order to calibrate the mesh parameter τ . For the present work, results are shown for the case of Re = 100, Pr = 1, and $u_{\theta,s} = sin(2\theta)$. Simulations were conducted in a 41×41 discretizing grid with a clustering parameter (τ) equal to 1.5 and $\Delta t = 10^{-7}$ which allows a 3-digit precision on the depicted results.

Stream-function transient and steady-state results shown in Fig.3 indicate the existence of two toroidal vortices within the liquid phase separated by the droplet equatorial plane. The vortex center is shown to dislocate towards to droplet equatorial plane as the flow field develops to steady-state. The existence of a boundary layer close to the liquid-gas interface and of a wake between the vortex and the droplet stream axis is also observed. Although these structures are also present in the flow pattern found for isolated droplets in convective stream (Prakash & Sirignano, 1978), the calculated two-vortex pattern is significantly different from the single vortex found for that configuration. Also, results can be used to quantify the vortex strength. The liquid motion effect on the droplet stream transport mechanisms is currently under study.



Figure 3. Transient flow t = 0.05 (*a*) and t = 0.92 (*b*) pattern showing stream-function distribution and velocity vectors. 41x41 Point Grid. $u_{\theta,s} = sin(2\theta)$

The evolutions of the temperature and velocity fields are depicted in Fig.4. For initial times, the temperature field presents a weak dependence on the angular position within the liquid droplet as shown in Fig.4a for t = 0.05. Although, the almost diffusive behavior is associate with early stages of the flow development, a broadening of the thermal boundary layer close to the droplet equatorial plane is observed. For later times, convective effects become important and the temperature field deviates from the quasi-radial profile. Figure 4b, in which the temperature field is depicted for t = 0.30, shows that, for similar radial positions, higher temperatures can be observed closer to the droplet equatorial plane than to the stream axis. The inward motion of fluid observed as θ approach $\pi/2$ is responsible for the preferential temperature field development. An early stage of the development of the temperature field within the vortex is also shown on Fig.4b. The thermal development near the stream axis follows, as shown in Fig.4c for t = 0.60. It is noteworthy the non-monotonic character of the temperature field in the region, indicating a weak influence of the heat flux from droplet surface on the thermal development. A temperature field close to the trivial uniform steady solution is depicted in Fig.4d for t = 0.90. Due to the small velocities near the droplet center, heat diffusion becomes an important mechanism for the latter stages of the temperature field development.



Figure 4. Temporal variation of the temperature field showing the velocity vectors for t = 0.05(a), t = 0.30 (b), t = 0.60 (c) and t = 0.90 (d) - 41×41 Grid Points. $u_{\theta,s} = sin(2\theta)$
5. CONCLUSIONS

The numerical analysis of the transient convective effects inside liquid droplets in a linear infinite array was performed. Results, which show the importance of transient effects, are used to draw qualitative results of the flow and temperature development characteristics. The existence and development of two toroidal vortices, which contrasts with the single vortex structure found for isolated droplet in convective streams, is show to have a strong effect on the temperature field development. The droplet heating is shown to be govern by diffusion during the early and latter stages of the process, while convection becomes important for intermediate time intervals. Further studies are necessary to investigate the influence of the involved parameters on the flow and temperature field developments and to quantify the observed phenomena. Besides, the influence of the droplet vaporization and the consequential liquid-gas interface regression can have influence on the droplet heating process and should be investigated

6. ACKNOWLEGMENT

The authors would like to acknowledge the financial support provided by the CNPq (Grant No. 520315/98-7). Computer resources were allocated by the Aerodynamics and Thermosciences Laboratory of the *Instituto Militar de Engenharia*.

7. REFERENCES

- Anderson, D. A., Tannehill, J. C. and Pletcher, Richard H., "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere Publishing Corporation, 1984
- Annamalai, K.; "Interactive Process in Gasification and Combustion. Part I: Liquid Drop Arrays and Clouds", Progress Energy Combust. Science, Vol.18, pp.221-295, 1992.
- Hoffman, J. D., "Numerical Methods for Engineers and Scientists", McGraw-Hill, 1992.
- Leiroz, A.J.K. and Rangel, R.H., "Numerical Study of Droplet-Stream Vaporization at Zero-Reynolds Number", Numerical Heat Transfer, Applications, Vol.27, pp.273-296, 1995.
- Leiroz, A.J.K. and Rangel, R.H., "Interference Effects on Droplet Stream Combustion", Proc. 8th Int. Symp. on Transport. Phenomena in Combustion, San Francisco, 1995.
- Leiroz, A.J.K., "Numerical Study of Droplet-Stream Vaporization and Combustion", Ph.D. Dissertation, University of California, Irvine, 1996.
- Prakash S. and Sirignano W.A., "Liquid Fuel Droplet Heating with Internal Circulation", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.21, 885-895, 1978
- Prakash S. and Sirignano W.A, "Theory of Convective Droplet Vaporization with Unsteady Heat Transfer in the Circulating Liquid Phase", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.23, 253-268, 1980.
- Shih A.T. and Megaridis C.M., "Suspended Droplet Evaporation Modeling in a Laminar Convective Environment", Combustion and Flame, Vol. 102, pp. 256-270, 1995.
- Sirignano, W.A., "Fluid Dynamics of Sprays", Journal of Fluids Engineering., Vol.115, pp.345-378, 1993.
- Spalding, D.B., "The Combustion of Liquid Fuels", Proc. 4th International Symposium of Combustion, Cambridge, MA, pp. 847-864, Williams and Wilkins, Baltimore, 1953.
- Spalding, D.B., "Some Fundamentals of Combustion", Butterworths, London, 1955.

INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE FOURIER NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS INVERSOS DE CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DO MÉTODO DO GRADIENTE CONJUGADO

Frederico Romagnoli Silveira Lima Gilmar Guimarães

Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica, Faculdade de Eng^a Mecânica, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil. - <u>romagnol@mecanica.ufu.br</u>; <u>gguima@mecanica.ufu.br</u>

Resumo

Os problemas inversos de condução de calor caracterizam-se pela obtenção da solução para um problema térmico sem a necessidade de se conhecer a forma funcional do parâmetro a ser estimado. O parâmetro desconhecido pode ser uma condição de contorno, condição inicial ou ainda a geração de calor (termo fonte). Neste trabalho, a técnica inversa baseada em gradientes conjugados é empregada para a obtenção de um fluxo de calor superficial. Observa-se que a eficiência na aplicação desta metodologia só é obtida a partir de certas condições de projeto. Nesse sentido, apresenta-se um estudo unidimensional dos parâmetros físicos envolvidos no problema. Nesta análise verifica-se a influência do Número de Fourier, que relaciona o tipo de material, dimensão da amostra e o tempo final de medição, sobre os resultados simulados usando o método do gradiente conjugado. Resultados experimentais também são apresentados.

Palavras-chave: Problemas inversos, Condução de calor, Estimação de parâmetros.

1. INTRODUÇÃO

Nas ciências térmicas existem inúmeros problemas de condução de calor cujas soluções não são conhecidas diretamente devido à dificuldade no estabelecimento das condições de contorno, condição inicial ou ainda do termo fonte. Uma alternativa para se obter a solução destes tipos de problemas é o uso de metodologias inversas. Nesse sentido, diferentes concepções de técnicas inversas têm sido propostas na literatura. Dentre elas podemos citar o Método de "Mollification" (Murio, 1989), o Método de Programação Dinâmica (Busby & Trujillo, 1985), o Método de Monte Carlo (Haji-Sheikh & Buckingham, 1993), o "Método da Marcha Espacial" (Raynaud & Sassi., 1994), o Método de Função Especificada Seqüencial (Beck et al., 1985) e o Método do Gradiente Conjugado (Alifanov, 1974). Neste trabalho optou-se pelo uso do método do gradiente conjugado. A técnica escolhida é uma poderosa ferramenta para a minimização de uma função objetivo, pois permite estimar qualquer parâmetro desconhecido no problema térmico, tal como a condição inicial, condição de contorno ou ainda o termo fonte (Jarny et al., 1991). Entretanto, devido a concepção iterativa e de domínio global do método, o seu emprego possui algumas limitações (Alifanov & Egorov, 1995).

Neste trabalho, o problema inverso estudado é o da obtenção da distribuição de fluxo de calor e o campo de temperatura numa ferramenta de corte durante o processo de usinagem por torneamento. Observa-se que a estimação da temperatura na região de corte é de grande importância para o estudo do desgaste da ferramenta pois ela interfere na sua vida útil.

O principal objetivo, entretanto, é apresentar uma análise numérica da influência dos parâmetros físicos nos resultados estimados. Os parâmetros analisados levam em conta o tipo de material, a espessura e ainda o tempo final de aquecimento. Uma relação entre estes parâmetros pode ser dada pelo número de Fourier. Assim, a atenção é voltada para se estabelecer condições ideais de projeto, para obtenção resultados estimados confiáveis. A ferramenta de corte é, então, simulada como uma placa plana submetida a um fluxo de calor na superfície frontal e isolada na superfície oposta. Embora o problema real da ferramenta seja bem mais complexo, com características tridimensionais e com geração de calor localizada, o modelo simplificado é eficiente e adequado uma vez, que neste trabalho, apenas o desempenho da técnica através da identificação de valores ótimos de F_0 é estudado.

2. PROBLEMA DIRETO

A Figura 1 apresenta o problema térmico estudado.



Figura 1. Problema térmico unidimensional.

A espessura da placa é definida por L e as propriedades da placa como condutividade térmica, k, e difusividade térmica , α , bem como a condição inicial, T_0 , são consideradas conhecidas. Assim o problema apresentado pode ser descrito respectivamente pela equação da difusão de calor, pelas condições de contorno e pela condição inicial como sendo

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$
(1)

$$-k\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = q(t)$$
⁽²⁾

$$\frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = 0 \tag{3}$$

$$T(x,0) = T_0 \tag{4}$$

A solução direta desse problema é bem conhecida e pode ser encontrada analiticamente (Guimarães, 1993). Nesse trabalho, a solução do problema térmico é obtida numericamente através da técnica de volumes finitos (Patankar, 1980).

3. PROBLEMA INVERSO

Para o problema inverso o fluxo de calor é considerado desconhecido e será estimado a partir do campo de temperatura experimental, Y(t), obtido na face oposta (x = L). Neste, trabalho este campo de temperatura é simulada através da solução do problema direto considerando-se um fluxo de calor, q, conhecido. Apresenta-se a seguir um resumo das principais equações que descrevem o problema inverso.

A solução do problema inverso é obtida através da minimização do funcional abaixo

$$J(q) = \int_{t=0}^{t=t_f} \left[T(L,t;q) - Y(L,t) \right]^2 dt$$
(5)

3.1 Método gradiente de minimização

O algoritmo iterativo do método do gradiente conjugado para estimar um fluxo de calor desconhecido q(t) é dado por Özisik (1993) tal que,

$$q^{n+1}(t) = q^{n}(t) - \beta^{n} P^{n}(t)$$
(6)

onde n é o índice que indica o número de iterações; P^{n} é a direção descendente de busca dada por

$$P^{n}(t) = J'^{n} + \gamma^{n} P^{n-1}(t)$$
⁽⁷⁾

sendo γ^n o coeficiente conjugado e β^n o tamanho do passo definidos respectivamente por

$$\beta^{n} = \frac{\int_{t=0}^{t=t_{f}} \left[T(L,t;q) - Y(L,t) \right] \Delta T(L,t) dt}{\int_{t=0}^{t=t_{f}} \left[\Delta T(L,t) \right]^{2} dt}$$
(8)

$$\gamma^{n} = \frac{\int_{t=0}^{t=0} \left[J^{\prime n}(t)\right]^{2} dt}{\int_{t=0}^{t=t_{f}} \left[J^{\prime n-1}(t)\right]^{2} dt}$$
(9)

3.2 Problema adjunto e equação gradiente

A minimização do funcional J(t) que resulta num problema auxiliar baseado no problema direto é dado por

$$\frac{\partial^2 \lambda(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \lambda(x,t)}{\partial t}$$
(10)

$$\frac{\partial\lambda(0,t)}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \lambda(L,t)}{\partial x} = 2[T(L,t;q) - Y(L,t)]$$
(12)

$$\lambda(x,t_f) = 0 \tag{13}$$

A equação gradiente deriva do problema adjunto e é definida por (Alifanov, 1974) como

$$J'(t) = \lambda(0, t) \tag{14}$$

3.3 Critério de parada

A iterativo é interrompida quando o funcional Eq.(5) torna-se muito pequeno tal que,

$$J[q^{n+1}(t)] < \varepsilon \tag{15}$$

onde ε pode ser especificado como um número relativo pequeno ou através do princípio da discrepância (Alifanov, 1974). Assim, ε pode ser calculado em função do desvio padrão das medições de temperatura (σ) ou seja

$$\varepsilon = \sigma^2 t_f \tag{16}$$

onde t_f é o tempo final de medição.

4. INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE FOURIER

O Número de Fourier compara a dimensão espacial, *L*, da amostra com a profundidade de penetração dos efeitos térmicos do calor imposto, q(t), para um determinado tempo de aquecimento, t_f , e para uma determinada capacidade de difusão do calor, α , ou seja,

$$F_0 = \frac{\alpha t_f}{L^2} \tag{17}$$

e indica fisicamente se a amostra atingiu o tempo de difusão do calor necessário para que o sinal de temperatura medido na face oposta contenha informação suficiente sobre o fluxo de calor imposto na face frontal. Para a identificação das condições de projeto ideais para a aplicação do método do gradiente conjugado apresenta-se a seguir uma metodologia que permite a comparação dos resultados estimados para diversas condições de trabalho.

A concepção do método do gradiente conjugado é de domínio global no tempo. Isto implica que o processo iterativo ocorre levando-se em conta todas as medições realizadas desde o instante inicial até o instante de tempo final. Além disso, devido a utilização de um problema de valor final (problema adjunto) que auxilia a minimização da função objetivo, observa-se que o parâmetro estimado terá sempre valor nulo no instante de tempo final (Eq. 13). Essas particularidades dificultam a comparação de resultados para diferentes combinações dos parâmetros L, $t_f \, e \, \alpha$. Nesse sentido, alguns critérios comparativos são estabelecidos:

- O fluxo de calor imposto à placa tem seu valor conhecido, constante e igual para todos os testes simulados;

- O fluxo de calor estimado é comparado ao imposto somente a 70% do tempo final de medição em cada teste para atenuar o efeito do problema de valor final nos resultados.

- Os materiais usados na análise do número de Fourier são: metal duro (carbeto cementado) e cerâmica (materiais usados na fabricação das ferramentas de corte). Além disso, são usados mais três materiais condutores que visam simular problemas térmicos com diferentes características termofísicas: cobre puro, aço inoxidável AISI 304 e pyroceram MgO-Al₂O₃-SiO₂, cuja propriedades térmicas são encontradas em Incropera e DeWitt, 1990;

- A incerteza entre a distribuição de fluxo de calor imposta e a distribuição de fluxo de calor estimada é dada por

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^{nmed} [q_{exato} - q(i)_{estimado}]^2}{q_{exato}} \times 100$$
(18)

onde nmed é igual a 70% do tempo final de medição t_f.

5. APARATO EXPERIMENTAL

A comprovação experimental da influência do número de Fourier nos resultados estimados é proposta através de testes unidimensionais. O aparato experimental é apresentado na Figura 2. Neste caso, uma amostra de aço inoxidável AISI 304 é submetida a uma fonte de calor de valor conhecido usando-se um duplo sensor resistência/transdutor de fluxo de calor. A aplicação de uma fonte de fluxo de calor sobre toda a superfície da amostra nos permite obter um problema térmico unidimensional. As dimensões da amostra e do duplo sensor são respectivamente $0,05 \times 0,05 \times 0,01$ m e $0,05 \times 0,05 \times 0,001$ m. O duplo sensor é responsável pela geração e medição do fluxo de calor imposto. O transdutor de fluxo de calor é baseado em termopilhas depositadas eletroliticamente com um tempo de resposta inferior a 10 ms. A temperatura experimental, Y(t), é obtida em x = L através de um termopar de cobre/constantan fixado à face inferior da amostra isolada termicamente. As propriedades termofísicas da amostra são consideradas constantes.



Figura 2. Aparato experimental.

6. RESULTADOS

Nesta seção resultados numéricos e experimentais são apresentados. Na primeira parte é apresentada a análise numérica que busca o estabelecimento das condições ideais para a uso do método do gradiente conjugado. Neste etapa é verificada principalmente a influência do número de Fourier na qualidade dos resultados estimados quando comparados aos valores exatos. Em seguida são apresentados dois casos testes experimentais para a comprovação da análise numérica. A temperatura experimental simulada foi obtida resolvendo-se o problema direto (Eqs.1-4). Um fluxo de calor constante ($q = 5,0 \times 10^4$ W / m) é imposto à amostra para todos os casos testes simulados. O intervalo de tempo entre medições variou de acordo com o teste e é indicado na figura correspondente. A temperatura inicial é também considerada conhecida e igual a 30,0°C. As propriedades termofísicas são consideradas constantes e estão listadas na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades termofísicas.

Material	Difusiv. térmica (m ² /s)	Condutiv. térmica (W/mK)
Cerâmica (Si ₃ N ₄)*	$7,2 \times 10^{-6}$	25,0
Metal duro (WC +CO)*	$2,7 \times 10^{-5}$	100,0
Cobre Puro**	$1,2 \times 10^{-4}$	400,0
Aço Inoxidável AISI 304**	$4,0 \times 10^{-6}$	15,1
Pyroceram (MgO-Al ₂ O ₃ -SiO ₂)**	$1,9 \times 10^{-6}$	3,9

* (Melo, 1998) ** (Incropera & DeWitt, 1990)

Na Figura 3 apresenta-se o comportamento da incerteza, ξ , em função do número de Fourier, F_0 para cinco diferentes materiais, ou seja, é verificado a influência do tipo material através da difusividade térmica, α . Neste teste, a espessura L foi mantida constante e igual a 0,0049m e o tempo final de medição t_f sofreu a mesma variação para todos os cinco materiais. Logo, observando a Figura 3 verifica-se que os cinco materiais apresentam uma mesma curva característica, isto é, quanto menor o F_0 maior a incerteza entre os valores estimados e os valores exatos. Além disso, a mesma ordem de grandeza da incerteza também pode ser verificada. Pode-se observar ainda que para F_0 maior que 3,0 a incerteza tende a 10% enquanto que para F_0 menor que 3,0 estes valores alcançam até cerca de 90% como no caso da cerâmica. Apresenta-se nas Figuras 4-5 os resultados para relação entre ξ e F_0 verificando-se a influência do tempo final de medição, t_f. Nesse sentido, os demais parâmetros considerados no cálculo do número de Fourier foram mantidos constantes, isto é, L = 0,0049m e $\alpha = 7,2 \times$ 10^{-6} para a cerâmica e $\alpha = 2.7 \times 10^{-5}$ para o metal duro. Na Figura 4 são apresentados os resultados usando-se um intervalo de tempo entre medições igual a 0,05s. Nesta figura observa-se em detalhe a evolução da incerteza para baixos números de Fourier. Verifica-se que a incerteza tende a diminuir a medida que o número de Fourier aumenta.

Na Figura 5 o intervalo entre medições (Δt) foi elevado de 0,1s (Figura 3) para 0,25s. Este procedimento permite estudar o comportamento da incerteza para elevados números de Fourier. Verifica-se que a incerteza é menor que 10% para F_0 superiores a 15. Logo, pode-se concluir que quanto maior o número de Fourier menor será a incerteza entre o valor estimado e o valor exato. Apresenta-se na Figura 6 a análise da influência da dimensão espacial na evolução da incerteza, ξ . Neste teste, o intervalo entre medições também foi mantido constante e igual a 0,1s e o tempo final de medição foi fixado em 3,0s e 10s para o metal duro e a cerâmica, respectivamente. Este procedimento permite que a grandeza do número de Fourier seja similar para ambos materiais. A variação da dimensão espacial é de 0,001m a 0,01m com intervalos de 0,005m até 0,055m e de 0,001 até 0,01m. Novamente, verifica-se o mesmo comportamento anterior, ou seja, para baixos número de Fourier ($F_0 < 3,0$) a incerteza é elevada ($\xi > 60,0\%$) enquanto para $F_0 > 3,0$ a incerteza se mantém em torno de 10,0%.

Nas Figuras 7 e 8 são apresentados os resultados para os testes experimentais para uma amostra de aço inoxidável. Na Figura 7, a amostra foi submetida a uma evolução de fluxo de calor com tempo de final de aquecimento de 35s para possibilitar que o problema térmico apresentasse um baixo número de Fourier ($F_0 = 1,4$). Observa-se que os resultados estimados pelo método do gradiente conjugado não apresentam uma boa concordância quando comparados aos valores experimentais, como era esperado de acordo com a análise numérica mostrada ao longo deste trabalho. O erro médio relativo entre o fluxo de calor experimental e o fluxo de calor estimado na região de aquecimento (compreendida de 12s a 35s) é de 35,18%. Portanto, um número de Fourier desta magnitude implica num baixo nível de informação do campo de temperatura experimental, isto é, o tempo de difusão de calor foi pequeno para que a temperatura na face oposta contivesse informação suficiente sobre o fluxo de calor aplicado na face superior da amostra. Logo, conforme a análise numérica apresentada neste trabalho, a incerteza entre o fluxo de calor estimado e o fluxo de calor experimental tende a diminuir para sistemas com número de Fourier de ordem superior. Nesse sentido, apresenta-se na Figura 8 um teste experimental com número de Fourier igual a 3,4. Neste teste, o intervalo de medição e espessura da amostra foram mantidos constantes, sendo o tempo o único parâmetro. Observa-se uma boa concordância entre os valores estimados e exatos, onde neste caso o erro médio relativo calculado na região de aquecimento (12s a 85s) é igual a 9,72%.



Figura 3. Influência da difusividade térmica na evolução da incerteza, ξ , $\Delta t = 0,1$ s.



Figura 5. Influência do tempo final de medição na evolução da incerteza, ξ , $\Delta t = 0.25$ s.



Figura 7. Teste experimental, $F_0 = 1,4$. $\Delta t = 1,12$ s, $t_f = 35$ s, L = 0,01m.



Figura 4. Influência do tempo final de medição na evolução da incerteza, ξ , $\Delta t = 0.05$ s.



Figura 6. Influência da dimensão espacial (*L*) na evolução da incerteza, ξ , $\Delta t = 1.0$ s.



Figura 8. Teste experimental, $F_0 = 3,4$. $\Delta t = 1,12s, t_f = 85s, L = 0,01m$

7. CONCLUSÃO

Após os testes numéricos realizados, conclui-se que uma análise prévia do número de Fourier, F_0 , é necessária para que a aplicação do método do gradiente conjugado na solução de problemas inversos de condução de calor seja eficaz. Verifica-se que para $F_0 > 3,0$ a incerteza entre os valores estimados e exatos tende a se manter em torno de 10,0%. Este comportamento se repete para diferentes combinações dos parâmetros *L*, $t_f e \alpha$. A análise da curvas de incerteza em função do número de Fourier indicam que para $F_0 > 3,0$ as amostras atingem tempo de difusão do calor necessário para que o sinal de temperatura medido ou simulado na face oposta contenha informação suficiente sobre o fluxo de calor no qual a amostra foi submetida. Os resultados experimentais comprovam a análise numérica, isto é, para um baixo número de Fourier a concordância entre o fluxo de calor experimental e o fluxo de calor estimado é baixa (35,18% de erro médio relativo); e para um número de Fourier da ordem de 3,0 a concordância apresenta uma sensível melhora (somente 9,15% de erro médio relativo). Portanto, a análise prévia do número de Fourier é proposta como uma técnica para auxiliar o uso do método do gradiente conjugado principalmente em problemas térmicos reais onde a natureza e a grandeza da fonte de fluxo de calor são desconhecidas. Assim, a análise *a priori* dos parâmetros de projeto *L*, $t_f \in \alpha$ através do número de Fourier, F_0 , pode representar a obtenção de resultados estimados confiáveis e com significado físico.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alifanov, O. M., "Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iterations Methods", Journal of Engineering Physics, Vol. 26, N. 4, 1974.
- Alifanov, O. M. e Egorov, Yu. V., "Algorithms and Results of Solving the Inverse Heat Conduction Boundary Problem in Two-Dimensional Formulation", Journal of Eng. Physics, Vol. 48, N. 4, 1985.
- Beck, J.V., Blackwell, B. e St. Clair, C. R., "Inverse Heat Conduction, Ill-Posed Problems", Wiley Interscience Publication, New York, 1985.
- Busby. H. R. e Trujillo, D. M., "Numerical Solution to a Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 21, Pp. 349-359, 1985.
- Guimarães, G., "Estimação de Parâmetros no Domínio da Freqüência para a Determinação Simultânea da Condutividade e Difusividade Térmica", Tese De Doutorado, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianopólis, 1993.
- Haji-Sheikh, A. e Buckingham, F. P., "Multidimensional Inverse Heat Conduction Using the Monte Carlo Method", Journal of Heat Transfer, Vol. 115, Pp. 26-33, 1993.
- Incropera, F. P. e Dewitt, D. P., "Introduction to Heat Transfer, 2nd Ed.", Ed John Wiley & Sons, New York, 1990.
- Jarny, Y., Özisik, M. N. e Bardon, J. P., "A General Optimization Method Using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction", International Journal of Heat And Mass Transfer, Vol. 34, pp.2911-2919, 1991.
- Melo, A. C. A., "Estimação da Temperatura de Corte Utilizando Problemas Inversos de Condução de Calor", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Mg, Brasil, 1998.
- Murio, D. A., "The Mollification Method and the Numerical Solution of the Inverse Heat Conduction Problem by Finite Differences", Computers Math. Applic., Vol.17, No. 10, Pp. 1385-1396, 1989.
- Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer, Hemisphere, Washington, 1980.
- Özisik, M. N., Heat Conduction, 2nd Ed., Ed John Wiley & Sons, New York, 1993.
- Raynaud, M. e Sassi, M., Étude de Faisabilité de la Détermination des Températures et Flux Surfaciques Transitoires d'une Enveloppe Sphérique a Partir de Mesures de Températures Internes", Rapport Final, Institut National Des Sciences Appliquees de Lyon, 1994.

THE INFLUENCE OF THE ASPECT RATIO ON CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN CURVED RETANGULAR DUCTS

Cláudia Regina de Andrade

Edson Luiz Zaparoli

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Departamento de Energia, Pça Marechal Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: zaparoli@mec.ita.br

Abstract

Convective heat transfer in a curved rectangular duct is numerically studied using a toroidal coordinate system. The laminar flow is considered fully developed and a constant axial temperature gradient is assumed with a peripherally uniform wall temperature condition. The mass conservation, momentum and energy equations are solved by the finite element method. Results showed that the curved tubes have a higher heat transfer rates than equivalent straight ducts due to centrifugal effects. These forces induce secondary flows constituted by two vortices perpendicular to the axial flow direction increasing the momentum and the energy transfer rates. Comparisons made with previously published data for Nusselt number at lower Dean numbers showed good agreement and these results are extended for larger Dean number at this work. The influence of the duct aspect ratio on the Nusselt number and on the friction factor is also analyzed.

Keywords: Curved Duct, Coiled Tube, Dean Number, Finite Element Method

1. INTRODUCTION

Curved ducts are extensively used in chemical reactors, storage tanks, agitated vessels and others heat exchangers. Helical and spirals coils are example of curved tubes. According to Shah and Joshi (1987) curved ducts have a higher heat transfer rates than equivalent straight ducts. It occurs due to secondary flows that increase the momentum and energy exchanges. A large number of works into curved ducts with negligible torsion effects have been completed using a toroidal coordinate system.

The first analytical investigation on flow in a coil tube was performed by Dean (1927) showing that the centrifugal forces induce a secondary flow. These recirculations are represented by two vortices perpendicular to the main axial flow.

Cheng and Akiyama (1970) studied numerically the fully developed laminar forced convection problem in curved rectangular channel. These authors used a finite difference method to solve the governing equations by a stream-function formulation.

The effect of curvature for the Graetz problem in a square duct was investigated by Cheng et al. (1975) for the two basic thermal boundary conditions: constant wall temperature and uniform wall heat flux.

Ghia and Sokhey (1977) analyzed the laminar flow in curved ducts using the threedimensional parabolized Navier-Stokes equations. For square ducts they found that the Dean's instability phenomena first appeared at Dean number near to 143.

Thomson et al. (1998) investigated the torsion effects in curved ducts of rectangular cross section. They showed that the torsion increases the friction factors and reduces the Nusselt

number when compared with the pure toroidal case. So, they recommended that torsion influence must be minimized to enhance the heat transfer.

At the present work the laminar forced convection in rectangular curved ducts is studied with a constant axial temperature gradient and a peripherally uniform wall temperature condition is assumed. The mass conservation, momentum and energy equations are solved by the finite element method. The influence of the duct aspect ratio on the heat transfer rate and on the friction factor is also analyzed. Results for the Nusselt number were compared with previously published data at lower Dean numbers and showed good agreement. Besides, the Nusselt number and friction factor results are extended for larger Dean number.

2. MATHEMATICAL FORMULATION

Steady-state, laminar and incompressible flow is considered with hydrodynamically and thermally fully developed conditions. The fluid properties are approximately constant, so the energy equation may be decoupled from continuity and momentum equations.



Figure 1. Rectangular curved duct in a toroidal coordinate system

The fully developed flow and the constant axial temperature gradient assumptions result in the following conditions for the velocity and temperature profiles:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{dT_w}{dz} = \frac{dT_b}{dz} = \text{constant}$$
(1)

where:

z is the horizontal axial coordinate (main flow);

w is the velocity component in the *z* direction;

u and *v* are the velocity components in the transversal section (secondary flow); T_w is the wall temperature and T_b is the bulk mean temperature.

The total pressure field P'(x, y, z) is decoupled in an axial contribution and in a parcel corresponding to the transversal direction, as mentioned in Fletcher (1991):

$$P'(x, y, z) = \overline{P}(z) + P(x, y)$$
⁽²⁾

The governing equations (continuity, energy, x, y and z momentum equations) in the toroidal coordinate system showed in Fig.1 are represented by:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{R} \left[\frac{1}{1 + (x/R)} \right] = 0$$
⁽³⁾

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{w^2}{R(1 + x/R)} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + v\left[\nabla^2 u + \frac{1}{R(1 + x/R)}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u}{R^2(1 + x/R)^2}\right]$$
(4)

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + v\left[\nabla^2 v + \frac{1}{R(1 + x/R)}\frac{\partial v}{\partial x}\right]$$
(5)

$$u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{uw}{R(1 + x/R)} = -\frac{1}{(1 + x/R)}\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{P}}{\partial z} + v\begin{bmatrix}\nabla^2 w + \frac{1}{R(1 + x/R)}\frac{\partial w}{\partial x}\\ -\frac{w}{R^2(1 + x/R)^2}\end{bmatrix}$$
(6)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{w}{(1+x/R)}\frac{dT_b}{dz} = \frac{k}{\rho C_p} \left[\nabla^2 T + \frac{1}{R(1+x/R)}\frac{\partial T}{\partial x}\right]$$
(7)

where:

z = horizontal axial coordinate (main flow);

w = velocity component in the *z* direction;

u, v = the velocity components in the transversal section (secondary flow).

R = radius of curvature of the duct;

 ρ = fluid density;

v = fluid kinematic viscosity;

Cp = fluid constant pressure specific heat;

k = fluid thermal conductivity.

Starting from the fluid properties the Prandtl number (Pr) can be defined as:

$$Pr = \frac{v \rho Cp}{k}$$
(8)

The boundary conditions for the problem are:

$$u = v = w = 0 \text{ and } T = T_w \text{ at} \begin{cases} x = 0, & 0 \le y \le b; \\ y = 0, & 0 \le x \le a; \end{cases} \quad x = a, & 0 \le y \le b \\ y = 0, & 0 \le x \le a; \end{cases} \quad y = b, & 0 \le x \le a \end{cases}$$
(9)

After numerically determining the axial velocity (w) and the temperature field (T), the average velocity (w_m) and the Reynolds number (Re) were calculated:

$$w_m = \frac{1}{A} \int w \, dA \quad \text{and} \quad Re = \left(\frac{\rho \, w_m \, D_h}{\mu}\right) \,,$$
 (10)

where A is the duct cross-section area and D_h is the hydraulic diameter given by:

$$D_h = \frac{2ab}{(a+b)} \tag{11}$$

The Dean number (De) and the duct curvature ratio (RC) are calculated as follows:

$$De = Re \sqrt{\frac{D_h}{R}}$$
 and $RC = \frac{R}{D_h}$ (12)

The Nu (Nusselt number) and fRe (friction coefficient and Reynolds number product) are expressed by:

$$Nu = \frac{h D_h}{k} \quad \text{and} \quad f Re = \left(\frac{-2 D_h (d\overline{P}/dz)}{\rho (w_m)^2}\right) Re$$
(13)

where the convection coefficient h is defined as:

$$h = \frac{q_{wm}}{(T_w - T_h)}, \quad q_{wm} = \frac{(dT_b/dz) \rho C_p w_m}{(1 + x/R)} \frac{(a \cdot b)}{2(a + b)}$$
(14)

3. NUMERICAL SOLUTION

The laminar forced convection problem was solved numerically using the Galerkin finite element method. An unstructured mesh with triangular elements of six nodes and second-degree interpolation polynomials was applied to the partial differential equations system represented by the equations (3) to (7). The resultant algebraic equations system was solved by an iterative procedure in a coupled (no-segregated) way combining the Conjugated Gradient and Newton-Raphson methods. An adaptive scheme was used with successive mesh refinement in the more intense gradient regions. Fig. 2 presents the computational domain and an intermediary mesh in the solution process for a curved rectangular duct with aspect ratio b/a = 2/3.



Figure 2. Intermediary mesh in the solution process for a curved rectangular duct

4. RESULTS

At this work the numerical simulations were carried out with Pr = 1 (Eq. 8) and for a constant duct curvature ratio $R/D_h = 10$ (Eq. 12). The numerical results were validated by comparing the Nusselt number and friction factor data (Eq. 13) with the correlation proposed

by Shah and Joshi (1987). This comparison for the curved duct is showed in Fig. 3 and presented a good agreement in the range 80 < De < 140.

It is verified that the present work provides better results in comparison with the Shah and Joshi (1987) data when the curvature effects are negligible (De < 80). For De > 140 the difference between the numerical results and the correlation data ever increases. However, as cited in Shah and Joshi (1987), the correlation has a good agreement with the experimental data only for Pr = 0.7.

The solid horizontal line in Fig. 3 indicates the straight square duct values presented by Shah and Bhatti (1987). The curved duct (dashed-line) increases the heat transfer and the friction factor in comparison with the straight duct case.



Figure 3. Nu and fRe results for the curved square duct as a function of the Dean number.

The main axial velocity, the secondary flow vectors plot and the temperature contours obtained for the duct transversal section are shown in Fig. 4 and Fig. 5. The Dean number effect on these distribution patterns for a curved channel with b/a = 3/2 is also presented.

It is noted that all contours present symmetric characteristics about the horizontal midplane. When *De* number is low (Fig. 4a) the secondary flow is weak. At this case the axial velocity (Fig. 4b) and the temperature distribution also show a symmetric feature about the vertical mid-plane, as the straight duct profiles. As the *De* number increases the secondary flow intensifies and the two-cell cores migrate towards the channel superior and inferior extremes (Fig. 5a).

When De = 130, the axial velocity contour becomes more elongated in the vertical direction of the duct cross-section (Fig. 5b) and the curvature effects concentrate the velocity gradients in the right portion of the channel. In Fig. 4c the temperature contours presents only one minimum but in Fig. 5c the distribution shows two minimums (due to a more intense secondary flow) that migrate to the duct extremes as the *De* number increases. The temperature gradient near the external duct wall is intensified due to the secondary flow recirculation cores.

The influence of the duct aspect ratio b/a on the curved duct flow is presented in Fig. 6 for De = 40. Only the half duct cross-section of the secondary flow vectors plot and the main axial velocity contour are shown.



