

ANÁLISE DA DINÂMICA DE UM SISTEMA DE ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES COM APLICAÇÃO DE MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS

Leonardo Cosme de Oliveira

Fernando Alves Rochinha

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, C.P. 68503, 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail : faro@serv.com.ufrj.br

Resumo

Este trabalho apresenta a elaboração de um modelo de sistema de isolamento de vibrações, cujo movimento é descrito por dois graus de liberdade. A idéia principal é estudar a aplicação de elementos (pastilhas ou pilhas) feitos de material piezoelétrico em conjunto com elementos passivos convencionais, tais como molas e amortecedores, para realizar a supressão de vibrações. Utiliza-se no modelo um circuito elétrico de aterramento, capaz de variar a rigidez do elemento piezoelétrico e introduzir um efeito de amortecimento, através da dissipação de energia pela resistência de carga. O elemento piezoelétrico se comporta como um material viscoelástico, cujas propriedades podem ser alteradas de modo a maximizar a eficiência do isolamento de vibrações. As equações da dinâmica do sistema de isolamento são elaboradas. Simula-se a resposta do sistema de isolamento para estímulos harmônicos e impulsivos, e estuda-se a variação da transmissibilidade em função da resistência utilizada no circuito de aterramento.

Palavras-chave: Isolamento de Vibrações, Sistemas Passivos, Piezoeletricidade

1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é elaborar um modelo para análise de um sistema de isolamento de vibrações, que poderá servir de base para o projeto de equipamentos capazes de proteger aparatos sensíveis das vibrações de fontes externas. O amortecimento de vibrações mecânicas é um assunto que merece destaque na área de Engenharia Mecânica, porque possibilita a redução do risco de fadiga dos materiais usados para confecção de elementos mecânicos, além de evitar a propagação destas vibrações para meios adjacentes, o que pode causar desde ligeiro desconforto até danos estruturais. O principal problema de projeto a ser resolvido é a escolha correta dos parâmetros físicos do sistema, tais como massas e constantes elásticas e de amortecimento, que façam com que o sistema gere uma resposta adequada.

Uma técnica de controle e isolamento de vibrações que vêm sendo estudada recentemente é a da utilização de atuadores, feitos de materiais piezoelétricos, ligados a circuitos de aterramento. Neste caso, parte da energia da vibração será acumulada no atuador piezoelétrico e no circuito de controle, e posteriormente dissipada na forma de calor. Logo, o amortecimento gerado pelo material piezoelétrico pode ser modelado como a conversão de energia mecânica devido à deformação em energia elétrica, e posterior dissipação desta energia por uma resistência.

Pode ser demonstrado que uma configuração adequada do circuito de aterramento é um pré-requisito para que se obtenha propriedades de amortecimento nos materiais piezoelétricos. Para descrição deste amortecimento há modelos baseados na variação da rigidez do material piezoelétrico, quando este se encontra em curto-circuito, aterrado por um resistor ou em circuito aberto. Neste tipo de modelo, um circuito elétrico equivalente é utilizado para descrever o comportamento eletro-mecânico dos materiais piezoelétricos, e então determinar o valor ótimo dos parâmetros do circuito de aterramento, ou seja, o valor da resistência de carga para um circuito RC, e os valores da resistência e da indutância, para um circuito RLC.

No presente trabalho será feita uma descrição das propriedades dos materiais piezoelétricos e será elaborado um modelo para descrever o comportamento desses materiais quando conectados em circuitos elétricos de aterramento. Serão mostrados exemplos da aplicação desses materiais em sistemas de isolamento de vibrações, e tendo como base um modelo de dois graus de liberdade, serão obtidas as respostas do sistema de isolamento acrescido de atuadores piezoelétricos para estímulos harmônicos e transientes.

