

Figura 6. Perfil de temperatura do tecido para diversas alturas do vaso de suprimento (resultado numérico bidimensional).

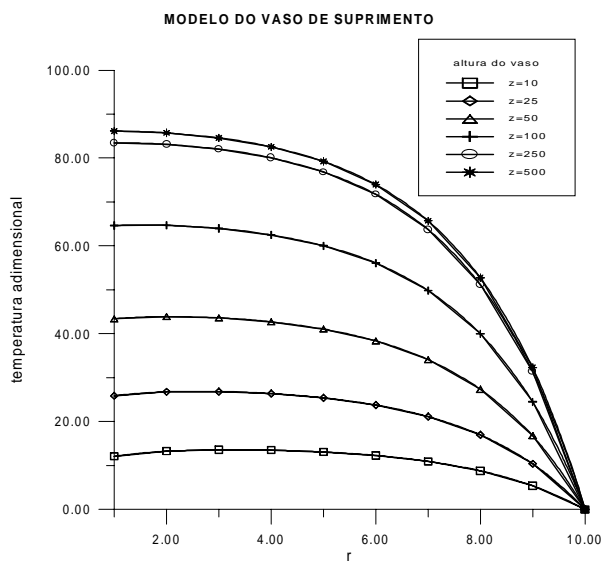


Figura 7. Perfil de temperatura do tecido para diversas alturas do vaso de suprimento (resultado analítico).

5. CONCLUSÕES

Comparações entre o presente trabalho e o de Huang (1994) apresentam a concordância esperada, mas não a igualdade. O próprio autor cita a necessidade de um tratamento bidimensional do problema. O comportamento da temperatura bidimensional é similar ao caso unidimensional, porém os níveis de temperatura são um pouco mais elevados. Este fato é esperado uma vez que há geração de calor em todo o tecido, e a temperatura em nós a uma determinada altura, são influenciadas também pelas temperaturas dos nós axiais vizinhos, fato que não ocorre em uma dimensão.

Apesar de soluções analíticas serem sempre a melhor opção, nem sempre é possível obtê-las em problemas mais complexos. No estudo da biomecânica, as geometrias envolvidas são extremamente irregulares e podem necessitar de ferramentas computacionais mais sofisticadas, como o uso de programas de geração de malhas não-estruturadas. Análises transitórias também são desejáveis. Com este modelo, se está apto a efetuar análises mais detalhadas, inclusive o caso onde a taxa de escoamento do sangue varie. A continuidade natural do presente trabalho é o estudo de processos transitórios, e, posteriormente, a aplicação dos conhecimentos adquiridos até então, na análise de geometrias reais do corpo humano.

BIBLIOGRAFIA

1. Arkin, H., Xu, L.X. & Holmes, K. R.. "Recent developments in modeling heat transfer in blood perfused tissues" *IEEE Transactions of Biomedical Engineering*, vol. 41, no. 2, pp. 97-107, 1994.
2. Delchar, T. A., "Physics in Medical Diagnosis", Chapman & Hall, 1994.
3. Diller, K. R., "Modeling of bioheat transfer processes at high and low temperatures". In: "Advances in Heat Transfer: Bioengineering Heat Transfer" (Y. I. Cho, ed.), vol. 22, pp 157 –357, Academic Press, Inc., 1992.
4. Haberman, J. D., Love, T. J. & Francis, J. E., "Screening a rural population for breast cancer using thermography and physical examinations techniques: methods and results – a preliminary report", *Annals New York Academy of Sciences*, vol. 335, pp. 492-500, 1980.
5. Huang, H. W., Chan, C. L. & Roemer, R. B., "Analytical solutions of Pennes bio-heat transfer equation with a blood vessel", *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 116, pp.208-212, 1994.
6. Kolios, M. C., Sherar, M. D. e Hund, J. W.. "Large blood vessel cooling in heated tissues: a numerical study", *Phys. Med. Biol.*, vol. 40, pp. 447 – 494, 1995.
7. Lawson, W. et alii. "Infrared Thermography in the Detection and Management of Coronary Artery Disease", *The American Journal of Cardiology*, vol. 72, October 15, 1993.