Figure 4. (a) Secondary flow; (b) axial velocity and (c) temperature contours for De = 5



Figure 5. (a) Secondary flow; (b) axial velocity and (c) temperature contours for De = 130



Figure 6. Secondary flow and axial velocity for (a) b/a = 2/3; (b) b/a = 1 and (c) b/a = 3/2

For b/a = 2/3 (Fig. 6a) the secondary flow mixing is more intense over the entire duct cross-section but when b/a = 3/2 the recirculation cores are displaced to the channel vertical extremes.

The axial velocity profiles at the vertical mid-plane of the duct cross-section for three b/a aspect ratios is presented in Fig. 7. It is verified that the inferior and superior boundaries layers are thicker when b/a = 2/3. This results that the axial velocity profile at the horizontal mid-plane exhibits also higher values for this b/a duct aspect ratio (Fig. 8). Besides the axial velocity distribution maximum values migrates toward the external duct wall when the b/a ratio decreases. On the other hand, when the b/a ratio is high the secondary flow is more concentrated near the superior and inferior channel extremes (Fig. 6c) with little effect in the central region flow pattern. When b/a increases the axial velocity profile tends to a symmetric profile alike the straight parallel plates duct (Fig. 8).



Figure 7. Axial velocity profile at the duct cross-section vertical mid-plane



Figure 8. Axial velocity profile at the duct cross-section horizontal mid-plane



Figure 9. *Nu* results for the curved rectangular duct as a function of the Dean number for different aspect ratios. (a) absolute value; (b) relative increase

The curved duct Nusselt number results as a function of Dean number for different aspect ratios are presented in Fig. 9a showing that heat transfer rate increases due to the secondary flow. It is verified that when the curvature influence are negligible (low *De* number) the *Nu* results approximates the straight duct value. For small b/a ratios the secondary flow mixing effects is more accentuated resulting in higher Nusselt number values. The results shown in Fig. 9a represent an extension of the Thomson et al. (1998) work that provided results in 5 < De < 35 range.

Fig. 9b presents the curved Nusselt number increases in comparison with the equivalent straight duct, showing that for higher aspect ratios as b/a = 5 and b/a = 1/5 the curved duct exhibits a little heat transfer increase in comparison with the straight case. Besides, the square channel (b/a = 1, dashed-line in Fig 9b) provides the best relative heat transfer enhance.

5. CONCLUSIONS

At this work the fully developed convective heat transfer problem in curved rectangular duct was studied. For all duct aspect ratio analyzed, the Nusselt number results approximate the straight duct value when the Dean number is low. The smaller b/a duct aspect ratio provided higher absolute Nu value while the curved square channel presented the better relative enhancement.

6. ACKOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to FAPESP, which supported this work (grant No. 99/03471-5).

7. REFERENCES

- Cheng, K.C. and Akiyama, M., 1970, "Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Rectangular Channels", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 13, pp. 471-490.
- Cheng, K.C., Lin, R.C. and Ou, J.W., 1975, "Graetz Problem in Curved Square Channels", *Journal of Heat Transfer*, vol. 97, pp. 244-248.
- Dean, W.R., 1927, "Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe", *Philosophical Magazine*, Series 7, vol. 4, pp. 208-223.
- Fletcher, C.A.J., 1991, "Computational Techniques for Fluid Dynamics", Berlin, Springer.
- Ghia, K.N. and Sokhey, J.S., 1977, "Laminar Incompressible Viscous Flow in Curved Ducts of Regular Cross-Sections", *Journal of Fluids Engineering*, vol. 99, pp. 640-648.
- Shah, R.K. and Bhatti, M.S., 1987, "Laminar Convective Heat Transfer in Ducts", chap. 3 in *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*", S. Kakaç, R.K. Shah and W. Aung, eds., John Wiley & Sons, Inc. N.Y.
- Shah, R.K. and Joshi, S.D., 1987, "Convective Heat Transfer in Curved Ducts", chap. 5 in *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*", S. Kakaç, R.K. Shah and W. Aung, eds., John Wiley & Sons, Inc. N.Y.
- Thomson, D.L., Bayazitoglu, Y. and Meade, A.J., 1998, "Low Dean Number Convective Heat Transfer in Helical Ducts of Rectangular Cross Section", *Journal of Heat Transfer*, vol. 120, pp. 84-91.

ESCOAMENTO INTERNO EM CANAL DE PLACAS PLANAS COM PERFIL HIDRODINÂMICO PLENAMENTE DESENVOLVIDO NA ENTRADA E TERMICAMENTE EM DESENVOLVIMENTO COM VISCOSIDADE VARIÁVEL

Fábio da Silva e Oliveira Filho

Francesco Scofano Neto

Rodrigo Otávio de Castro Guedes

Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Praça General Tibúrcio 80, 22290-270, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo

O objetivo deste trabalho é realizar o estudo do problema de transferência de calor por convecção forçada interna de líquidos, escoando em canais de placas planas e paralelas. Para a sua solução, utiliza-se o procedimento híbrido numérico-analítico da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT). Neste estudo, considera-se que o perfil de velocidade encontra-se plenamente desenvolvido na entrada do duto e termicamente em desenvolvimento. Considera-se também que as propriedades termofísicas permanecem constantes, variando-se somente a viscosidade dinâmica.

Palavras-chave: Convecção forçada, Viscosidade variável, Dutos, Velocidade axial, Número de Nusselt

1. INTRODUÇÃO

O estudo do problema de convecção forçada interna em dutos, considerando a hipótese de propriedades termofísicas constantes é amplamente explorado na literatura. Porém, para que tal hipótese seja válida, deve-se admitir que as diferenças de temperatura envolvidas no problema são bastante pequenas, o que restringe muito o campo de aplicação da solução deste problema.

Por outro lado, sabe-se que as propriedades termofísicas variam com a pressão e a temperatura e, particularmente, para o caso do fluido ser líquido, essas propriedades mantêm forte dependência com a temperatura, sendo que a viscosidade apresenta o maior percentual de variação em relação às demais propriedades (Kakaç et al.,1987). No entanto, se as velocidades envolvidas forem relativamente pequenas e o fluido em estudo for um líquido não-metálico, pode-se considerar as propriedades termofísicas massa específica, calor específico e condutividade térmica praticamente constantes, dentro de uma determinada faixa de temperatura, sendo somente a viscosidade função da temperatura.

Assim, nesta contribuição pretende-se estudar o problema de transferência de calor por convecção forçada interna em líquidos escoando em canais de placas planas paralelas, utilizando-se o procedimento híbrido analítico-numérico da Técnica da Transformada Integral Generalizada (Cotta, 1993). O escoamento é modelado como possuindo um perfil de velocidade plenamente desenvolvido na entrada do canal e térmicamente em desenvolvimento com viscosidade variável em função da temperatura somente, enquanto as demais propriedades termofísicas são tomadas como constantes.

Tal formulação foi adotada por Yang (1962) ao resolver este problema através de métodos integrais aproximados e posteriormente retomada por Gryglaszewski et al. (1980) que utilizaram soluções numéricas para a resolução da equação final. O presente trabalho busca uma alternativa às soluções acima através de um enfoque de caráter híbrido analítico-numérico com vantagens nítidas sobre os esquemas puramente numéricos, como por exemplo diferenças finitas, usualmente utilizados na solução das equações que governam este tipo de fenômeno.

2. ANÁLISE

Considera-se um canal de comprimento semi-infinito, formado por duas placas planas e paralelas, fixas no espaço, separadas por uma distância $2L^*$, submetido à temperatura prescrita T_w na parede, dentro do qual escoa um fluido líquido. Na entrada do duto, o perfil de temperatura T_e é constante e o perfil de velocidade está plenamente desenvolvido. O escoamento é laminar e incompressível, simétrico em relação ao eixo axial e em regime permanente. Os efeitos de convecção natural, difusão de calor axial, dissipação viscosa e geração de calor são desprezados. Ademais, supõe-se que a viscosidade apresenta uma dependência com relação à temperatura enquanto que as demais propriedades termofísicas permanecem constantes. Além disso, a velocidade na direção radial, resultante da variação de viscosidade, possui valor muito pequeno em comparação a velocidade na direção axial e é consequentemente abandonada.

As equações de governo na forma dimensional, levando-se em consideração as hipóteses simplificadoras mencionadas acima, são dadas por:

$$0 = -\frac{dp(x)}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu^*(T) \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right)$$
(1)

$$u(x, y)\frac{\partial T(x, y)}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2}$$
(2)

As condições de entrada e de contorno para este problema são:

$$u(0,r) = -\frac{1}{2} \frac{\frac{dp}{dx}\Big|_{x=0}}{\mu^{*}(T_{e})} (L^{*2} - y^{2}); \qquad T(0,y) = T_{e} \qquad -L^{*} < y < L^{*}$$
(3)

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x,0) = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x,0) = 0 \quad ; \ u(x,_{-}^{+}L^{*}) = 0; \qquad T(x,_{-}^{+}L^{*}) = T_{w} \quad x > 0$$
(4)

Considerando-se a simetria do problema e integrando-se a equação da quantidade de movimento (1) duas vezes em relação a variável longitudinal y, utilizando-se a formulação para a velocidade média, Shah and London (1978), obtém-se a seguinte expressão para a velocidade axial na forma adimensional:

$$U(X,Y) = \frac{\int_{Y}^{1} \frac{Y'}{\mu(\theta)} dY'}{\int_{0}^{1} \left(\int_{Y}^{1} \frac{Y'}{\mu(\theta)} dY'\right) dY}$$
(5)

onde as variáveis adimensionais são definidas como:

$$Y = \frac{y}{L^{*}}; X = \frac{\alpha x}{L^{*2} u_{M}}; U = \frac{u}{u_{M}}; \quad \theta = \frac{T - T_{w}}{T_{e} - T_{w}}; \quad \mu = \frac{\mu^{*}(T)}{\mu_{w}^{*}}$$
(6)

A seguinte expressão, formulada por Yang (1962), será adotada para a viscosidade como função da temperatura :

$$\mu(\theta) = \frac{1}{1 + \gamma \cdot \theta(X, Y)} \tag{7}$$

onde γ é um parâmetro de viscosidade característico do fluido, de valor negativo, para aquecimento do fluido, e positivo, para resfriamento.

Em termos da expressão para a viscosidade (7), a expressão (5) pode ser reescrita como:

$$U(X,Y) = \frac{\int_{Y}^{1} Y'[1+\gamma\theta(X,Y)] dY'}{\int_{0}^{1} \left(\int_{Y}^{1} Y'[1+\gamma\theta(X,Y)] dY'\right) dY}$$
(8)

Com isso as equações de governo (1) e (2), em sua forma adimensional, podem ser reduzidas a uma única equação em termos do campo de temperatura $\theta(X, Y)$, conforme proposto por Yang (1962):

$$\frac{\int_{Y}^{1} Y'[1+\gamma\theta(X,Y)] dY'}{\int_{0}^{1} \left(\int_{Y}^{1} Y'[1+\gamma\theta(X,Y)] dY'\right) dY} \frac{\partial\theta(X,Y)}{\partial X} = \frac{\partial^{2}\theta(X,Y)}{\partial Y^{2}}$$
(9)

Sujeita às seguintes condições de entrada e de contorno:

$$\theta(0, Y) = 1$$
 $0 < Y < 1$ (10)

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X,0) = 0 \qquad ; \qquad \theta(X,1) = 0 \qquad X > 0 \tag{11}$$

De acordo com os preceitos da Técnica da Transformada Integral Generalizada, o campo de temperatura será expandido através de uma base de autofunções e, de modo a fazer uma representação adequada, o problema de autovalor deve ser escolhido de tal forma que ele contenha grande parte das características da formulação matemática do problema físico. Assim, através de uma inspeção das equações (9) - (11), escolhe-se o seguinte problema de autovalor:

$$\frac{d^2\phi_i(Y)}{dY^2} + \mu_i^2\phi_i(Y) = 0 \qquad 0 < Y < 1$$
(12)

$$\frac{d\phi_i(0)}{dY} = 0$$
 ; $\phi_i(1) = 0$ (13)

cuja solução em termos dos autovalores, e respectivas autofunções e normas (Boyce e Diprima, 1992) é dada por:

$$\lambda_{i} = \frac{(2i-1)\pi}{2}; \quad \phi_{i}(Y) = \cos(\lambda_{i}Y); \quad N_{i} = \frac{1}{2} \quad i = 1, 2, 3,$$
(14)

Utilizando-se a propriedade de ortogonalidade das autofunções, pode-se facilmente determinar o par de transformação e inversão (Cotta, 1993) por:

$$\bar{\theta}_{i}(X) = \frac{1}{N_{i}^{1/2}} \int_{0}^{1} \phi_{i}(Y) \theta(X, Y) dY \quad (\text{Transformada})$$
(15)

$$\theta(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i^{1/2}} \phi_i(\mathbf{Y}) \bar{\theta}_i(\mathbf{X}) \qquad \text{(Inversa)}$$
(16)

De modo a promover a transformação integral do problema original uma série de operações matemáticas deverão ser feitas resultando ao final um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias para a variável $\overline{\theta}_i(x)$. Assim, inicialmente integra-se a equação (9) em relação à coordenada longitudinal no intervalo (0,Y). Realiza-se uma nova integração ao longo do intervalo (Y,1), e com o auxílio das condições de contorno descritas em (11), tem-se uma equação explícita para o campo de temperatura local dada por:

$$\theta(\mathbf{X},\mathbf{Y}) = -\int_{\mathbf{Y}}^{1} \left(\int_{0}^{\mathbf{Y}^{n}} \mathbf{U}(\mathbf{X},\mathbf{Y}) \frac{\partial \theta(\mathbf{X},\mathbf{Y})}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{Y}' \right) d\mathbf{Y}^{n}$$
(17)

Utilizando a relação acima na equação de transformação, equação (15), tem-se que a temperatura transformada pode ser expressa como :

$$\overline{\theta}_{i}(X) = \frac{1}{N_{i}^{1/2}} \int_{0}^{1} \phi_{i}(Y) \left[-\int_{Y}^{1} \left(\int_{0}^{Y^{*}} U(X,Y) \frac{\partial \theta(X,Y)}{\partial X} dY' \right) dY^{*} \right] dY$$
(18)

Neste estágio, utiliza-se a o perfil de velocidades, equação (8), e efetuando uma integração por partes chega-se a:

$$\lambda_{i}^{2} \overline{\theta}_{i}(X) = -\frac{1}{N_{i}^{1/2}} \int_{0}^{1} \phi_{i}(Y) \frac{\int_{Y}^{1} Y'[1+\gamma\theta(X,Y)]dY'}{\int_{0}^{1} \left(\int_{Y'''}^{1} Y'[1+\gamma\theta(X,Y)]dY'\right)dY''} \frac{\partial\theta(X,Y)}{\partial X}dY$$
(19)

Substituindo-se a fórmula de inversão (16) na expressão acima e realizando-se algumas manipulações algébricas convenientes, obtém-se:

$$-\lambda_{i}^{2} \overline{\theta}_{i}(X) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{d \overline{\theta}_{j}(X)}{dX} \frac{1}{(N_{i} N_{j})^{1/2}} \int_{0}^{1} \left[\frac{\frac{1-Y^{2}}{2} + \gamma \sum_{k=1}^{\infty} F_{k}^{*}(Y).\overline{\theta}_{k}(X)}{\frac{1}{3} + \gamma \sum_{k=1}^{\infty} M_{k}^{*}.\overline{\theta}_{k}(X)} \right] \psi_{i}(Y).\psi_{j}(Y).dY \quad (20)$$

onde,

$$F_{k}^{*}(Y) = \frac{1}{N_{k}^{1/2}} \int_{Y}^{1} Y' \phi_{k}(Y') \, dY' = \frac{\sqrt{2}}{\mu_{k}} \left[\operatorname{sen} \lambda_{k} - Y \operatorname{sen}(\lambda_{k}Y) + \frac{\cos(\lambda_{k}) - \cos(\lambda_{k}Y)}{\lambda_{k}} \right]$$
(21)

$$M_{K}^{*} = \int_{0}^{1} F_{k}(Y) dY = \frac{\sqrt{2}}{\lambda_{k}} \left[\operatorname{sen}(\lambda_{k}) - 2 \frac{\operatorname{sen}(\lambda_{k})}{\lambda_{k}^{2}} + 2 \frac{\cos(\lambda_{k})}{\lambda_{k}} \right]$$
(22)

Como se pode perceber da análise da equação (20), as manipulações descritas acima resultaram em um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias para a temperatura transformada. Sob um ponto de vista prático, a expansão em (16) deve ser truncada em um número suficientemente grande de termos para que um critério de convergência préestabelecido seja atingido. Assim, ao se trabalhar com uma expansão genérica de N termos em (16), o sistema de equações diferenciais ordinárias pode ser colocado no arranjo matricial abaixo:

$$\begin{cases} \left[A\left[\frac{d\,\theta(\bar{X})}{dX}\right] = -\left[B\right]\left[\bar{\theta}(X)\right] \\\\ \bar{\theta}_{i}\left(0\right) = \frac{\sqrt{2}\,\operatorname{sen}(\lambda_{i})}{\lambda_{i}} \end{cases}$$
(23)

onde,

$$[A] = \{a_{i,j}\}; \quad a_{i,j} = \sum_{j=1}^{N} \left[I_{ij}^{*} + \gamma \sum_{k=1}^{N} L_{ijk}^{*} \overline{\theta}_{k}(X) \right]$$
(24)

$$[B] = \{b_{i,j}\}; \quad b_{i,j} = \sum_{j=1}^{N} \Delta_{ij} \ \lambda_{i}^{2} \left[\frac{1}{3} + \gamma \sum_{k=1}^{N} M_{k}^{*} \ \overline{\theta}_{k}(X)\right]$$
(25)

$$I_{ij}^{*} = \frac{1}{(N_i N_j)^{1/2}} \int_{0}^{1} \frac{(1 - Y^2)}{2} \phi_i(Y) \phi_j(Y) \, dY \,, \tag{26}$$

$$L_{ijk}^{*} = \frac{1}{(N_{i}N_{j})^{1/2}} \int_{0}^{1} F_{k}^{*}(Y) \phi_{i}(Y) \phi_{j}(Y) dY$$
(27)

Cabe neste ponto mencionar que os coeficientes integrais descritos em (21), (22), (26), (27), (30) e (31) foram calculados analiticamente com o auxílio de expressões contidas em Gradshtenyn e Ryzhik (1994). Além disto, a condição de entrada para a temperatura transformada é facilmente obtida, inserindo-se a equação (10) em (15).

De posse da solução do sistema, uma série de variáveis de interesse deste problema podem agora ser avaliadas. Por exemplo, uma expressão para o perfil de velocidade U(X,Y) pode ser obtida substituindo-se (16) em (8). A expressão final em termos da temperatura transformada é:

$$U(X,Y) = \frac{\frac{1-Y^2}{2} + \gamma \sum_{k=1}^{N} \frac{\sqrt{2} \,\overline{\theta}_k}{\lambda_k} \left[\operatorname{sen}(\lambda_k) - Y \operatorname{sen}(\lambda_k Y) + \frac{\cos(\lambda_k)}{\lambda_k} - \frac{\cos(\lambda_k Y)}{\lambda_k} \right]}{\frac{1}{3} + \gamma \sum_{k=1}^{N} \frac{\sqrt{2} \,\overline{\theta}_k}{\lambda_k} \left[\operatorname{sen}(\lambda_k) - 2 \frac{\operatorname{sen}(\lambda_k)}{\lambda_k^2} + 2 \frac{\cos(\lambda_k)}{\lambda_k} \right]}$$
(28)

A avaliação da temperatura média do fluido (Shah and London, 1978), em termos das variáveis transformadas, é feita através de:

$$\theta_{M}(X) = \sum_{j=1}^{N} \left[I_{j}^{**} \overline{\theta}_{j}(X) + \gamma \sum_{k=1}^{N} L_{jk}^{**} \overline{\theta}_{j}(X) \overline{\theta}_{k}(X) / \frac{1}{3} + \gamma \sum_{k=1}^{N} M_{k}^{*} \overline{\theta}_{k}(X) \right]$$
(29)

onde,

$$I_{j}^{**} = \frac{1}{N_{j}^{1/2}} \int_{0}^{1} \frac{(1 - Y^{2})}{2} \phi_{j}(Y) dY; \quad L_{jk}^{**} = \frac{1}{N_{j}^{1/2}} \int_{0}^{1} F_{k}^{*}(Y) \phi_{j}(Y) dY$$
(30,31)

Finalmente, o número de Nusselt local é calculado através de

$$Nu(X) = \frac{4 \cdot \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial Y}\Big|_{Y=1}}{\theta(X, 1) - \theta_{M}(X)}$$
(32)

onde o fluxo de calor junto à parede é:

$$\frac{\partial \theta(\mathbf{X}, \mathbf{Y})}{\partial \mathbf{Y}} \bigg|_{\mathbf{Y}=\mathbf{I}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\phi_{j}(1)\bar{\theta}_{j}(\mathbf{X})}{N_{j}^{1/2}} = -\sum_{j=1}^{N} \sqrt{2} \lambda_{j} \operatorname{sen}(\lambda_{j}) \bar{\theta}_{j}(\mathbf{X})$$
(33)

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

De modo a analisar os efeitos da variação da viscosidade nos perfis hidrodinâmico e térmico em um escoamento com perfil de velocidade plenamente desenvolvido na entrada e térmicamente em desenvolvimento, com temperatura prescrita na parede do duto, simulações numéricas foram realizadas, tendo como base o modelo proposto por Yang (1962).

Todos os algoritmos confeccionados neste trabalho foram escritos em linguagem FORTRAN, e implementados em um PC PENTIUM 200 MMX e para a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias (23) foi utilizada a subrotina DIVPAG, da biblioteca do IMSL, que faz um controle automático de erro local, mantendo-o dentro da tolerância desejada, sendo especialmente recomendada para sistemas de "rígidos". Uma precisão prescrita de 10^{-6} foi estabelecida em todos os casos testados. O sistema de equações diferenciais ordinárias foi truncado, considerando-se os primeiros trinta termos da série, quantidade que se mostrou suficiente para garantir a convergência em pelo menos três dígitos. Para as simulações realizadas, foram escolhidos os valores do parâmetro γ iguais a 9.0, 6.0 e 3.0 para o caso de resfriamento do fluido e os valores -0.9, -0.6 e -0.3 para o caso de aquecimento.

As figuras 1 e 2 mostram, respectivamente , a evolução do perfil da velocidade U(X,Y) ao longo da posição axial X , para os casos de aquecimento e resfriamento do fluido. Observase que, para o caso de aquecimento do fluido, a variação da viscosidade provoca uma deformação no perfil inicialmente parabólico, achatando-o na região de entrada do duto. Já para o caso de resfriamento, a influência da variação da viscosidade faz alongar o perfil enquanto que na região assintótica, o mesmo recupera a condição de perfil parabólico.

As figuras 3 e 4 apresentam a evolução da velocidade axial na linha de centro do duto em relação à coordenada X para os casos de aquecimento e resfriamento do fluido, respectivamente. Estas figuras permitem observar que, quanto maior o valor absoluto do parâmetro de viscosidade, maior o desvio da velocidade axial em relação à velocidade plenamente desenvolvida ($\gamma = 0$). Nota-se, também, que o comprimento de entrada aumenta proporcionalmente ao aumento do valor absoluto deste parâmetro de viscosidade.

As figuras 5 e 6 permitem analisar o comportamento do número de Nusselt local para os casos de aquecimento e resfriamento do fluido, respectivamente. Para o caso de aquecimento do fluido, a figura 5 mostra que, para uma determinada posição X, à medida que o valor absoluto do parâmetro γ decresce, o valor do número de Nusselt decresce proporcionalmente. Isto é explicado, tendo em vista que, com o aquecimento do fluido no escoamento, a viscosidade próxima à parede diminui, acelerando consequentemente o escoamento neste ponto quando comparado com o caso isotérmico ($\gamma = 0$). Quanto maior o valor absoluto de γ , maior a influência da viscosidade no número de Nusselt e na velocidade do escoamento. Nesta figura, também pode-se observar o comportamento assintótico do número de Nusselt, tendendo para o valor característico de 7.54 encontrado na literatura (Shah & London, 1978).

O comprimento de entrada térmica também é influenciado, de uma forma menos acentuada do que no caso do perfil de velocidade axial, pela variação da viscosidade, sendo que quanto maior o grau de variação da viscosidade medido pelo parâmetro γ , maior o comprimento de entrada térmica.

Para o caso de resfriamento do fluido, a figura 6 ilustra o comportamento do número de Nusselt local com a variação do parâmetro de viscosidade γ . Este comportamento é similar ao caso de aquecimento do fluido onde o decréscimo do número de Nusselt é proporcional à diminuição do valor absoluto do parâmetro γ e percebe-se a tendência assintótica ao valor característico de 7.54.

Da análise dos gráficos observa-se também que, enquanto, para o caso de aquecimento do fluido, o número de Nusselt decresce monotonicamente; no caso de resfriamento, o número de Nusselt decresce até um valor mínimo e depois aumenta até o valor assintótico. Esta característica é devido à influência da variação da viscosidade, influência esta sentida principalmente nas vizinhanças da parede do duto, causando a alteração da velocidade neste ponto e a consequente propagação deste efeito para os demais pontos até a linha de centro.



Figura 1. Evolução do perfil de velocidade axial para o caso de aquecimento do fluido



Figura 2. Evolução do perfil de velocidade axial para o caso de resfriamento do fluido



Figura 3. Velocidade axial na linha de centro para o caso de aquecimento do fluido



U(X.0) v = +3.0).S $\gamma = +9.0$ X ¹

Figura 4. Velocidade axial na linha de centro para o caso de resfriamento do fluido



Figura 5. Variação do Número de Nusselt local Figura 6. Variação do Número de Nusselt local para o caso de aquecimento do fluido

para o caso de resfriamento do fluido

Concluindo, a discussão acima revela que a TTIG provou ser uma ferramenta eficiente para a solução do problema de convecção forçada interna em canais com viscosidade dependente da temperatura. Em função da grande precisão na solução do sistema de equações para as temperaturas transformadas, este procedimento analítico-numérico permite estabelecer com o refinamento desejado a entrada hidrodinâmica e térmica do problema em questão.

4. REFERÊNCIAS

- Boyce, W. E. e Di Prima, R. C., 1992, "Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems", Ed. John Wiley, NY, USA.
- Cotta, R. M., 1993, "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow, CRC • Press, Boca Raton.
- Gradshtenyn, I. S. e Ryzhik, I. M., 1994, "Table of Integrals, Series and Products, • Academic Press, Inc., San Diego, USA.
- Gryglaszewski, P., Nowak, Z. e Stacharskatargosz, J., 1980, "The Effects of Viscous ٠ Dissipation on Laminar Heat Transfer to Power-Law Fluids in Tubes", Warme-und-Stoffubertragung. Vol. 14, pp. 81-89.
- Kakac, S., Shah, R. K. e Aung, W., 1987, "Handbook of Single-Phase Convective Heat • Transfer, John Wiley & Sons, NY, USA.
- Shah, R. K., e London, A. L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Academic Press, NY, USA.
- Yang, K. T., 1962, "Laminar Forced Convection of Liquids in Tubes with Variable Viscosity", ASME – Journal of Heat Transfer, Vol. 84, pp. 353 – 362.

UTILIZAÇÃO DO RESFRIAMENTO EVAPORATIVO PARA CONFORTO TÉRMICO HUMANO EM DIVERSAS CIDADES BRASILEIRAS

José Rui Camargo Jerônimo dos Santos Travelho Sebastião Cardoso

Universidade de Taubaté, Departamento de Engenharia Mecânica, Rua Daniel Danelli, s/ nº, Jardim Morumbí, 12060-440, Taubaté, SP. Brasil. E-mail: <u>rui@engenh.mec.unitau.br</u>

Resumo

Este trabalho apresenta os princípios básicos para a utilização de sistemas de condicionamento de ar por processos de resfriamento evaporativo, destinados ao conforto térmico humano. Discorre sobre os princípios de operação dos sistemas de resfriamento direto e indireto, sistemas multiestágios e a utilização do sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor como apoio. Analisando as referências bibliográficas a respeito do resfriamento evaporativo verifica-se a inexistência de um estudo metodológico efetivo com relação à utilização desse sistema aplicado às diferentes características climáticas regionais do Brasil. Por esse motivo, este trabalho apresenta dois métodos que podem ser utilizados para a determinação de referenciais para utilização eficiente de sistemas de resfriamento evaporativo, aplicando-os a diversas cidades.

Palavras-chave: Resfriamento evaporativo, Conforto térmico, Condicionamento de ar.

1- INTRODUÇÃO

O condicionamento do ar é responsável tanto pelo aumento da eficiência do homem no trabalho quanto pelo seu conforto, principalmente nos períodos mais quentes do ano. Atualmente o sistema de refrigeração mais utilizado para esse fim é o sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor. No entanto, o resfriamento evaporativo pode ser uma alternativa econômica em muitos casos, podendo substituir o sistema convencional sob algumas condições ou ser utilizado como pré-resfriador no sistema convencional. Isso leva a uma redução dos custos de operação com relação aos sistemas que utilizam somente a refrigeração mecânica (Schibuola, 1997).

O resfriamento evaporativo opera utilizando fenômenos naturais através de processos induzidos nos quais a água e o ar são os fluidos de trabalho. Consiste na utilização da evaporação de água através da passagem de um fluxo de ar, provocando uma redução na temperatura do ar.

Esse processo possui como principal característica o fato de ser mais eficiente quando as temperaturas são mais elevadas, ou seja, quando a necessidade de resfriamento é maior para o conforto humano. Além disso, o aumento da umidade é benéfico em regiões secas e, em outras regiões, com a umidificação, o ar insuflado deixa de causar o desconfortável ressecamento da pele e mucosas do corpo que os sistemas convencionais proporcionam.

O resfriamento evaporativo tem ainda como atrativos o baixo consumo de energia, facilidades de manutenção, instalação e operação. Por não utilizar gases CFC ou HFC não agride o meio ambiente. Por ser um sistema que opera com renovação total do ar, elimina-se a

recirculação e a proliferação de fungos e bactérias, problema constante nos sistemas de condicionamento de ar convencionais.

2. O RESFRIAMENTO EVAPORATIVO

O processo de resfriamento evaporativo é largamente utilizado em torres de resfriamento de água, lavadores de ar, condensadores evaporativos, resfriadores de líquidos e também para amenizar a temperatura em ambientes onde existe grande geração de calor. No entanto ainda é pouco explorado e difundido para o conforto térmico humano.

As aplicações para o resfriamento evaporativo são, entre outras, grandes áreas com grande quantidade de público, áreas onde funcionam equipamentos que produzem calor, áreas de trabalho industrial em processos de manufatura, em indústrias têxteis, em alguns processos industriais que requerem um controle preciso da umidade, em minas, em abrigos de animais, no armazenamento de produtos hortifrutigranjeiros, no cultivo de plantas e para condicionamento de ar residencial e comercial.

Os equipamentos de resfriamento evaporativo podem ser de refrigeração evaporativa direta (RED) ou de refrigeração evaporativa indireta (REI).

Equipamentos de refrigeração direta resfriam o ar por contato direto ou com uma superfície líquida ou com uma superfície sólida molhada ou, ainda, através de *sprays*. A Fig. 1 mostra esquematicamente um resfriador evaporativo direto.



Figura 1. Resfriador evaporativo direto (RED)

Assim, em um RED, a água é vaporizada dentro da corrente de ar e o calor e massa transferidos entre o ar e a água reduzem a temperatura de bulbo seco do ar e aumentam sua umidade, mantendo constante a entalpia (resfriamento adiabático). No RED, não há redução na entalpia e a mínima temperatura que se pode atingir é a de bulbo úmido do ar que entra no sistema. É possível, no entanto, obter menores temperaturas de bulbo seco e bulbo úmido na saída mas, para isso, a água recirculada que supre o equipamento deve antes ser resfriada (Cardoso *et al.*, 1999).

Um avanço na tecnologia do resfriamento evaporativo deve-se à introdução dos equipamentos de resfriamento indireto, nos quais o ar, relativamente seco, é mantido separado do ar do lado molhado, onde o líquido está sendo vaporizado. No resfriador evaporativo indireto (REI), o ar que será utilizado para condicionar o ambiente (ar primário) transfere calor para uma corrente de ar secundária ou para um líquido, que foram resfriados evaporativamente. A entalpia do ar do lado seco é assim reduzida, em contraste à redução adiabática de temperatura de um refrigerador evaporativo direto.

A Fig. 2 mostra dois tipos de sistemas de resfriamento evaporativo indireto: tipo placa (Fig. 2a) e tipo tubo (Fig. 2b) (Chen *et al.*, 1991).



Figura 2. Resfriador evaporativo indireto: (a) tipo placa, (b) tipo tubo.

A efetividade de um resfriador evaporativo é definida como a taxa entre a queda real de temperatura de bulbo seco e a máxima queda teórica que a temperatura de bulbo seco poderia ter se o resfriador fosse 100% eficiente e o ar saísse saturado. Neste caso a temperatura de bulbo seco na saída seria igual à temperatura de bulbo úmido do ar na entrada (TRANE, 1978).

Para um resfriador ideal, isto é, com 100% de efetividade, as temperaturas de bulbo seco e de ponto de orvalho tenderiam a ser iguais à temperatura de bulbo úmido.

3. REFRIGERAÇÃO EM UM, DOIS OU TRÊS ESTÁGIOS

Pode-se utilizar o sistema de resfriamento evaporativo com somente um estágio (direto ou indireto), com dois estágios (indireto/direto, indireto/apoio ou direto/apoio) ou com três estágios (indireto/direto/apoio).

A utilização de um estágio auxiliar com refrigeração mecânica por expansão direta ou água gelada (resfriamento de apoio) é feita quando o resfriamento evaporativo não é suficiente para atingir a condição final desejada.

A Fig. 3 mostra processos de resfriamento em 3 estágios. O processo 1-2 é realizado em uma unidade de resfriamento evaporativo indireto. Os processos 2-3 e 4-5 são realizados em uma unidade direta. O processo 2-4 equivale à refrigeração de apoio quando a serpentina é colocada antes da unidade direta e o processo 3-5 quando a serpentina é colocada após a unidade direta.



Figura 3. Processos de resfriamento em 3 estágios

4. ASPECTOS DE CONFORTO PARA CONDICIONAMENTO DE AR POR RESFRIAMENTO EVAPORATIVO

Uma vez que a temperatura, a umidade e a movimentação do ar interagem de forma independente, é necessário considerá-las juntas pois todos esses fatores contribuem para determinar a sensação de frio ou calor sentida pela corpo humano. A Temperatura Efetiva (TE) é uma composição desses fatores. McGregor (1995) relata que, apesar do grande número de índices empíricos biometeorológicos, o mais utilizado por toda a indústria de condicionamento de ar é a temperatura efetiva (TE). Ela é definida como a temperatura do ar já saturado que provoca a mesma sensação térmica que as condições ambientais. Esse índice, que integra os efeitos da temperatura, da umidade e da movimentação do ar tem sido usado para avaliar as condições bioclimáticas de localidade equatoriais e tropicais (Chowdhury e Ganesan, 1983).

Uma carta psicrométrica modificada, incluindo a zona de conforto da ASHRAE é mostrada na Fig. 4 (a). Esta zona de conforto foi depois expandida para resfriamento evaporativo (Fig.4 (b)), conforme apresentado por Crow (1972) e pela ASHRAE (1995).

Devido à forma da zona de conforto expandida da ASHRAE tem-se que a curva de umidade relativa de 80% é o limite superior para o resfriamento evaporativo, podendo ser usada a umidade relativa de 70% como um limite alternativo em ambientes com pouca ventilação ou onde a umidade pode prejudicar os produtos ou objetos dentro do ambiente.

Velocidades do ar abaixo de 1 m/s são recomendadas para pessoas em trabalho sedentário, sendo que velocidades maiores são utilizadas para atividades manuais e físicas.



Figura 4. Zonas de conforto ASHRAE. (a) representa a zona de conforto para inverno e verão de acordo com a temperatura efetiva e (b) representa a mudança relativa na zona de conforto para o resfriamento evaporativo.