2. MODELAGEM DO SISTEMA DE ISOLAMENTO COM 2 GRAUS DE LIBERDADE

Nesta análise será elaborado um modelo de dois graus de liberdade para descrever o movimento do sistema de isolamento. Serão considerados os deslocamentos verticais $x_1(t)$ e $x_2(t)$, da massa sísmica (de massa m_1) e da bancada de teste (de massa m_2) em relação a posição de equilíbrio. Na Figura 1 são mostrados os esquemas do modelo de sistema de isolamento, sendo o primeiro composto apenas por molas e amortecedores e o segundo já incluindo os atuadores piezoelétricos:

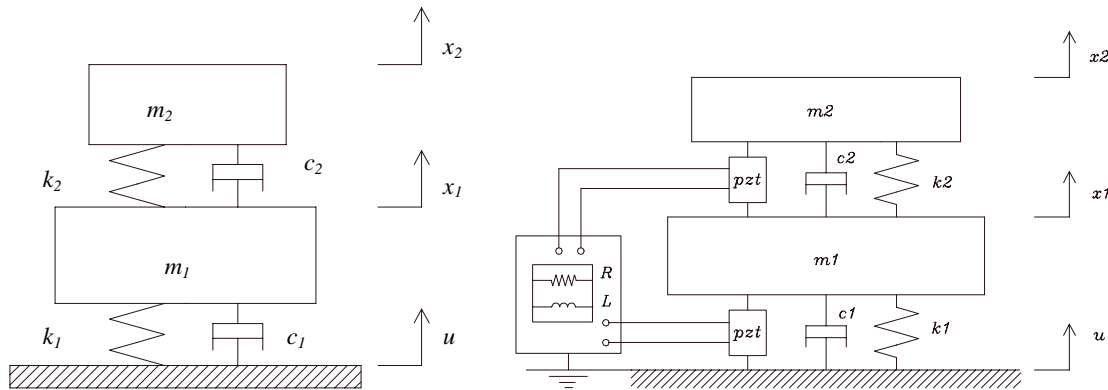


Figura 1. Modelos de 2 graus de liberdade para o sistema de isolamento

A partir do somatório de forças que agem nas massas m_1 e m_2 , na direção vertical, obtêm-se as equações de movimento para o sistema sem os atuadores:

$$m_1 \ddot{x}_1 = k_2(x_2 - x_1) - k_1 x_1 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_1 \dot{x}_1 + k_1 u + c_1 \dot{u} \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = k_2(x_1 - x_2) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2)$$

onde $u(t)$ é o deslocamento vertical da superfície de fixação. Conhecendo as equações de movimento, Pode-se determinar a evolução temporal do movimento do sistema considerado, através da integração das mesmas, e também determinar os modos de vibração do sistema.

Estas equações também podem ser escritas na forma matricial, ou seja, como uma combinação de matrizes de massa, amortecimento e rigidez, como segue:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

onde F_1 e F_2 são as forças externas atuantes em cada massa:

$$\begin{aligned} F_1(t) &= k_1 u(t) + c_1 \dot{u}(t) \\ F_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

As forças externas consideradas serão somente aquelas causadas pelo movimento da superfície de fixação do sistema de isolamento. Quando o movimento do sistema é harmônico, é conveniente reescrever as equações de movimento no domínio da frequência. Aplicando a transformada de Laplace nas eqs.(1) e (2), obtêm-se expressões para os deslocamentos do sistema em função de $U(s)$, ou seja, as funções $X_1(s)/U(s)$ e $X_2(s)/U(s)$:

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{[c_1 s + k_1][m_2 s^2 + c_2 s + k_2]}{[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2)][m_2 s^2 + c_2 s + k_2] - [c_2 s + k_2]^2} \quad (5)$$

$$\frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{[c_1 s + k_1][c_2 s + k_2]}{[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2)][m_2 s^2 + c_2 s + k_2] - [c_2 s + k_2]^2} \quad (6)$$

onde s é a variável de Laplace. As funções de transferência (5) e (6) serão úteis para determinar algumas medidas de desempenho do sistema, tais como a transmissibilidade e as amplitudes de resposta para estímulos diversos.

3. APLICAÇÃO DE ATUADORES PIEZOELÉTRICOS AO MODELO DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Um material piezoelétrico utilizado como parte de um sistema de isolamento de vibrações certamente estará sujeito a solicitações com frequência variável. Desta forma, é importante verificar como as características do material variam com a frequência de operação. Uma característica relevante é a impedância interna do atuador piezoelétrico. A partir da resolução das equações de movimento de um bloco piezoelétrico submetido a esforços harmônicos uniaxiais, é possível determinar como a frequência de operação influencia o valor de sua impedância interna.