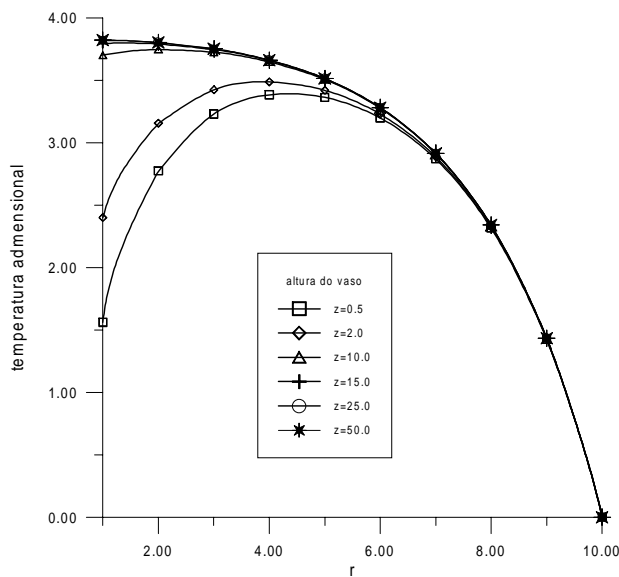


Figura 2. Perfil de temperatura do tecido para diversas alturas do vaso de passagem. (resultado analítico unidimensional)

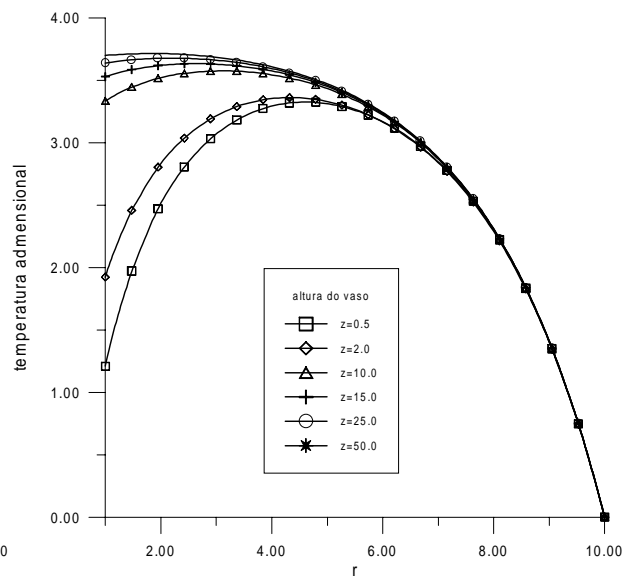


Figura 3. Perfil de temperatura do tecido para diversas alturas do vaso de passagem. (resultado numérico unidimensional)

Finalmente foi efetuada uma comparação entre os resultados obtidos por Huang(1994) para vasos de suprimento e aqueles obtidos pelo programa bidimensional. Pode-se observar, na Eq. 7, que a mesma já inclui a dependência em z , através do fato de que $\theta_a(z) = \theta_b(z)$, e não apenas como uma condição de contorno, como ocorria no caso anterior do vaso de passagem. Este fato justifica a diminuição das diferenças entre os resultados da comparação (Figs. 6 e 7). Ainda assim, o autor considera que a temperatura θ é função apenas da direção radial. A região de equilíbrio é, como se esperava, mais acima no canal ($z \cong 500$).

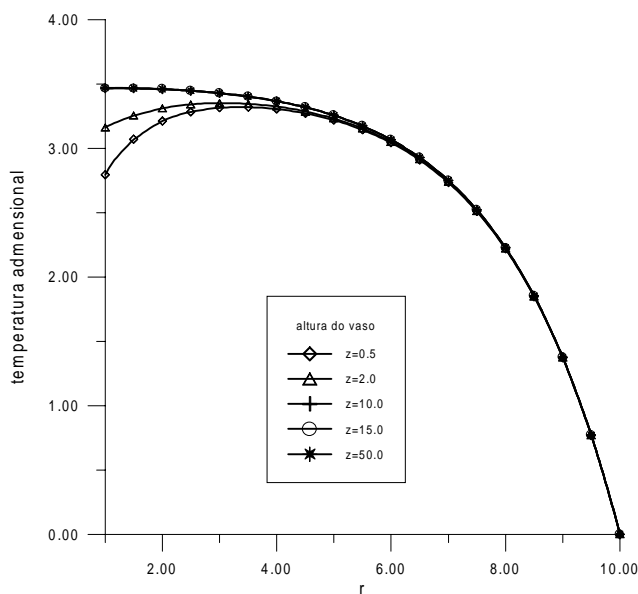


Figura 4. Perfil de temperatura do tecido para diversas alturas do vaso de passagem. (resultado numérico bidimensional)