5. ÍNDICES DE DESEMPENHO(ID) DO RESFRIAMENTO EVAPORATIVO

Um método rápido para se avaliar aproximadamente o potencial do resfriamento evaporativo é utilizar o índice de desempenho ID, definido por:

(5.1)

$$ID = TBU - \Delta T$$

onde $\Delta T = TBS - TBU$ é a depressão de bulbo úmido. TBS e TBU são, respectivamente as temperaturas de bulbo seco e bulbo úmido do ar externo.

Esse índice será tanto menor quanto maior for a diferença entre as temperaturas de bulbo seco e úmido, ou seja, quanto menor a umidade relativa do ar. Isso indica que, quanto menor o índice, mais efetivo é o resfriamento evaporativo local. Assim, esse número indica o potencial do resfriamento evaporativo.

Watt (1963) recomenda que, de um modo geral, índices menores ou iguais a 10 indicam resfriamento para conforto, entre 11 e 16 resfriamento lenitivo (alívio) e índices acima de 16 classificam o local como não recomendado para utilização de sistemas de resfriamento evaporativo.

6. NOMOGRAMA E GABARITO

Este outro método é uma adaptação daquele proposto por Watt (1963) e por Watt e Brown (1997).

A Fig. 5 é uma carta termométrica adaptada que mostra a interrelação, no verão, da temperatura de bulbo seco, bulbo úmido e velocidade do ar na obtenção das temperaturas efetivas. A zona de conforto ASHRAE para a latitude de 41° Norte (a carta teve origem em Pittsburgh, que está nessa latitude) foi superposta sobre ela, em seu limite superior para a temperatura efetiva de 26, 1 °C.

Como a carta de temperaturas efetivas não leva em conta a quantidade de radiação solar incidente, um aumento de aproximadamente 0,5 °C deve ser feito na temperatura efetiva para cada 5 graus de redução na latitude a partir da latitude de 41 °, ou seja, a zona de conforto mostrada na Fig. 5 move-se para a direita aproximadamente de 0,5 °C a cada redução de 5 graus na latitude.

Para determinar as condições climáticas externas necessária à obtenção do resfriamento para conforto, desenvolveu-se, neste trabalho, um gabarito calculador auxiliar, mostrado na parte inferior da figura, e serve para fixar os limites de resfriamento para conforto (gabarito superior) e para alívio (gabarito inferior).

Para utilizar o gabarito copie-o em uma folha transparente e coloque-o sobre a carta com a linha de "condições internas" cruzando a intersecção da máxima velocidade permissível do ar com a máxima temperatura efetiva da zona de conforto regional. A intersecção mais abaixo à direita representa a máxima temperatura de bulbo úmido externa capaz de prover conforto, sob as condições dadas. A máxima diferença entre a temperatura de bulbo seco e a de bulbo úmido do gabarito indica a mínima depressão de bulbo úmido requerida.

Pela definição de temperatura de projeto (Goulart *et al.*, 1998), as localidades que possuem esses requisitos, provavelmente desfrutarão de resfriamento na zona de conforto ao menos 80% a 90% de todas as horas quentes. O mesmo procedimento deve ser seguido para o resfriamento lenitivo.

Watt (1963) cita que o resfriamento para conforto por RED na latitude de 41° deve obter TE igual a 26,1 °C, requerendo TBU de projeto não acima de 24,8 °C.



Figura 5. Nomograma e gabarito

7. RESULTADOS

Os sistemas de resfriamento evaporativo podem ser: direto, indireto ou de mais de um estágio. Sistemas multiestágios utilizam combinações de sistemas indireto/direto ou indireto/direto/refrigeração de apoio, onde o apoio é realizado por sistemas de refrigeração convencionais. Com o avanço tecnológico e o desenvolvimento das células evaporativas os equipamentos atuais apresentam efetividades entre 70% e 75% para o sistema indireto e entre 90% e 95% para o sistema direto (Munters, 1999; Glacier-Cor, 1999).

Através do emprego dos "Índices de Desempenho (ID) do resfriamento evaporativo", que permitem diagnosticar a possibilidade de obtenção de resfriamento para conforto ou para alívio, pode-se verificar que valores de índice de desempenho menores ou iguais a 10 são obtidos para as cidades que apresentem, por exemplo, TBU de projeto menor ou igual a 22 °C com TBS igual ou maior que 34 °C, caracterizando uma umidade relativa de, aproximadamente, 35%. Para o Brasil encontramos índices entre 11 e 16, que caracterizam resfriamento lenitivo, para Petrolina (PE), Uberlândia (MG), Campinas (SP), Pirassununga (SP), Brasília (DF), Campo Grande (MT), Londrina (PR), Caxias do Sul (RS) e Santa Maria (RS), entre outras.

O nomograma mostrado na Fig. 5 foi adaptado de Watt (1963) o qual, por sua vez, foi elaborado para a latitude de 41º de latitude norte. Nessa latitude o resfriamento para conforto por resfriamento evaporativo direto deve obter uma temperatura efetiva máxima igual a 26,1 °C, requerendo uma TBU de projeto não acima de 24,8 °C. Similarmente, uma vez que cada mudança de 5º na latitude muda a zona de conforto de 0,5 TE, resfriadores evaporativos localizados no norte da Argentina, Uruguai e sul do Rio Grande do Sul devem obter TE máxima de 26,8 °C, requerendo TBU de projeto de 24,4 °C ou menor, para velocidade do ar de 0,1 m/s. Correspondentemente, para a mesma velocidade do ar, localidades no norte do Rio Grande do Sul, em Santa Catarina e sul do Paraná devem ter TE de 27,3 °C ou menor, nas quais 24,9 °C é a máxima TBU de projeto permissível. No norte do Paraná, São Paulo, Rio de Janeiro, Mato Grosso do Sul e sul de Minas Gerais o resfriamento para conforto precisa obter TE de 27,8 °C ou menor, requerendo uma TBU de projeto máxima de 25,5 °C. O norte de Minas Gerais, o sul do Mato Grosso e Goiás requerem TBU máxima de projeto de 26 °C. A Bahia, sul de Tocantins, norte do Mato Grosso, Rondônia e Acre requerem TBU máxima de projeto de 26,6 °C. O sul do Maranhão, o norte de Tocantins, o sul do Pará e o sul do Amazonas requerem TBU de projeto máxima de 27,3 °C. Finalmente, o norte dos estados do Maranhão, Pará, Ceará e Amazonas, além de Amapá e Roraima requerem TBU máxima de projeto de 27,9 °C. Ressalta-se que os valores apresentados acima referem-se à máxima TBU de projeto requerida, ou seja, a temperatura que leva ao limite superior da zona de conforto apresentada no nomograma da Fig. 5. Para valores de TBU que proporcionem o conforto para 100% dos ocupantes as temperaturas apresentadas deve ser reduzidas de aproximadamente 4.5 °C.

8. CONCLUSÕES

Os sistemas de resfriamento evaporativo, embora ainda pouco utilizados no Brasil, possuem grande potencial para propiciar conforto térmico em locais onde a temperatura de bulbo úmido é relativamente baixa. Podem também ser uma alternativa aos sistemas convencionais em muitas situações ou serem utilizados em conjunto com os mesmos. Esse sistema torna possível reduzir o consumo de energia, sendo definitivamente vantajoso em ambientes que requerem grande quantidade de ar externo.

O importante é que o engenheiro, quando considerar o uso de resfriadores evaporativos, utilize registros climáticos atualizados do local para determinar o que pode ser conseguido em termos de conforto. Localidades com temperatura de bulbo úmido de projeto menores que 24 °C são candidatas naturais aos sistemas de ar condicionado por resfriamento evaporativo.

Conclui-se que, no Brasil, a utilização de sistemas evaporativos diretos encontra-se limitada devido a características climáticas regionais, porém o sistema indireto pode suprir as necessidades de conforto quando utilizado em conjunto com outros arranjos. Algumas alternativas viáveis são o uso do apoio da refrigeração mecânica por compressão de vapor tanto pós-resfriando o ar na saída da unidade evaporativa quanto pré-resfriando a água que será vaporizada, e ainda realização de uma pré-desumidificação do ar por adsorção, antes da entrada na unidade evaporativa.

Ressalta-se que uma maior atenção deve ser dada às regiões de clima tropical úmido pois são ambientes marginais em termos de conforto humano. E será, talvez, nessas áreas marginais que o impacto negativo de uma mudança bioclimática, provocada pelo efeito estufa, será sentida mais intensamente.

9. REFERÊNCIAS

- ASHRAE Handbook Applications, 1995. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, SI Edition, cap. 47.
- Cardoso, S., Camargo, J. R., Travelho, J. S., 1999. "Introdução à utilização do resfriamento evaporativo para condicionamento de ar automotivo", XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, COBEM99, Águas de Lindóia, SP.
- Chen, P. L. *et al.*, 1991. "A heat and mass transfer model for thermal and hydraulic calculations of indirect evaporative cooler performance", ASHRAE Transactions, v.97, part2, p. 852 865.
- Chowdhury, A., Ganesan, H.R., 1983. "Meteorological requirements on airconditioning in relation to human habitat for comfort", Mausam 34,3: 281-286.
- Crow, L. W., 1972. "Weather data related to evaporative cooling", Research Report n^o 2223. ASHRAE Transactions 78 (1): 153-164.
- Glacier-Cor Cellulose Evaporative Cooling Pads, 1999. "Operation and maintenance manual". Catálogo do fabricante, Scottsdale, Arizona.
- Goulart, S.L., Lamberts. R. , Firmino, S., 1998. "Dados climáticos de 14 cidades brasileiras", RPA Editoria Ltda., São Paulo.|
- McGregor, G. R., 1995. "The human bioclimates of Western and South Pacific islands and climate change". Int. J. Biometeorology, 39:5-12.
- Munters, 1999. "Sistema de ventilação com resfriamento do ar através do processo natural de evaporação da água", apostila, Curitiba, mimeo.
- Schibuola, L., 1997. "High-efficiency recovery for air-conditioning applications in a mild climate: a case study", Applied Thermal Engineering, vol. 17, n. 5, p.447-454.
- TRANE, 1978. "Manual de ar condicionado". The Trane Company, La Crosse, Wisconsin.
- Watt, J.R., 1963. "Evaporative air conditioning". The Industrial Press, New York.
- Watt, J. R.; Brown, W. K., 1997. "Evaporative air conditioning handbook". 3^a ed., The Fairmont Press, Inc., Lilburn, GA.

AVALIAÇÃO DE MODELOS PARA SIMULAÇÃO DE TURBINAS A GÁS COM RESFRIAMENTO

Cristiano de Lima Logrado João Nildo de Souza Vianna Dept. de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília - ENM - UnB CEP 70910-900 Brasília - Brasil - e-mail: clogrado@unb.br

Resumo

Este trabalho avalia dois modelos propostos na literatura para simular o resfriamento das pás em turbinas a gás modernas. Este tipo de modelagem faz-se necessária em função das vazões de ar desviadas do compressor para fins de resfriamento, da ordem de 15%. Os modelos avaliados são confrontados com a condição de modelagem sem resfriamento. A avaliação dos modelos é feita com informações de uma base de dados que contêm dados sobre 23 turbinas reais. Os resultados obtidos evidenciam a necessidade de simulação do resfriamento e indicam que os modelos avaliados são adequados. Todavia, nota-se que pequenos ajustes nestes modelos ainda fazem-se necessários.

Palavras-chave: turbina a gás, turbina resfriada

1. INTRODUÇÃO

A análise e a modelagem de turbinas a gás é um tema clássico em engenharia mecânica, haja vista a importância deste equipamento como fonte de potência nas mais diversas aplicações. Esta importância resulta em vasta disponibilidade de trabalhos e artigos sobre o tema. Dentre estes destaca-se os trabalhos de Cohen *et al* (1996), onde são apresentadas metodologias para modelagem, análise e projeto de equipamentos deste tipo. Este autor cobre, ainda, o uso de turbinas a gás em aplicações industriais e aeronáuticas. Trabalho semelhante, mas voltado apenas para análise, é apresentado por Korakianitis&Wilson (1994), sendo que este ultimo apresenta ainda uma metodologia simples para simulação do processo de resfriamento das pás de turbinas a gás, onde considera-se que o ar de resfriamento mistura-se completamente aos gases do combustor antes de entrar na turbina. Segundo Cohen *et al* (1996) em turbinas a gás modernas até 15% do ar descarregado pelo o compressor é utilizado para este fim. El-Masri (1986), por sua vez, apresenta um modelo mais sofisticado para resfriamento das pás de turbinas, onde considera-se que o ar de resfriamento mistura-se de forma continua durante o processo de expansão, desde a entrada da turbina até o momento em que a temperatura dos gases torna-se inferior ao limite imposto pelos materiais.

O objetivo deste trabalho é avaliar os dois modelos para o resfriamento das pás de turbinas a gás propostos por Korakianitis&Wilson(1994) e El-Masri(1986). Estes modelos são confrontados com a situação onde o resfriamento das turbinas não é considerado.

Para alcançar este objetivo foi desenvolvido um código computacional onde os modelos clássico, o proposto por El-Masri (1986), referenciando como modelo El-Masri, e o proposto por Korakianitis&Wilson (1994), referenciado como modelo K&W, são implementados. Os resultados apresentados referem-se à análise de uma base de dados, composta por 23 turbinas a gás, montada a partir de catálogos e revistas técnicas.

2. MODELAGEM DE TURBINAS A GÁS

Neste trabalho apenas turbinas a gás com a configuração mostrada na Fig.1a são avaliadas. Esta configuração consiste de um compressor (CP), um combustor (CB) e uma turbina (TB). Nas Fig.1b e Fig.1c são apresentadas as configurações deste sistema básico quando os modelos de resfriamento são utilizados.

A modelagem usada baseia-se em balanços de massa e energia em cada componente e em relações características destes componentes.



Fig.1 Esquema de Turbina a Gás Modelos: (a) clássico, (b) K&W, (c) El-Masri

Os balanços de massa e energia no compressor, considerando este componente como sendo adiabático resulta na Eq. (1), onde *h* é a entalpia, $\dot{m_1}$ é a vazão mássica de ar admitida pelo compressor e \dot{W}_{cp} é a potência consumida no processo de compressão.

$$\dot{W}_{cp} + \dot{m}_1 (h_2 - h_1) = 0$$
 (1)

Para fechar a modelagem deste componente são usados os conceitos de razão de pressões e eficiência politrópica. A aplicação destes conceitos resulta nas Equações (2) e (3), onde s° é a entropia absoluta, r_{cp} a razão de pressões no compressor e R a constante do gás, p a pressão e η_{cp} é a eficiência politrópica do compressor.

$$p_2 = r_{cp} \cdot p_1 \tag{2}$$

$$\eta_{cp} \left(s_2^o - s_1^o \right) = \operatorname{Rln}(r_{cp}) \tag{3}$$

É importante notar que nestas equações as propriedades termodinâmicas são calculadas considerando-se o fluído de trabalho como uma mistura de gases (N₂, O₂, CO₂ e H₂O) termicamente perfeitos. Se o ar for tratado como substância pura e caloricamente perfeita, estas equações resultam no modelo clássico como apresentado por Cohen *et al* (1996). Para cálculo do calor específico a pressão constante como função da temperatura utilizou-se as equações e constantes propostas por Bejan *et al* (1996).

A modelagem do combustor é representada pelas Equações (4), (5) e (6). Nestas equações ϕ_p e ϕ_q são coeficientes de perda de pressão e calor respectivamente, Q_{cb}^{inf} é o poder calorífico

inferior do combustível. Os subíndices *ar*, *cb* e *pd* indicam ar, combustível e produtos de combustão, respectivamente.

$$p_3 = (1 - \phi_p) p_2 \tag{4}$$

$$\dot{m}_{ar}h_2 + \dot{m}_{cb}h_5 = (1 - \phi_q)\dot{m}_{cb}Q_{cb}^{\inf} + \dot{m}_{pd}h_3$$
(5)

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_2 + \dot{m}_5$$
 (6)

Para a determinação da composição dos gases na saída do combustor considerou-se um processo de queima completa de um combustível genérico com a forma $C_xH_yO_z$. Este processo é representado pela Eq. (7) e o valor das concentrações são obtidas pelo balanço de espécies químicas, especificamente os balanços de carbono (C), Nitrogênio (N), Hidrogênio (H) e Oxigênio (O). Nesta equação RAC é a relação ar combustível mássica, M os pesos moleculares e X_A é a fração molar da substância "A".

$$C_{x}H_{y}O_{z} + RAC\frac{M_{cb}}{M_{ar}}\left(X_{N_{2}}^{ar}N_{2} + X_{O_{2}}^{ar}O_{2} + X_{H_{2}O}^{ar}H_{2}O + X_{CO_{2}}^{ar}CO_{2}\right) \rightarrow \frac{1}{M_{pd}}\left(RAC\frac{M_{cb}}{M_{ar}} + M_{cb}\right)\left(X_{N_{2}}^{pd}N_{2} + X_{O_{2}}^{pd}O_{2} + X_{H_{2}O}^{pd}H_{2}O + X_{CO_{2}}^{pd}CO_{2}\right)$$
(7)

Para a turbina usou-se procedimento semelhante ao adotado para o compressor. Os balanços de energia, massa e o conceito de eficiência politrópica resultaram nas Equações (8) e (9).

$$\begin{pmatrix} W_{cp} + W_{lv} \end{pmatrix} = m_3 (h_3 - h_4)$$
(8)

$$\eta_{tb} \operatorname{Rln}(\frac{p_3}{p_4}) = s_3^o - s_4^o \tag{9}$$

As equações (1) a (9) constituem um modelo para uma turbina a gás clássica onde não existe resfriamento na turbina. Neste modelo a turbina a gás é caracterizada pelas variáveis: razão de pressões (r_{cp}), eficiências politrópicas (η_{cp} , η_{tb}) e pela temperatura dos gases na entrada da turbina (T_3).

Em turbinas modernas, entretanto, observa-se que o valor de T_3 é consideravelmente maior que as temperaturas máximas suportadas pelos materiais empregados na construção da turbinas. Esta diferença é compensada pelo uso de técnicas de resfriamento. Como a fração de ar para resfriamento pode chegar a 15% do ar comprimido, em turbinas modernas este fenômeno deve ser modelado.

Modelo de Korakianitis & Wilson (K&W). Este modelo, cujo esquema é mostrado na Fig. 1b, considera que o ar proveniente do compressor para fins de resfriamento mistura-se ao ar oriundo do combustor antes da entrada da turbina. Desta forma o ar que passa pela turbina expande-se desde uma temperatura reduzida T_{3r} cujo valor encontra-se entre T_3 e T_m , onde T_m é a máxima temperatura suportada pelo material.

$$\varpi = \frac{T_3 - T_m}{T_3 - T_2} \tag{10}$$

O valor de T_{3r} irá depender da fração de ar usada para resfriamento. Este valor é obtido pelo uso de um parâmetro adimensional ϖ , definido pela equação (10). Usando este parâmetro e o gráfico da Fig.2, obtêm-se a fração do ar admitido no compressor destinado ao processo de resfriamento. Neste trabalho apenas o resfriamento por filme de ar, ou seja convecção, foi considerado.


Figura 2 - Curva de frações de Resfriamento - resfriamento por convecção

Modelo de El-Masri. Neste modelo considera-se que os gases de combustão e o ar de resfriamento são admitidos simultaneamente na turbina e misturam-se, de forma contínua, durante o processo de expansão, isto é ilustrado na Fig.1c. Desta forma a turbina é tratada como um dispositivo cujas paredes geram trabalho, continuamente, a partir do processo de expansão; ao mesmo tempo em que os gases rejeitam calor para as paredes e para o ar de resfriamento. O que em verdade não ocorre, pois que turbinas reais operam em estágios. Esta simplificação, entretanto, permite a obtenção de um modelo fechado para o processo de expansão. Um elemento infinitesimal desta turbina é mostrado na Fig.3. Na parte inferior deste elemento observa-se a injeção do ar para resfriamento.



Figura 3 - Elemento do processo de expansão resfriada

O procedimento adotado por El-Masri (1986) para a obtenção do modelo final consiste em modelar, para este elemento de expansão as quantidades de trabalho (dW) e o calor rejeitado para as paredes e para o ar de resfriamento. Uma vez que este estejam modelados o autor integra as equações obtidas da condição de admissão dos gases (T_{3} , p_{3}) até o ponto onde a temperatura dos gases iguala-se ao limite de temperatura imposto pelo material T_m .

Desta forma obtêm-se a Eq. (11) para a fração de ar de resfriamento, Eq. (12) para o trabalho gerado no processo de expansão resfriada, Eq. (13) para a pressão no final do processo de expansão resfriada e Eq. (14) para entropia no final do mesmo processo. As variáveis que aparecem nestas equações e seus valores são mostrados na Tabela 1 e as funções ψ_{I} , ψ_{2} , ψ_{3} são mostradas nas equações (15), (16) e (17) respectivamente. As variáveis e funções que aparecem nestas equações são descritas no artigo de El-Masri (1986).

$$\frac{\dot{m}_{2r}}{\dot{m}_1} = 1 - \exp(\sigma \beta \psi_1 - \sigma \psi_2)$$
⁽¹¹⁾

$$\frac{W}{m_{1}c_{-}T_{1}} = \frac{m_{3}}{m_{1}}(\tau - \alpha) + (\alpha - \beta)$$
(12)

$$\frac{p_3}{p^*} = \left(\frac{\tau}{\beta}\right)^{c_p/R} \exp\left(-\frac{c_p}{R}(s_3 - s^*)\right)$$
(13)

$$(s_3 - s^*) = [Y\sigma\beta - \sigma(\beta + \alpha) - nI]\psi_1 + \sigma(1 - Y)\psi_2 + [\alpha\sigma\beta - I(\beta - n\beta - \alpha)]\psi_3$$
(14)

Tabela 1. Descrição de variáveis do modelo de El-Masri

Variável	Descrição	Valor
α	Temperatura adimensional do ar de resfriamento - relativo a T_1	-
β	Temperatura adimensional máxima do material - relativo a T_1	4.0
τ	Temperatura adimensional de admissão do gases - relativo a T_1	-
σ	Constante de proporcionalidade entre fluxos de calor e trabalho	0.15
p*	Pressão no final da expansão resfriada	-
s*	Entropia no final da expansão resfriada	-
Y	Fator de perda da pressão de estagnação	0.2
n	Constante para redução do número de Staton	0.25
Ι	Ineficiência da Turbina	-
B,C,M,Ø	Funções definidas por El-Masri (1986)	-

$$\psi_{1}(\tau) = \frac{2}{M} \left[\arctan\left(\frac{2\sigma\tau + B}{M}\right) - \arctan\left(\frac{2\sigma\beta + B}{M}\right) \right]$$
(15)

$$\psi_{2}(\tau) = \frac{1}{2\sigma} \left[\ln \left(\frac{\phi(\tau)}{\phi(\beta)} \right) - B \psi_{1} \right]$$

$$= \frac{1}{2\sigma} \left[\left[\left(\frac{\sigma}{\sigma} \right) - 1 \right] \left[\frac{\phi(\tau)}{\sigma(\beta)} \right] - B \psi_{1} \right]$$

$$(16)$$

$$= \frac{1}{2\sigma} \left[\left[\left(\frac{\sigma}{\sigma} \right) - 1 \right] \left[\frac{\phi(\tau)}{\sigma(\beta)} \right] - B \psi_{1} \right]$$

$$\psi_{3}(\tau) = \frac{1}{C} \left[\ln \left(\frac{\tau}{\beta} \right) + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\phi(\tau)}{\phi(\beta)} \right] - \frac{B}{2} \psi_{1} \right]$$
(17)

Como este modelo é válido até o ponto onde a temperatura dos gases iguala-se à temperatura máxima permitida aos materiais T_m , a simulação da turbina é feita em duas etapas. Na primeira expande-se os gases usando o modelo de El-Masri de T_3 a T_m e após isto usa-se o modelo de expansão adiabática de T_m a T_4 . O trabalho total é a soma do trabalho gerado em cada etapa.

3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No processo de avaliação dos modelos supracitados montou-se uma base com informações sobre 23 turbinas a gás, colhidas nas referências Southall&McQuiggan (1996), Product Guide (1987a) e Product Guide (1987b).

As informações da base de dados, para cada turbina, são: vazão de ar(m_1), razão de pressões (r_{cp}), temperatura na entrada da turbina (T_3), temperatura de descarga dos gases (T_4) e potência livre no eixo (W_{lv}). Além disto considerou-se o combustível de todas as turbinas como sendo gás metano, admitido a $T_5 = 25$ °C e $p_5 = 30$ atm. As condições de admissão do ar são $T_1 = 25$ °C e $p_1 = 1.0$ atm e a pressão de descarga das turbinas $p_4 = 1.0$ atm. Em todos os

casos considerou-se uma queda de pressão de 5% no combustor e uma perda de 3% do calor liberado neste componente. Nos processos com turbina resfriada assumiu-se $T_m = 1200$ K.

3.1 Modelos de Resfriamento

A Fig.4 ilustra os valores obtidos para a eficiência politrópica do compressor e da turbina para o modelo sem resfriamento. Nota-se que para os valores mais baixos de r_{cp} ($r_{cp} < 12$) ambos os componentes apresentam valores adequados para a eficiência, na faixa de 93 a 81% para turbina e 83% a 76% para o compressor.



Figura 4. Eficiência politrópica para compressor e turbina modelo sem resfriamento

A medida que r_{cp} cresce, entretanto, nota-se que a eficiência do compressor cai e a da turbina cresce, atingindo valores incoerentes; para o caso de mais alta razão de pressões temos η_{tb} =0.99, o que não é aceitável. Esta fato indica a clara necessidade de simulação da resfriamento das pás da turbina.

A Fig.5 mostra a eficiência politrópica para os mesmos sistemas, mas utilizando-se os modelos com resfriamento. Nesta condição as incoerências obtidas no modelo sem resfriamento deixam de existir. Note que os valores de η_{tb} mantêm-se na faixa de 0.8 a 0.93 e para η_{cp} na faixa de 0.84 a 0.77, um indicativo de que os modelos de resfriamento são necessários e adequados. Observa-se também que o modelo El-Masri e o modelo K&W apresentam resultados muito semelhantes, apesar de conceitualmente diferentes.

Entretanto deve-se notar que Cohen *et al* (1996) sugere o valor de 87.8% para a eficiência politrópica dos compressores e 85% para a turbina. Estes valores, sugeridos por Cohen *et al* (1996), representam a média dos valores classicamente usados na literatura. Assim, considerando-se os valores propostos por Cohen *et al* (1996), os modelos avaliados tendem a superestimar a eficiência das turbinas e subestimar a eficiência dos compressores.



Figura 5 –Eficiência politrópica para compressor e turbina modelos com resfriamento

O valor da fração de resfriamento como uma função de T_3 , é mostrada na Fig.6. Os valores mantêm-se na faixa de 0 a 15%, sendo este último valor coerente com os sugeridos por Cohen *et al* (1996) para turbinas modernas.



Figura 6 - Frações de ar para resfriamento

Também na Fig.6, observa-se que para temperaturas mais baixas o modelo K&W gera frações maiores que o modelo El-Masri, uma tendência que inverte-se para temperaturas maiores que 1350 K.

A tabela 2 mostra o valor da eficiência global para três das turbinas avaliadas. Nota-se que os três modelos avaliados fornecerem valores semelhantes para a eficiência global, ou seja, uma análise global do sistema não evidência a necessidade de simulação do resfriamento nas turbinas.

Sistema		W-501G		GT110			MS7001f			
		El-Masri	K&W	não-resf	El-Masri	K&W	não-resf	El-Masri	K&W	não-resf
Eficiência global	(%)	37.51	37.42	37.78	33.05	32.12	33.49	33.03	32.93	33.45

Tabela 2 – Eficiência	global	dos	sistemas
-----------------------	--------	-----	----------

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostraram, claramente, a necessidade da simulação dos resfriamento em turbinas modernas. Os valores obtidos, no modelo sem resfriamento, para a eficiência politrópica das turbinas da ordem de 99% evidenciam este fato.

Os modelos de resfriamento avaliados geraram resultados satisfatórios e semelhantes, apesar da diferença conceitual existente. Isto é evidenciado pela proximidade entre os valores gerados para a fração de resfriamento, Fig.6, e para a eficiências politrópicas, Fig.5.

Uma ressalva, entretanto, deve ser feita para o valor obtido para a eficiência politrópica de turbinas e compressores. Os valores obtidos, para os modelos K&W e El-Masri, quando confrontados com os valores sugeridos por Cohen *et al* (1996), indicam que os modelos ainda necessitam de ajustes.

Além disto os resultados obtidos indicam que a escolha do modelo, com ou sem resfriamento, não interfere nos resultados globais do sistema, notadamente, a eficiência global.

5. BIBLIOGRAFIA

- Bejan, A.; Tsatsaronis, G.; Moran, M., 1996, "Design of Thermal Systems", John Wiley & Sons, INC. New York, Estados Unidos
- Cohen,H.; Rogers, GFC.; Saravanamutto, HIH., 1996, "Gas Turbine Theory", Addison Wesley Longman Limited London Englad
- El-Masri, M. A., 1986, "On Thermodynamics fo Gas Turbines Cycles: Part 2 A Model for Expansion in Cooled Turbines", Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, vol. 108 pp. 151-159
- Korakianitis, T.; Wilson, D.G., 1994, "Models for Predicting the performace of Brayton Cycle Engines", Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, vol. 116 pp. 381-388
- Product Guide: Gas Turbines 1987a Modern Power Systems May 1987 pp 41-47
- Product Guide: Gas Turbines Large industrial units part 1- 1987b Modern Power Systems April 1987 pp 49-57
- Southall, L. ; McQuiggan, G.,1996, "New 200 MW class 501G Combustion Turbine", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 118 pp. 572-577

ANÁLISE DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA DA REGIÃO BIFÁSICA DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS METÁLICAS

Maurício Metz

Marcus V.A. Bianchi

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Engenharia Mecânica, Grupo de Estudos Térmicos e Enérgéticos - GESTE, Cx. P. 17819 – 90035-972 – Porto Alegre, RS, Brasil. E-mail: mauricio_metz@yahoo.com e bianchi@mecanica.ufrgs.br

Resumo

Durante a solidificação de misturas binárias, a interface sólido-líquido não é plana na maior parte das aplicações, formando uma região bifásica entre a região líquida e o material solidificado. A condutividade térmica efetiva da região bifásica, que é um parâmetro do modelo, é calculada a partir de uma média ponderada das condutividades térmicas das fases que a constituem. Embora diversos modelos possam ser utilizados, o mais comum é calcular a condutividade térmica através de um modelo de resistências em paralelo. Neste trabalho são calculados os valores para a condutividade térmica efetiva da região bifásica durante a solidificação de ligas metálicas, no intuito de criticar e orientar a escolha de um modelo mais apropriado para a simulação numérica do fenômeno. Para isto os modelos de condutividade de resistências em série e em paralelo são utilizados, buscando avaliar as diferenças entre os valores encontrados. Foram escolhidas ligas de Al-Cu, Cu-Sn e Pb-Sn, com diversas concentrações iniciais. A partir dos resultados, é possível avaliar a importância da escolha do modelo de condutividade para a simulação de problemas relacionados à solidificação na metalurgia.

Palavras-chave: Transferência de Calor, Solidificação de Ligas Binárias, Condutividade Térmica.

1. INTRODUÇÃO

A solidificação de ligas metálicas é um fenômeno muito importante nos processos de fabricação. A metalurgia, fundição, lingotamento contínuo, soldagem e recobrimento metálico de superfícies são processos para os quais a solidificação controla as características finais do produto.

A modelagem dos processos de transporte durante a solidificação de misturas binárias é uma tarefa complexa. A discontinuidade que aparece da liberação de calor latente na interface, as fronteiras móveis, e o fato de que a localização destas interfaces não é conhecida a priori causam sérias dificuldades quando se pretende dar um tratamento numérico ao problema de solidificação de misturas binárias. Recentemente, um artigo escrito por Prescott e Incropera (1996) apresenta uma boa compilação da literatura em modelos matemáticos da solidificação de misturas binárias na presença de convecção. A existência de uma região bifásica, denominada *mushy region*, cria um problema adicional para a compreensão e a

modelagem dos processos de transporte durante a solidificação de uma liga binária. Em primordialmente geralmente instabilidade morfológica causada metais, há por superresfriamento constitucional na frente de solidificação, dando origem a uma interface dendrítica, que é de fato a região bifásica. A presença da região bifásica é diretamente associada a defeitos, tais como macrosegregação, freckles, porosidade gasosa, vazios causados pela contração, e outros. Além disto, defeitos mecânicos e segregação (heterogeneidades de soluto) formados durante o processo de solidificação geralmente não podem ser removidos por nenhum tratamento posterior (Ohno, 1987).

Os processos de transporte que acontecem na região bifásica são de grande importância no crescimento da fase sólida, pois eles regulam a transferência de calor entre o líquido e a superfície fria. Considerando-se processos controlados somente por condução, a condutividade térmica efetiva torna-se um parâmetro importante na simulação do processo.

No presente trabalho, foram escolhidas ligas metálicas comuns e concentrações (C) inseridas numa faixa que apresenta como matriz (fase α) da solução sólida apenas um elemento. No caso de uma liga com diagrama de fases polifásico, desprezaram-se diferentes formas alotrópicas, presentes para concentrações intermediárias, devido à utilização da condutividade térmica do metal puro como condutividade da solução no estado sólido. Desta forma serão mostradas apenas faixas de concentração para as primeiras fases à esquerda e à direita de seu diagrama de fases. Calcularam-se as faixas de valores das condutividades térmicas calculadas a partir dos dois modelos escolhidos, baseados no diagrama de fases das diferentes ligas.

1.1 Modelos Matemáticos

Em estudos de solidificação de ligas, a condutividade térmica efetiva da região bifásica foi calculada com o modelo em paralelo (Prescott e Incropera, 1996). O uso deste modelo assume que os cristais são celulares orientados na direção do fluxo de calor. Os valores mínimo e máximo para a condutividade térmica efetiva de meios bifásicos correspondem aos modelos de resistências em série e de resistências em paralelo, respectivamente (Brailsford e Major, 1964). O valor mínimo da condutividade térmica efetiva é calculado pelo modelo de resistências em série como

$$k_{ser} = \left(\frac{f_{liq}}{k_{liq}} + \frac{f_{sol}}{k_{sol}}\right)^{-1}$$
(1)

A condutividade térmica efetiva máxima é determinada pelo modelo de resistências em paralelo através de :

$$\mathbf{k}_{\text{par}} = \mathbf{f}_{\text{liq}} \mathbf{k}_{\text{liq}} + \mathbf{f}_{\text{sol}} \mathbf{k}_{\text{sol}} \qquad \dots \tag{2}$$

sendo f_{liq} a fração de líquido e f_{sol} a fração de sólido. Para crescimento celular, o modelo de resistências em paralelo deve levar a resultados excelentes, se os cristais crescerem alinhados com o fluxo de calor. O modelo em série, por outro lado, é de pouca importância prática, uma vez que requer que os cristais da fase α e o líquido alternem na região bifásica, o que é fisicamente impossível. No entanto, ele prevê o valor mínimo para a condutividade térmica.

Note que se a região bifásica é caracterizada por um crescimento dendrítico, levando-se em consideração a anisotropia e a morfologia dos cristais, o valor da condutividade térmica efetiva deve ocorrer entre os dois modelos (Bianchi e Viskanta, 1999). Portanto se a diferença entre os dois modelos que limitam a condutividade da região é considerável, torna-se importante um maior cuidado na escolha de um modelo adequado para simular o processo de solidificação.

1.2 Propriedades

As propriedades dos metais puros no ponto de fusão foram obtidas a partir da literatura e são mostradas na Tabela 1.

Metal	Al	Cu	Sn	Pb
k _{liq} (W/m.K)	0,095 ^b	0,166 ^a	0,0326 ^c	0,0154 ^b
k _{sol} (W/m.K)	0,21 ^a	$0,244^{a}$	0,059 ^c	0,0297 ^b

Tabela 1. Propriedades de metais puros no ponto de fusão

^a Kurz e Fischer (1989), ^b Brandes, Brook e Smithells(1991), ^cAmerican Society for Metals (1962).