Quando o atuador piezoelétrico funciona no modo 33, a tensão atuante e o campo elétrico terão componentes não nulas apenas na direção 3. A equação que descreve o comportamento de um material piezoelétrico neste modo é:

$$\begin{bmatrix} D_3 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_3^T & d_{33} \\ d_{33} & s_{33}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde E_3 e D_3 são as componentes dos vetores campo elétrico e deslocamento elétrico na direção 3 e T_3 e S_3 são as componentes normais de tensão e deformação na direção 3. A matriz que relaciona essas variáveis é composta pelas constantes piezoelétricas d_{33} e ϵ_3^T e pela flexibilidade s_{33}^E . Na Figura 2 é mostrado o elemento piezoelétrico e o circuito de aterramento utilizado no modelo.

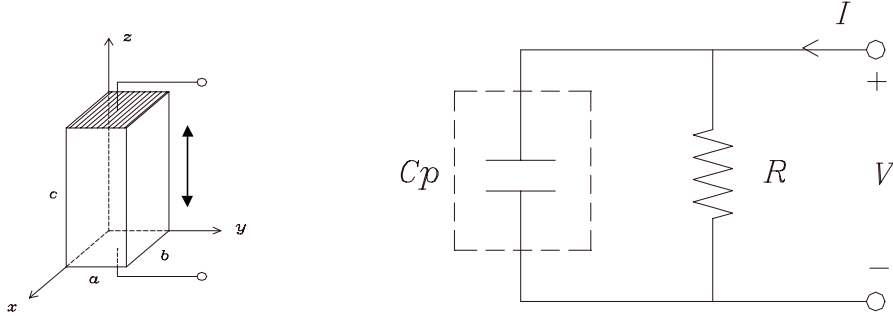


Figura 2. Elemento piezoelétrico no modo 33 e o circuito de aterramento resistivo

Através do desenvolvimento da eq.(7) e utilizando as leis do eletromagnetismo mostrado obtém-se a seguinte expressão para a impedância interna do atuador piezoelétrico:

$$Z = \frac{1}{sC_p^T} = \frac{1}{j\omega C_p^T} \quad (8)$$

A rigidez do atuador piezoelétrico será uma função da resistência de carga, das propriedades do piezoelétrico, e da frequência de excitação:

$$k_3^{SH}(s) = \frac{k_3^E (RC_p^T s + 1)}{RC_p^T s [1 - k_{33}^2] + 1} \quad (9)$$

onde k_{33} é o coeficiente de acoplamento eletromecânico do material piezoelétrico. Pode-se mostrar também que o valor do resistor R para o qual o fator de amortecimento é máximo é o mesmo valor da impedância interna Z do piezoelétrico.

É possível agora verificar como o sistema de isolamento descrito com o modelo de 2 graus de liberdade se comporta quando atuadores piezoelétricos são montados em conjunto com as molas e os amortecedores que interligam as massas m_1 e m_2 entre si e com a superfície de fixação, conforme mostrado na pela Figura 1. As equações de movimento (1) e (2) serão reescritas de modo a incluir as forças exercidas pelos atuadores piezoelétricos:

$$m_1 \ddot{x}_1 = k_1(u - x_1) + k_2(x_2 - x_1) + c_1(\dot{u} - \dot{x}_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + F_{p1} - F_{p2} \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + F_{p2} \quad (11)$$

As forças aplicadas pelos atuadores piezoelétricos terão as seguintes expressões:

$$F_{p1}(s) = k_3^E (U(s) - X_1(s)) \left(\frac{RC_p^T s + 1}{RC_p^T s (1 - k_{33}^2) + 1} \right) \quad (12)$$

$$F_{p2}(s) = k_3^E (X_2(s) - X_1(s)) \left(\frac{RC_p^T s + 1}{RC_p^T s (1 - k_{33}^2) + 1} \right) \quad (13)$$