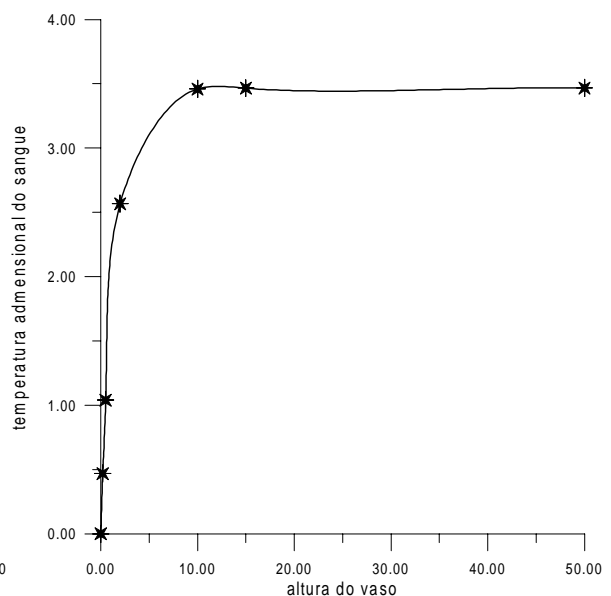


Figura 5. Temperatura do sangue em função da altura do vaso de passagem (resultado numérico bidimensional)

adicionais para o tecido. O mesmo foi considerado isolado, na base e em $z = H$ (altura do vaso).

4. RESULTADOS

Os resultados apresentados foram obtidos com o uso dos seguintes parâmetros físicos e geométricos:

$$\frac{R_2}{R_1} = 10; \quad Nu = 4; (Bi = 2); \quad St = 0,5;$$
$$\frac{2qk}{Qk_b Pe} = 0; \quad \theta_{bi} = 0; \quad \theta_a = 0.$$

O termo acima envolvendo o número de Peclet é considerado nulo porque é menor que 0,01, devido ao fato que este número, para grandes vasos, é maior do que 100. θ_{bi} é a temperatura adimensional do sangue na entrada do vaso.

As propriedades termofísicas para o sangue e o tecido foram consideradas as mesmas, e dadas por:

$$k = 0,5 \text{ W/m K}; \quad \rho = 1060 \text{ kg/m}^3;$$
$$W = 10 \text{ kg/m}^3\text{s}; \quad c_p = 3900 \text{ J/kg K}.$$

Os primeiros resultados aqui apresentados referem-se apenas a vasos de passagem. O gráfico abaixo (Fig. 2) mostra o resultado analítico de Huang (1994), para um vaso de passagem, no tratamento unidimensional. O mesmo foi reproduzido utilizando-se as funções de Bessel, num programa desenvolvido em FORTRAN77, com a biblioteca intrínseca do compilador.

Através da discretização das equações diferenciais unidimensionais para o vaso de passagem (em z) e tecido (em r), foram obtidos os perfis apresentados na Fig.3, que mostram um comportamento muito semelhante aos da Fig.2, como esperado. Para isto foram tomados canais de diferentes alturas ($z=0,5$ até 50). As diferenças obtidas para pequenos valores de r , foram devidas à metodologia adotada no acoplamento entre as duas equações unidimensionais (sangue e tecido) durante a discretização. Para o caso de vasos de passagem, Huang (1994) observou que o vaso remove calor do tecido (Fig. 2). Entretanto, mais adiante no escoamento, na região do equilíbrio ($z \geq 15$) não há mais remoção de energia pelo vaso. O fato se repete na Fig. 3. Segundo o autor, esta pequena capacidade de remoção de calor pode ser aumentada pelo aumento ao fluxo sanguíneo ou pelo uso de um vaso de maior diâmetro. Porém as modificações sugeridas pelo mesmo, só podem ser efetuadas no simulador.