As condutividades das fases sólidas apresentadas são mantidas constantes para todas as concentrações devido à constatação de pequenos desvios nos valores de condutividade da solução sólida em função da concentração. Para as fases líquidas é feita uma média ponderada a partir da concentração dada por:

$$k_{eq} = Ck_{sl} + (1 - C)k_{liq}$$
(3)

onde k_{eq} é a condutividade térmica equivalente da solução líquida, e k_{sl} é a condutividade térmica do soluto líquido na temperatura de fusão. A partir do diagrama de fases referente a cada liga conclui-se que a concentração da fase líquida varia durante o processo de solidificação. Esta variação de concentração ocasiona desvios na condutividade da fase que serão desprezados no presente trabalho devido a sua insignificância.

2. RESULTADOS

Dois parâmetros servem como base para os resultados adquiridos: o erro relativo na escolha do modelo (E) e a diferença absoluta entre os modelos (D). A partir da subtração das equações (1) e (2), é calculada a diferença absoluta entre os dois modelos. O erro relativo na escolha do modelo a ser usado é dado por

$$E = \frac{k_{par} - k_{ser}}{k_{par}}$$
(4)

(1)

Note que a fração de líquido em que ocorre a máxima diferença absoluta (D_{max}) entre os dois modelos é diferente da fração de líquido na qual ocorre a máxima diferença relativa (E_{max}). Calculando a derivada do erro relativo em relação à fração de líquido e igualando esta a zero é obtido o valor máximo para o erro e a fração volumétrica em que este ocorre. Este procedimento retornou um valor fixo de 0,5. A fração de líquido em que ocorre a máxima diferença absoluta (D_{max}) entre os dois modelos é diferente da fração de líquido na qual ocorre a máxima diferença relativa (E_{max}). Calculando a derivada do erro relativo em relação à fração de líquido seta a zero e a fração de líquido em que ocorre a máxima diferença absoluta (D_{max}) entre os dois modelos é diferente da fração de líquido na qual ocorre a máxima diferença relativa (E_{max}). Calculando a derivada do erro relativo em relação `a fração de líquido e igualando esta a zero, o valor máximo para o erro pode ser

obtido e a fração volumétrica em que este ocorre. Este procedimento retornou um valor fixo de 0,5.

No entanto, a expressão da derivada da diferença absoluta em relação à fração de líquido, igualada a zero, retorna um valor de máximo que ocorre a uma fração de líquido diferente para cada liga e concentração inicial, dada por

$$f_{liq} = \frac{\sqrt{k_{liq}k_{sol}} - k_{liq}}{k_{sol} - k_{liq}}$$
(5)

Deve-se salientar que, para misturas eutéticas, a reação eutética acontece para uma fração de líquido fixa para cada concentração inicial da mistura (Van Wlack, 1973). Esta fração de líquido é determinada pelo diagrama de fases da liga, usando-se a regra da balança para a concentração inicial e projetando-a na temperatura eutética. Quando a reação eutética acontece, todo o líquido na concentração eutética precipita, concluindo assim o processo de solidificação. Para as ligas em que a reação eutética ocorre, a fração de líquido na qual ela acontece é apresentada como f_{eut} nas tabelas. Neste caso é possível que a máxima diferença calculada entre os modelos ocorra numa fração de líquido inatingível, uma vez que a fração de líquido será indicada em negrito nas tabelas.

		Ligas de Cu-Sn				
C(%peso)	k _{iq}	k _{sol}	$D_{max} 10^3$	f _{liq}	f _{eut}	E _{max} (%)
1	0,1647	0,244	7,767	0,451		3,801
2	0,1633	0,244	8,075	0,450		3,965
6	0,158	0,244	9,307	0,446		4,630
8	0,1553	0,244	9,976	0,444		4,997
10	0,1527	0,244	10,649	0,442		5,369
14	0,1473	0,244	12,131	0,437	0,04	6,200
19	0,1407	0,244	13,997	0,432	0,48	7,278
20	0,1393	0,244	13,503	0,430	0,57	7,305
23	0,1353	0,244	7,393	0,427	0,83	4,794

2. 1 Ligas de Cu-Sn (1 a 20% em peso)

Tabela 2. Resultados para uma liga de Cu-Sn.

O diagrama de fases para Cu-Sn determina uma reação eutética a uma concentração de 25% em peso, na temperatura eutética. No entanto, apenas em ligas hipoeutéticas (ricas em Estanho) de concentração superior a 13,5% a reação ocorre a esta temperatura. Para a faixa de concentração de 0 até 13,5% em peso de estanho, a reação eutética ocorre após a solidificação, portanto para concentrações inseridas neta faixa não se encontram valores de f_{eut}. Para Cu-Sn de 19% e a 23%, a reação eutética ocorre durante a solidificação invalidando o valor de fração de líquido para a máxima diferença (f_{liq}) dado na Tabela 2, que fisicamente não ocorre (Figura 2). Os resultados apresentados demonstram um aumento da diferença à medida em que a concentração cresce. Isto ocorre sempre que a condutividade da fase líquida do soluto puro, neste caso estanho, é menor que a condutividade da matriz, cobre.

É interessante notar que para esta liga o valor da máxima diferença absoluta ocorre em uma concentração de 19%, enquanto o máximo erro relativo ocorre a 20%. A Figura 1 demonstra o comportamento do erro relativo da condutividade térmica em função da fração de líquido para uma liga de Cu-Sn a 20%.



Figura 1. Erro relativo entre as condutividades térmicas efetivas calculadas através dos dois modelos para uma liga de Cu-Sn a 20% em peso.

2.2 Ligas de Cu-Al (1 a 8% em peso)

	Ligas de Cu-Al					
C(%peso)	k _{liq}	k _{sol}	$D_{max} 10^3$	f _{liq}	f _{eut}	E _{max} (%)
1	0.16529	0.244	7.640	0.451		3.665
2	0.16458	0.244	7.793	0.451		3.743
6	0.16174	0.244	8.426	0.449		4.069
8	0.16032	0.244	8.754	0.448		4.239

Tabela 3. Resultados para uma liga Cu-Al

Devido à complexidade do diagrama polifásico referente à liga, foi escolhida uma faixa reduzida de concentrações não chegando ao primeiro eutético, no intuito de evitar diferentes formas alotrópicas, que dificultariam a obtenção de propriedades termofísicas. Esta opção por ligas de baixa concentração ocasiona a ausência da reação eutética. Os resultados demonstram uma pequena diferença relativa nos valores de condutividade .

Na Figura 2 é apresentado um gráfico para uma liga contendo 8% em peso de Alumínio, na qual ocorrem a máxima diferença absoluta e erro relativo para esta faixa de concentrações, $8,75.10^{-3}$ W/m.K e 4,239%, respectivamente.

Nota-se na Figura 2 que a condutividade em paralelo atinge a máxima diferença a uma fração de líquido de aproximadamente 0,45, sendo neste ponto $8,75.10^{-3}$ W/m.K maior que a calculada pelo modelo em série.



Figura 2. Diferença absoluta entre as condutividades térmicas calculadas para os dois modelos para uma liga de Cu-Al a 8%.

	Ligas de Al-Cu					
C(%peso)	k _{liq}	k _{sol}	$D_{max} 10^3$	f _{liq}	f _{eut}	E _{max} (%)
1	0.0957	0.21	22.278	0.403		14.575
2	0.0964	0.21	22.047	0.404		14.390
6	0.0993	0.21	21.148	0.406	0.013	13.676
8	0.1007	0.21	20.711	0.408	0.086	13.333
10	0.1021	0.21	20.284	0.409	0.159	12.998
14	0.1049	0.21	19.454	0.411	0.305	12.354
16	0.1064	0.21	17.458	0.416	0.378	11.037
20	0.1092	0.21	16.333	0.419	0.525	10.234

2.3 Ligas de Al-Cu (1-20%em peso)

Tabela 4. Resultados para uma liga de Al-Cu

Neste caso é notada uma extensa faixa de concentração, de 5,65 a 33%, na qual a reação eutética ocorre durante a solidificação. O valor máximo de erro é considerável e inversamente proporcional a concentração da liga sendo máximo a concentração de 1%. Devido a ocorrência de uma reação eutética durante a solidificação a uma concentração de 5,65%, a coluna referente a fração de líquido na reação aparece preenchida em vários casos, representando a ocorrência da reação durante a solidificação. A Figura 3 demonstra, para uma liga de concentração inicial de 20%, a reação eutética ocorrendo a uma fração de líquido correspondente a 0,521 e o máximo erro absoluto neste exato valor. O valor para a diferença entre os modelos cresce à medida que aumenta a fração de sólido até sua total transformação

em um eutético durante a solidificação. Este evento anula os valores para o máximo erro relativo e máxima diferença absoluta calculados pelas fórmulas.



Figura 3. Condutividades térmicas adimensionais calculadas usando os dois modelos para uma liga de Al-Cu a 20%.

Neste caso, pode-se constatar que o máximo valor para o erro relativo entre as condutividades térmicas calculadas não ocorre em uma fração de líquido de 0,5, mas anteriormente, a 0,57, devido à reação eutética.

2.4 Ligas de Pb-Sn (1 a 50% em peso)

	Ligas de Pb-Sn					
C(%peso)	k _{liq}	k _{sol}	$D_{max} 10^3$	f _{liq}	f _{eut}	E _{max} (%)
1	0.0297	0.0297	0.000	0.500		0.024
10	0.0300	0.0297	0.001	0.501		2.360
15	0.0301	0.0297	0.002	0.502		5.285
30	0.0306	0.0297	0.006	0.504	0.253	20.838
40	0.0309	0.0297	0.011	0.505	0.487	36.693
50	0.0312	0.0297	0.014	0.506	0.721	45.716

Tabela 5. Resultados para uma liga Pb-Sn

Para esta liga, devido às pequenas diferenças entre as condutividades das fases, resultam valores pequenos de erro para todas concentrações (Tabela 5). As ligas relativas a Chumbo e Estanho caracterizam-se por um diagrama bifásico, que facilita o estudo destas, possibilitando o cálculo de valores para todas as concentrações iniciais de interesse. Não serão apresentadas figuras para estas ligas em função da obviedade dos resultados apresentados.

2.5 Ligas de Sn-Pb (1 a 30% em peso)

Os resultados apresentados na Tabela 6 reproduzem os valores reduzidos dos parâmetros de desvio da condutividade condutividade térmica efetiva característicos da liga.

	Ligas de Sn-Pb					
C(%peso)	k _{liq}	k _{sol}	$D_{max} 10^3$	f _{liq}	f _{eut}	$E_{max}(\%)$
1	0.0326	0.0326	0.000	0.500		0.0000
10	0.0323	0.0326	0.001	0.499	0.211	0.0020
15	0.0322	0.0326	0.001	0.498	0.351	0.0045
30	0.0317	0.0326	0.004	0.497	0.772	0.0130

Tabela 6. Resultados para uma liga Sn-Pb

2.6 Conclusão

Após a obtenção de resultados para ligas metálicas comuns notam-se valores consideráveis para o erro máximo na escolha do modelo em ligas como Al-Cu, destacando a necessidade de uma maior atenção na modelagem das equações de conservação, além do estudo da morfologia e espessura da região bifásica. Destacam-se também os erros inferiores a 1% para ligas de Pb-Sn. Para Cu-Al, também ocorrem pequenas diferenças em várias concentrações, que tornam desnecessária a escolha de um modelo diferenciado para a condutividade da região bifásica.

A hipótese de condutividade térmica constante em para a fase sólida é válida apenas para pequenos valores de concentração dando aos resultados em ligas de concentração alta, caráter apenas ilustrativo. Numa análise posterior torna-se necessário conhecer a influência destes desvios nos resultados da simulação do fenômeno através de métodos numéricos, assim como determinar qual dos parâmetros calculados, erro relativo e diferença absoluta, influem de forma mais significativa nos resultados da simulação.

2.7 Agradecimentos

M. V. A. Bianchi agradece o apoio recebido pelo CNPq – Conselho de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – através da bolsa de produtividade em pesquisa para realizar estudos nesta área. Os dois autores agradecem o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Rio Grande do Sul através da concessão de bolsa de iniciação científica, processo número 98/50803.9.

3. REFERÊNCIAS

- American Society for Metals, 1969, "Metals Handbook", 8ªedição.
- Bianchi, M. V. A. e Viskanta, R., 1995, "Thermal Conductivity of the Mushy Zone and the Completely Solidified Region during the Solidification of a Binary Alloy," Proceedings of the 1995 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, San Francisco, November 1995 Transport Phenomena in Manufacturing and Materials Processing, HTD. Vol.317-2, pp. 323-331.
- Bianchi, M. V. A. e Viskanta, R., 1999, "Effective Thermal Conductivity of the Mushy Region during Solidification of Aqueous Solutions of Ammonium Chloride", Proceedings

of the 1999 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Vol. HTD-364-2, pp. 255-264

- Brailsford, A. D. e Major, K. G., 1964. "The thermal conductivity of aggregates of several phases, including porous materials", British Journal of Applied Physics. 15 : 313-319.
- Brandes, E. A., Brook, G. B. Smithells, 1991, "Metals Reference Book", 7ª edição.
- Kurz, W. e Fischer, D.J.,1989, "Fundamentals of Solidification", 3^a edição, Trans Tech Publications,Switzerland.
- Ohno, A., 1987, "Solidification", Springer-Verlag, Berlin.
- Prescott, P. J. e Incropera, F. P., 1996, "Convection Heat and Mass Transfer in Alloy Solidification," em D. Poulikakos (ed.), Advances in Heat Transfer, Academic Press, San Diego, California, pp. 231-338.
- Van Vlack, Lawrence Hall, 1973, "Princípios de Ciências dos Materiais", 1ªedição, Ed. Edgard Blücher, São Paulo, Brasil.

ESTUDO DA TRANSMISSÃO DE CALOR RADIANTE E CONVECTIVO EM CILINDROS CONCÊNTRICOS PELOS MÉTODOS DE MONTE CARLO E RESÍDUOS PONDERADOS.

Carlos Alberto de Almeida Vilela

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP Faculdade de Engenharia Mecânica - FEM Departamento de Energia - DE Campinas - SP - Brasil Caixa Postal 6122 CEP 13083-970 Marcelo Cunha da Silva

Resumo

Aplicando os métodos de Monte Carlo e resíduos ponderados, são calculados os fluxos de calor radiante e convectivo em cavidade formada por cilindros concêntricos, de comprimento finito, considerando a superfície interna negra e a superfície externa como cinza, com temperaturas constantes. As propriedades da superfície externa são consideradas as da liga Al-Cu. No problema, é considerado ainda o escoamento de fluido não participante em regime laminar desenvolvido por toda cavidade. São apresentados como resultados do estudo, a distribuição da temperatura do fluido e o calor trocado por convecção ao longo da cavidade, o fluxo de calor radiante trocado entre as superfícies, e o comprimento da cavidade necessário para que seja atingido o regime térmico completamente desenvolvido, e a distribuição do número de Nusselt para vários números de Reynolds e diferenças de temperatura entre as superfícies.

Palavras-chave: Radiação, Convecção, Resíduos Ponderados

1. INTRODUÇÃO

De interesse à diversas aplicações práticas, tem-se feito o estudo do escoamento em inúmeras configurações envolvendo ou não a transferência de calor ao fluído, e em alguns casos sendo de relevância a parte radiativa da transferência de calor. A complexidade de análise de cada caso, se dá de acordo com as condições de contorno envolvidas, sendo necessário ou não o acoplamento das equações envolvidas e são também desconsideradas as espessuras das paredes.

Neste estudo em particular, é considerado o escoamento de fluido em um tubo anular concêntrico, com temperaturas das paredes internas e externas mantidas constantes e diferentes e fluido não participante na troca de calor radiante. Com estas condições, pode-se tratar o problema como dois casos em separado. Primeiro envolvendo a parte radiativa da troca de calor entre as superfícies e segundo a parte convectiva entre as superfícies e o fluido. Para o tratamento das equações envolventes, foram aplicados os métodos de Monte Carlo para radiação, e um método analítico aproximado baseado em resíduos ponderados, para convecção.

Como resultado de toda análise, são apresentados gráficos e tabelas do desenvolvimento térmico ao longo do tubo, número de Nusselt desenvolvido, comprimento de tudo necessário para desenvolvimento térmico, e calor radiante trocado, para várias configurações de raio (R*), número de Reynolds e temperaturas.



Figura 1. esquema do sistema

2. MODELO MATEMÁTICO

O problema é um caso onde ocorre a transferência de calor pela radiação e convecção de forma desacoplada, já que as temperaturas das superfícies são mantidas constantes.

2.1 Energia emitida pelas superfícies

Como apresentado por Goldstein Jr(1988), tem-se as relações para radiação das energia emitidas pelas superfícies $1, \phi_1$ e pela superfície $2, \phi_2$.

$\phi_1 = \varepsilon_{\Omega 1} \mathbf{E}_{b1} A_1$	(1)
$\varepsilon_{\Omega 1} = 1$ (superfície negra)	(2)
$\mathbf{E}_{b1} = \boldsymbol{\sigma} T_1^4$	(3)
$A_1 = 2\pi r_1 L$	(4)
$\phi_2 = \varepsilon_{\Omega 2} \mathbf{E}_{b2} \mathbf{A}_2$	(5)
$E_{12} = \sigma T_2^4$	

$$A_{2}^{b_{2}} = 2\pi r_{2}L$$

A emitância da superfície 2 pode ser obtida pela seguinte relação:

$$\varepsilon_{\Omega 2} = \frac{E_2}{E_{b2}} = \frac{\int_{\Omega} i_2 \cos(\beta_2) dw}{i \pi_2}$$
 a qual pode ser rescrita como :
$$\varepsilon_{\Omega 2} = 2 \int_{\Omega}^{\pi/2} \varepsilon_2 \cos(\beta_2) \sin(\beta_2) d\beta_2$$
 (6)

A integração desta equação pode ser feita a partir das relações que descrevem os valores de ε_2 em função de β obtida na figura (2).



Figura 2. Variação direcional de ε_2 para liga de Alumínio-Bronze

Para
$$0 \le \beta \le 30^\circ \to \varepsilon_2 = 0.26$$
 (7)

$$30^{\circ} \langle \beta \leq 80^{\circ} \to \varepsilon_2 = 0.26 + 0.1 \left(\frac{\beta}{0.85141} - 0.61498 \right)^2$$
 (8)

$$80^{\circ} \langle \beta \leq 88^{\circ} \to \varepsilon_2 = 0.365 - 0.1 \left(\frac{\beta}{0.23111} - 6.04152 \right)^2 \tag{9}$$

$$88^{\circ} \langle \beta \le 90^{\circ} \to \varepsilon_2 = 14.76011 - 9.39658\beta \tag{10}$$

A partir das aproximações feitas, tem-se que:

 $\varepsilon_{\Omega 2} = 0.28304$

2.2 Cálculo do número de pacotes emitidos pelas superfícies N1, e N2.

O método de Monte Carlo é baseado na totalização de pacotes de energia trocados pelas superfícies, daí tem-se a definição da energia contida em cada pacote:

$$\phi = \frac{\phi_1 + \phi_2}{N}$$
Superfície 1: $N_1 = \frac{\phi_1}{\phi_2} N$
Superfície 2: $N_2 = \frac{\phi_2}{\phi} N$
 N - número total de pacotes
$$(11)$$

2.3 Acompanhamento dos pacotes emitidos pela superfície 2

O acompanhamento de cada pacote de energia é o que determina o quanto de energia é trocada pelas superfícies. Este procedimento é detalhado por Henriquez *et al*(1996). Tem-se que a cada um dos pacotes de energia emitidos pela superfície 2, pode caber uma das possibilidades a seguir:

- a) O pacote é absorvido pela superfície negra.
- b) O pacote é absorvido pela própria superfície emissora 2.
- c) O pacote é refletido especularmente pela própria superfície emissora.

d) O pacote é refletido difusamente pela própria superfície emissora 2.

2.4 Acompanhamento dos pacotes emitidos pela superfície 1

A cada um dos pacotes emitidos pela superfície 1, pode ocorrer uma das seguintes possibilidades.

- a) O pacote é absorvido na superfície 2.
- b) O pacote é refletido especularmente.
- c) O pacote é refletido difusamente.
- d) O pacote sai para o ambiente.

2.5 Cálculo das taxas de transferência de calor radiante Q_1 e Q_2 :

Os pacotes emitidos pelas superfícies 1 e 2 são acompanhados até serem absorvidos ou emitidos para fora da cavidade. Faz-se então o balanço dos pacotes que são absorvidos na superfície 1, N'_1 , e os pacotes que são absorvidos na superfície 2, N'_2 . Tem-se então que:

$$Q_1 = \phi (N_1 - N_1')(a)$$
 $Q_2 = \phi (N_2 - N_2')(b)$ $Q_1 + Q_2 + Q_\rho = 0(c)$ (12)

onde Q_{ρ} é o calor perdido para o ambiente.

2.6 Transferência de calor convectiva.

Para o tratamento da equação da energia, que determinará a distribuição de temperatura no interior do tubo, são consideradas algumas hipóteses apresentadas a seguir:

- •O problema é tratado em regime permanente de escoamento
- •Densidade do fluido constante
- •Dissipação viscosa desprezível
- •Condução axial desprezível
- $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$, para todas as variáveis

Com estas considerações, a equação da energia em coordenadas cilíndricas, pode ser escrita como da forma:

$$\frac{v_z}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad \text{onde} \tag{13}$$
$$\alpha = \frac{\kappa}{\rho C_p} \tag{14}$$

As condições de contorno aplicadas ao problema são:

$$T_{(z,r1)} = T_1$$
 $T_{(z,r2)} = T_2$ $T_{(0,r)} = T_e$

Definindo os grupos adimensionais como:

$$\theta = \frac{(T_1 - T)}{(T_1 - T_2)} \quad (a) \qquad R = \frac{(r_1 - r)}{(r_1 - r_2)} (b) \qquad Z = \left(\frac{z}{(r_2 - r_1) \operatorname{Re} \operatorname{Pr}}\right) (c) \tag{15}$$

Re- número de Reynolds Pr- número de Prandt

Então a equação adimensionalizada fica:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\alpha \operatorname{Re} \operatorname{Pr}}{v((r_2 - r_1)R + r_1)} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\alpha \operatorname{Re} \operatorname{Pr}}{v(r_2 - r_1)} \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2}$$
(16)

e as condições de contorno ficam:

$$\theta_{(0,Z)} = 0$$
 $\theta_{(1,Z)} = 1$ $\theta_{(R,0)} = \theta_e$

Uma solução aproximada para a equação da energia, utilizando o método dos resíduos ponderados, é proposta da forma, onde uma função de aproximação é dada por:

$$\hat{\theta}_{(Z,R)} = R + \sum_{i=1}^{n} C_i R^{i+1} \text{ onde } C_i = f(Z)$$
 (17)

Considerando uma aproximação de ordem 3, n=2;

$$\hat{\theta}_{(Z,R)} = R + C_1 R^2 + C_2 R^3 \tag{18}$$

Em Z=0, tem-se a condição de contorno de temperatura média de entrada:

$$T_e = 27^{\circ}C \qquad \theta_e = -0.4$$

$$\hat{\theta}_{(Z,0)} = 0$$
 $\hat{\theta}_{(Z,1)} = 1 = 1 + C_1 + C_2$

portanto $C_1 = -C_2$

Logo a função (18) fica :

$$\hat{\theta}_{(Z,R)} = R + C_1 \left(R^2 - R^3 \right)$$
(19)

Para a avaliação da temperatura média, é usada a expressão abaixo:

$$\theta_m = \frac{\sum_{i=1}^n \theta_i}{n}$$
 onde: *n*: número de pontos no intervalo

É adotado um perfil de temperatura em Z=0, tal que a temperatura média seja $\theta_m = \theta_e = -0.4$. Um perfil é dado utilizando (19), portanto:

$$\theta_{(0,R)} = R + C_1 \left(R^2 - R^3 \right)$$
(20)

Utilizando o conceito de temperatura média no intervalo $0 \le R \le 1$, com n=100: $C_{1(0)} = -11$ Então a função (20) fica:

$$\hat{\theta}_{(0,R)} = R - 11 \left(R^2 - R^3 \right) \tag{21}$$

que satisfaz as condições de contorno aplicadas em (16).

Pelo método da colocação, tem-se que o mínimo ${\bf R}$ seja dado por :

R=(equação diferencial)

A equação diferencial no ponto de colocação usando a aproximação dada por (18) seja nula.

De (18)

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial R} = 1 + C_1 (2R - 3R^2) \qquad \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial R^2} = C_1 (2 - 6R) \qquad \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial Z} = C_1' (R^2 - R^3)$$

Substituindo em (16), fica:

$$\mathbf{R} = -C_{1}' \Big(R_{c}^{2} - R_{c}^{3} \Big) + \frac{\alpha \operatorname{Re} \operatorname{Pr} \Big[1 + C_{1} \Big(2R_{c} - 3R_{c}^{2} \Big) \Big]}{\nu \Big[(r_{2} - r_{1})R_{c} + r_{1} \Big]} + \frac{\alpha \operatorname{Re} \operatorname{Pr} C_{1} \Big(2 - 6R_{c} \Big)}{\nu \big(r_{2} - r_{1} \big)} = 0$$
(22)

onde R_c é o ponto de colocação.

A equação (22) pode ser escrita como :

$$\mathbf{R} = AC_1' + BC_1 + D = 0 \qquad \rightarrow \qquad C_1' + \frac{B}{A}C_1 = -\frac{D}{A}$$
(23)

A solução de (23), é dada por Kreyseg(1993):

$$C_{1(Z)} = e^{-h} \left[\int e^{h} \left(\frac{-D}{A} \right) dZ + K_1 \right]$$
 onde: $h = \int \frac{B}{A} dz$

Tem-se que:

$$h = \frac{B}{A}Z$$

$$C_{1(Z)} = e^{\frac{-B}{A}Z} \left[\int e^{\frac{B}{A}Z} \left(\frac{-D}{A} \right) dZ + K_1 \right]$$

$$C_{1(Z)} = \frac{-D}{B} + K_1 e^{\frac{-B}{A}Z}$$
Mas para Z=0, $C_{1(Z)} = -11$
Então (24):
$$(24)$$

$$K_{1} = \left(-11 + \frac{D}{B}\right)$$

$$C_{1(Z)} = \frac{-D}{B} + \left(-11 + \frac{D}{B}\right)e^{\frac{-B}{A}Z}$$
(25)

que substituindo em (18), tem-se a equação que é a solução aproximada de (22), para distribuição de temperatura:

$$\hat{\theta}_{(Z,R)} = R - \frac{D}{B} \left(R^2 - R^3 \right) + \left(-11 + \frac{D}{B} \right) e^{\frac{-B}{A} Z} \left(R^2 - R^3 \right)$$
(26)

Os resultados obtidos pelo método aproximado, foram comparados com a solução apresentada por Kays *et al*(1985) para o caso de temperaturas constantes e diferentes das superfícies cilíndricas concêntricas com escoamento no regime laminar.

As equações para o problema são:

$$Q_{1}'' = \frac{h}{D_{h}} \Big[\Big(T_{1} - T_{e} \Big) \Phi_{ii} + \Big(T_{2} - T_{e} \Big) \Phi_{io} \Big] \qquad [w/m2]$$
(27)

$$Q_{2}'' = \frac{k}{D_{h}} \Big[\big(T_{1} - T_{e} \big) \Phi_{oi} + \big(T_{2} - T_{e} \big) \Phi_{oo} \Big] \qquad [w/m2]$$
(28)

$$T_{s} - T_{e} = (T_{1} - T_{e})\Phi_{bi} + (T_{2} - T_{e})\Phi_{bo}$$
 [K] (29)

onde:

Q''-fluxo de calor convectivo trocado pela superfície 1 ou 2 com o fluido.

- k- condutividade térmica do fluido.
- D_h -diâmetro hidráulico.
- Φ -função dada por Kays *et al*(1985).

3. RESULTADOS OBTIDOS

Os gráficos seguintes, foram obtidos para três casos estudados com as condições de contorno seguintes:

Tabela 1. Condições de teste

	$T_1[K]$	$T_2[K]$	$T_{e}[K]$
Caso 1	500	1000	300
Caso 2	500	500	300
Caso 3	1000	500	300

Tabela 2. Relação de raios

R*	r_1	\mathbf{r}_2	D_h
0,5	0,1	0,2	0,2
0,25	0,1	0,4	0,6
0,1	0,1	1,0	1,8



Figura 3. Troca de calor radiativo: (a) caso1, (b) caso 2, (c) caso 3

	Caso 1		Caso 2		Caso 3		
	Kays Resíduos		Kays	Resíduos	Kays	Resíduos	
		ponderados		ponderados		ponderados	
R*=0.1	873.5	853.8	500	500	626.5	646.2	
R*=0.25	834.5	814.3	500	500	665.5	685.7	
R*=0.5	795.0	780.0	500	500	705.0	720.0	

Tabela 3. Temperatura desenvolvida

Tabela 4. Nusselt desenvolvido	
--------------------------------	--

	CASO 1		CASO 2		CASO 3	
	Nui	Nu _e	Nui	Nu _e	Nui	Nu _e
R*=0.1	10.46-	3.09+	0	0	10.46+	3.09-
R*=0.25	6.47-	3.26+	0	0	6.47+	3.26-
R*=0.5	4.89-	3.51+	0	0	4.89+	3.51-

O sinal ao lado do valor de Nu, significa que a superfície está cedendo calor (+) ou recebendo calor(-).

4. CONCLUSÃO

Os resultados apresentados demostram que o método dos resíduos ponderados aplicado a este problema proporcionou uma boa aproximação do perfil de temperatura desenvolvida na cavidade. Nos gráficos relativos a troca de calor radiativo pode-se observar que a partir de aproximadamente 5000 pacotes utilizados para o cálculo da troca de calor, o valor desta se estabiliza, demonstrando que a quantidade de pacotes utilizada é importante para se obter um resultado mais confiável. Observa-se também que com a variação das temperaturas de superfície, há uma inversão na troca de calor radiativo. A diferença entre as curvas de razão de raio deve-se principalmente as áreas de troca, e para os casos estudados as perdas de energia para o ambiente são muito pequenas, isto é mostrado pela simetria das curvas de mesma razão de raio.

5. REFERÊNCIAS

- Henriquez, J. R.; Rodriguez, R. J.; Mohamed, M.; Goldstein Jr, L..; "Modelo de Troca de Calor Radiante entre Duas Superfícies Cilíndricas Concêntricas pelo Método de Monte Carlo", VI ENCIT / VI LATCYM, Florianópolis SC Brasil, Novembro 1996.
- Kays, W. M.; Perkins, H. C.; "Handbook of Heat Transfer: Fundamentals", Second Edition, New York, Mc Graw Hill, 1985.
- Goldstein Jr, Leonardo; "Elementos de Radiação Térmica", Universidade Estadual de Campinas DETF, Apostila, 1988.
- Kreyseg, E.; "Advanced Engineering Mathematics", John Wiley & Sons, 1993.



Figura 5. Influência do teor de Al dissolvido no aço na formação da inclusão Al_2O_3 a 1530 °C.

Figura 6. Influência do teor de Ca dissolvido no aço na formação da inclusão CaO a 1530 °C.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e à FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio fornecido ao longo deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carvalho, J. L. R. & Martins, T. B.; "Formação e Remoção de Micro Inclusões", Companhia Siderúrgica do Vale do Aço, M.G., Acesita - Aços Especiais Itabira, pp. 1 – 63, 1980.
- Castellan, G. W. Físico-Química. Tradução de Luiz Carlos Guimarães. LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. Volume-1. Rio de Janeiro Brasil, 489p, 1984.
- Castro, L. F. A.; Sampaio, R. S.; Tavares, R. P.; "Termodinâmica Metalúrgica" Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais / Departamento de Engenharia Metalúrgica, Belo Horizonte, Julho de 1986;
- Cavallante, F., L.; Lúcio, A. Físico-Química Metalúrgica. ABM Associação Brasileira de Metais, 228p, 1987.
- Carvalho, J. L. R.; Assis, P. S.; Camilo, R. D.; Figueira, R. M.; Campos, V. F.; "Dados Termodinâmicos para Metalurgistas", Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais / Departamento de Engenharia Metalúrgica, Belo Horizonte, 1977.
- Chiaverini, V.; "Aços e Ferros Fundidos", Publicação ABM, 6^a Edição, São Paulo, 1988.
- Cheung, N.; "Interação entre uma Base de Conhecimento e um Modelo Matemático de Solidificação na Análise da Qualidade no Lingotamento Contínuo de Aços", Dissertação de Mestrado, UNICAMP/FEM/DEMA, 1999.
- Costa Neto, J.; "Otimização do Fluxo de Aço no Distribuidor do Lingotamento Contínuo", Tese de Doutorado, UNICAMP/FEM/DEMA, 1997.
- Penna, E.; "Identificação de Inclusões Não Metálicas em Aços ao Carbono", Metalurgia ABM, vol. 32, Nº 224, pp. 445-450, jul. 1976.

A partir das equações de energia livre (4, 7, 10, 13, 16 e 19) foi constatado que, para a faixa de temperaturas adotada, somente as inclusões de Al_2O_3 e CaO foram termodinamicamente viáveis de serem formadas.

As Figuras (3 e 4) mostram, respectivamente, a quantidade das inclusões de Al_2O_3 e de CaO formadas em função da temperatura média do aço líquido no molde.



Figura 3. Influência da temperatura média no molde na formação da inclusão Al_2O_3 .

Figura 4. Influência da temperatura média no molde na formação da inclusão CaO.

Na Figura (3) observa-se que a quantidade de alumina formada reduz sensivelmente com o aumento da temperatura média do molde, enquanto que a inclusão de óxido de cálcio (Figura 4) permanece praticamente inalterada. Com relação aos parâmetros operacionais do molde refrigerado, a diminuição de sua taxa de extração de calor resulta em temperaturas mais elevadas do aço líquido e com isso reduz a quantidade de alumina formada.

Deve-se ressaltar que nem todos os moldes das máquinas de lingotamento contínuo possuem acoplado o agitador eletromagnético e, portanto, a hipótese de temperatura média no molde não é apropriada de ser utilizada. Para que a formulação termodinâmica seja aplicada adequadamente, é necessário o auxílio de um modelo matemático de solidificação do lingote [Cheung (1999)] para proporcionar o mapeamento térmico na poça líquida.

Outra forma de se controlar o nível de inclusões é ajustar a composição química do aço. As Figuras (5 e 6) ilustram a variação do teor de inclusões em função da concentração em peso do soluto que participa da reação química, em uma dada temperatura média no molde (1530 °C).

Os gráficos das Figuras (5 e 6) revelam que, à medida que o teor de soluto diminui (Al ou Ca) a quantidade de inclusões também decresce. Para altas concentrações de soluto, nota-se que o nível de inclusões tende a se estabilizar indicando que todo o oxigênio disponível no aço irá reagir e não haverá mais formação de inclusões. A estabilização do nível de alumina ocorre de forma mais lenta do que a de óxido de cálcio, pois de acordo com a equação de reação química da alumina tem-se que para cada dois moles de alumínio necessitam-se de três de oxigênio, enquanto que para o óxido de cálcio a relação é de um mol de cálcio para um de oxigênio.

CONCLUSÃO

Por meio da análise da variação de Energia Livre das reações de formação de inclusões não metálicas, é possível prever e quantificar as inclusões que são formadas em função da temperatura e da composição química do aço constituindo-se numa ferramenta útil na melhoria da qualidade do aço produzido.

- os óxidos e sulfetos formados são puros e que não ocorre interação com os outros elementos contidos no aço, a não ser aqueles característicos da própria reação de formação da inclusão;
- não ocorre enriquecimento da concentração dos solutos dissolvidos na fase líquida ou defronte à interface sólido/líquido durante a etapa de solidificação do aço líquido, devido à presença de agitadores eletromagnéticos na máquina de lingotamento contínuo, é possível calcular a variação da energia livre das reações químicas de formação das inclusões nãometálicas e verificar aquelas que apresentam maior ordem preferencial de ocorrência.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES DA APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES TERMODINÂMICAS DE FORMAÇÃO DE INCLUSÕES NÃO-METÁLICAS NO PROCESSO DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO DE AÇOS

Para este estudo foi considerado um aço SAE 1015, desoxidado ao alumínio, apresentando composição química conforme a Tabela (1) e um teor final de oxigênio dissolvido no banho de 45 ppm (~0,0045 %).