Aplicando a transformada de Laplace nas eqs. (10) e (11) e substituindo as eqs.(12) e (13) obtemos as seguintes expressões:

$$\left[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_1 + k_2 + k_3^E \frac{P_1(s)}{Q_1(s)} \right] X_1(s) - \left[c_2 s + k_2 + k_3^E \frac{P_2(s)}{Q_2(s)} \right] X_2(s) = \left[c_1 s + k_1 + k_3^E \frac{P_1(s)}{Q_1(s)} \right] U(s) \quad (14)$$

$$\left[m_2 s^2 + c_2 s + k_2 + k_3^E \frac{P_2(s)}{Q_2(s)} \right] X_2(s) - \left[c_2 s + k_2 + k_3^E \frac{P_2(s)}{Q_2(s)} \right] X_1(s) = 0 \quad (15)$$

onde os termos $P_1(s)$, $P_2(s)$, $Q_1(s)$ e $Q_2(s)$ são:

$$P_1(s) = P_2(s) = k_3^E (RC_p^T s + 1) \quad (16)$$

$$Q_1(s) = Q_2(s) = RC_p^T s (1 - k_3^2) + 1$$

O deslocamento X_2 da bancada de teste é a variável mais relevante para avaliar medidas de desempenho do sistema de isolamento. Resolvendo simultaneamente as eqs. (14) e (15) para $X_2(s)$, obtém-se a função de transferência que relaciona a entrada $U(s)$ com a saída $X_2(s)$, como indicado abaixo:

$$\frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{[C(s)P_1(s) + Q_1(s)] \cdot [D(s)P_2(s) + Q_2(s)]}{[A(s)B(s) - D(s)^2]Q_1(s)Q_2(s) + [A(s) + B(s) - 2D(s)]Q_1(s)P_2(s) + B(s)P_1(s)Q_2(s) + P_1(s)P_2(s)} \quad (17)$$

onde os termos $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e $D(s)$ são:

$$A(s) = m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_1 + k_2$$

$$B(s) = m_2 s^2 + c_2 s + k_2 \quad (18)$$

$$C(s) = c_1 s + k_1$$

$$D(s) = c_2 s + k_2$$

A função de transferência também pode ser escrita em relação à força externa $F(s)$ aplicada ao sistema de isolamento. Esta força relacionada com o deslocamento da superfície de fixação $U(s)$ da forma:

$$F(s) = (c_1 s + k_1) \cdot U(s) \quad (19)$$

Neste ponto é interessante investigar como varia a transmissibilidade do sistema em função dos valores da frequência de operação ω e do resistor de carga R . Para simulação da resposta do sistema de dois graus de liberdade com atuador piezoelétrico será considerado um sistema com circuito de aterramento RC com os atuadores montados entre a mesa de teste e a massa sísmica, o que simplifica a função de transferência, fazendo $P_1(s) = k_3^E$ e $Q_1(s) = 1$. Será considerada somente a ação das forças dos atuadores piezoelétricos, com $k_1 = k_2 = c_1 = c_2 = 0$. As constantes piezoelétricas terão os valores mostrados na Tabela 1.

Tabela 1. Constantes piezoelétricas utilizadas na simulação

Constante	Valor	Unidade
d_{33}	580×10^{12}	m/V
ϵ_{33}/ϵ_0	3250	1
k_{33}	0.74	1
S_{33}^E	16.7×10^{-12}	m^2/N

Na Figura 3 é apresentado o gráfico da transmissibilidade. Nota-se que para resistências na faixa de $10^3 \Omega$ há uma queda dos picos de transmissibilidade nas frequências de ressonância. Logo o sistema mostra-se eficaz para reduzir a transmissibilidade nas ressonâncias. Entretanto, devido à complexidade da função de transferência, seria necessário utilizar métodos analíticos sofisticados para relacionar os valores da resistência de carga ótima com os valores dos parâmetros construtivos do sistema.