A simplificação feita por Huang leva a uma solução analítica, mas não considera o caso real, onde a temperatura adimensional θ na verdade, é função das variáveis r e z . Usando o método dos volumes finitos em duas dimensões, obtiveram-se as temperaturas do tecido, que se encontram na Fig.4. A forma das curvas permanece, mas foi tomado um canal de altura $z = 50$ e impressos resultados para alturas intermediárias. Observa-se pela Fig.5 que a temperatura do sangue sobe bastante na entrada do canal e depois permanece praticamente constante, o que reforça a superposição das últimas curvas da Fig.4. Portanto, um vaso, independente do seu comprimento, apresenta uma capacidade finita de remoção de calor, fato que é bastante importante quando se trata de prever a intensidade das fontes de calor usadas em processos de hipertermia. Estes resultados mostram a importância de se tratar o problema bidimensionalmente. No caso simplificado de Huang a retirada de calor por parte do sangue é bem mais acentuada, na entrada do canal.

$$\theta_w(z) = \frac{Bi}{Bi - P_f C_3} \theta_b(z) + \frac{P_f C_4}{Bi - P_f C_3} \theta_a + \frac{C_4}{P_f (Bi - P_f C_3)} \quad (14)$$

onde:

$$C_1(r) = \frac{I_o(P_f R_2 / R_1) K_o(P_f r) - K_o(P_f R_2 / R_1) I_o(P_f r)}{K_o(P_f) I_o(P_f R_2 / R_1) - K_o(P_f R_2 / R_1) I_o(P_f)} \quad (15)$$

$$C_2(r) = 1 + \frac{[I_o(P_f) - I_o(P_f R_2 / R_1)] K_o(P_f r) - [K_o(P_f) - K_o(P_f R_2 / R_1)] I_o(P_f r)}{K_o(P_f) I_o(P_f R_2 / R_1) - K_o(P_f R_2 / R_1) I_o(P_f)} \quad (16)$$

$$C_3 = -\frac{I_o(P_f R_2 / R_1) K_1(P_f) + K_o(P_f R_2 / R_1) I_1(P_f)}{I_o(P_f R_2 / R_1) K_o(P_f) + K_o(P_f R_2 / R_1) I_o(P_f)} \quad (17)$$

$$C_4 = -\frac{[I_o(P_f) - I_o(P_f R_2 / R_1)] K_1(P_f) + [K_o(P_f) - K_o(P_f R_2 / R_1)] I_1(P_f)}{I_o(P_f R_2 / R_1) K_o(P_f) + K_o(P_f R_2 / R_1) I_o(P_f)} \quad (18)$$

Nestas equações, I_o e K_o são as funções de Bessel modificadas, de 1ª e 2ª espécie, de ordem zero; e I_1 e K_1 , as de ordem um.

Observa-se que a dependência axial de θ , é forçada apenas pelo fato de a temperatura da parede depender da temperatura do sangue. Não se trata portanto de solução de um problema bidimensional.

A solução analítica da Eq. (9), que foi obtida por Huang (1994) para o caso onde a temperatura arterial, θ_a , é igual a $\theta_b(z)$ é dada por:

$$\theta(r, z) = C_1(r) \theta_w(z) + C_2(r) \left(\theta_b(z) + \frac{1}{P_f^2} \right) \quad (19)$$

sendo $\theta_w(z)$, a temperatura da parede, dada por:

$$\theta_w(z) = \frac{Bi + P_f C_4}{Bi - P_f C_3} \theta_b(z) + \frac{C_4}{P_f (Bi - P_f C_3)} \quad (20)$$

onde:

$$C_1(r) = \frac{I_o(P_f R_2 / R_1) K_o(P_f r) - [K_o(P_f) - K_o(P_f R_2 / R_1)] I_o(P_f r)}{I_o(P_f R_2 / R_1) K_o(P_f) - K_o(P_f R_2 / R_1) I_o(P_f)} \quad (21)$$

e as constantes $C_2(r)$, C_3 e C_4 permanecem as mesmas do caso anterior.

Para proceder análise numérica bidimensional do problema foi usado o método numérico dos volumes finitos e o programa computacional foi desenvolvido na linguagem FORTRAN90. As condições de contorno tomadas foram análogas às de Huang et al.(1994), para permitir posteriores comparações. Apenas foram tomadas condições de contorno

P_f = coeficiente adimensional de perfusão;
 θ_a = temperatura adimensional da artéria.