Tabela 1. Composição química do aço SAE 1015 desoxidado ao alumínio

%Ca	%Al	%Mn	%S	%Si	%C	%P	%N2
0,0083	0,047	0,340	0,009	0,062	0,145	0,010	0,0036

A determinação da quantidade de inclusões formadas é obtida realizando-se as seguintes etapas, conforme mostra o fluxograma da Figura 2.





Baseado nas temperaturas do aço no molde utilizadas na indústria siderúrgica, foi considerada, para efeito de cálculos, uma temperatura média. A consideração de se assumir uma temperatura média no molde é adequada pelo fato do agitador eletromagnético uniformizar a temperatura do aço líquido. Para se analisar a influência da temperatura média sobre a quantidade de inclusões geradas foi considerada uma faixa de temperaturas de 1530 a 1550 °C.

Onde: $\Delta G^{\circ} = -553.513.91 + 206.06 \text{ T}$

E que: a_{SiO2} é a atividade raoultiana do SiO₂ que é igual a 1 (puro); h_{Si} é a atividade henriana do Si que é igual a % Si; e h_0 'é a atividade henriana do O que é igual a % °

Logo, a equação para estimar o valor da energia livre da reação química de formação do óxido (SiO₂) fica da seguinte maneira:

$$\Delta G = -553.513.91 + T \{206.06 + 8.3145 \times \ln \left[1 / (\% \text{Si} \cdot \% \text{O}^2)\right]\}$$
(10)

4) $\underline{Ca} + \underline{S} = CaS_{(S)}$

Sabe-se que: $\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q = \Delta G^{\circ} + RT \ln [a_{CaS} / (h_{Ca} \cdot h_S)]$ (11)

Onde:
$$\Delta G^{\circ} = -375.848,72 + 30,33 \text{ T}$$
 (12)

E que: a_{CaS} é a atividade raoultiana do CaS que é igual a 1 (puro); h_{Ca} é a atividade henriana do Ca que é igual a % Ca; e $h_{\underline{S}}$ é a atividade henriana do S que é igual a % S.

Logo, a equação para estimar o valor da energia livre da reação química de formação do sulfeto (CaS) fica da seguinte maneira:

$$\Delta G = -375.848,72 + T \left\{ 30,33 + 8,3145 \times \ln \left[1 / (\% Ca \cdot \% S) \right] \right\}$$
(13)

5) $\underline{Mn} + \underline{S} = MnS_{(S)}$

Sabe-se que:
$$\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q = \Delta G^{\circ} + RT \ln [a_{MnS} / (h_{Mn} \cdot h_S)]$$
 (14)

Onde:
$$\Delta G^{\circ} = -172.238,54 + 101,13 \text{ T}$$
 (15)

E que: a_{MnS} é a atividade raoultiana do MnS que é igual a 1 (puro); h_{Mn} é a atividade henriana do Mn que é igual a % Mn; e h_S é a atividade henriana do S que é igual a % S

Logo, a equação para estimar o valor da energia livre da reação química de formação do sulfeto (MnS) fica da seguinte maneira:

$$\Delta G = -172.238,54 + T \{ 101,13 + 8,3145 \times \ln [1 / (\% Mn . \% S)]$$
(16)

6) $\underline{Mn} + \underline{O} = MnO_{(S)}$

Sabe-se que:
$$\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q = \Delta G^{\circ} + RT \ln [a_{MnO} / (h_{\underline{Mn}} \cdot h_{\underline{O}})]$$
 (17)

Onde:
$$\Delta G^0 = -285.164,70 + 123,01 \text{ T}$$
 (18)

E que: a_{MnO} é a atividade raoultiana do MnO que é igual a1 (puro); h_{Mn} é a atividade henriana do Mn que é igual a % Mn; e h_0 é a atividade henriana do O que é igual a % O.

Logo, a equação para estimar o valor da energia livre da reação química de formação do óxido (MnO) fica da seguinte maneira:

$$\Delta G = -285.164,70 + T \{123,01 + 8,3145 \times \ln [1 / (\% Mn . \% O)]$$
(19)

Conhecendo a composição química do aço, teor de oxigênio dissolvido no banho, a temperatura e assumindo as seguintes considerações:

 $\Delta G > 0 \implies$ reação química espontânea no sentido inverso (reagentes \leftarrow produtos).

A expressão genérica para o cálculo da variação da energia livre de Gibbs Duhem da reação química de formação de inclusões não-metálicas é dada pela seguinte equação:

$$\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q \tag{1}$$

Onde: ΔG é a variação da energia livre de reação química (J / mol); ΔG° é a variação da energia livre-padrão de reação química, quando todos os componentes estão em seus respectivos estados padrão (J / mol); R é a constante dos gases ideais (~8,3145 J / mol . K); T é a temperatura (K); e Q é a razão entre as atividades dos produtos e reagentes envolvidos na reação química.

Adotando-se para o oxigênio e os elementos químicos dissolvidos no aço o estado-padrão 1% em peso do soluto na solução, e através dos "Dados Termodinâmicos para Metalurgista", Carvalho (1977), pode-se escrever as equações das reações químicas de formação de inclusões não metálicas da seguinte maneira:

1)
$$\underline{Ca} + \underline{O} = CaO_{(S)}$$

Onde: o subscrito (s) indica o estado sólido e o elemento químico sublinhado " __ " indica que se encontra dissolvido no banho.

Sabe-se que:
$$\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q = \Delta G^{\circ} + RT \ln [a_{CaO} / (h_{Ca} \cdot h_{O})]$$
 (2)

Onde:
$$\Delta G^{\circ} = -481.913,12 + 61,34 \text{ T}$$
 (3)

E que: a_{CaO} é a atividade raoultiana do CaO que é igual a 1 (puro); h_{Ca} é a atividade henriana do Ca que é igual a % Ca; e h_{O} é a atividade henriana do O que é igual a % O.

Logo, a equação para estimar o valor da energia livre da reação química de formação do óxido (CaO) fica da seguinte maneira:

$$\Delta G = -481.913,12 + T \{61,34 + 8,3145 \times \ln [1 / (\%Ca.\%O)]\}$$
(4)

2) $2\underline{Al} + 3\underline{O} = Al_2O_{3(S)}$

Sabe-se que:
$$\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q = \Delta G^{\circ} + RT \ln \left[a_{Al2O3} / (h_{Al}^{2} \cdot h_{O}^{3}) \right]$$
 (5)

Onde:
$$\Delta G^{\circ} = -1.210.389,36 + 375,18 \text{ T}$$
 (6)

E que: a_{Al2O3} é a atividade raoultiana do Al_2O_3 que é igual a 1 (puro); h_{Al} é a atividade henriana do Al que é igual a % Al; e h_0 é a atividade henriana do O que é igual a %O.

Logo, a equação para estimar o valor da energia livre da reação química de formação do óxido (Al_2O_3) fica da seguinte maneira:

$$\Delta G = -1.210.389,36 + T \{375,18 + 8,3145 \text{ x } \ln \left[1 / (\% \text{AI}^2 . \% \text{O}^3)\right] \}$$
(7)

3) $\underline{Si} + 2\underline{O} = SiO_{2(S)}$

Sabe-se que:
$$\Delta G = \Delta G^{\circ} + RT \ln Q = \Delta G^{\circ} + RT \ln [a_{SiO2} / h_{Si} \cdot h_{O2}^{-2}]$$
 (8)



Figura 1. Desenho esquemático da máquina de lingotamento contínuo.

O lingotamento contínuo representa um tipo de processo que necessita, ao longo de sua dinâmica, equipamentos controlados que garantam a estabilidade da seqüência ininterrupta de trabalho. Neste ponto atuam os modelos matemáticos que, representados na forma de pacotes de programas, constituem uma ferramenta útil aos engenheiros de usinas siderúrgicas a determinarem condições operacionais ótimas que assegurem a qualidade do produto final pela minimização de defeitos estruturais e inclusões, produzindo um lingote com propriedades mecânicas desejadas. Dentro dos trabalhos constantes na literatura, relacionados com a qualidade, verifica-se uma boa quantidade de publicações que analisam os defeitos estruturais do lingote como trincas, romboidade, porosidades e segregações. Entretanto, com relação à formação de inclusões durante o processo de lingotamento contínuo, a literatura não apresenta um número de estudos com a mesma intensidade.

2 EQUAÇÕES TERMODINÂMICAS DAS REAÇÕES QUÍMICAS DE FORMAÇÃO DE INCLUSÕES NÃO-METÁLICAS

De acordo com [Castro (1986); Cavallante (1987); Castellan (1984); Carvalho (1977)], o estudo termodinâmico das reações químicas permite saber, a qualquer instante ao longo do processo de lingotamento contínuo do aço, se uma dada reação química está ou não no equilíbrio, e ainda, se não está, em qual direção ela tende a ocorrer, ou seja, sob determinadas condições (temperatura e composição química do aço) se uma certa reação química de formação de uma inclusão é ou não viável termodinamicamente.

A análise das reações químicas de formação de óxidos e sulfetos, durante a etapa de lingotamento contínuo, é de grande importância para a indústria siderúrgica, pois conhecendo as condições termodinâmicas do sistema que favorecem a ocorrência de tais reações é possível ajustar a composição química do aço líquido e também parâmetros operacionais da máquina de lingotamento contínuo para minimizar a formação de inclusões indesejáveis.

A variação da energia livre de Gibbs Duhem (ΔG) das reações químicas de formação de inclusões não-metálicas é uma função termodinâmica que pode ser utilizada como um critério de espontaneidade de ocorrência de tais reações, da seguinte maneira:

 $\Delta G < 0 \implies$ reação química espontânea no sentido direto (reagentes \rightarrow produtos);

 $\Delta G = 0 \implies$ equilíbrio termodinâmico entre reagentes e produtos (reagentes \Leftrightarrow produtos);

ou com outros elementos não-metálicos, como o oxigênio e, eventualmente, o nitrogênio, formando as chamadas inclusões não-metálicas.

Conforme Costa Neto (1997), as inclusões não-metálicas se formam durante as operações de fabricação e solidificação do aço. Alguns tipos de inclusões podem alterar grande parte das propriedades do aço e apresentar problemas em um variado número de aplicações do mesmo, sobretudo quando a quantidade, a forma, as dimensões e distribuição das inclusões estão além do que se considera aceitável. Problemas como falhas em operação, trincas e desgastes anormais são freqüentemente causados ou agravados por inclusões não-metálicas, principalmente quando as condições de serviço a que o aço é submetido provocam o aparecimento de esforços cíclicos e alternados (fadiga).

Segundo Penna (1976), as inclusões não-metálicas no aço se originam por processos físico-químicos que ocorrem ao longo das etapas de elaboração e solidificação do aço. As modernas técnicas metalográficas de investigação têm permitido maiores possibilidades para levantar a origem dos diferentes tipos de inclusões presentes no aço sólido.

A determinação das origens e natureza das inclusões não é uma tarefa trivial de se fazer e requer mão-de-obra especializada e equipamentos sofisticados, pois as inclusões possuem origens e natureza amplamente diferentes. Desse modo, as inclusões são normalmente classificadas em dois tipos: endógenas e exógenas. As endógenas, de origem interna, são resultantes de produto de reações químicas que ocorrem durante o período de elaboração e solidificação do aço. As exógenas, de origem externa, são as inclusões resultantes de incorporação mecânica de escórias, refratários e outros materiais com os quais o aço líquido entra em contato.

Portanto, as siderúrgicas devem se preocupar essencialmente em obter um produto isento de inclusões indesejáveis. Para alcançar esse objetivo é necessário investigar e analisar as inclusões presentes nos aços com o objetivo de conhecer e entender as suas origens e as condições para controlar as suas ocorrências.

Devido ao aumento da produtividade, e consequentemente maior economia por tonelada de aço produzido via lingotamento contínuo, o caminho das siderúrgicas nacionais é modernizar suas indústria, seguindo uma tendência mundial de desativar o processo de lingotamento convencional e instalando máquinas de lingotamento contínuo. Desse modo, torna-se de grande importância o estudo e análise de inclusões não-metálicas endógenas formadas ao longo da solidificação do aço via lingotamento contínuo, buscando identificar a origem e controlar a formação de tais inclusões resultando num produto de melhor qualidade.

O processo de lingotamento contínuo pode ser considerado essencialmente como um processo de transferência de calor através do qual o aço líquido é transformado em um produto sólido semi-acabado. O resfriamento ocorre em três etapas seqüenciais: em um molde de cobre refrigerado a água; em conjuntos de chuveiros de água com capacidade variáveis de extração de calor, e ao ar, através da transferência de calor por radiação. A Figura (1) mostra uma representação esquemática do processo.

O lingotamento contínuo representa um tipo de processo que necessita ao longo de sua dinâmica, equipamentos controlados que garantam a estabilidade da sequência ininterrupta de trabalho. Neste ponto atuam os modelos matemáticos que, representados na forma de pacotes de programas, constituem uma ferramenta útil aos engenheiros de usinas siderúrgicas a determinarem condições operacionais ótimas que assegurem a qualidade do produto final pela minimização de defeitos estruturais e inclusões, produzindo um lingote com propriedades mecânicas desejadas. Dentro dos trabalhos constantes na literatura, relacionados com a qualidade, verifica-se uma boa quantidade de publicações que analisam os defeitos estruturais do lingote como trincas, romboidade, porosidades e segregações. Entretanto, com relação à formação de inclusões durante o processo de lingotamento contínuo, a literatura não apresenta um número de estudos com a mesma intensidade.

ANÁLISE TERMODINÂMICA DA FORMAÇÃO DE INCLUSÕES NÃO-METÁLICAS NO LINGOTAMENTO CONTÍNUO DE AÇOS

Marcolino Fernandes Neto Noé Cheung Amauri Garcia

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM, Departamento de Engenharia de Materiais – DEMA, 13083-970, Cidade Universitária, Campinas, SP, Brasil.

Resumo

Os produtos das reações químicas de desoxidação ao longo das etapas de fabricação do aço são denominados de inclusões. Um aço com insuficiente remoção de oxigênio e ou inadequada separação e retirada dos produtos obtidos da desoxidação compromete a qualidade do lingote, pois as inclusões existentes no aço prejudicam suas propriedades mecânicas, de acordo com a quantidade, o tamanho e a composição química das inclusões. O objetivo deste trabalho é analisar as condições termodinâmicas que favorecem as reações químicas de formação das inclusões levando em conta o equilíbrio termodinâmico entre a composição química do aço e das inclusões formadas no processo de lingotamento contínuo. Essa análise permite conhecer melhor a origem e a distribuição das inclusões não-metálicas, fornecendo subsídios para a formulação de ações corretivas que buscam reduzir a ocorrência de tais inclusões e determinar condições termodinâmicas favoráveis para a obtenção de um produto siderúrgico de melhor qualidade.

Palavras chaves: termodinâmica, inclusões, lingotamento contínuo

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a crescente demanda de produtos siderúrgicos de alta qualidade requer cada vez mais a busca de conhecimento e entendimento do processo de fabricação do aço para garantir a melhoria contínua na qualidade do produto final. De acordo com Carvalho & Martins (1980), a obtenção de um aço de boa qualidade depende do controle da composição química do aço líquido e da escória, da temperatura, e dos gases dissolvidos no mesmo como: nitrogênio, hidrogênio e principalmente o teor de oxigênio na etapa final de oxidação. Os produtos obtidos da desoxidação de um aço são denominados de inclusões. Um aço com insuficiente remoção de oxigênio e ou inadequada separação e retirada dos produtos obtidos da desoxidação compromete a qualidade do produto final, pois as inclusões presentes no aço prejudicam suas propriedades mecânicas, de acordo com a quantidade, tamanho, forma e composição química das inclusões.

Segundo Chiaverini (1988), os produtos siderúrgicos, ao serem fabricados, apresentam normalmente, além do carbono como principal elemento de liga, uma série de outros elementos de natureza metálica ou não que são chamados de impurezas, que se originam de reações entre as matérias-primas empregadas ou de outros tipos de reações. As impurezas normais são: fósforo, enxofre, manganês, silício e alumínio. A maior parte delas reage entre si

FUEL POCKET BURNING WITH VARIABLE PROPERTIES

Fernando de Souza Costa

Laboratório Associado de Combustão e Propulsão, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais 12630-000, Cachoeira Paulista, SP, Brazil. E-mail: fernando@yabae.cptec.inpe.br

Abstract

Fuel vapor pockets are formed in several situations, such as leaking of fuel tanks, chemical releases in the atmosphere, pulsed plumes and turbulent flames. A numerical and analytical investigation of fuel pocket burning was made, for different cases: a) a distributed source with variable density and variable diffusivity, b) a distributed source with constant density and c) a point source of fuel with constant density and constant diffusivity. Simplified numerical and analytical solutions were obtained and used to estimate the burning times and the maximum flame expansion of fuel pockets of paraffin hydrocarbons, alcohols and carbon monoxide burning in air. It was observed that distributed sources with variable density and variable diffusivity present the largest burning times while point sources of fuel present the largest values of flame expansion. Paraffin hydrocarbons have increasing values of burning times, with increasing molecular weights. Ethanol presents a larger burning time and a larger flame expansion than methanol, but presents lower values of burning time and a larger flame expansion than iso-octane.

Keywords: fuel, pocket, diffusion, flame, burning

1. INTRODUCTION

Fuel vapor pockets can be formed in a number of situations, such as leaking of fuel tanks, chemical releases in the atmosphere, pulsed plumes and turbulent flames. The problem of fuel pocket burning has been studied by several researchers and there are several solutions available in the literature, basically assuming constant properties. Spalding (1959) analyzed the burning of a point source of fuel to simulate supercritical burning of droplets. Rosner (1966,1967) extended Spalding's analysis by considering the burning of a distributed source of fuel. Johari and Motevalli (1993) studied inclusions of fuel vapor pockets appearing in pulsed plumes. Fendell et al. (1994) considered the diffusive burning of spherical and semispherical fuel gas pockets in spherical vessels. Costa (1998) considered the effects of differential diffusion on unsteady one-dimensional diffusion flames. The burning times, flame expansion and rates of fuel mass consumption of fuel pockets can be strongly affected by exothermicity. Variable density and variable diffusivity effects can cause a significant increase in the rate of fuel consumption, reduction in burning times and larger flame expansion. A simplified numerical model is developed and used to study the effects of variable density, temperature dependent diffusivity, distributed sources and point sources on the evolution of the diffusive burning of fuel pockets. The numerical solution for the burning of fuel pockets with variable properties is compared to the analytical solutions for constant properties for the cases of paraffin hydrocarbons, alcohols and carbon monoxide burning in air.

2. THEORETICAL ANALYSIS

The present theoretical model considers the diffusive burning of a spherical fuel pocket with equal diffusion coefficients, no radiation effects, no convection effects, no thermal diffusion, isobaric flow, and unity Lewis number. The chemical reaction is assumed to occur in a single step with s Kg of oxidizer reacting with 1 Kg of fuel, i.e., $1F + sO \rightarrow (1+s)P$. Consequently, the mass conservation, species conservation and energy conservation equations are given, respectively, by

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (\rho r^2 \mathbf{v})}{\partial r} = 0 \tag{1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial Y_i}{\partial t} + v\frac{\partial Y_i}{\partial r}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho Dr^2\frac{\partial Y_i}{\partial r}\right) + w_i$$
(2)

$$\rho\left(\frac{\partial h}{\partial t} + v\frac{\partial h}{\partial r}\right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho Dr^2 \frac{\partial h}{\partial r}\right) + w_F \Delta H_r$$
(3)

where ρ is the total density, v is the flow velocity, t is the time, r is the position coordinate, Y_i is the mass fraction of the species i, D is the diffusion coefficient, h is the total specific enthalpy, w_i is the generation rate of species i, ΔH_r is the heat of reaction. Figure 1 shows a scheme of a burning fuel pocket, with initial diameter 2a and initial mass fractions of fuel and oxidizer $Y_{F,0}$ and $Y_{0,0}$, respectively.



Figure 1. Scheme of a spherical fuel pocket.

In order to eliminate the reaction terms in equations (2) and (3), the following normalized Schvab-Zel'dovich variables β_i (*i*=*F*,*O*,*P*,*T*) are defined:

$$\beta_{i} = \frac{1 + \phi \frac{Y_{F}}{Y_{F,0}} - \frac{Y_{O}}{Y_{O,0}}}{1 + \phi} = 1 - \frac{\phi}{1 + s} \frac{Y_{P}}{Y_{F,0}} - \frac{Y_{O}}{Y_{O,0}} = \frac{Y_{F}}{Y_{F,0}} + \frac{C_{P}(T - T_{0})}{Y_{F,0}Q}$$
(4)

where $\phi = s Y_{F,0} / Y_{O,0}$ is defined as being an initial equivalence ratio or an initial *F*/*O* ratio of the fuel and oxidizer on the two sides of a diffusion flame, and $Q = -\Delta H_r$ is the heat release. The flame position, assuming fast chemistry, is found by setting $Y_F = Y_0 = 0$ in the above

variables, yielding $\beta_i = 1/(1+\phi) = \beta_f$. Table 1 shows values of *s*, ϕ and β_f for several fuels burning in air and $Y_{F,0} = 1$. Also, the flame temperature T_f is found by setting $Y_F = Y_0 = 0$ in the Shvab-Zel'dovich variable for temperatures in Eq. (4).

After combining equations (2) and (3), the following equation for β_i is obtained:

$$\rho\left(\frac{\partial\beta_i}{\partial t} + v\frac{\partial\beta_i}{\partial r}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho Dr^2\frac{\partial\beta_i}{\partial r}\right)$$
(5)

with initial/boundary conditions

$$\beta_i(|r| < a, t = 0) = 1; \quad \beta_i(|r| > a, t = 0) = 0; \quad \beta_i(|r| \to \infty, \forall t) = 0$$
(6)

The variables β_i correspond to mixture fraction variables, since they are normalized and Equation (5) does not have a source term. Ignition is assumed to occur instantaneously at all points of the fuel-oxidizer interface. Ignition will probably occur in the stoichiometric locus, as showed by Liñán and Crespo (1976). Assuming a fast consumption of the interpenetrated reactants, the flame evolution after ignition will proceed according to the conventional Burke-Schumann solution (1928), as long as the characteristic reaction time is kept significantly less than the characteristic diffusion time during the burning process.

Fuel	β_f	φ	S	$D_o (\mathrm{cm}^2/\mathrm{s})$	$C_P(kJ/Kg/K)$	$T_f(\mathbf{K})$	k
CO	0.2484	2.48	5.710	0.214	1.2829	2580	26.253
CH4	0.0544	17.39	4.000	0.226	3.8504	1015	43.294
C3H8	0.0595	15.81	3.636	0.121	3.5736	1080	43.235
nC4H10	0.0603	15.59	3.586	0.097	3.5323	1090	43.139
nC6H14	0.0611	15.37	3.535	0.079	3.4975	1100	42.984
iC8H18	0.0615	15.25	3.508	0.069	3.4669	1100	42.889
СНЗОН	0.1330	6.52	1.500	0.161	2.7695	1325	25.387
C2H5OH	0.0993	9.07	2.087	0.118	3.0277	1220	30.530

Table 1. Properties of several fuels burning in air ($Y_{F,0} = 1$)

In order to eliminate the convective terms in the governing equations, a material transformation is utilized by defining two new variables, $\tilde{\tau}$ and $\tilde{\eta}$:

$$\tilde{\tau} = t$$
 and $\tilde{\eta} = 3 \int_{0}^{r} \left(\frac{r}{a}\right)^{2} \frac{\rho}{\rho_{0}} dr$. (7)

At t=0, when $\rho = \rho_0$, this choice of variables yields $\tilde{\eta} = a$ for r = a, and $\tilde{\eta} = 0$ for r = 0. Introducing the two new variables into Equations (1) and (5), it follows that

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tilde{t}} + 3\frac{\rho^2}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial \tilde{\eta}} \left(\tilde{v}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right) = 0$$
(8)

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \tilde{t}} = 9D_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{\eta}} \left(\left(\frac{r}{a} \right)^2 \frac{\partial \beta_i}{\partial \tilde{\eta}} \right)$$
(9)

In Eq. (9), it was assumed that $\rho^2 D = \text{constant}$, since $D \sim T^c$, with 1.75 < c < 2.0, and $\rho \sim T^{-1}$, for an isobaric process. D_0 is the diffusion coefficient value at the initial temperature $T_0 = 300$ K and \tilde{v} is the flow velocity in the transformed space. Table 1 shows values of D_0 for several fuels. In terms of the non-dimensional variables $\overline{\eta} = \tilde{\eta}/a$, $\eta = r/a$, $\overline{v} = \tilde{v}a/D_0$ and $\overline{\tau} = \tilde{\tau}D_0/a^2$, the conservation equations (8) and (9) become

$$\frac{\partial}{\partial \overline{\tau}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right) = 3 \frac{\partial}{\partial \overline{\eta}} \left(\overline{v} \eta^2 \right)$$
(10)

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \overline{\tau}} = 9 \frac{\partial}{\partial \overline{\eta}} \left(\eta^4 \frac{\partial \beta_i}{\partial \overline{\eta}} \right)$$
(11)

where the non-dimensional position coordinate in the physical space, η , is related to the nondimensional position coordinate in the transformed space, $\overline{\eta}$, by

$$\eta = \left(\int_{0}^{\overline{\eta}} \frac{T}{T_0} d\overline{\eta}\right)^{1/3}$$
(12)

for the case of diluted reactants or for reactants and products with equal molecular weights. The temperature ratio is obtained from the definitions of the Schvab-Zel'dovich variables:

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{k}{\phi} \left(1 - \beta_i \right) \qquad \left| \overline{\eta} \right| < \left| \overline{\eta}_f \right|$$
(13)

$$\frac{T}{T_0} = 1 + k\beta_i \qquad \left|\overline{\eta}\right| > \left|\overline{\eta}_f\right|$$
(14)

where $|\overline{\eta}_f|$ is the absolute value of the flame position in the transformed space and $k = QY_{F,0}/C_P/T_0$. The flame temperature is given by $T_f = T_0(1 + k\beta_f)$. Values of k, c_p and T_f for several fuels are shown in table 1. The specific heat c_p was calculated at the average temperature $T_{av} = (T_0 + 2T_f)/3$.

Substituting the temperature ratio expressions, given by equations (13,14) into the evolution equation for the mixture fraction, Eq. (11), it follows that

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \overline{\tau}} = \frac{\partial}{\partial \overline{\eta}} \left(\alpha(\overline{\eta}, \overline{\tau}, \beta_i) \frac{\partial \beta_i}{\partial \overline{\eta}} \right)$$
(15)

where

$$\alpha(\eta,\tau,\beta_i) = 9 \left[\left(1 + \frac{k}{\phi} \right) \overline{\eta} - \frac{k}{\phi} \int_0^{\overline{\eta}} \beta_i d\overline{\eta} \right]^{\frac{4}{3}} \qquad \left| \overline{\eta} \right| < \left| \overline{\eta} \right|$$
(16)

$$\alpha(\eta, \tau, \beta_i) = 9 \left[\eta_f^3 + \overline{\eta} - \overline{\eta}_f + k \int_{\overline{\eta}_f}^{\overline{\eta}} \beta_i d\overline{\eta} \right]^{\frac{4}{3}} |\overline{\eta}| > |\overline{\eta}_f|$$
(17)

with initial and boundary conditions

$$\beta_i \left(\left| \overline{\eta} \right| < 1, \overline{\tau} = 0 \right) = 1; \ \beta_i \left(\left| \overline{\eta} \right| > 1, \overline{\tau} = 0 \right) = 0; \ \beta_i \left(\left| \overline{\eta} \right| > 1, \overline{\tau} = 0 \right) = 0; \ \beta_i \left(\left| \overline{\eta} \right| \to \infty, \overline{\tau} > 0 \right) = 0$$
(18)

The flame position in the transformed space, $\overline{\eta}_f$, is located where $\beta_i = 1/(1 + \phi) = \beta_f$. Equation (10) can be integrated with respect to the position coordinate, for a fixed time, yielding an expression for the induced flow velocity, \overline{v} :

$$\overline{\mathbf{v}} = \frac{1}{3\eta^2} \int_0^{\overline{\eta}} \frac{\partial}{\partial \overline{\tau}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right) d\overline{\eta}$$
(19)

A similar expression was obtained by Ramos (1987) for the burning of premixed flames. The flame position in the variable density problem is obtained from Eq. (12):

$$\eta_f = \left(\int_{0}^{\overline{\eta}_f} \frac{\rho_0}{\rho} d\overline{\eta}\right)^{1/3} \cong \left(\int_{0}^{\overline{\eta}_f} \frac{T}{T_0} d\overline{\eta}\right)^{1/3} = \left[\overline{\eta}_f + \frac{k}{\phi} \int_{0}^{\overline{\eta}_f} (1 - \beta_i) d\overline{\eta}\right]^{1/3}$$
(20)

The mass rate of fuel consumption per unit flame area for the variable density diffusive burning, \dot{m}_{FVD} , is given by the expression

$$\dot{m}_{FVD} = \rho D \frac{\partial Y_F}{\partial r} \bigg|_{r_f} = 3 \frac{\rho_0 D_0 Y_{F,0}}{a} \frac{1 + \phi}{\phi} \eta_f^2 \bigg| \frac{\partial \beta_i}{\partial \overline{\eta}} \bigg|_{\overline{\eta} = \overline{\eta}_f}$$
(21)

and, consequently, the ratio of the fuel mass consumption rates per unity flame area for variable density, m_{FVD} , and constant density, m_{FCD} , burning is given by

$$\frac{\dot{m}_{FVD}}{\dot{m}_{FCD}} = 3\eta_f^2 \left(\left| \frac{\partial \beta_i}{\partial \overline{\eta}} \right|_{\overline{\eta} = \overline{\eta}_f} / \left| \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_{\eta = \eta_f} \right)$$
(22)

where Φ is the solution for a constant density fuel pocket.

3. CONSTANT DENSITY FUEL POCKET

The governing equations in terms of mixture fraction, for the burning of a distributed source or spherical fuel pocket with constant density and constant diffusivity is given by

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial \beta_i}{\partial \eta} \right)$$
(23)

where $\tau = tD_0/a^2$ and $\eta = r/a$ are the non-dimensional time and position coordinates in the physical space. The initial and boundary conditions are normalized. Solution for a similar initial-value problem was presented by Carslaw and Jaeger (1959), and by Rosner (1966,1967) for a distributed source of fuel. It can be written as $\beta_i = \Phi(\eta, \tau)$ with the function Φ given by

$$\Phi = \Phi_0 - \left(\sqrt{\tau/\pi}/2\eta\right) \left[\exp\left(-(1-\eta)^2/4\tau\right) - \exp\left(-(1+\eta)^2/4\tau\right) \right]$$
(24)

where $\Phi_0 = \left(erf(1-\eta)/\sqrt{4\tau} + erf(1+\eta)/\sqrt{4\tau} \right)/2$.

The flame position η_f can be found by setting $Y_F = Y_0 = 0$ in the reactant Shvab-Zel'dovich variables defined in Eq. (4), yielding

$$\Phi(\eta_f, \tau) = 1/(1+\phi) = \beta_f$$
(25)

The burning times τ_b are determined by taking the limit $\eta_f \to 0$ in the above expression, resulting in $\Phi(0, \tau_b) = \beta_f$. For a given initial composition, determined by β_f , the value of τ_b is a constant.

Temperature and mass fraction profiles can be found by using the definitions given by Eq. (4), and setting $Y_F = 0$ in the oxidizer side and $Y_O = 0$ in the fuel side, once the flame position is known. The rate of fuel mass consumption per unit flame area is given by

$$\dot{m}_{F} = \rho D \frac{\partial Y_{F}}{\partial r} \bigg|_{r_{f}} = \frac{\rho_{0} D_{0} Y_{F,0}}{a} \frac{1 + \phi}{\phi} \bigg| \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \bigg|_{\eta = \eta_{f}}$$
(26)

and the percentage of residual fuel mass inside the flame zone is obtained from

$$\frac{m_F}{m_{F,0}} = 3 \int_0^{\eta_f} \frac{Y_F}{Y_{F,0}} \eta^2 d\eta = 3 \frac{1+\phi}{\phi} \int_0^{\eta_f} (\Phi - \beta_f) \eta^2 d\eta$$
(27)

3. POINT SOURCE OF FUEL

Spalding (1959) obtained a solution for the diffusive burning of a point source of fuel with constant density. The flame position and burning time are given, respectively, by

$$\frac{r_f}{4Dt} = \ln\left(\frac{M_f}{\rho\beta_f \left(4\pi Dt\right)^{3/2}}\right)$$
(28)

and

$$t_b = \frac{1}{4\pi D} \left(\frac{M_f}{\rho \beta_f}\right)^{2/3}$$
(29)

where M_f is the mass of fuel injected into the system at time t = 0. The maximum flame position is obtained from
$$r_{\rm max} = \frac{3}{2\pi e} \left(\frac{M_f}{\rho\beta}\right)^{2/3}$$

4. **RESULTS**

A comparison of the models presented were made for paraffin hydrocarbons, alcohols and carbon monoxide burning in air. Equation (25) was used to obtain burning times and maximum flame positions for the constant density cases, assuming $D = D_0$. Equations (30) and (31) where used for the cases assuming a point source of fuel, with $D = D_0$. Equations (15) through (18) where numerically integrated, using an explicit finite difference scheme with variable time step, total grid sizes of 400, 500 and 600, with 40, 50 and 60 grid points for the fuel region.

Figure 2 shows the burning times of fuel pockets with variable density (VD), constant density (CD) and a point source of fuel (PS) versus non-dimensional time for unsteady onedimensional diffusion flames with variable density and fast chemistry, for paraffinic fuels, methanol, ethanol and carbon monoxide reacting with air. Fig. 3 shows the maximum flame expansion for the same fuels.



Figure 2. Burning times of fuel pockets with variable density (VD), constant density (CD) and a point source of fuel (PS).

5. CONCLUSIONS

Simplified analytical and numerical solutions were utilized to investigate the effects of variable density, variable diffusivity, distributed sources and point sources on the diffusive burning of fuel pockets of paraffin hydrocarbons, alcohols and carbon monoxide burning in air. The results obtained show a strong influence of the variable density and of the distributed source effects on the diffusive burning of fuel pockets.

It was observed that distributed sources with variable density and variable diffusivity present the largest burning times while point sources of fuel with constant density and constant diffusivity present the largest values of flame expansion.

Paraffin hydrocarbons have increasing values of burning times, with increasing molecular weights. Ethanol presents a larger burning time and a larger flame expansion than methanol,

but presents lower values of burning time and larger flame expansion than iso-octane. Carbon monoxide is most significantly influenced by variable density and variable diffusivity effects on burning times, due to its low specific heat and higher flame temperature. Exothermicity induces a flow field that presents a rapid decay after ignition and increases the maximum flame expansion compared to a distributed source of fuel with constant density. Flame expansion increases the time required to the reactants diffuse to the flame zone, decreasing fuel consumption. Other effects, such as lower densities due to exothermicity, flame area stretching, stretching of reactant profiles and diffusivity variations strongly affect fuel mass consumption.



Figure 3. Maximum flame positions of fuel pockets with variable density (VD), constant density (CD) and a point source of fuel (PS).

ACKNOWLEDGEMENTS This work was supported by FAPESP and CNPq.

REFERENCES

- 1. Burke, S.P., Schumann, T.E.W., Ind.and Eng. Chem., V20/ No. 10 (1928).
- 2. Carslaw, H.S., Jaeger, J.C., Heat Conduction in Solids, Oxford, (1959).
- 3. Costa, F.S., Intern. Comm. Heat and Mass Transfer, V25, No.2, (1998).
- 4. Fendell, F.E., Bush, W.B., Mitchel, J.A., Fink IV, S.F., *Comb. and Flame*, Vol. 98: 180-196 (1994).
- 5. Johari, H., Motevalli, V., Combust. Sci. and Tech., V94: 229-244 (1993).
- 6. Liñán, A., Crespo, A., Combust. Sci. and Tech., V14: 95-117 (1976).
- 7. Ramos, J.I., Annual Rev. Numer. Fluid Mechan., V.1:150-243. Ed. T.C.Chawla (1987).
- 8. Rosner, D.E., Aerochem. Res. Lab. Report TP-128, Princeton, New Jersey (1966).
- 9. Rosner, D.E., AIAA J., V5/No1: 163-165 (1967).
- 10. Spalding, D.B., ARS J., Vol. 29: 828-835 (1959).