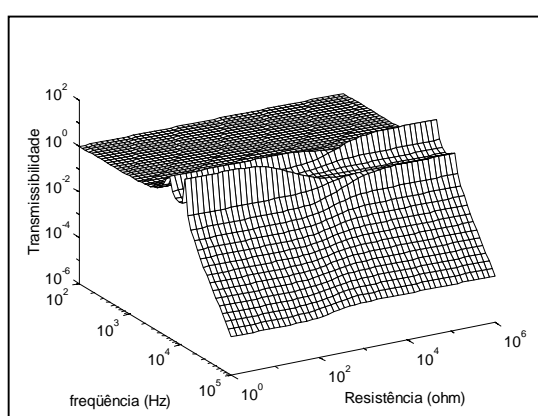


Figura 3. Transmissibilidade com $k_{33} = 0.74$

4. RESPOSTA DO SISTEMA PARA ESTÍMULOS TRANSIENTES

Os estímulos harmônicos permanentes produzidos por máquinas rotativas ou alternativas geralmente são os mais comuns de se encontrar em ambientes sujeitos a vibração. Entretanto, se um sistema de isolamento apresenta um desempenho razoável quando submetido a estímulos permanentes, isto não significa que o sistema terá bom desempenho para estímulos transientes. Desta forma, é de grande importância verificar como o sistema de isolamento responde a estímulos transientes. Como bons exemplos de estímulos transientes temos o impulso ou impacto, e as forças geradas por um motor com desbalanceamento, desde sua partida até atingir a rotação final.

Geralmente, para que um sistema de isolamento tenha uma resposta com pequenas amplitudes quando submetido a um impacto, é desejável que ele possua um grande fator de amortecimento. Pode-se então investigar se os atuadores piezoelétricos fornecem o amortecimento suficiente para reduzir a amplitude e o tempo de decaimento da resposta do sistema, quando este é submetido a estímulos transientes.

A simulação será feita considerando a configuração obtida com atuadores montados entre a bancada de teste e a massa sísmica e entre esta última e a superfície de fixação. Por simplificação será considerado apenas um circuito de aterramento, conectado ao atuador piezoelétrico montado entre a massa sísmica e a bancada de teste. A resposta impulsiva

$X_2(s)/U(s)$ em função do tempo (em segundos) para essa configuração é apresentada nas Figuras 4 a 6 com a resistência variando de 0 a $100\text{ M}\Omega$.

A partir dos gráficos apresentados constata-se que com a variação crescente da resistência de carga, a resposta do sistema quando excitado por um impulso tende a decair mais rápido, passando por um mínimo, e depois tende a aumentar. O menor tempo de decaimento é conseguido quando a resistência de carga assume seu valor ótimo, ou seja, igual à impedância do piezoelétrico. Desta forma, verifica-se que os atuadores piezoelétricos são capazes de adicionar ao sistema de isolamento um amortecimento suficiente para reduzir significativamente a amplitude e aumentar a estabilidade do sistema, para uma entrada impulso.

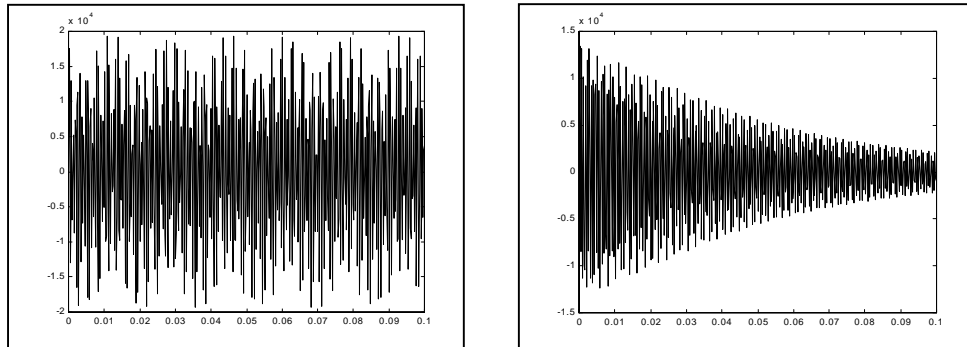


Figura 4. Resposta do sistema de 2 g.l. com $R = 10^0\ \Omega$ e $R = 10^3\ \Omega$