A Equação (4) é equivalente a:

$$\frac{d\theta_b}{dz} = 2St(\theta_w - \theta_b) + \frac{q}{Q} \frac{k_t}{k_b} \frac{2}{Pe} \quad (9)$$

onde:

$$St = \frac{h}{\rho c_b V} = \frac{Nu}{Pe}, \quad Nu = \frac{hD}{k_b}, \quad Pe = \frac{2\rho c_b V R_1}{k_b}. \quad (10)$$

Nestas equações:

k_b = condutividade térmica do sangue;

V = velocidade média do sangue.

θ_w = temperatura adimensional da parede;

θ_b = temperatura adimensional do sangue.

Finalmente, a equação de acoplamento se transforma em:

$$\frac{d\theta}{dr} = Bi(\theta_w - \theta_b), \quad (11)$$

sendo Bi o número de Biot.

No presente trabalho, a equação da biotransferência de calor para o tecido em duas dimensões, será solucionada no regime estacionário:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - P_f^2 (\theta - \theta_a(z)) + 1 = 0 \quad (12)$$

E para o sangue, foi considerada a Eq. (9).

3. METODOLOGIA

Grandes vasos sangüíneos podem ser vasos que tenham geração interna de calor – vasos abastecedores ou de suprimento (*supplying vessels*), ou que simplesmente atravessem o tecido – vasos de passagem (*traversing vessels*). Neste último caso, o vaso simplesmente atravessa o tecido perfusionado, mas não supre calor adicional para o mesmo. E, ainda, a temperatura do sangue arterial adimensional é considerada constante. Esta é a situação abordada na primeira parte do trabalho aqui apresentado.

A solução analítica da Eq. (7), que foi obtida por Huang (1994) para o caso onde a temperatura arterial (θ_a) é considerada constante é dada por:

$$\theta(r, z) = C_1(r) \theta_w(z) + C_2(r) \left(\theta_a + \frac{I}{P_f^2} \right) \quad (13)$$

sendo $\theta_w(z)$, a temperatura da parede, dada por:

No modelo apresentado por Huang (1994), a Eq. (1) no tecido foi solucionada analiticamente na direção radial, em regime permanente:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{dT}{dR} \right) + \frac{Q_p}{k_t} + \frac{Q}{k_t} = 0, \quad (3)$$

onde:

R = variável radial dimensional.

No sangue, a transferência de calor foi considerada unidimensional:

$$Gc_b \frac{dT_b}{dZ} = h(T_w - T_b)p / A + q, \quad (4)$$

onde:

G = fluxo de massa;

T_b = temperatura do sangue;

T_w = temperatura da parede do vaso;

p = perímetro do vaso;

h = coeficiente de transferência de calor parede-sangue;

A = área da seção reta do vaso;

q = taxa volumétrica de geração de calor no sangue;

Z = variável axial dimensional (altura do vaso).

A condição que acopla as duas equações é a transferência de calor por convecção entre a parede do vaso e do sangue:

$$-k \frac{dT}{dR} \Big|_{R=R_1} = h(T_w - T_b) \quad (5)$$

onde:

T_o = temperatura de referência.

Considerando os parâmetros adimensionais abaixo:

$$\theta = \frac{T - T_0}{QR_1^2 / k_t}; \quad r = \frac{R}{R_1}; \quad z = \frac{Z}{R_1}, \quad (6)$$

a Equação (3) se torna:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\theta}{dr} \right) - P_f^2 [\theta - \theta_a(z)] + 1 = 0, \quad (7)$$

sendo

$$P_f = R_1 \sqrt{\frac{Wc_b}{k_t}}. \quad (8)$$

Nesta equação,

terapêutico em si, ou uma decorrência (aquecimento) de outro processo, tal como ablação ou cirurgia envolvendo laser. É essencial para os usuários do equipamento, saber prever, medir e interpretar corretamente as respostas térmicas e vasculares ao aquecimento. Grandes vasos podem produzir gradientes elevados de temperatura em tecidos aquecidos levando a temperatura inadequadas durante a hipertermia (Kolios et al., 1995), (Huang, 1994).

2. MODELO

O modelo considerado apresenta simetria angular, e encontra-se representado na figura abaixo. Supõe-se que o tecido que circunda o vaso é uniformemente aquecido e perfusionado.