ESTUDO DA CAPACIDADE PORTANTE DE VIGAS METÁLICAS ISOLADAS A ALTAS TEMPERATURAS GERADAS POR INCÊNDIO

Luiz Pinheiro da Guia

Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Estruturas, Belo Horizonte, MG. E-mail: guia@dees.ufmg.br

Nelson Szilard Galgoul

Universidade Federal Fluminense, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Niterói, RJ, Brasil. E-mail: guia@civil.uff.br

Resumo

As principais vantagens de se construir utilizando o aço são a rapidez da obra, estruturas mais leves etc. Comparado com outros materiais utilizados na construção, o aço tem um alto coeficiente de condutibilidade térmica, ocasionando perda de resistência e rigidez da estrutura como um todo quando submetido a altas temperaturas. Esta é uma grande desvantagem na hora de se fazer a escolha do aço como material que será empregado na construção. Na maioria dos países que utilizam aço em suas construções essa desvantagem é compensada por técnicas construtivas avançadas, intensa pesquisa e grande investimento em sistemas de proteção, feito pelas empresas da construção civil e siderúrgicas. No Brasil, esta tecnologia tem sido importada, sendo aos poucos nacionalizada.

Palavras-chave: Estrutura metálica, incêndio, temperatura, viga e aço.

1. INTRODUÇÃO

O incêndio de um edifício pode ser entendido como a combustão descontrolada dos materiais que o constituem e daqueles contidos em seu interior atingindo e pondo em risco vidas e bens.

Para a elaboração do projeto de um edifício seguro, o incêndio deve ser encarado como um fenômeno passível de ocorrer durante a vida útil do mesmo. Sendo assim, a quantificação das solicitações atuantes durante o incêndio, bem como sua consideração na elaboração do projeto, devem ser tratadas com a mesma preocupação relativa ao dimensionamento de uma forma em geral.

A fim de solucionar esta questão e muitas outras, a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) instalou oficialmente, em 21 de junho de 1996, a Comissão de Estudo CB-24:301.06 (Proteção contra incêndios de estruturas) que começou a elaborar uma Norma Regulamentadora sob aspecto da proteção contra a ação do fogo de estruturas de edifícios em geral.

A expectativa em torno da norma em elaboração é no sentido de que esta venha coibir os abusos de segurança dos Corpos de Bombeiros estaduais, decorrentes de sua ignorância em relação à real capacidade de resistência de uma estrutura metálica submetida a altas temperaturas, ao mesmo tempo em que proverá metodologia prática permitindo que a resistência supra citada passe a ser demonstrada a nível de projeto.

2. PROPRIEDADES FÍSICAS DO AÇO

As propriedades do aço de interesse ao problema são: o limite de escoamento, a resistência última, a tração módulo de elasticidade, o coeficiente de expansão térmica, a densidade, o calor específico e a condutividade térmica. Com exceção da densidade, todas as outras propriedades são influenciadas pela temperatura. Incêndios afetam estruturas de aço de duas formas básicas: modificando as propriedades termo - físicas do aço, geralmente degenerando grandezas associadas à resistência mecânica; gerando novos esforços, decorrentes da característica que a maioria dos materiais apresenta, de dilatarem-se à medida que sua temperatura aumenta. As expressões matemáticas descritas por Boring,1979, para relacionar o limite de escoamento, módulo de elasticidade e o coeficiente de expansão térmica com a temperatura, são as seguintes:

<u>Limite de escoamento</u> - A equação (1) apresenta a variação da tensão de escoamento (f_y) com a temperatura para o aço USI-FIRE-490, um aço resistente ao fogo fabricado pela USIMINAS. O limite de escoamento é um parâmetro utilizado, muitas vezes, em projeto, para determinar a resistência do material.

$$f_y = f_{y,0} (1 - 0.78\theta - 1.89\theta^4) \text{ para } \theta < 0.63$$
 (1)

Onde:

 $f_y = Tensão de escoamento à temperatura de trabalho, em MPa;$ $f_{y,o} = Tensão de escoamento à temperatura de 20 °C, em MPa;$ $<math>\theta = Temperatura do material , em °C dada por:$

$$\theta = \frac{T - 20}{1000} \tag{2}$$

Onde:

T =Temperatura do aço, em °C.

<u>Módulo de elasticidade</u> - A equação (3) apresenta a variação do módulo de elasticidade (E) com a temperatura, do aço USI-FIRE-490. A deterioração de E com o aumento de temperatura significa que, para um mesmo esforço aplicado, ocorrerão maiores deformações / deslocamentos no elemento para temperaturas mais elevadas.

$$\mathsf{E} = \mathsf{E}_{0} \left(1 - 2,04 \, \mathrm{x} \theta^{2} \right) \, \mathrm{para} \, \theta < 0,63 \tag{3}$$

Onde;

E = Tensão de escoamento à temperatura de trabalho, em MPa;

 E_{o} = Tensão de escoamento à temperatura de 20 °C, em MPa;

 θ = Temperatura do material, em °C dada por;

$$\theta = \frac{T' - 20}{1000} \text{ para } \theta < 0.63 \tag{4}$$

3. O MODELO

Considera-se que o incêndio tem início em um ponto no interior do compartimento, liberando para o meio energia e gases provenientes da combustão. São feitas as seguintes suposições para simplificar o modelo: 1.a combustão é completa e se processa totalmente dentro do compartimento; 2.a temperatura é uniforme dentro do compartimento, e não há variação em qualquer direção; 3.o coeficiente de transferência de calor por condução é único para piso, parede e teto; 4.o fluxo de calor através do contorno do compartimento é unidimensional, a influência dos cantos é ignorada; 5.a fonte de calor é constante. A temperatura resultante do compartimento será resolvida através da solução do balanço de energia, conforme a Figura 1:

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathsf{C}} = \dot{\mathbf{q}}_{\mathsf{L}} + \dot{\mathbf{q}}_{\mathsf{W}} + \dot{\mathbf{q}}_{\mathsf{R}} + \dot{\mathbf{q}}_{\mathsf{B}} \tag{5}$$

Onde:

 \dot{q}_{c} = Taxa de calor produzida devido à combustão;

 $\dot{\mathbf{q}}$ = Taxa de calor perdida devido à troca entre os gases quentes e o meio externo;

 \dot{q}_{W} = Taxa de calor perdida através de parede, piso e teto;

 \dot{q}_{R} = Taxa de calor perdida por radiação através de aberturas;

 \dot{q}_{B} = Taxa de calor armazenada no volume do gás (ignorada).



Figura 1 - Modelo de compartimento com perdas de energia

A descrição dos termos da equação (5) são os seguintes:

 \dot{q}_{c} - O calor gerado devido à combustão dos materiais no interior do compartimento será aqui admitido como constante, desde t = 0 até que o combustível tenha sido consumido. Petterson et al, 1976, adota o critério da ventilação controlada. Assim, a relação de Kawagoe, 1958, pode ser utilizada, ou seja, a taxa de queima está associada ao fator de abertura:

$$\dot{m} = 5,5A_{\rm W}\sqrt{\rm H} \tag{6}$$

Onde:

H = Altura da abertura

No entanto, os incêndios podem ocorrer sob o controle do combustível. Desta forma pode-se estar superestimando a taxa de queima. Nas pesquisas desenvolvidas por Thomas e Heselden, 1972, eles revelaram que esta relação é válida apenas para uma faixa restrita do fator de abertura. A interpretação convencional admite que dentro desta faixa a taxa de queima é controlada pela ventilação através de uma taxa de ar que flui para dentro do compartimento; daí a expressão "ventilação controlada". Aqui serão adotadas como combustível as pilhas de madeira com a seguinte expressão para a taxa de queima:

$$\dot{\mathbf{m}} = \mathbf{0}, \mathbf{12A}_{\mathrm{W}}\sqrt{\mathrm{H}} \tag{7}$$

A expressão para o calor gerado devido à combustão é a seguinte:

$$\dot{q}_{c} = 0,12A_{W}\sqrt{H}.\Delta H_{c}$$
(8)

Onde:

$$\Delta H_{c}$$
 = Calor de combustão do combustível

Nesta pesquisa esta-se considerando a combustão de materiais celulósicos mais precisamente a madeira, assim, o calor de combustão da madeira comum é 12.000 kJ/kg. \dot{q}_{R} - A expressão para o calor perdido por radiação através das aberturas é dado pela Lei de Stefan-Boltzmann;

$$\dot{q}_{R} = A_{W} \varepsilon_{F} \sigma (T_{g}^{4} - T_{0}^{4})$$
⁽⁹⁾

Onde:

$$\begin{split} \dot{\textbf{q}}_{\text{R}} &= \text{Calor perdido por radiação (kW);} \\ A_{\text{W}} &= \text{Área total da aberturas (portas e janelas)(m²);} \\ T_{\text{g}} &= \text{Temperatura do gás dentro do compartimento (°K);} \\ T_{0} &= \text{Temperatura do meio ambiente (externa ao compartimento) (°K);} \\ \sigma &= \text{Constante de Boltzmann;} \end{split}$$

 ϵ_F = Emissividade dos gases dentro do compartimento.

A emissividade resultante, pode ser calculada como:

$$\varepsilon_{\rm F} = 1 - \exp(-Kx_{\rm F})$$

Onde:

 x_F = Altura da chama (m);

K = Coeficiente de emissão (m^{-1}) .

O coeficiente de emissão é obtido conforme a Tabela 1 para vários tipos de madeira. Petterson et all, 1976, utilizam o valor de 1,1 m^{-1} para o coeficiente de emissão. Este coeficiente é um valor empírico e deve ser utilizado com critério.

(10)

Material	$\mathbf{K}(\mathbf{m}^{-1})$	Pesquisador
Poliestireno	1,2	Yuen e Tien, 1977
Madeira	0,8	Hägglund e Persson, 1976
Madeira	1,1	Petterson et all, 1976

Tabela 1 - Coeficiente de emissão K (An Introduction to Fire Dynamics, 1986, p. 75)

Não se dispõe de informação de ensaios para que se possa explicitar valores da altura da chama, mas, observando a Tabela 2. que de acordo com o fator de abertura pode-se calcular a altura da chama adotando o procedimento de Hasemi e Tokunaga, 1984 modificado.

Tabela 2 - Valores da emissividade

Fator de ventilação (m ^{1/2})	Altura da chama, $x_F(\mathbf{m})$	Emissividade, \mathcal{E}_{F}
0,03	0,17	0,1706
0,05	0.20	0,1975
0,06	0,24	0.2320

Como $T_g >> T_0$ a equação (9) pode ser rescrita como:

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathsf{R}} = \mathbf{A}_{\mathsf{W}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathsf{F}} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{T}_{\mathsf{g}}^{4} \tag{11}$$

 $\dot{\boldsymbol{q}}_L$ - A perda de calor por convecção é dada segundo a expressão:

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{L}} = \dot{\mathbf{m}}_{\mathrm{F}} \mathbf{c}_{\mathrm{p}} \left(\mathbf{T}_{\mathrm{g}} - \mathbf{T}_{\mathrm{0}} \right) \tag{12}$$

Onde:

 \dot{m}_{F} = Taxa de gases que saem para o meio externo; c_p = Calor específico a pressão constante do ar.

Ignorando a volatilização de combustível, pode-se assumir que $\dot{m}_{F} \approx \dot{m}_{air}$. Desta forma, de acordo com Brabrauskas e Williamson, 1978, e Prahl e Emmons, 1975 a \dot{m}_{air} pode ser aproximada para:

$$\dot{m}_{air} = 0.52A_W \sqrt{H}$$
(13)

Onde:

 \dot{m}_{air} = Taxa de ar que entra no compartimento.

Assim a equação (12) torna-se:

$$\dot{q}_{L} = 0.52c_{p}\left(T_{g} - T_{0}\right)A_{W}\sqrt{H}$$
(14)

 \dot{q}_{W} - Taxa de calor perdida através de paredes, teto e piso, depende da temperatura do gás dentro do compartimento, da temperatura da superfície interna e da temperatura do meio externo. Neste caso a transferência de calor é predominantemente por condução e precisa ser resolvida numericamente. As paredes, laje e piso são divididos em *n* camadas, sendo cada uma com espessura Δx , conforme a Figura 2 (através de paredes, piso ou laje).



Figura 2 - Condução de calor em regime transiente (An Introduction to Fire Dynamics, 1986 p. 302)

Uma série de equações podem ser escritas para representar cada camada de acordo com o método das diferenças finitas. As equações de diferença finita são resolvidas numericamente para cada passo de tempo, e correspondentes valores de \dot{q}_W são calculados da equação (15).

$$\dot{q}_{W} = \frac{\left(A_{t} - A_{W}\right)\left(T_{g} - T_{i}\right)}{\left(\frac{1}{\gamma_{i}} + \frac{\Delta x}{2k_{1}}\right)}$$
(15)

Onde:

 A_t = Área total do compartimento (incluindo área das aberturas).

Agora que os termos do balanço de energia foram identificados pode-se substituir cada parcela na equação (5) e, desta forma, calcular a temperatura do incêndio em função do tempo. A perfeita escolha dos intervalos de tempo deverá estar de acordo com o critério de transferência de calor unidimensional por condução. Uma vez que os incrementos espaciais (Δx). A equação (17) mostra que o fator M nada mais é do que o inverso do módulo de Fourier.

$$\mathsf{M} = \frac{(\Delta \mathsf{x})^2}{\alpha \Delta \mathsf{t}} \tag{16}$$

$$Fo = \frac{\alpha \Delta t}{\left(\Delta \mathbf{x}\right)^2} \tag{17}$$

O módulo de Fourier compara uma dimensão característica do corpo com a profundidade de penetração dos efeitos térmicos para um dado intervalo de tempo. O incremento de tempo é determinado, e este valor não pode ser alterado sem que seja mudado o valor de Δx ou M. De acordo com Holman, 1983, o fator M para condução unidimensional deve ser maior que 2, caso contrário será gerada uma condição que viola a segunda lei da termodinâmica.

4. CÁLCULO DA TEMPERATURA NO COMPARTIMENTO - TIJOLO

Devido à escassez de informações provenientes de ensaios realizados no Brasil, serão adotados três níveis de taxa de calor. A fim de modelar a composição de paredes tetos e pisos será adotado um tipo de material, tijolo refratário. Apesar de não representar adequadamente o compartimento, os cálculos realizados fornecerão os resultados para que se possa analisar o comportamento do elemento estrutural. O programa recebeu a denominação de CTCPC(Cálculo da temperatura de compartimento para PC's) e foi escrito na linguagem FORTRAN. O compartimento é admitido como composto de tijolo de construção comum de espessura 20 cm, com área interna medindo 45,72 m² e área total das aberturas de 1,08 m² com temperatura inicial do gás no interior do compartimento de 26 °C as taxas de calor admitidas foram as seguintes: árvores de Natal secas com 7 kg - 650 kW; televisores de 40 kg - 290 kW; caixas descartáveis de polietileno - 13 kW. Conforme mostrado na igura Figura 3.



Figura 3 - Comparação dos três exemplos com tijolo comum

Através dos resultados obtidos do programa, pode-se avaliar os níveis de resistência de uma viga quando submetida a estes níveis de temperatura.

4.1. ESTUDO DOS CASOS

Para o primeiro caso será utilizada a formulação sugerida no item 3 para calcular a temperatura do elemento estrutural supondo que este possui a mesma temperatura do gás no

interior do compartimento, combinada com a formulação de Boring para relacionar o limite de escoamento e o módulo de elasticidade com a temperatura,

No <u>segundo caso</u>, será utilizada a curva tempo-temperatura da NBR 5628 para se obter a temperatura desejada, calculando em seguida, com a formulação de Malhotra, a temperatura do elemento estrutural. Finalmente, será utilizada a formulação de Boring para relacionar o limite de escoamento e o módulo de elasticidade com a temperatura,

No <u>terceiro caso</u>, será utilizada a formulação sugerida no item 3 para calcular a temperatura do gás no interior do compartimento. Em seguida, com a formulação de Malhotra, será calculada a temperatura do elemento estrutural. Finalmente, utilizando a formulação de Boring, será feito relacionamento do limite de escoamento e do módulo de elasticidade com a temperatura.

A avaliação será feita por meio de uma viga sujeita a uma carga permanente de 50 kN e uma carga acidental de 170 kN, de aço ASTM A-36, módulo de elasticidade de 201000 MPa e limite de escoamento de 250 MPa, conforme mostramos nas Figura 4 e Figura 5.



Figura 4 - Viga bi-apoiada



Figura 5 - Detalhe da viga

CASO 1 - A temperatura escolhida foi de 554 °C, conforme a Figura 3, o que fornece, com as equações (1) a (3), o módulo de elasticidade de 85.423,12 MPa e o limite de escoamento de 106,24 MPa. Ocorre a diminuição das propriedades mecânicas do aço, conforme mostra a Tabela 3.

Propriedades à temperatura ambiente, Mpa		Propriedades à temperatura de 274 °C, MPa		Percentual de redução	
f_y	Е,	f_y	Е,	fy	Е,
250	201000	106	85.423	57,60%	57,50%

Tabela 3 - Diminuição das propriedades mecânicas

De acordo com o procedimento adotado pela NBR 8800, o elemento suporta o carregamento a temperatura ambiente, mas quando se calcula o mesmo elemento submetido a nova temperatura, observa-se que ocorre falha por flambagem lateral com torção. Há uma diminuição significativa dos níveis de resistência, conforme mostra a Tabela 4.

Ta	abela 4 - Resistência de cálculo	
	Resistência de cálculo,	
	kN.cm	

Temperatura de

554 °C

Percentual de

redução

Temperatura

ambiente

	235.865,35	95.133,92	59,66%	
				-
CASO 2	- O tempo do caso 1 f	oi de 300 segundos, assim, a	a temperatura, conform	ne a NBR
5628, é c	le 607 °C, o que nos for	nece, com as equações (1) a	(3), o módulo de elasti	cidade de
62804,75	5 MPa e o limite de esco	amento de 78,11 MPa. Ocorr	e a diminuição das pro	priedades
mecânica	as do aco, conforme mos	stra a Tabela 5.		

Tabela 5 - Diminuição das propriedades mecânicas

Propriedades à temperatura ambiente, MPa		Propriedades à temperatura de 607 °C, MPa		Percentual de redução	
f _y	E,	f_y	E,	fy	Е,
250	201000	78	62804	68,80%	68,75%

De acordo com o procedimento adotado pela NBR 8800, o elemento suporta o carregamento a temperatura ambiente, mas quando se calcula o mesmo elemento submetido a nova temperatura, observa-se que ocorre falha por flambagem lateral com torção. Há uma diminuição significativa dos níveis de resistência, conforme mostra a Tabela 6.

Tabela 6 - Resistência de cálculo

Resistência de cálculo, kN.cm					
Temperatura ambiente	TemperaturaTemperatura dePercentual deambiente607 °Credução				
235.865,35	70006,65	70,31%			

CASO 3 - A temperatura calculada do elemento estrutural foi de 344 °C. Em seguida, será utilizada as equações (1) a (3), o módulo de elasticidade de 145.430,791 MPa e o limite de

escoamento de 180,88 MPa. Ocorre a diminuição das propriedades mecânicas do aço, conforme mostra a Tabela 7.

Propriedades à temperatura ambiente, Mpa		Propriedades à temperatura de 344 °C, segundo Malhotra, MPa		Percentual de redução	
f _y E,		f _v E,		f_v	Е,
250	201000	180 145.430		28.00%	27.64%

Tabela 7 - Diminuição das propriedades mecânicas

De acordo com o procedimento adotado pela NBR 8800, o elemento suporta o carregamento a temperatura ambiente, mas quando se calcula o mesmo elemento submetido a nova temperatura, observa-se que ocorre falha por flambagem lateral com torção. Há uma diminuição significativa dos níveis de resistência, conforme mostra na tabela 8.

Tabela 8 - Resistência de cálculo

Resistência de cálculo,					
	kN.cm				
Temperatura	TemperaturaTemperatura dePercentual de				
ambiente	ambiente 344 °C redução				
235.865,35	161.536,51	31,51%			

Nos três casos calculados observa-se que ocorreu flambagem lateral por torção, o que evidencia a perda da resistência na viga estudada.

Tabela 9 - Comparação em os três casos						
Resistência de cálculo,						
	kN	.cm				
Temperatura	Temperaturacaso 1caso 2caso 3					
Ambiente	Ambiente Temperatura de Temperatura de Temperatura de					
554 °C 607 °C 344 °C						
235.865,35	95.133,92	70006,65	161.536,51			

_

5. CONCLUSÕES

1°. Por ser a carga de incêndio uma característica do tipo de ocupação do edifício, são freqüentes os trabalhos de outros países associadas a esse tipo de ocupação ou atividade a faixas de carga de incêndio, obtidas através de levantamentos realizados em vários edifícios. No Brasil tal informação não existe, e deve vir a ser objeto de pesquisa.

2º. A queima de materiais celulósicos é realizada de forma complexa, pois é uma mistura de polímeros naturais de alto peso molecular, o mais importante é a celulose ≅ 50%, hemicelulose ≅ 25% e lignina ≅ 25%, Modorsk, 1964, daí a importância de um estudo criterioso sobre a taxa de queima de objetos que envolvam a madeira como base principal e além disto o estudo deve levar em consideração a conjugação da madeira com outros materiais onde a taxa de queima não é conhecida no Brasil.

4°. A representação das ligações estruturais é outro assunto de grande relevância para se colocar em pauta nesta discussão. Conexões viga-coluna reais mostraram sofrer significante influência nos períodos de resistência a incêndio. As ligações metálicas sofrem deformações consideráveis a elevadas temperaturas, embora mantenham significante resistência (Planck, 1996). Diante disto, serão necessárias investigações experimentais para avaliar o comportamento de ligações metálicas.

6. REFERÊNCIAS

- ABCEM-ABIPE, Revista Aço na Construção, número 3, janeiro, (1989).
- DRYSDALE, D., An Introduction to Fire Dynamics, John Wiley & Sons Inc, Chichester, (1985).
- HOLMAN, J.P., Heat Transfer, McGraw-Hill, Inc., New York, (1983).
- HOLMAN, J.P., Thermodynamics, McGraw-Hill, Inc., New York, (1980).
- IISI Fire Engineering Design for Steel Structures International Iron and Steel Institute, (1993).
- KAWAGOE, K., SEKINE, T., Estimation of Fire Temperature-Time Curve in Rooms, B.R.I. Occasional Report n °. 11, Building Research Institute, Ministry Of Construction, Tóquio, (1963).
- LIE, T.T., HARMANTY, **Fire Study n °. 28**, National Research Council of Canada, Ottawa, (1972).
- LIE, T.T., STANZAK, W.W., Eng. J. Amer., Inst. Steel Const., 3rd Qtr., (1973).
- MALHOTRA, H. L., Design of Fire-Resisting Structures, Chapman and Hall, (1982).
- NBR 5628, Componentes Construtivos Estruturais Determinação da Resistência ao Fogo, Associação Brasileira de Normas Técnicas, (1980).
- NBR 8800, **Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios**, Associação Brasileira de Normas Técnicas, (1986).
- PETTERSSON, O., MAGNESSON, S., THOR, J., Bulletin 52, Lund Institute of Technology, Lund, (1976).
- SFPE Handbook Fire Protection Engineering, Society of Fire Protection Engineers, (1988).
- SSRC Stability Problems in Designing, Construction and Rehabilitation of Metal Structures 5th International Colloquium on Structural Stability, COPPE/UFRJ, (1996).
- THOMAS. P. H., **The Size of Flames from Natural Fires**, 9 th Int. Combustion Symposium, (1983).
- VAN Wylen, Gordon John, **Fundamentals of Classical Thermodynamics**, John Wiley & Sons Inc, Chichester, (1976).
- VINNAKOTA, S., Calculation of the Fire Resistance of Structural Steel Members, ASCE Spring Meeting, (1978).

THREE-DIMENSIONAL FINITE-ELEMENT MESH GENERATION FOR THE STUDY OF HEAT CONDUCTION IN LONGITUDINALLY-ALIGNED SHORT-FIBER COMPOSITES

Carlos Frederico Matt Manuel Ernani Cruz

Universidade Federal do Rio de Janeiro, EE/COPPE/UFRJ, Departamento de Engenharia Mecânica, 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: <u>manuel@serv.com.ufrj.br</u>

ABSTRACT

Composite materials are being increasingly used in industrial thermal applications in the last decade; the determination of macroscopic thermal properties of composites is thus of fundamental and practical importance. A frequent and important composite microstructure consists of solid short fibers of circular cylindrical shape dispersed in a solid matrix. Due to manufacturing processes characteristics, an important microstructural model for such composites is that of a periodic cell composed of a short circular cylindrical fiber placed at the center of a cube and along one of its horizontal axes. Finite-element approaches to study heat conduction in short-fiber composites, often developed due to their great geometric flexibility, require the generation of appropriate three-dimensional meshes. In this work, we develop and implement a procedure for generating (tetrahedral) finite-element meshes in the periodic cell; such meshes are then evaluated as to their quality.

Keywords: Mesh Generation, Finite Elements, Short-Fiber Composites, Heat Conduction.

1. INTRODUCTION

Composite materials, or simply composites, are characterized by the presence of several phases and/or dissimilar constituents; often, one component is dispersed as fibers or particles in a continuous matrix of another component. Composites can attain a wide range of thermal properties, and are being continually developed for applications in the aerospace, automobile, and electronic packaging industries; the determination of macroscopic thermal properties of composites, in terms of the microstructure and component properties, is thus of fundamental and practical importance (Mirmira & Fletcher, 1999; Ayers & Fletcher, 1998; Furmanski, 1997). As pointed out by Mirmira & Fletcher (1999), flexible approaches to the study of heat conduction in composites, able to accomodate geometric and physical variations relatively easily, are needed in order to obtain more satisfactory comparison between numerical and experimental studies. Recent advances in computing capabilities have enabled increased accuracy and complexity in numerical simulations; in particular, finite-element approaches (Matt, 1999; Cruz, 1998), which offer great geometric flexibility, require the generation of appropriate two- or three-dimensional meshes.

A frequent and important composite microstructure consists of monodisperse solid thermally-conducting short (chopped) fibers of circular cylindrical shape dispersed in a solid matrix (Mirmira & Fletcher, 1999; Furmanski, 1997). The manufacturing processes for such composites include the step of pressing the components together, such that the fibers tend to

align perpendicularly to the applied pressure. As a consequence, the fibers may become either transversely aligned (lying on parallel planes but not parallel to each other in each plane) or longitudinally aligned (lying on parallel planes and parallel to each other). As a first and necessary step to treating the former, more complex, situation, here we consider only the latter situation: to represent the composite, we adopt the microstructural model consisting of a periodic cell composed of a short circular cylindrical fiber placed at the center of a cube and along one of its horizontal axes. The fiber-to-cube volume ratio defines the (dispersed-phase) volume fraction, or concentration, of the composite. The objective of this work is to develop and implement a semi-automatic procedure to generate unstructured three-dimensional (tetrahedral) finite-element meshes in such periodic-cell microstructure. In particular, we develop algorithms for the distribution of finite-element corner-nodes, or simply nodes, on lines and surfaces of the periodic cell; the distributed nodes are subsequently input to a thirdparty software, which then generates the required surface and volume meshes. The generated meshes are then analysed as to their quality. Future work shall use these volume meshes to calculate the effective conductivity of short-fiber composites; such results are currently lacking, and needed, in the literature (Mirmira & Fletcher, 1999; Furmanski, 1997).

2. UNSTRUCTURED 3-D MESH GENERATION IN THE PERIODIC CELL

Finite-element mesh generation consists in the subdivision of the physical domain of interest in a collection of non-overlapping conforming subdomains, called the elements. Here, our domain is the periodic cell composed of a circular cylindrical short fiber (henceforth denoted simply as fiber) placed at the geometric center of a cubic matrix (the cube) and along its horizontal X-axis, as illustrated in Figure 1(a). In the following subsections, we describe our semi-automatic procedure developed to generate unstructured three-dimensional tetrahedral finite elements in the entire volume of the periodic cell. Our procedure consists in six steps: first, nodes are distributed on lines and surfaces of the periodic cell; second and third, surface meshes on the six faces of the cube and on the entire cylindrical surface of the fiber are generated; fourth and fifth, the volume meshes in the fiber and in the region between the cube and the fiber are constructed; finally, the union of these two volume meshes is effected. In order to generate the surface and volume meshes of this work, we use a third-party advancing-front generator, NETGEN 3.2 (Schöberl, 1998; Schöberl, 1997), licensed to the authors for academic use. The six steps are described below.

2.1 Nodes Distribution and Generation of the Surface Mesh on the Cube

We first need to construct a *periodic* surface mesh on all six faces of the cube of side λ containing a fiber of diameter d and length L. The concentration, c, and the aspect ratio, ρ , are nondimensional parameters related to the size of the fiber, and defined as

$$c = \frac{\pi d^2 L}{4\lambda^3}, \quad \rho = \frac{d}{L}.$$
 (1)

Four fundamental tasks have to be executed in order to generate the desired surface mesh: *periodic* distribution of nodes on the four straight edges of each of two base-faces of the cube; distribution of nodes on the internal contours of the two base-faces; generation of the triangular finite-element mesh inside the base-faces; and, last, appropriate translation and rotation of the two base-faces in order to construct the other four faces of the cube.

Base-face A, illustrated in Figure 1(b), is a square of side λ containing a circle of radius d/2 whose center coincides with the geometric center of the base-face. Base-face B, illustrated in Figure 1(c), is a square of side λ containing a rectangle of sides d and L whose geometric

center coincides with the geometric center of the base-face. The regions defined by the circle and the rectangle are the projections of the fiber surface on the respective base-faces. The base-faces A and B are templates for the faces of the cube normal and parallel to the axis of the fiber, respectively.

The boundary-node distribution function for the lines and internal contours of the basefaces takes into account the physical distance between a boundary node P_j and the solid (fiber) surface in the cell, and is given by

$$h(\mathbf{P}_{j}) = \frac{1}{n_{r}} \left(\frac{1}{m/d_{\min}(\mathbf{P}_{j}) + 1/h_{0}} \right),$$
(2)

where *h* is the actual mesh spacing between P_j and the next boundary node P_{j+1} , n_r is the global mesh refinement parameter, d_{min} is the minimum distance of the node P_j to the solid surface in the cell, h_0 is the input default mesh spacing, and *m* is a parameter which guarantees that at least *m* elements will exist between the node P_j and the solid surface; typically, m = 2 and $n_r = 1$ or $n_r = 2$. It is observed that, at high concentrations or high aspect ratios (when $(\lambda - d)/2 h_0 < 0.01$ or $(\lambda - L)/2 h_0 < 0.01$), the distribution of nodes according to equation (2) leads to the appearance of excessively distorted triangles in the base-faces, mainly in the narrow regions between the edges of the square and the internal contours. We have thus slightly altered the distribution of nodes for these regions: at high values of *c* or ρ , we insert only one node exactly in the middle of each of the segments that connect the edges of the square to the internal contours (Figures 1(b) and 1(c)). With this modification, a definitive improvement in the quality of the generated triangles is observed. Periodicity of the nodes on the outer edges of the base-faces is guaranteed by the symmetry of our cell geometry.

After the step of distributing nodes on the lines and internal contours of the base-faces, we then pass to the mesh generator NETGEN 3.2, by means of data files, the coordinates and the connectivity of the distributed nodes. The generator then reads these files, and constructs triangular (plane-surface) meshes inside the base-faces, such as the ones illustrated in Figures 2(a) and 2(b). The periodicity around the outer edges of the base-faces can be observed. To enforce cell periodicity, we need to translate and rotate the two base-faces appropriately, so as to construct the other four faces; therefore, opposite faces of the cube are identical. In the *XYZ* Cartesian coordinate system adopted (Figure 1(a)), base-face A is a template for the YZ faces of the cube, whereas base-face B is a template for the XY and XZ (through rotation) faces. In Figure 2(c), a periodic surface mesh on the cube is shown, obtained with the procedure described above and utilizing the two base-faces illustrated in Figures 2(a) and 2(b).



Figure 1. (a) Geometry of the cubic cell domain and associated *XYZ* Cartesian coordinate system (a); geometries of the cube base-faces A (b) and B (c) (not to scale), and respective distributions of nodes on their lines and internal contours, according to equation (2).



Figure 2. Periodic triangular meshes within the cube base-faces *A* (a) and *B* (b), and periodic cube surface mesh (c) obtained after translations and rotations of the base-faces *A* and *B*; $h_0/\lambda = 0.05$, m = 2, $n_r = 1$, c = 0.25, $\rho = 2.0$.

2.2 Nodes Distribution and Generation of the Surface Mesh on the Fiber

We now describe the procedure developed to construct the surface mesh on the fiber. The procedure encompasses three fundamental tasks: selection of primitive solids to generate the geometry of the 3-D surface to be meshed, distribution of nodes on selected regions of this surface to be refined, and generation of the triangular finite-element mesh on the surface. The last task is effected by NETGEN 3.2, which is able to triangulate 3-D surfaces allowing for local mesh refinement; the user needs to create a file containing the geometric data relative to the regions to be locally refined.

NETGEN 3.2 has five primitive solids available to the user: plane, sphere, infinite length cylinder, cone, and tube. Here, to generate the geometry of the fiber surface, we need to utilize the infinite length cylinder and the plane. The infinite cylinder is specified through the coordinates of two points on its axis and the radius, d/2. The fiber is then specified by means of the intersection operation of the infinite cylinder with two parallel planes normal to its axis, separated by a distance equal to L.

We have implemented an algorithm for the specification of the regions of refinement on the surface of the fiber (lateral surface and bases) and the mesh spacing around the points which define these regions. The regions of refinement are the portions of the fiber surface closer to the other neighboring fibers; these regions are delimited by lines of nodes placed on the lateral surface and on the bases of the fiber, as illustrated, respectively, in Figures 3(a) and 3(b). The nodes distribution function to define the mesh spacing h along the boundaries of such regions is also given by equation (2), but now with d_{min} representing the smallest distance between a node on the fiber surface and the six faces of the cube (note that, due to the longitudinal alignment of the fibers in this work, this distance is proportional to the smallest distance of the node to the surfaces of neighboring fibers). A single data file is then written containing the information on the primitive solids, the (X,Y,Z) coordinates of the nodes distributed on the lines of the regions of refinement, and the mesh spacing h around these nodes.

To accomplish the last task, NETGEN 3.2 reads the data file and subsequently generates a non-uniform triangular finite-element mesh on the surface of the fiber, as illustrated in Figure 4(a). During execution, NETGEN 3.2 prompts the user for the value of the default spacing of the surface mesh; the parameter h_0 is thus entered.



Figure 3. Distribution of nodes along the lines of the regions of refinement on the lateral surface (a) and bases (b) of the fiber.



Figure 4. Surface mesh *on* the fiber (a) and *YZ* cross section of corresponding volume mesh *in* the fiber (b); $h_0/\lambda = 0.05$, m = 2, $n_r = 1$, c = 0.25, $\rho = 2.0$.

2.3 Generation of the Volume Mesh in the Fiber

After the generation of the surface mesh on the fiber, as described in the previous section, the geometric information (nodes coordinates) and the topological information (connectivity of triangles) relative to this surface mesh are stored in a data file. Subsequently, this file is read by NETGEN 3.2, which then constructs a tetrahedral volume mesh inside the fiber. Figure 4(b) illustrates a YZ cross section of the volume mesh inside the fiber, obtained from the surface mesh shown in Figure 4(a).