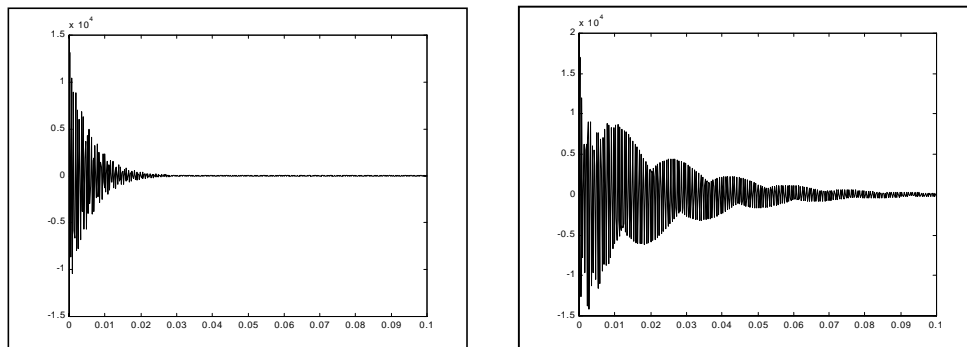


Figura 5. Resposta do sistema de 2 g.l. com $R = 10^5\ \Omega$ e $R = 10^7\ \Omega$

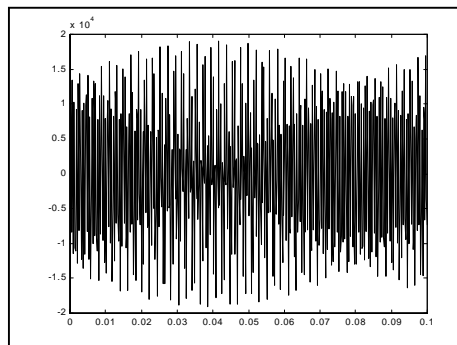


Figura 6. Resposta do sistema de 2 g.l. com $R = 10^8\ \Omega$

5. CONCLUSÕES

Um modelo de sistema de isolamento de vibrações com 2 graus de liberdade foi apresentado, tendo como base a utilização de materiais piezoelétricos ligados a circuitos elétricos de aterramento, funcionando como elementos de adição de amortecimento estrutural. Foi constatado que os materiais piezoelétricos são capazes de alterar as frequências naturais e o amortecimento de sistemas de isolamento, e que as características do sistema podem sintonizadas para um ponto ótimo, qualquer que seja a frequência da excitação externa, através da utilização de um circuito de aterramento resistivo com o valor adequado da resistência de carga. Foi feito o cálculo da transmissibilidade e da resposta com estímulos transientes, e através dos resultados obtidos constatou-se que este sistema é capaz de reduzir o nível da transmissibilidade, e ainda a amplitude e o tempo de acomodação da resposta para estímulos transientes. Devido a complexidade deste sistema, o valor ótimo da resistência de carga dependerá das constantes do piezoelétrico e dos parâmetros construtivos do sistema de isolamento. Uma proposta para extensão deste trabalho seria a análise de um sistema de isolamento com controle ativo, capaz de adaptar-se a variações de frequência da fonte de vibração, e comandar atuadores piezoelétricos de forma a reduzir a vibração com a máxima eficiência.

6. REFERÊNCIAS

- Davis, C.L., Lesieutre, G. and Dosch, J., 1996, "A tunable electrically shunted piezoceramic vibration absorber", Department of Aerospace Engineering, The Pennsylvania State University, University Park.
- Dorf, Richard C., Bishop and Robert, H., 1997, "Modern Control Systems", 7th edition, Addison-Wesley Publishing Company.
- Gardonio P., S.J. Elliott and Pinnington, R.J., 1997, "Active Isolation of Structural Vibration on a multiple degree of freedom system, Part I: The dynamics of the system", Journal of Sound and Vibration, 207(1), pp. 61-93.
- Hagood N.H. and Flotow, A.von, 1990, "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks", Journal of Sound and Vibration, 146(2), pp. 243-268.
- Law H.H., Rossiter P.L., Simon G.P. and Koss, L.L., 1996, "Characterization of Mechanical Vibration Damping by Piezoelectric Materials", Journal of Sound and Vibration, 197(4), pp. 489-513.
- Matuti, A.C., 1999, "Propagação de Energia em Sistemas de Isolamento de Vibrações", Tese de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 140p.