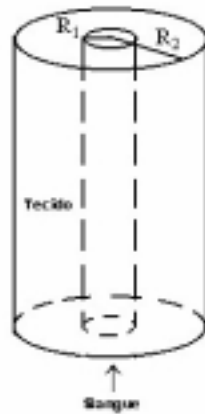


Figura 1. Modelo cilíndrico do tecido e do vaso sanguíneo.

A equação da biotransferência de calor pode ser escrita como:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k_t \nabla^2 T + Q_p + Q \quad (1)$$

onde:

- k_t = condutividade térmica do tecido;
- ρ = densidade do tecido;
- c_p = calor específico do tecido;
- T = temperatura;
- t = tempo;
- Q = taxa volumétrica de geração de calor no tecido.

A fonte de calor Q_p , devido à perfusão é dada por:

$$Q_p = \omega \rho_b c_b (T_a - T_v), \quad (2)$$

onde:

- ω = taxa volumétrica de perfusão sanguínea;
- ρ_b = densidade do sangue;
- c_b = calor específico do sangue;
- T_a = temperatura do sangue arterial entrando no tecido;
- T_v = temperatura do sangue venoso deixando o tecido.

UTILIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SIMULAÇÃO DE TECIDO PERFUSIONADO

Rita de Cássia Fernandes de Lima

Flávio Aureliano da Costa

Carla Simone Cardoso Guimarães

Departamento de Engenharia Mecânica – CTG - Universidade Federal de Pernambuco.

R. Acadêmico Hélio Ramos, s/n- Cidade Universitária - CEP 50740-510 – Recife – PE.

E-mail: ritalima@npd.ufpe.br

Resumo

O presente trabalho analisa o campo de temperaturas em tecido perfusionado, na presença de um vaso sangüíneo. A temperatura do sangue neste vaso também é calculada. O problema é resolvido numericamente em duas dimensões, considerando-se tanto vasos de suprimento (*supplying vessels*) como vasos de passagem (*traversing vessels*). São efetuadas comparações com a solução analítica de Huang, no qual tanto o sangue quanto o tecido são tratados unidimensionalmente, o que limita sua aplicabilidade. Procedimentos médicos que utilizem hipertermia necessitam de conhecimento preciso sobre este campo de temperaturas. A hipertermia pode ser o próprio processo terapêutico ou uma decorrência de outro processo, tal como ablação ou cirurgia envolvendo laser.

Palavras-chave: transferência de calor, biomecânica, tecido perfusionado.

1. INTRODUÇÃO

A crescente utilização das ferramentas numéricas e computacionais usadas nas engenharias, especialmente mecânica e eletrônica, na solução de problemas na medicina, motivou a realização de um levantamento, no qual foram identificados pelo menos três tópicos onde tais ferramentas, usadas na transferência de calor, podem ser aplicadas: teletermografia (Haberman, 1980), (Lawson, 1993), (Delchar, 1994), hipertermia (Arkin et al., 1994) e transferência de calor em cirurgias oculares usando laser (Diller, 1992). Nessas áreas pode-se analisar e orientar procedimentos médicos para que os mesmos atinjam seus objetivos de forma mais científica. A chamada “*Bioheat Transfer Equation*” (BHTE) é uma equação de condução de calor, com um termo específico de geração de calor devida à perfusão sangüínea. O presente trabalho analisa o campo de temperaturas em tecido perfusionado, na presença de um vaso sangüíneo. A temperatura do sangue neste vaso também é calculada. Inicialmente, o tecido é analisado de forma unidimensional em coordenadas cilíndricas, e o sangue, de forma axial. Foram efetuadas comparações com os resultados analíticos obtidos por Huang et al. (1994), onde foi dado um tratamento unidimensional, tanto ao tecido (direção radial) quanto ao vaso (direção axial), a fim de possibilitar a obtenção de uma solução analítica. O procedimento se torna inviável à medida que cresce a complexidade dos fenômenos analisados, tornando necessário o uso de métodos numéricos diversos. Até mesmo a análise desta primeira fase fica comprometida pela simplificação feita por Huang et al. (1994), como será visto mais adiante. Em seguida, o problema foi tratado de forma numérica, bidimensionalmente. A hipertermia tem uma ampla faixa de aplicações. Pode ser o processo