2.4 Generation of the Volume Mesh in the Region between the Fiber and the Cube

Following the generation of the periodic surface mesh on the cube and the surface mesh on the fiber, we group all the information relative to these two meshes in a single data file. It is important to remark that, in this step, we have to invert, by node renumbering, the orientation of the triangles of the surface mesh on the fiber, relative to the orientation used generate the volume mesh in the fiber. The data file is then processed by NETGEN 3.2 in order to construct the tetrahedral volume mesh in the region between the fiber and the cube, i.e., in the matrix. Figure 5(a) illustrates the surface meshes on the cube and on the fiber surface, used by NETGEN 3.2 to generate the volume mesh in the region between the fiber and the fiber and the cube shown in Figure 5(b).

2.5 Union of the Two Volume Meshes

The objective of this last step is to condense the geometric and topological information relative to the two previously generated volume meshes into one single consistent volume mesh inside the whole periodic cell. To accomplish this, we first need to make the two volume meshes compatible at their shared boundary: we thus identify and renumber all the nodes on the fiber surface appropriately, in order to guarantee the same connectivity of nodes of the triangles shared by tetrahedra in the region between the fiber and the cube, and in the fiber. The renumbering is based on the topological, rather than on the geometric, information of the two volume meshes. Finally, the nodes of the volume mesh inside the fiber are renumbered accordingly. A conforming volume mesh inside the periodic cell, obtained from the meshes in Figures 4(b) and 5(b), is shown in Figure 5(c). We note the desired selective refinement of the mesh in the regions where the fiber is closer to the neighboring fibers.



Figure 5. Surface mesh on the cube and on the fiber (a), volume mesh in the region between the fiber and the cube (b), and *XZ* cross section of corresponding volume mesh in the periodic cell (c); $h_0/\lambda = 0.05$, m = 2, $n_r = 1$, c = 0.25, $\rho = 2.0$.

3. RESULTS AND CONCLUSIONS

In this section we present and analyse some representative mesh results, and draw some concluding remarks. In Figure 6, we show the surface meshes on fibers of four different periodic cells with varying $c, c \in \{0.10, 0.15, 0.35\}$, and $\rho, \rho \in \{0.5, 2.0\}$. We can clearly see that, as the concentration c increases for fixed aspect ratio ρ , the meshes display the desired selective refinement in the regions where the fiber is closer to the neighboring fibers. The CPU time, in seconds, required to execute the major steps of the procedure for volume mesh generation inside the periodic cells containing the fibers illustrated in Figure 6, is shown in Table 1; the processor is a Pentium II 400 chip with 256 Mb RAM available. We observe that, first, the volume meshes are considerably more time consuming than the surface meshes. Also, as the concentration increases for fixed ρ , the CPU time increases considerably.

The results of standard tests (de l'Isle & George, 1995) conducted to evaluate the quality of the tetrahedra generated by NETGEN 3.2 for the four cell volume meshes of Table 1, are shown in Table 2. An extremely distorted tetrahedron is rated *sliver*, and a regular or equilateral tetrahedron is rated *excellent*. In Table 2, for the four generated cell volume meshes, the number of elements, the number of global nodes, and the percentages of elements rated *sliver*, *bad*, *good* and *excellent* are shown.

Table 1. CPU time, in seconds, required to execute the major steps of the procedure for volume mesh generation inside the periodic cells containing the fibers illustrated in Figure 6; the processor is a Pentium II 400 chip with 256 Mb RAM available.

	CPU time, in seconds						
	Base-face A	Base-face B	Fiber surface	Fiber volume	Matrix volume		
6(a)	11	11	12	36	480		
6(b)	28	16	48	145	1309		
6(c)	9	15	40	66	648		
6(d)	9	23	172	505	1452		

Table 2. Number of elements, number of global nodes, and percentages of elements rated *sliver*, *bad*, *good* and *excellent* for the four volume meshes generated by NETGEN 3.2 inside the periodic cells containing the fibers illustrated in Figure 6.

	Evaluation tests of the quality of the tetrahedra generated by NETGEN 3.2						
	Number of	Number of	Sliver	Bad	Good	Excellent	
	elements	global nodes					
6(a)	111754	22467	0.2 %	12.0 %	46.0 %	41.8 %	
6(b)	177611	33211	1.4 %	11.0 %	43.0 %	44.6 %	
6(c)	96328	18508	0.5 %	9.6 %	50.2 %	39.7 %	
6(d)	172452	32906	2.1 %	13.0 %	64.1 %	20.8 %	

We observe in Table 2 that the presence of excessively distorted tetrahedra is small; nevertheless, they should be eliminated from the mesh. Tetrahedra rated *bad* can be kept in the mesh (Matt, 1999). It is possible that the presence of tetrahedra rated *sliver*, is related to the algorithmic conception of NETGEN 3.2: it is well known in the literature (Baker, 1989) that the *advancing front* algorithms for mesh generation, in spite of representing very well the boundaries of the domain, not always generate elements of acceptable quality inside the domains. Also, it is a fact in unstructured mesh generation that Delaunay triangulation, employed in NETGEN 3.2, offers the best possible triangulation for a given set of nodes in two dimensions; however, this does not apply in three dimensions. Two possible solutions to this problem can be proposed. First, another 3-D mesh generator can be tested in our procedure, preferrably one that utilizes a Voronoi algorithm (Baker, 1989). The second solution, slightly more complex than the first, is to devise and implement an algorithm to identify and fix the distorted tetrahedra, by changing node coordinates; as a consequence, the mesh generated by NETGEN 3.2 would be geometrically, but not topologically, modified.

The procedure developed in this work, to generate meshes for longitudinally-aligned short-fiber composites, can be used in finite-element approaches to solve the heat conduction problem in such materials, in order to determine their effective thermal conductivity. The procedure is also a basis for, and can be extended to, a more sophisticated and realistic microstructural model, that of transversely-aligned short fibers (Mirmira & Fletcher, 1999).



Figure 6. Fibers, and corresponding surface meshes $(h_0/\lambda = 0.05, m = 2, n_r = 1)$, of four different periodic cells (not to scale): (a) c = 0.10, $\rho = 0.5$; (b) c = 0.15, $\rho = 0.5$; (c) c = 0.15, $\rho = 2.0$; (d) c = 0.35, $\rho = 2.0$.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to gratefully acknowledge the support of CNPq, through Grant 521002/97-4 and the D.Sc. stipend of C. F. Matt, and of FAPERJ. The authors would also like to thank Prof. J. Schöberl for freely licensing NETGEN 3.2 for academic use.

4. REFERENCES

Ayers, G. H. & Fletcher, L. S., 1998, "Review of the Thermal Conductivity of Graphite-Reinforced Metal Matrix Composites," J. Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 12, pp. 10-16.

Baker, T. J., 1989, "Automatic Mesh Generation for Complex Three-Dimensional Regions Using a Constrained Delaunay Triangulation," Engineering with Computers, Vol. 5, pp. 161-175.

Cruz, M. E., 1998, "Computation of the Effective Conductivity of Three-Dimensional Ordered Composites with a Thermally-Conducting Dispersed Phase," Proceedings of the 11th IHTC, Kyongju, Korea, Vol. 7, pp. 9-14.

de l'Isle, E. B. & George, P. L., 1995, "Optimization of tetrahedral meshes," Adaptive Numerical Methods for Partial Differential Equations, Vol. 75, pp. 97-127.

Furmanski, P., 1997, "Heat conduction in composites: Homogenization and macroscopic behavior," Appl. Mech. Rev., Vol. 50, pp. 327-356.

Matt, C. F. T., 1999, "Heat Conduction in Tridimensional Ordered Composites with Spherical or Cylindrical Particles" (in Portuguese), M.Sc. Thesis, COPPE/UFRJ, Brazil, 133p.

Mirmira, S. R. & Fletcher, L. S., 1999, "Comparative Study of Thermal Conductivity of Graphite Fiber Organic Matrix Composites," Proceedings of the 5th ASME/JSME Joint Thermal Eng. Conference, San Diego, California, Paper AJTE99-6439, pp. 1-8.

Schöberl, J., 1997, "NETGEN – An Advancing Front 2D/3D-Mesh Generator Based on Abstract Rules," Johannes Kepler Universität Linz, Institute of Mathematics.

Schöberl, J., 1998, "NETGEN – User's Manual," Johannes Kepler Universität Linz, Institute of Mathematics.

ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM ESCOAMENTO BIFÁSICO EM UM TUBO HORIZONTAL

Luiz Machado Ricardo Nicolau Nassar Koury Geraldo Augusto Campolina França Felipe Carneiro Augusto

Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil. E-mail: koury@vesper.demec.ufmg.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é estudar a influência da fração de vazio sobre o cálculo da massa de um fluido em escoamento bifásico no interior de um tubo. Neste trabalho, utilizou-se um tubo de vidro montado na entrada de um evaporador de uma máquina frigorífica ar-ar, carregada com o refrigerante R12, com o propósito de medir diretamente a fração de vazio do fluido. Paralelamente, diversas correlações para a determinação da fração de vazio foram utilizadas para determinar a densidade e a massa de fluido no tubo. A partir destas correlações de fração de vazio, propôs-se um método para estimar a massa de fluido frigorífico necessária para o bom funcionamento de um sistema frigorífico. O método foi testado em um refrigerador doméstico. Em todos os casos a correlação de Hughmark *et al.*(1962) apresentou a melhor concordância com os valores experimentais, com um erro inferior a 5%.

Palavras-chave: fração de vazio, escoamento bifásico, carga frigorífica, refrigeração

1. INTRODUÇÃO

A figura 1 representa um escoamento bifásico ocorrendo no interior de um tubo de comprimento igual a L. Para calcular a massa de fluido neste tubo, pode-se utilizar a equação:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A} \int_{0}^{\mathbf{L}} [\rho_{\mathbf{V}} \alpha + (1 - \alpha)\rho_{1}] dz$$
(1)



Figura 1. Escoamento bifásico em um conduto

Onde $\rho_V e \rho_1$ são as densidades das fases vapor e líquido, e α é a fração de vazio definida como a relação entre a seção transversal de vapor, A_v , e a seção transversal total, A. Diversas correlações foram estabelecidas por diferentes autores para calcular a fração de vazio (Machado, 1999). Estas correlações podem ser classificadas em quatro categorias: o modelo homogêneo, as correlações dependentes do deslizamento γ (razão entre as velocidades das fases vapor e líquido na interface líquido-vapor), aquelas dependentes do parâmetro de *Martinelli* e aquelas dependentes da vazão mássica do fluido bifásico.

2. ESTUDO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental utilizado neste trabalho consiste de uma máquina frigorífica de média potência e que utiliza o R12 como refrigerante e o ar como fluido secundário. Ela é constituída por um compressor semi-aberto, uma válvula de expansão termostática e um evaporador e um condensador tubulares com aletamento externo. A instalação é instrumentada para que se possa estabelecer os balanços térmicos sobre o fluido frigorífico em cada um de seus componentes. Termopares tipo K foram colocados em poços preenchidos com óleo térmico instalados nas entradas e saídas de cada um dos componente. Um medidor de vazão do tipo rotâmetro foi instalado na entrada da válvula de expansão de forma a permitir a leitura da vazão de refrigerante no sistema. Para medir as pressões de alta e de baixa do circuito frigorífico, dois manômetros do tipo Bourdon foram instalados na aspiração e na descarga do compressor. A fração de vazio na entrada do evaporador foi medida diretamente através de um visor de vidro montado a montante deste componente. A figura 3 é uma fotografia da máquina frigorífica utilizada neste trabalho. Para realizar o estudo, a máquina frigorífica foi operada a uma temperatura de ebulição de -5°C, a uma temperatura de condensação de 40°C, a uma temperatura do refrigerante na entrada da válvula de expansão de 31°C e com uma vazão de fluido frigorífico igual a 27,5 kg/h. A figura 4 é uma fotografia detalhando o visor de vidro para este ponto de operação da máquina frigorífica. De acordo com o nível de líquido medido (h=2,75cm) e com o diâmetro interno do visor (d=10,5 cm), pôde-se calcular uma fração de vazio α =79%. Este valor possui uma incerteza que é afetada principalmente pela incerteza da medida do nível de líquido. Na figura 4 pode-se observar que este nível é caracterizado por uma sombra, cuja espessura constitui a incerteza da medida. Optamos por medir o nível de líquido tomando o centro desta sombra. A tabela 1 apresenta uma comparação entre o valor experimental e os valores teóricos fornecidos pelas correlações de fração de vazio apresentadas anteriormente. Observou-se também que o tipo de escoamento bifásico obtido dentro do evaporador foi estratificado com ondas, confirmado pela carta de *Taitler* e *Dukler* representada na figura 2. Os parâmetros adimensionais representados nos eixos da carta caracterizam o escoamento do fluido. No caso do escoamento estratificado a ondas, os dois parâmetros utilizados são X (parâmetro de Martinelli) e K_{TD}, definidos por:

$$\mathbf{X} = \left(\frac{1-\mathbf{x}}{\mathbf{x}}\right)^{0,9} \cdot \left(\frac{\rho_1}{\rho_v}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{\mu_1}{\mu_v}\right)^{0,1} \tag{2}$$

$$K_{TD} = \left[\frac{\rho_{V} j_{V}^{2} j_{I}}{\nu_{I} (\rho_{I} - \rho_{V}) g \cdot \cos \theta}\right]^{0,5}$$
(3)

Nessas equações, x é o título do vapor, $\rho_1 e \rho_v$ são as densidades das fases líquido e vapor, $\mu_1 e \mu_v$ são as viscosidades dinâmicas das fases líquido e vapor, v_1 é a viscosidade cinemática do líquido, g é a aceleração da gravidade e θ é o ângulo de inclinação do tubo com a horizontal. As grandezas $j_1 e j_v$ representam a razão entre a velocidade mássica e a densidade das fases líquido e vapor.



Figura 2: Carta de Taitler e Dukler

Para calcular o valor da fração de vazio a partir destas correlações, foi necessário determinar o título do vapor. Este valor, determinado a partir das temperaturas do fluido frigorífico na entrada e na saída da válvula de expansão, foi igual a 22%. Nesta tabela, a massa de fluido foi calculada a partir da equação (1). Os erros apresentados na última coluna foram calculados comparando-se o valor da massa experimental com os valores calculados a partir das correlações de fração de vazio. Uma observação importante e que merece todo o destaque refere-se ao baixo erro apresentado pelas correlações quando se compara a fração de vazio propriamente com o seu valor experimental. Ao contrário, o erro relativo à massa é bem maior. A escolha da massa para o cálculo do erro se explica pelo fato de ser a massa a grandeza alvo nos projetos e modelos de evaporadores e condensadores de máquinas frigoríficas.

A análise dos resultados revela dois pontos importantes. Primeiro, observa-se uma grande dispersão entre os resultados fornecidos pelas correlações. Esta dispersão é devido provavelmente às condições diferentes em que cada correlação foi estabelecida: tipo de fluido, diâmetro da tubulação, tipo de escoamento, etc. O segundo ponto é que as correlações de Hughmark *et al.*(1962) e de Premoli *et al.*(1971) forneceram valores próximos do valor experimental, com erro de inferiores a 5% para a primeira correlação. Trabalhando com fluidos frigoríficos, outros pesquisadores também verificaram a boa concordância destas correlações. Em 1973, Otaki *et al.*(1973) realizou medidas em dezessete máquinas frigoríficas equipadas com evaporadores e condensadores tubulares. Utilizando a correlação de Hughmark *et al.*(1962) para calcular a fração de vazio, Otaki *et al.*(1973) estimou a massa de fluido frigorífico presente em cada instalação com um erro inferior a 10 % em relação aos valores reais. Em 1987, Kuijpers *et al.*(1987)

realizou medidas das massas de refrigerantes presentes no evaporador e no condensador de um refrigerador doméstico. Estas massas permitiram estimar os valores das frações de vazio médios



Figura 3: Vista geral do dispositivo experimental



Figura 4: Medida da fração de vazio

nos trocadores de calor. Os valores calculados foram comparados aos valores fornecidos pela correlação de Hughmark *et al.*(1962) e Premoli *et al.*(1971), com uma melhor concordância para esta última. Machado *et al.*(1998) mediu a massa de refrigerante em um evaporador tubular de uma máquina frigorífica operando em regimes transiente e permanente. Este autor também verificou que a correlação de Hughmark *et al.*(1962) fornece a melhor precisão na estimativa da massa de fluido bifásico. Todos estes autores revalidaram as correlações de Hughmark *et al.*(1962) e de Premoli *et al.*(1971) a partir de medidas de massa, ou seja, através de uma medição indireta da fração de vazio. Deve-se destacar que no presente trabalho a fração de vazio foi obtida por medição direta.

correlações	fração de vazio (%)	densidade (kg/m ³)	massa de fluido (g)	erro (%)
exp.	79,12	306,53	4,78	_
mod. hom.	96,32	66,75	1,04	374
Thom	89,94	155,57	2,42	98
Zivi	85.30	220.38	3.43	39
Martinelli	85,30	220,30	3,43	39
Hughmark	78,17	319,73	4,98	4,3
Premoli	82,20	263.52	4.11	14

Tabela 1: comparação entre o resultado experimental e os valores fornecidos pelascorrelações de fração de vazio

3. ESTIMATIVA DA MASSA DE REFRIGERANTE EM UM REFRIGERADOR DOMÉSTICO

O aparelho escolhido é da marca Prosdócimo modelo R34. Sobre a sua a placa de identificação pode-se ler uma potência do motor elétrico de 125W, uma carga de fluido refrigerante de 180g e o tipo de refrigerante, o fluido R12. Para estimar a massa de fluido frigorífico presente no refrigerador foi necessário realizar medidas de temperatura e de comprimentos no evaporador e no condensador do aparelho. Para medir as temperaturas ao longo do circuito frigorífico, o refrigerador foi colocado para funcionar em potência máxima e com o congelador totalmente degelado. Nestas condições, foram medidos os valores das temperaturas em vários pontos das tubulações, tais como a aspiração e a descarga do compressor, o ponto médio do condensador e a entrada do evaporador. A temperatura ambiente medida foi de 24°C. A partir destes valores pode-se estimar os valores das temperaturas de ebulição (-5°C) e de condensação (42°C), o grau de desuperaquecimento (42°C) e o grau de subresfriamento (3°C) do condensador e o grau de superaquecimento do evaporador (5°C). Também foram medidos os comprimentos e diâmetros das tubulações do condensador (10m e 5 mm) e do evaporador (21 m e 6 mm). O valor da vazão mássica do fluido frigorífico no circuito foi estimado considerando-se um balanço de energia no evaporador e admitindo-se uma eficiência frigorífica da máquina igual a 4. O valor estimado para esta vazão foi de 15,2 kg/h. Os comprimentos das regiões monofásicas no condensador e no evaporador foram estimadas pelas leituras das variações das temperaturas realizadas ao longo das tubulações destes componentes. Assim, estimou-se um comprimento para as regiões de desuperaquecimento e de subresfriamento do fluido no condensador iguais a 1,0 m e 0,50 m, respectivamente. O comprimento da região de superaquecimento do evaporador foi

estimado em 0,50 m. O próximo passo foi a determinação das massas de refrigerante presentes no evaporador e no condensador. Estes valores foram calculados com a ajuda da equação (1), considerando-se variações lineares do título ao longo dos dois trocadores de calor. Naturalmente, a fração de vazio foi considerada igual a 1 nas regiões de vapor e igual a 0 na região de líquido. Por último, as massas de refrigerante presentes no compressor e no tubo capilar foram calculadas a partir de seus volumes estimados em 30cm³ e em 5cm³ e das densidades médias de refrigerante presentes nestes componentes. Os valores das massas calculadas nestes dois componentes foram muito pequenos e são desprezíveis em relação aos valores das massas presentes nos trocadores de calor. A análise dos resultados fornecidos pela tabela 2 confirma a melhor precisão das correlações de Hughmark *et al.*(1962).

correlações	Evap. (g)	Cond. (g)	Total (g)	erro(%)
valor fabricante	-	-	180	-
Mod.	15,79	44,87	60,66	200
homogêneo				
Thom	28,06	58,62	86,68	108
Zivi	37,68	63,09	100,77	79
Martinelli	51,38	52,78	104,16	73
Hughmark	103,05	74,70	177,16	1,3
Premoli	68,15	64,00	132,15	36

 Tabela 2: carga de refrigerante em uma geladeira doméstica

Neste experimento, devemos reconhecer os graus elevados de incertezas sobre os comprimentos das regiões monofásicas e bifásicas nos trocadores de calor. Entretanto, a realização de um estudo de sensibilidades sobre esses comprimentos revelou uma pequena influência destes valores sobre o cálculo da massa de refrigerante presente na máquina frigorífica. Por exemplo, se considerássemos que os comprimentos das regiões de superaquecimento e de desuperaquecimento fossem 100% maiores (1,0 m e 2,0m) e que o comprimento da região de subresfriamento fosse 100% menor (0,50m) em relação aos valores medidos, a massa de fluido presente no refrigerador calculada a partir da correlação de Hughmark *et al.*(1962) passaria de 177,16 g para 162.44 g. Esta redução do valor da massa de refrigerante era esperada, tendo em vista que as alterações nos comprimentos das regiões monofásicas favoreceram o aparecimento de vapor no circuito frigorífico. Mesmo assim, o erro relativo ao valor da massa de 180 g fornecida pelo fabricante ficou inferior a 10%.

4. CONCLUSÃO

Neste artigo, mediu-se a fração de vazio através de um visor de vidro montado na entrada de um evaporador de uma máquina frigorífica ar-ar carregada com o fluido frigorífico R12. O valor medido foi comparado com os valores de fração de vazio fornecidos por correlações específicas desenvolvidas por diversos pesquisadores. A correlação de Hughmark *et al.*(1962) apresentou uma excelente concordância com o valor experimental, com um erro inferior a 5%. Um método foi proposto para a determinação da massa de refrigerante a ser introduzida em sistema frigorífico. Neste método, considera-se que o título de vapor varie linearmente nas regiões de escoamento bifásico e utiliza-se correlações de fração de vazio nos cálculos das densidades do fluido bifásico.

O método foi testado em um refrigerador doméstico. Novamente, a correlação de Hughmark *et al.*(1962) permitiu uma maior aproximação entre os valores teóricos e o valor da massa de refrigerante fornecido pelo fabricante.

3. REFERÊNCIAS

- Butterworth, D., 1975, "A comparison of some Void-Fraction Relationships for Co-current Gas-Liquid Flow", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 1, pp. 845-850.
- Domanski, P., Didion, D., 1983, "Computer Modeling of the Vapor Compression Cycle with Constant Flow Area Expansion Device", NBS Building Science Series 155.
- Hughmark, G.A., 1962, "Hold up in Gas-Liquid Flow", Chemical Engineering Progress, Vol. 58, N° 4, pp. 62-65.
- Kuijpers, L., Janssen, M., Wit, J., 1987, "Experimental Verification of Liquid Hold-up Predictions in Small Refrigeration Heat Exchangers", 17th Int. Cong. Refrig., Viènne, pp. 307-315.
- Lockhart, R.W., Martinelli, R.C., 1949, "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase Two-Component Flow in Pipes", Cheminal Engineering Progress, Vol. 45, N° 1, pp. 39-48.
- Machado, L., Haberschill, P., Lallemand, M., 1998, "Masse du Fluide Frigorigène dans un Évaporateur en Fonctionnement Permanent ou Transitoire", International Jounal of Refrigeration, Vol. 21, N° 6, pp. 430-439.
- Machado, L., Koury, R.N.N., França, G.A.C., Augusto, F.C., 1999, "Estudo Experimental de um Escoamento Bifásico em um Tubo Horizontal", Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Santiago, Chile.
- Otaki, T., 1973, "Holding Refrigerant in Refrigeration Unit", 13th Int. Cong. Refrig., Washington, pp. 535-544.
- Premoli, A., Francesco, D., Prina, A., 1971, "A Dimension Correlation for Evaluating Two-Phase Mixture Density", La Termotecnica, Vol. 25, Nº 1, pp. 17-26.
- Rice, C.K., 1987, "The Effect of Void Fraction Correlation and Heat Flux Assumption on Refrigerant Charge Inventory Predictions", ASHRAE Transactions, Vol. 93, Part 1, pp. 341-367.
- Thom, J.R.S., 1964, "Prediction of Pressure Drop During Forced Circulation Boiling of Water", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 7, pp. 709-724.
- Zivi, S.M., 1978, "Estimation of Steady-State Steamvoid-Fraction by Means of the Principle of Minimun Entropy Production", Transactions ASME, Journal of Heat Transfer, Series C, Vol. 86, pp. 247-252.

EXPERIMENTO DE RESFRIAMENTO DO NÚCLEO DO REATOR IEA-R1 POR CONVECÇÃO DO AR APÓS ACIDENTE DE ESVAZIAMENTO DA PISCINA

Walmir Maximo Torres

Benedito Dias Baptista Filho

Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares - IPEN-CNEN/SP, Diretoria de Reatores – Divisão de Termo–Hidráulica. Travessa R 400, Cidade Universitária, 05508-970, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: wmtorres@net.ipen.br

Resumo

Um dos acidentes postulados para um reator nuclear é a perda do refrigerante que pode provocar o descobrimento do núcleo. Num reator do tipo piscina como o IEA-R1, operando em potências superiores a 3 MW, esse acidente pode provocar a fusão de elementos combustíveis, liberando produtos de fissão. Isso torna necessária a instalação de um Sistema de Resfriamento de Emergência (SRE). Esse sistema deve ter características de ação passivas, com a aspersão de água sobre o núcleo, e alimentação por gravidade a partir de reservatórios elevados. Na avaliação desse sistema, deve-se comprovar que, esgotados os reservatórios, o resfriamento do núcleo é assegurado pela convecção natural do ar. Para isso são necessários testes que simulem os processos térmicos que ocorrem nessa condição. Este trabalho apresenta os resultados de distribuição de temperatura, numa seção de testes com placas aquecidas eletricamente, que simulam as condições de geração de calor no elemento mais quente do reator.

Palavras-chave: convecção natural, reator de pesquisa, segurança de reatores

1. INTRODUÇÃO

O IEA-R1 é um reator nuclear de pesquisas do tipo piscina, projetado pela Babcock & Wilcox, que atingiu sua primeira criticalidade em 1957, e até meados de 1977 operou a 2 MW de potência. Esse reator é utilizado em pesquisas básicas, treinamento, aplicações industriais, e principalmente na produção de radioisótopos para aplicação na saúde. Com o objetivo de produzir novos radiofármacos e aumentar a capacidade de produção dos produtos atuais, o reator passou por um programa de reformas, entre 1996 e 1997, para o aumento de sua potência de operação para 5MW. Vários reatores de pesquisa em todo o mundo passaram por reformas semelhantes, conforme descrevem Williams et al (1969) e Gehre et al (1989). Essas reformas implicam na reavaliação das condições de segurança dos reatores de acordo com as novas legislações impostas pelos órgãos de fiscalização e pelos novos desenvolvimentos tecnológicos. Webster (1967), baseado em resultados experimentais, concluiu que, reatores de pesquisas que utilizam elementos combustíveis do tipo placa MTR (Materials Testing Reactors), como os usados pelo IEA-R1, e operando com níveis de potência de até 3 MW não necessitam de SRE para mitigar as conseqüências de um acidente de perda de refrigerante. Nessas condições, caso ocorra o acidente, o fluxo de calor nas placas devido ao decaimento radioativo é baixo e o resfriamento por convecção natural com o ar é suficiente para manter a temperatura das placas combustíveis dentro do limite de segurança. Entretanto, em níveis de potência acima de 3 MW, torna-se necessária a adoção de medidas de segurança adicionais que assegurem a integridade do núcleo após um acidente de perda de refrigerante. Um sistema de aspersão de água instalado acima do núcleo (SRE) é uma das medidas de segurança mais adotadas.

2. SISTEMA DE RESFRIAMENTO DE EMERGÊNCIA DO REATOR IEA-R1

O SRE do reator IEA-R1 possui dois reservatórios independentes com capacidade de 75 m³ cada, que alimentam dois ramos que estão ligados a um distribuidor dotado de bicos de aspersão. Cada reservatório pode fornecer uma vazão de 3,5 m³/h por um período superior a 20 horas. A escolha da vazão do sistema e a disposição dos bicos de aspersão no distribuidor foi baseada em experimentos independentes realizados por Torres (1997) e Torres *et al* (1997), respectivamente para: a) medir a distribuição da vazão sobre o núcleo e b) verificação da capacidade de resfriamento das placas pelo sistema de aspersão.

O SRE atua automaticamente comandado por sensores de nível localizados na piscina do reator, que enviam sinais para a abertura das válvulas solenóides, caso o nível da piscina esteja abaixo de um valor previamente estabelecido. Essas válvulas também podem ser comandadas manualmente através do painel de controle localizado estrategicamente na Sala de Emergência. Um dos ramos de alimentação do sistema passa através da Sala de Emergência e possui, além das válvulas solenóides, uma válvula de esfera manual de acionamento rápido. A abertura de apenas uma das cinco válvulas é suficiente para garantir a vazão necessária ao sistema, a qual é medida por um medidor eletromagnético.

O distribuidor, com sete bicos de aspersão consiste de uma montagem em forma de U fabricada com tubo de alumínio de 50,8 mm (2"), localizada acima do núcleo. Os bicos de aspersão foram selecionados e posicionados com base nos resultados de experimentos de distribuição de vazão sobre o núcleo. Para a realização de testes periódicos do sistema, antes do início de cada operação do reator, existe um distribuidor para testes com as mesmas características do dispositivo localizado na piscina. A Fig. 1 mostra um diagrama simplificado do SRE do reator IEA-R1.



Figura 1. Sistema de Resfriamento de Emergência do Reator IEA-R1.

3. PARÂMETROS DE PROJETO DO SISTEMA

O núcleo do reator IEA-R1, com 25 (5x5) elementos combustíveis e após operar por um tempo infinito, apresenta uma curva de calor de decaimento conforme mostra a Fig. 2. Essa curva foi calculada utilizando-se o código ORIGEN desenvolvido por Croff (1980) e considera uma margem de +20% em todo o período de decaimento. Para essas condições, Maprelian (1997) calculou o tempo mínimo de 14 horas, após o desligamento do reator, para que o núcleo possa ser resfriado por convecção natural do ar, tendo como limite para a temperatura nas placas combustíveis o valor de 500°C. Durante esse período, o núcleo deve ser resfriado pela água da piscina, ou em caso de um acidente com esvaziamento da piscina, pelo sistema de resfriamento de emergência. Maprelian (1977) calculou também, o menor tempo (300s) para o esvaziamento da piscina caso ocorra o pior caso de ruptura na tubulação. Após esse intervalo de tempo, o máximo fluxo de calor no canal quente é igual a 1,13 W/cm².

Para a configuração de núcleo considerada, a distribuição de potência axial normalizada foi calculada utilizando-se os códigos LEOPARD modificado por Kerr *et al* (1991) para elementos combustíveis do tipo placa e CITATION desenvolvido por Flowler *et al* (1971). A Fig. 3 mostra a distribuição axial de potência acrescida de 10%. Assume-se, para fins de projeto, que essas curvas se mantenham durante o período de decaimento.



Figura 2. Calor de decaimento do IEA-R1 a 5MW. Figura 3. Distribuição axial de potência

4. EXPERIMENTOS

Para validar os parâmetros adotados para o projeto do sistema de resfriamento de emergência foram realizados dois experimentos: um experimento de distribuição de vazão sobre o núcleo e um experimento com placas aquecidas, ambos descritos a seguir.

4.1 Experimento de distribuição de vazão

Este experimento teve por objetivo a definição de aspectos geométricos do dispositivo de distribuição de vazão, tais como: quantidade, tipo, posição e orientação dos bicos de aspersão, além da posição relativa do distribuidor sobre o núcleo. Para isso, foi utilizado um circuito experimental e uma seção de testes para simular o núcleo do reator, conforme mostram as Fig. 4 e 5. O experimento consistiu em medir a quantidade de água recebida por cada um dos

componentes do núcleo durante um intervalo de tempo de funcionamento do sistema de distribuição.





Figura 5. Seção de Testes

A Fig. 6 apresenta os resultados de distribuição de vazão normalizada para uma entre as várias configurações ensaiadas.



Figura 6. Distribuição de vazão normalizada

4.2 Experimento com placas aquecidas

Foram realizados dois tipos de experimentos com placas aquecidas: um experimento com placas aquecidas e SRE ligado, e um experimento com placas aquecidas e SRE desligado. O primeiro experimento teve como objetivo avaliar a eficácia do SRE no resfriamento das placas combustíveis durante o período inicial (t < 14 horas) após o esvaziamento da piscina, enquanto que o segundo teve como objetivo avaliar a capacidade de resfriamento do núcleo pelo ar por convecção natural após o desligamento do SRE (t > 14 horas), tendo ambos, o limite de 500°C para a temperatura nas placas. Os experimentos com placas aquecidas utilizaram uma seção de testes que simula as placas de um elemento combustível e as condições de geração de calor nessas placas devido ao calor de decaimento. Essa seção de

testes consiste de 4 placas (625x59x1,4 mm) ligadas em série e alimentadas diretamente por corrente elétrica contínua fornecida por um retificador de corrente que permite o ajuste de potência na forma de degraus. As placas são fabricadas em uma liga de 80% Ni e 20% Cr, e possuem 9 termopares do tipo K não aterrados de 0,5 mm com camisa de aço inoxidável, e estão isoladas da carcaça por placas de Celeron. Outras 12 placas sem aquecimento, fabricadas em alumínio, completam a seção de testes. A Fig. 7 mostra um desenho simplificado da seção de testes com o posicionamento dos termopares.



Figura 7. Seção de Testes e posicionamento dos termopares

4.2.1. Experimento com placas aquecidas e SRE ligado

Neste experimento utilizou-se a mesma montagem do experimento de distribuição de vazão, sendo que a seção de testes de placas aquecidas foi colocada em substituição a um dos elementos do conjunto experimental, mais especificamente o elemento no. 12. Devido às características construtivas da seção de testes de placas aquecidas, não é possível simular o perfil real da distribuição de potência nas placas, conforme mostrado na Fig. 3, sendo somente possível geração uniforme de calor. Vários testes foram realizados, porém o teste sob condições mais severas (teste STAR55) consistiu na aplicação de um fluxo de calor médio correspondente ao ponto A da Fig. 3, e decrescente no tempo como na curva de decaimento da Fig. 8. Isso representa um adicional de energia no canal entre placas maior que 60% com relação à condição real. As condições iniciais do teste correspondem ao instante 300s após o desligamento e a vazão de aspersão do SRE foi mantida constante e igual a 3,5 m³/h. As Fig. 8, 9 e 10 mostram respectivamente, o fluxo de calor médio na seção de testes e o comportamento temporal da temperatura medida pelos termopares nas placas e armazenadas por um sistema de aquisição de dados da National Instruments (1995) e um microcomputador com programa desenvolvido com o LabWindows/CVI. Observa-se um período crítico na ¹/₂ hora inicial do transiente, com temperaturas elevadas sem contudo atingir o limite de 500°C. Após esse período inicial, a temperatura máxima cai para valores da ordem de 200°C.



Figura 8. Fluxo de calor na Seção de Testes – STAR55



Figura 9. Temperatura na placa 2 – STAR55 Figura 10. Temperatura na placa 3 – STAR55

4.2.1. Experimento com placas aquecidas e SRE desligado

Este experimento utilizou a seção de testes de placas aquecidas montada fora do local usado no experimento anterior, uma vez não considera a operação do SRE. Neste experimento foram realizados testes para a verificação da capacidade de resfriamento do núcleo por convecção natural do ar para várias condições de aquecimento das placas. As condições de geração de calor impostas às placas correspondem àquelas existentes após 14 horas do desligamento do reator. Considerando o regime de operação desejado para o reator IEA-R1 em 5MW, ou seja, o reator opera por 100 horas, fica desligado por 68 horas, volta a operar por mais 100 horas e fica desligado por 236 horas, reiniciando o ciclo; nestas condições, o fluxo de calor no elemento combustível mais quente após 14 horas do desligamento (+10%) e de sobrepotência (+10%). Para estes testes utilizou-se, acoplados aos termopares, mostradores digitais portáteis, sendo o registro dos valores de temperatura feito manualmente. As Fig. 11 a

14 apresentam respectivamente, as condições de fluxo de calor médio nas placas e os valores de temperatura registrados. Pode-se observar que, mesmo para condições mais severas de geração de calor do que aquelas previstas, a temperatura máxima nas placas não atinge o limite de 500°C.



Figura 11. Fluxo de calor médio nas placas



Figura 13. Temperatura – teste STAR59



Figura 12. Temperatura – teste STAR58



Figura 14. Temperatura – teste STAR510



Figura 15. Variação longitudinal da temperatura nas placas

A Fig. 15 mostra a variação da temperatura ao longo da placa. Observa-se um forte efeito de dissipação nas extremidades, principalmente na extremidade superior onde a temperatura é mais elevada (a partir de 400 mm). Esse efeito somente pode ser produzido pela dissipação do calor por irradiação térmica para as placas vizinhas e para o ambiente através do topo do elemento, e por condução térmica através dos terminais elétricos que conectam as duas placas mais externas aos cabos do retificador e ainda, pela redução na densidade de potência determinada pelo acoplamento (solda) de placas consecutivas. Na ausência dessa dissipação o comportamento da temperatura seria sempre crescente com o aumento de z (posição). Apesar de se constatar que o limite de temperatura para o IEA-R1 não será atingido, esse resultado indica que, pelo interesse técnico, uma nova seção de testes deverá ser concebida e os testes refeitos para investigar os fenômenos que controlam essa dissipação.

5. CONCLUSÕES

Dos resultados do experimento com placas aquecidas e sem o SRE pode-se concluir que, se o reator IEA-R1 operar de acordo com o regime previsto, após 14 horas do desligamento, seu núcleo pode ficar sem resfriamento por água, sem que a temperatura máxima nas placas de seu elemento combustível mais quente atinja o limite de 500 °C. Novos experimentos estão previstos em uma nova seção de testes para verificação dos efeitos de dissipação térmica.

6. REFERÊNCIAS

- Croff, A.G., 1980, "ORIGEN-2 Isotope Generation and Depletion Code", ORNL-TM-7175, Oak Ridge National Laboratory
- Flowler, T.B., Vondy, D.R. and Cunnigham, G.W., 1971, "Nuclear Reactor Core Analisys Code: CITATION"ORNL-TM-2496 version 2, Oak Ridge National Laboratory
- Gehre, G., Hieronymus, W., Kampf, T., Ringel, V. and Roβbander, W., 1989, "The modification of Rossendorf research reactor technical performance and responsibility of control and licence authorities", Proceedings of International Symposium on Research Reactor Safety Operations and Modifications, vol.3, Ontario, Canada, pp849
- Kerr, W., King, J.S., Martin, J.C. and Wehe, D.K., 1991, "The nuclear Ford reactor demonstration project goes the evaluation and analisys of low enrichment fuel Final Report", ANL/RERTR/TM-17, Argone National Laboratory, Argone
- Maprelian, E., 1997, "Programas LOSS e TEMPLOCA para Análise de Acidentes de Perda de Refrigerante no IEA-R1", Relatório IPEN no. PSI.RAS.IPEN.004-RELT.001.R00
- National Instruments, 1995, "LabWindows/CVI Visual Programming For Instrumentation Programmer Reference Manual
- Torres, W.M., 1997, "Distribuição de Vazão para definição do Distribuidor do Sistema de Resfriamento de Emergência do Reator IEA-R1", Relatório IPEN no. PSI.RES.IEAR1.002-RELT.006.R00
- Torres, W.M., Baptista F^o, B.D. e Ting, D.K.S., 1997, "Experimento do SRE para Certificação do IEA-R1", Relatório IPEN no. PSI.RES.IEAR1.002-RELT.008.R00
- Webster, C.C., 1967, "Water-loss tests in water-cooled and moderated Resarch Reactors", Nuclear Safety 8(6),590
- Williams, H.T., Stopinski, O.W., Yarnell, J.L., Lyle, A.R., Warner, C.L. and Maine, H.L., 1969,"Status Report on Omega West Reactor, with Revised Safety Analisys", LA-4192.30
ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UMA PAREDE DOTADA DE TUBOS DE CALOR

João Pereira de Brito Filho

Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Departamento de Eletrônica e Sistemas, 50711-990, Recife, PE, Brasil. E-mail: jbrito@npd.ufpe.br

Resumo

As medidas normalmente adotadas para reduzir as perdas de calor através da(s) parede(s) externa(s) de recintos aquecidos artificialmente contribuem também, via de regra, para a redução do ganho de radiação solar direta. A alternativa freqüentemente adotada consiste na utilização de tubos de calor nesta(s) parede(s). Neste artigo, apresenta-se um modelo para a análise do problema de transferência de calor unidimensional e variante no tempo de um arranjo composto por dois discos metálicos acoplados pelo centro por uma barra de elevada condutividade térmica. O sistema de equações diferenciais foi resolvido numericamente pelo método dos elementos finitos. Os parâmetros de interesse nas diversas simulações realizadas foram: propriedades térmicas dos discos, condutividade térmica da barra condutora e radiação solar. Os resultados destas simulações revelaram que o fluxo de calor através do arranjo não é fortemente dependente da condutividade térmica da barra condutora.

Palavras-chave: Condução de calor, tubo de calor, energia solar.

1. INTRODUÇÃO

Em países de clima frio, a temperatura de conforto nos recintos é mantida com o uso de aquecimento interno adicional. Nas horas de baixo nível de radiação solar e temperatura ambiente, parte do calor entregue pelo sistema de aquecimento é transferida para o ambiente exterior em forma de perdas de calor, principalmente através da(s) parede(s) externa(s).

Entre as medidas utilizadas para reduzir estas perdas, o uso de uma camada isolante na face externa das paredes (a mais tradicional delas), que se por um lado reduz o fluxo de calor de dentro do recinto para o meio ambiente (perdas), por outro lado reduz também o fluxo de energia solar pela via direta (ganho). Este fato enseja a questão da possibilidade de construir-se uma parede externa que atenda aos seguintes requisitos (Fig.1):

- Apresentar elevada condutividade térmica em um sentido que possibilite um ganho de energia solar através do isolamento (de fora para dentro do recinto), protegendo ao mesmo tempo o ambiente interior contra sobreaquecimento.
- Apresentar uma baixa condutividade térmica no sentido oposto (de dentro do recinto para fora), reduzindo as perdas de calor.



Figura 1. Fluxos de calor através de uma parede externa

Como possíveis soluções para este problema, foram feitas algumas propostas baseadas sobretudo no emprego de materiais isolantes transparentes (Gotzberger *et al.*, 1984) e no aproveitamento de tubos de calor (Corliss e Stickford, 1979; Maldonado e Woods, 1980; van Dijk *et al.*, 1983 e Meyer, 1987).

O uso de materiais isolantes transparentes apresenta uma série de problemas, sendo o mais importante o sobreaquecimento do recinto nos meses de verão. O uso de tubos de calor, apesar de não apresentar este inconveniente, ainda não foi plenamente aceito como uma solução viável, sobretudo por falta de estudos conclusivos nesta área.

No presente artigo, procede-se a uma breve revisão sobre as propostas de utilização de tubos de calor como elementos passivos para o aquecimento de habitações, e em seguida apresenta-se um modelo teórico para a análise do problema de transferência de calor no sistema parede-tubo de calor ou parede-termossifão bifásico.

2. ANÁLISE DOS MODELOS EXISTENTES

O termossifão bifásico fechado é um sistema parcialmente cheio com um fluido refrigerante, utilizado para transferir calor (Andros, 1980). A superfície que delimita este sistema é a de um tubo metálico, cujo comprimento varia desde alguns centímetros até poucos metros, com um diâmetro não ultrapassa algumas dezenas de milímetros. O fluido de trabalho é, via de regra, um Freon, um álcool ou água. De acordo com o seu princípio de funcionamento, podem-se destacar duas regiões em um termossifão: a zona quente e a zona fria. Estas duas regiões são quase sempre separadas por uma terceira, a zona de transporte. Cede-se calor à zona quente, também denominada zona de ebulição, de um termossifão localizado em uma posição diferente da horizontal, e a fase líquida do fluido de trabalho evapora-se. O vapor gerado alcança a zona fria, também denominada zona de condensação, e lá se condensa com a entrega do calor latente de evaporação. A matéria condensada produzida escoa para a zona quente sob o efeito da força da gravidade. Com isto, completa-se um ciclo contínuo ebulição/condensação, mantido exclusivamente pela diferença de densidade entre as fases vapor e líquido do fluido de trabalho. O termossifão bifásico fechado diferencia-se do tubo de calor pelo princípio que governa o retorno do condensado à zona quente. No termossifão, o condensado retorna à zona de ebulição através da atuação da força de massa devida à gravidade. Este elemento deve operar, portanto, inclinado com respeito à horizontal. No tubo de calor, por outro lado, o condensado retorna à zona quente devido à ação da diferença de pressão entre as zonas quente e fria, proveniente da existência de estruturas capilares na superfície interna do tubo.

Os modelos propostos por Corliss e Stickford (1979) e Maldonado e Woods (1987) para o uso de tubos de calor em paredes de construções estão ilustrados nas Figs.2a e 2b, respectivamente. A placa coletora transmite, por condução, o calor recebido do sol diretamente para a zona quente do tubo. Desta zona, o calor é transferido para a zona fria pelos mecanismos de ebulição e condensação típicos dos tubos de calor, e de lá para a água armazenada em um tanque. Este calor é então transferido para o meio ambiente por convecção livre e radiação. A chapa de vidro colocada junto da placa absorvedora tem a mesma função daquela do coletor solar plano.

As Figs. 2c e 2d mostram os modelos propostos por van Dijk *el al.* (1983) e Meyer (1987). Como pode ser visto, estes modelos assemelham-se àqueles propostos por Corliss e Stickford (1979) e Maldonado e Woods (1987), no que diz respeito ao modo como a radiação solar incidente é absorvida, diferindo, no entanto, na escolha do meio armazenador intermediário. Segundo van Dijk *et al.* (1983), o calor transmitido pelo tubo de calor é coletado numa placa metálica e entregue a um material de mudança de fase (ponto de fusão de 27 ou 57 °C). O calor armazenado neste meio é entregue ao recinto por convecção livre e radiação. A concepção de Meyer (1987) prevê a parede como meio armazenador.



1. Vidro2. Placa absorvedora3. Tubo de calor4. Isolante5. Parede/armazenador6. Placa distribuidora7. Tanque

Figura 2. Modelos para o uso de tubos de calor em paredes: (a) Corliss e Stickford (1979), (b) Maldonado e Woods (1980), (c) van Dijk *et al.* (1983) e (d) Meyer, (1987)

Todos estes trabalhos são experimentais, com protótipos construídos em escala de laboratório. Em nenhum deles foi sugerida a substituição do tubo de calor pelo termossifão bifásico, apesar da simplicidade construtiva deste dispositivo.

O presente artigo tem como objetivo fornecer elementos para esta análise, ampliando assim a discussão sobre a viabilidade da utilização de tubos de calor ou termossifões bifásicos fechados na aplicação já mencionada.

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Como ponto de partida para a análise, considere-se o arranjo ilustrado na Fig. 3. Esta figura mostra uma vista frontal e em corte de uma parede externa, tal como a da Fig.1, seccionada em "m x n" elementos, cada um dos quais constituído por dois discos metálicos acoplados pelo centro por um tubo ligeiramente inclinado com respeito ao plano horizontal.



1. Vidro2. Disco coletor3. Tubo de calor ou termossifão4. Isolante5. Alvenaria6. Disco distribuidor

Figura 3. Modelo da parede com tubo de calor ou termossifão

Note-se que este arranjo contém todos os elementos básicos dos modelos apresentados na Fig. 2, com o próprio meio interior funcionando como armazenador. O problema proposto consiste em analisar a transferência de calor em um dos elementos da Fig.3.

4. MODELO TEÓRICO

A Fig. 4 mostra o elemento de ordem "pq" em detalhe, onde se admite que as faces internas de cada disco e a região intermediária do tubo estejam isoladas de modo a bloquear o fluxo de calor radial para dentro da parede.



Figura 4. Elemento de ordem "pq" em detalhe

Um balanço de energia em um elemento diferencial do disco 1 e do disco 2, resulta nas seguintes equações diferenciais parciais de segunda ordem:

$$\frac{\alpha^* \dot{\mathbf{q}}}{\lambda_1} + \frac{\alpha_1}{\lambda_1} \left(\vartheta_{\mathbf{a}} - \vartheta_1 \right) + \delta_1 \left[\frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{1}{\mathbf{r}} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \mathbf{r}} \right] = \frac{\delta_1}{\mathbf{a}_1} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \mathbf{t}}$$
(1)

$$-\frac{\alpha_2}{\lambda_2} \left(\vartheta_2 - \vartheta_r\right) + \delta_2 \left[\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial r}\right] = \frac{\delta_2}{a_2} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t}$$
(2)

Nestas equações, α^* representa o coeficiente de absorção, $\vartheta_a \in \vartheta_r$ as temperaturas dos ambientes exterior e interior, respectivamente, **a** representa a difusividade térmica dos discos, α o coeficiente de transferência de calor por convecção, $\vartheta \in \delta$ a temperatura e a espessura dos discos, respectivamente e \dot{q} a radiação solar direta incidente na parede, assumida, por simplicidade, como sendo da forma

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{\max} \sin \left(\omega t \cdot \varphi_0 \right) \tag{3}$$

com $\omega = \pi/12$ e $\varphi_0 = \pi/6$. Os índices 1 e 2 referem-se aos discos voltados para o exterior e interior do recinto, respectivamente, submetidos às seguintes condições de contorno:

$$r = r_{e} \text{ (raio do disco)} \qquad -\lambda_{1} \frac{\frac{\text{Disco 1}}{\partial \vartheta_{1}}}{\partial r} = 0 \qquad (4)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i} \text{ (raio da barra)} \qquad \qquad \vartheta_{1} = \vartheta_{1}(\mathbf{r}_{i}, t) \tag{5}$$

$$r = r_{e} \text{ (raio do disco)} \qquad -\lambda_{2} \frac{\frac{\partial}{\partial} \frac{\partial}{\partial}_{2}}{\partial r} = 0 \qquad (6)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\mathbf{i}} \text{ (raio da barra)}$$
 $\vartheta_2 = \vartheta_2 (\mathbf{r}_{\mathbf{i}}, \mathbf{t})$ (7)

Admita-se ainda que o tubo de calor ou termossifão possa ser substituído por uma barra de elevada condutividade térmica. Neste caso, as temperaturas ϑ_1 na Eq.(1) e ϑ_2 na Eq.(2) medidas em r = r_i são relacionadas entre si pela equação

$$\vartheta_1(\mathbf{r}_i) - \vartheta_2(\mathbf{r}_i) = \mathbf{R} \mathbf{\hat{Q}}$$
(8)

com

•

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\mathbf{r_i} \ \mathbf{h_1} \ \delta_1} + \frac{2\mathbf{L}}{\mathbf{r_i^2} \ \lambda_B} + \frac{1}{\mathbf{r_i} \ \mathbf{h_2} \ \delta_2} \right)$$
(9)

$$\dot{\mathbf{Q}} = \left. 2\pi \, \mathbf{r_i} \, \delta_2 \, \lambda_2 \, \frac{\partial \, \vartheta_2}{\partial \, \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r} = \mathbf{r_i}} \tag{10}$$

Na Eq.(9), λ_B e L representam a condutividade térmica da barra e o seu comprimento, respectivamente, e h a resistência de contato entre a barra e o disco.

Impondo-se as condições iniciais

$$\vartheta_1(\mathbf{r}, 0) = \vartheta_1(0) \tag{11}$$
$$\vartheta_2(\mathbf{r}, 0) = \vartheta_2(0) \tag{12}$$

o problema proposto consiste na determinação das temperaturas
$$\vartheta_1(\mathbf{r},t) \in \vartheta_2(\mathbf{r},t)$$
 para diversas

situações de interesse.

5. RESULTADOS

O sistema de equações diferenciais 1e 2, sujeito às condições impostas pelas Eqs.(4-12), foi resolvido numericamente pelo método dos elementos finitos de Galerkin. Os dados utilizados nas simulações realizadas por meio de um programa em linguagem FORTRAN (Lasalvia, 1997) podem ser encontrados na Tabela 1.

h		L	ri	r _e	α^{*}	α	δ	Δr	Δt	ϑ(0)	ϑ_{a}	$\vartheta_{\rm r}$
(W/m ²	² K)	(m)	(m)	(m)	(-)	(W/mK)	(m)	(m)	(s)	(^{0}C)	(^{0}C)	(^{0}C)
600	0	0.3	0.01	0.09	0.9	20	0.005	0.02	300	18	18	18
	$\dot{\mathbf{q}}_{\max}$				$\lambda_{ m B}$				λ			
	(W/m^2)				(W/mK)				(W/mK)			
	100) 6	00	1100	100	1000	10000		1	63 3	93	

Tabela 1. Dados utilizados nas simulações

<u>Efeito da condutividade térmica da barra</u>. A Fig. 5 mostra a evolução das temperaturas nos discos 1 e 2 em função do tempo na isoterma que passa por r/ $r_i = 5$ (isoterma central) para duas barras de diferentes condutividades térmicas. Como pode ser visto nesta figura, o efeito da utilização de uma barra imaginária de elevadíssima condutividade térmica (aproximadamente duas ordens de grandeza maiores que a do cobre, como é comum encontrar--se em termossifões bifásicos fechados, por exemplo) sobre a temperatura média do disco 2 é relativamente pequeno (elevação da temperatura média de 19 para 23 0 C).



Figura 5. Efeito da condutividade térmica da barra sobre as temperaturas dos discos 1 e 2 na isoterma que passa por r/r_i = 5 ($\dot{\mathbf{q}}_{max}$ = 600 W/m², e λ = 63 W/mK (ferro))

<u>Efeito do material do disco</u>. As Figs. 6a e 6b mostram a distribuição radial de temperatura ao longo dos discos 1 e 2, respectivamente, em dois instantes de tempo (a 3h e a 6h após o início da incidência de radiação solar na parede) para discos de materiais distintos ($\lambda = 1 \text{ W/mK}$ (concreto) e $\lambda = 393 \text{ W/mK}$ (cobre)).

Estas figuras revelam que o gradiente de temperatura ao longo do disco de baixa condutividade térmica é muito elevado. Este superaquecimento tem como conseqüências diretas elevadas perdas e com isso um baixo fluxo de calor através do arranjo.



Figura 6a. Efeito do material do disco 1 sobre a sua temperatura em diferentes posições radiais ($\dot{\mathbf{q}}_{max} = 600 \text{ W/m}^2$, $\lambda_B = 1000 \text{ W/mK}$)



Figura 6b. Efeito do material do disco 2 sobre a sua temperatura para diferentes posições radiais ($\dot{\mathbf{q}}_{max} = 600 \text{ W/m}^2$, $\lambda_B = 1000 \text{ W/mK}$)

<u>Efeito da radiação solar.</u> A Fig. 7 mostra o efeito da radiação solar máxima sobre as temperaturas dos discos 1 e 2, onde se pode verificar que enquanto a temperatura média do disco 1 se eleva de 26 para 41 0 C, a elevação de temperatura média do disco 2 é apenas de 19 para 20 0 C.



Figura 7. Efeito da radiação solar máxima ($\lambda_B = 1000 \text{ W/mK}, \lambda = 63 \text{ W/mK}$ (ferro))

6. CONCLUSÕES

Tubos metálicos comerciais que podem ser utilizados na fabricação de tubos de calor e termossifões apresentam, via de regra, áreas de secção transversal pequenas Deste modo, para a aplicação analisada na presente contribuição, faz-se indispensável a utilização de placas coletoras. Apesar da elevada condutividade térmica dos tubos de calor e termossifões bifásicos, os resultados obtidos mostraram que devem ser esperados baixos fluxos de calor através dos arranjos ilustrados na Fig.2, devidos principalmente às limitações impostas pelas propriedades térmicas dos discos.

7. REFERÊNCIAS

- Andros, F. E., 1980, "Heat transfer characteristics of the two-phase closed thermosyphon including direct flow observations", Ph.D. Thesis, Arizona State University.
- Corliss, J. M. and Stickford, G.H., 1979, "Analytical and economical evaluation of heat pipe augmented passive solar heating systems", Proceedings, Int. Solar Energy Society, Atlanta, pp. 1642-1646.
- Lasalvia, V.C., 1997, "Modelo para análise do problema de transferência de calor unidimensional e variante no tempo entre dois discos metálicos acoplados pelo centro por uma barra de elevada condutividade térmica", Tese de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, Brasil, 102p.
- Maldonado, E. A. B. and Woods, J.E., 1980, "Performance of a passive heat-pipe solar energy system", Proceedings, Int. Congress on Building Energy Management, Porto, Portugal, pp. 1-11.
- Meyer, K., 1987, "Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur passiven Solarenergienutzung an Hausfassaden", Dissertation, Universität Kassel.
- Gotzberger, A., Schmid, J. and Wittwer, V., 1984, "Transparent insulation system for passive solar energy utilization in buildings", Int. J. of Solar Energy, Vol. 2, pp. 289-308.
- van Dijk, H. A. L.; Galen; E.; Hensen, J. and Wit, M., 1983, "High performance passive solar heating system with heat pipe energy transfer and latent heat storage", Solar Energy R+D in the European Community. Serie A: Solar Energy Applications to Dwellings, pp. 118-130.

USO DO ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING* NO ESTUDO DE PROBLEMAS INVERSOS EM CONVECÇÃO NATURAL DE CALOR

Cristiene Vasconcelos Gonçalves Sezimária Pereira Saramago Gilmar Guimarães Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 38400-902, Uberlândia – Minas Gerais e-mail: cgoncalves@mecanica.ufu.br

Resumo

A técnica denominada *Simulated annealing*, SA, é usada para a obtenção inversa do fluxo de calor e da temperatura da parede em uma placa plana vertical aquecida, com fluxo constante, através de medições de temperatura no interior do fluido. A solução direta das equações que descrevem o problema de convecção é obtida analiticamente através do método de von Kármán-Pohlhausen e de algumas hipóteses simplificativas como regime permanente, escoamento bidimensional e aproximação de Boussinesq. Os resultados obtidos para o SA são então comparados aos obtidos através do método da função especificada seqüencial. Uma bancada experimental é montada de forma a fornecer a temperatura do filme no interior da camada limite.

Palavras-Chaves: métodos inversos, *Simulated anneling*, método da função especificada seqüencial.

1. INTRODUÇÃO

Em diversas ocasiões práticas em engenharia, tais como controle de aquecimento ou resfriamento, as condições iniciais ou de contornos são inacessíveis. A utilização nesses casos de uma metodologia inversa representa uma ferramenta poderosa, Jarny et al (1991). A aproximação inversa, ao contrário da direta, procura predizer as condições de contorno térmicas de dados experimentais, a saber, medições obtidas dentro do campo de temperaturas, sem que nenhum sensor seja colocado sobre a superfície estudada.

O problema estudado aqui consiste de uma placa plana vertical sujeita a um fluxo de calor prescrito, q(x), e exposta à convecção natural, Figura 1 (a). Pode-se observar, nessas condições, a formação de um escoamento devido às forças de empuxo e o estabelecimento de uma camada limite, representada esquematicamente na Figura 1 (b). É caracterizado por uma geometria cartesiana, bidimensional, sujeita a um fluxo de calor q(x), com escoamento em regime permanente e descrito pelas equações da camada limite incompressível e laminar.

O problema inverso se estabelece à medida que as condições de contorno na parede como o fluxo de calor ou variação de temperatura não são conhecidas. As estimativas dessas variáveis, $q(x) \in T_w(x,0)$, são os objetivos desse trabalho.

Existem várias técnicas para a solução de problemas inversos. Nesse trabalho o algoritmo Simulated Annealing (SA) é adaptado ao problema inverso de calor. SA é um

método de busca probabilística cuja maior desvantagem se deve a um maior tempo computacional quando comparado aos modelos convencionais. Entretanto, apresenta vantagem sobre os métodos de gradiente convencionais por selecionar valores dos parâmetros fora da vizinhança de um mínimo local. Nesse trabalho o método do gradiente, o método da função especificada de Beck al (1985), é usado para comparação com os resultados obtidos através do SA.



Figura 1- Problema térmico estudado. a) Placa plana vertical aquecida. b) Camada limite representada esquematicamente.

2. FORMULAÇÃO TEÓRICA

Uma das características das técnicas de problemas inversos é a necessidade de se obter uma equação que forneça uma correlação de uma variável a ser medida (nesse caso T(x,y)) em função do parâmetro a ser estimado, q(x) e $T_w(x,0)$. Torna-se necessário, inicialmente, obter-se a solução do problema direto em questão. Esta solução é obtida através das equações de continuidade, movimento e energia que governam o problema de convecção natural sobre uma placa plana aquecida.

2.1. O PROBLEMA DIRETO

O problema de convecção natural sobre uma placa plana vertical aquecida pode ser descrito pelas equações da quantidade de movimento, da energia e da conservação de massa, considerando a aproximação de Boussinesq, ou seja,

$$u\frac{\P u}{\P x} + v\frac{\P u}{\P y} = g \updownarrow T - T_{\bullet} - + n\frac{\P^2 u}{\P y^2},$$
(1)

$$u\frac{\P T}{\P x} + v\frac{\P T}{\P y} = \mapsto \frac{\P^2 T}{\P y^2},$$
(2)

e

$$\frac{\P u}{\P x} + \frac{\P v}{\P y} = 0,\tag{3}$$

onde *x* é a coordenada medida ao longo da placa, *y* é a coordenada normal à placa, *u* e *v* são as componentes da velocidade na direção *x* e *y* respectivamente, T(x,y) a temperatura, α a difusividade térmica, *g* a aceleração da gravidade e β o coeficiente de expansão térmica.

A solução das equações da camada limite laminar para convecção natural em uma placa plana vertical com fluxo de calor não uniforme, q(x), na superfície pode ser obtida através do método de von Kármán–Pohlhausen , (Holman,1990), que consiste em uma formulação integral acoplada ao uso de aproximações polinomiais para os perfis de velocidade e temperatura.

O perfil de temperatura é representado por uma função polinomial de y, isto é,

$$T(x, y) = a + b \times y + c \times y^2$$
⁽⁴⁾

Sendo que a, b, e, c, são funções de x obtidas de forma que as condições de contorno térmicas presentes no problema sejam satisfeitas, ou seja:

$$-k\frac{\P T}{\P y} = q(x), \quad \text{para} \qquad y = 0; \tag{5}$$

$$T = T_{\bullet}$$
, para $y = d$; (6)

$$\frac{\P T}{\P y} = 0, \quad \text{para} \qquad y = \mathsf{d}. \tag{7}$$

onde d(x) é a espessura da camada limite, k é a condutividade térmica e q(x) ou simplesmente, q_x , o fluxo de calor não uniforme imposto na placa plana por unidade de área.

Substituindo as condições de contorno dadas pelas Eqs. (5), (6) e (7) em (4), obtémse a expressão para o perfil de temperatura, como:

$$T(x, y) - T_{\bullet} = \frac{q_x}{2 \times x \, d(x)} \, y - \, d(x)^2,$$
(8)

Para que a Eq. (8) represente a solução completa do campo de temperatura em função do fluxo de calor imposto, q_x , resta ainda a determinação da espessura da camada limite, d(x).

Utilizando-se o método de von-Kámám Pohlhausen chega-se à expressão final para a espessura da camada limite d(x):

onde,

$$B_{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} x \times q_{x^{-}}}$$
(10)

T(x,y) representa o modelo teórico para a temperatura, dada em função das coordenadas x e y, das componentes locais q_x e da influência das componentes q_{x1} , q_{x2} , ..., q_{xi} ao longo do comprimento da placa.

Observa-se que para o caso onde o comportamento do fluxo de calor seja aproximadamente constante, ou seja, $q_x \cong q = \text{constante}$, então

$$B_x = \bigcup_{0}^{x} dx / x q_x \circ @$$
 e consequentemente $B_x^2 @$

2.2. O PROBLEMA INVERSO

A proposta inicial para a obtenção das componentes do fluxo de calor q_x é a minimização de uma função erro quadrático definida pelo quadrado da diferença entre as temperaturas medidas no interior da camada limite $Y(x,y)_M$ e as temperaturas calculadas pelo modelo teórico dado pela Eq. (8). Assim a função objetivo a ser minimizada, adotada neste trabalho para os dois métodos empregados consiste:

$$F = \bigwedge_{i=1}^{M} \mathcal{Y}(x, y)_{i} - T(x, y)_{i}^{2}$$
(11)

onde Y(x,y) é a temperatura medida experimentalmente, T(x,y) é a temperatura obtida pelo modelo e *M* é o número de posições na direção *x* da placa.

Método da função especificada seqüencial (FES)

Uma das técnicas inversas usadas nesse trabalho, envolve a inversão numérica de uma integral de convolução e o uso de passos de futuros. É o chamado método da função especificada, desenvolvido por Beck et al. (1985) para aplicações em problemas lineares de condução de calor. Está técnica foi adaptada, através de um procedimento iterativo, para a solução do problema não linear causado pelo acoplamento das equações do movimento e energia, (Gonçalves, 1999).

Simulated anneling (SA)

SA tem suas origens na termodinâmica mais precisamente na forma como os metais líquidos se resfriam e se recozem. No recozimento físico, um metal é aquecido e em seguida resfriado lentamente para obter-se uma configuração molecular regular tendo o estado energético mais baixo possível. *Simulated anneling* pode ser realizado em otimização através de uma perturbação aleatória na variável de decisão e mantendo-se o melhor valor da função objetivo para cada conjunto de variáveis aleatória. Para encorajar a formação dessas estruturas cristalinas, um programa de temperaturas é usado para governar a taxa para qual o metal resfria, (Nakao, S e Karasaki, J. N., 1999). Se a temperatura é mantida constante, o sistema se aproxima do equilíbrio térmico e a distribuição de probabilidade para a configuração de energia, E, aproxima-se da probabilidade de Boltzmann:

$$P(\lambda E) = e^{\frac{\hat{k}}{E} - \frac{E}{K_b T} \hat{z}}$$
(12)

onde K_b é a constante de Boltzmann. Metropolis et al. (1953) introduziu primeiramente um algoritmo simples para incorporar essas idéias dentro dos cálculos numéricos de equações de estado. O critério conhecido como algoritmo de Metropolis, é aplicado para determinar se uma transição a outra configuração ocorre com a temperatura presente. Esse método de otimização consiste no uso de analogias ao processo de recozimento da metalurgia. Uma analogia ao processo pode ser visto na Figura 2, (Saramago et al., 1999).



Figura 2 – Analogia ao processo de recozimento.

No SA, o estado energético e a configuração molecular tem analogias exatas. A função objetivo, Eq. (11), é análoga à função de estado, e o conjunto de parâmetros independentes, configuração, é análogo ao arranjos moleculares. Temperatura é simplesmente um parâmetro de controle em um dado problema de otimização.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O algoritmo do SA juntamente com o FES foram usados na solução de um problema inverso em convecção de calor para uma placa plana vertical aquecida. Os dois métodos se mostraram eficientes na recuperação do fluxo de calor desconhecido, assim como da temperatura da parede, $T_w(0,y)$.

Os dados de implementação para o SA podem ser verificados na Tabela 1.

Número de variáveis de projeto	9				
Variáveis de projeto inicial	0.01 W/m ² (para todas)				
Temperatura inicial	50				
Quantidade de temperaturas	10				
Quantidade de iterações	300				
Numero limite de avaliações da FO	10000				
Tolerância	1.e-10				
Limite inferior	0				
Limite superior	1000				

Tabela: Dados de implementação do Simulated anneling.

Os resultados computacionais podem ser comparados através da Tabela 2, onde F é o valor da função objetivo. Pode-se notar que o desempenho computacional do FES é pouco superior ao SA, devido ao custo computacional, uma vez que apresentaram valores próximos para F.

Tabela 2: Resultados computacionais obtidos em ambos os métodos empregados.

Simulated anneling	Função Especificada Seqüencial
$F = 2.5583 * 10^{-5}$	$F = 2.2375 * 10^{-4}$
N° de pontos visitados = 4549	Chamadas de $F = 50$
N° de pontos aceitos = 1178	custo computacional $= 1.1500$ Seg.
custo computacional $= 51.7900$ Seg.	

A Figura 3 mostra uma comparação do fluxo obtido para os dois métodos, juntamente com o fluxo teórico experimental. Pode-se observar que ambos os métodos apresentaram resultados semelhantes quanto a recuperação do fluxo de calor.



Figura 3: Fluxo de calor obtido através do *Simulated anneling* (SA) e do método da função especificada sequencial (FES).

A temperatura da parede , assim como o erro relativo encontrado pode ser vista na Figura 4(a) e 4(b), respectivamente. Nota-se que exceto pela primeira posição os erros foram inferiores a 5%. Experimentalmente esse fato significa um excelente resultado de recuperação da condição de contorno da placa. O resultado ruim para a primeira posição pode ser justificado devido ao fato que o modelo que descreve a camada limite ser parabólico, tonado-o dependente de informações anteriores.



Figura 4 – (a) Temperatura da parede obtida pelo SA e FES. (b) Erro relativo encontrado na obtenção da temperatura da parede.

Os dados experimentais foram obtidos a uma distância fixa de 2 mm ao longo da placa. Um dos motivos foi a sensibilidade do método FES à localização do sensor. À medida que o sensor de temperatura se distancia da placa menos informação referente ao fluxo desconhecido é obtida. A fim de se verificar a robustez do SA com relaçao a esse tipo de problema de localização do sensor foi realizada uma simulação, onde um fluxo de calor de 300 W/m^2 é imposto, constante ao longo de toda placa. Considerou-se primeiramente uma posição de *y* fixa e arbitrária, correspondente a 40% do máximo valor da camada limite, posteriormente fez-se o mesmo estudo de uma posição a 65% do valor máximo. Obteve-se os perfis de temperatura simulados para essas localizações, Y(x,y), sendo que foi acrescentado um erro aleatório de $\pm 1^{\circ}$ C. Os resultados para o fluxo de calor, do primeiro caso, assim como para o erro pode ser verificado na Figura 5(a) e 5(b), respectivamente.



Figura 5 – (a) Fluxo de calor obtido pelo SA para um posição fixa de *y* correspondente a 40% da camada limite. (b) Erro relativo referente ao fluxo de calor obtido.

A temperatura da parede, para o primeiro caso, juntamente com e erro relativo podem ser vistas na Figura 6 (a) e 6(b), respectivamente.



Figura 6 – (a) Temperatura da parede obtida com o sensor localizado a 40% do valor máximo da camada limite. (b) Erro relativo para a temperatura da parede.

O segundo caso testado foi uma posição fixa de y a 65% da distância máxima da camada limite. Obteve-se convergência do algoritmo SA, entretanto os resultados não foram precisos. Deve-se salientar que a 65% do valor máximo da camada limite, poucas temperaturas influenciadas pelo fluxo de calor são retidas.

Não se obteve convergência com o método FES em nenhum dos casos testados, o que indica uma melhor robustez do método SA com relação à localização do sensor.

4. CONCLUSÕES

O método do *Simulated anneling* apresentou o mesmo resultado que o método da função sequencial especificada. Obteve-se erros menores que 5% para a temperatura da parede, exceto para a primeira posição.

Em uma simulação para verificar a robutez do método, o SA mostrou-se bastante robusto, apresentando resultados para regiões superiores a 40% do valor máximo da camada limite.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gonçalves, CV., 1999, "Desenvolvimento de técnicas de problemas inversos em convecção de calor", Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG., Brasil, 75pp.
- Holman, J. P., 1990, "Heat Transfer", Seventh Edition, McGraw-Hill, Inc, N.Y.
- Jarny, Y., Ozisik, M. N. & Bardon, J. P., 1991, "A general aptimization method using adjoint equation for solving multidimensional inverse heat conduction", Journal of heat and mass transfer. Vol. 34, No.11, pp. 2911-2919.
- Nakao, Shinsuke, Najita, Julie & Karasaki, Kenzi, 1999, "Sensitivity study on hydraulic well testing inversion using *Simulated anneling*", Ground Water Publishing Company, Vol. 37, Issue 5, pp. 736-747.
- Saramago, S. F. P., Assis, E. G., & Steffen, Valder., 1999, "*Simulated anneling*: Some applications in mechanical systems optimization", 20th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Enginnering (CD ROM), São Paulo, Brasil.